

# НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

Кафедра комп'ютерних наук

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Декан факультету інформаційних технологій

\_\_\_\_\_ О. Г. Глазунова

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

**СХВАЛЕНО**

на засіданні кафедри комп'ютерних наук

Протокол № \_\_ від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Б. Л. Голуб

**«РОЗГЛЯНУТО»**

Гарант ОП «Комп'ютерна інженерія»

\_\_\_\_\_ доцент, к.т.н. Гусєв Б.С.

## **РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ** **ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА**

Спеціальність – 121 «Комп'ютерна інженерія»

Факультет інформаційних технологій

Розробник: доцент кафедри комп'ютерних наук, с.н.с., к.ф.-м.н. Лялецький О.В.

Київ – 2021 р.

## 1. Опис навчальної дисципліни «Комп'ютерна дискретна математика»

<b>Галузь знань, спеціальність, освітній ступінь</b>	
Галузь знань	12 «Інформаційні технології»
Спеціальність	121 «Інженерія програмного забезпечення»
Освітній ступінь	Бакалавр
<b>Характеристика навчальної дисципліни</b>	
Вид	Обов'язкова
Загальна кількість годин	120
Кількість кредитів ECTS	4
Кількість змістових модулів	2
Курсовий проект (робота) <small>(якщо є в робочому навчальному плані)</small>	
Форма контролю	іспит
<b>Показники навчальної дисципліни для денної форми навчання</b>	
	денна форма навчання
Рік підготовки	2
Семестр	3
Лекційні заняття	30 год
Практичні, семінарські заняття	30 год
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	60 год
Індивідуальні завдання	
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: - аудиторних - самостійної роботи студента	4 год.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета** – навчити студентів сучасним методам дискретної математики, необхідним для аналізу та моделювання інформаційних процесів, пошуку оптимальних рішень практичних проблем та вибору найкращих способів реалізації цих рішень.

**Завдання** – ознайомити студентів з основними методами таких математичних дисциплін як теорія множин та відношень, математична логіка, загальна алгебра, комбінаторика, теорія графів, а також методами опису, аналізу та побудови моделей інформаційних процесів у технологічних, технічних та організаційних системах керування.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен знати сучасні методи прикладного математичного апарату, що використовується для побудови та аналізу дискретних моделей інформаційних обчислювальних систем, а також вміти використовувати методи дискретної математики для моделювання та дослідження властивостей, проектування та експлуатації інформаційно-обчислювальних систем, розробляти та реалізовувати алгоритми їх функціонування; використовувати існуючі пакети прикладних програм для реалізації моделей на ЕОМ; проводити обчислювальні експерименти і аналіз їх результатів.

Зокрема, у результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати:**

- сучасні методи теоретико-множинних конструкцій, які використовуються в сучасних інформаційних технологіях;
- прикладний математичний апарат, що використовується в сучасних системах баз даних;
- основні тотожності алгебри множин і відношень, як основу реляційної алгебри;
- основні типи бінарних відношень та відображень;
- елементарні булеві функції;
- сучасні алгебраїчні структури та їх застосування при побудові мов програмування, аналізі програм та програмних систем, обґрунтуванні семантики алгоритмів і мов програмування тощо;
- структури з однією та двома операціями;
- конструкцію вільної напівгрупи та вільного моноїду;
- основні комбінаторні поняття;
- біном Ньютона та поліноміальну формулу;
- основні типи графів та їх характеристики;

**вміти:**

- використовувати властивості алгебри множин і відношень для оптимізації виразів цих алгебр;
- виконувати операції над множинами та відношеннями;
- визначати якими властивостями володіє бінарне відношення;
- розпізнавати типи відображень;
- використовувати властивості різних алгебр і методів сучасної загальної алгебри при побудові моделей інформаційних систем та виконувати аналіз таких систем;

- визначати до якого типу алгебр належить задана алгебраїчна система;
- аналізувати і застосовувати методи комбінаторного аналізу при підрахунках кількості можливих варіантів, перестановок, відображень на скінчених множинах;

Для опанування дисципліни визначенні:

### **Програмні компетенції:**

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та достовірної інформації.

ЗК3 Здатність шляхом самостійного навчання освоїти нові розробки та досягнення в професійній сфері.

ЗК8 Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ФК1 Здатність аналізувати предметні області, формувати, аналізувати та моделювати вимоги до програмного забезпечення.

ФК7 Здатність систематизувати професійні знання щодо створення і супроводження програмного забезпечення.

ФК10 Володіння сучасними методами проектування, експлуатації та супроводу програмних продуктів.

ФК11 Здатність використовувати знання, уміння й навички в галузі інженерії програмного забезпечення.

### **Програмні результати навчання:**

ПРН1 Знати і системно застосовувати методи аналізу та моделювання прикладної області, виявлення інформаційних потреб і збору вихідних даних для проектування програмного забезпечення.

ПРН6 Аналізувати, оцінювати і вибирати методи, сучасні програмно-апаратні інструментальні та обчислювальні засоби, технології, алгоритмічні та програмні рішення для ефективного виконання конкретних виробничих задач з програмної інженерії. ПРН7 Здатність систематизувати професійні знання щодо створення і супроводження програмного забезпечення.

ПРН11 Набувати нові наукові і професійні знання, вдосконалювати навички, прогнозувати розвиток програмних систем та інформаційних технологій.

ПРН17 Проводити теоретичні та експериментальні досліджень щодо тестування, верифікації й валідації програмних продуктів.

ПРН22 Розробляти та впроваджувати нові програмні, архітектурні та алгоритмічні рішення, оцінюючи відповідні критерії якості і ризику впровадження.

## **2. Програма та структура навчальної дисципліни**

### **Програма навчальної дисципліни**

**Змістовий модуль 1. Алгебра множин і відношень. Відображення.**

**Тема 1. Основні поняття теорії множин.**

Наводяться базові поняття теорії множин, вивчаються операції над множинами, розглядається поняття булеану та прямого добутку множин.

**Тема 2. Бінарні відношення.**

Визначається поняття відношення довільної арності, наводяться способи задання бінарних відношень. Досліджуються основні властивості бінарних відношень, визначається композиція бінарних відношень. Особлива увага приділена відношенням еквівалентності та частковим порядкам, а також функціональним відношенням.

**Тема 3. Відображення.**

Визначається поняття відображення. Вивчаються три типи відображень: ін'єкції, сюр'єкції та бієкції, наводяться приклади таких відображень.

**Тема 4. Булеві функції.**

Визначається поняття булевої функції від  $n$  змінних. Дається повний опис булевих функцій від однієї та двох змінних. Розглядається еквівалентність булевих функцій. Вивчаються досконалі нормальні форми.

**Змістовий модуль 2. Елементи загальної алгебри. Комбінаторика**

**Тема 5. Елементи загальної алгебри.**

Визначається поняття алгебраїчної системи, алгебри та моделі. Досліджуються алгебри з однієї та двома операціями. Наводяться приклади вільних алгебр.

**Тема 6. Основи комбінаторного аналізу.**

Вивчаються властивості певних комбінаторних чисел. Доводиться біном Ньютона та його узагальнення (поліноміальна формула). Досліджуються властивості підстановок без упорядкованих пар заданого вигляду.

**Тема 7. Елементи теорії графів.**

Визначаються різні типи графів та розглядаються основні операції на графах. Наводяться різні характеристики графів. Розглядається проблема класифікації графів з точністю до ізоморфізму. Вивчаються планарні, Ейлерові та Гамільтонові графи.

**Структура дисципліни**

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин													
	денна форма								Заочна форма					
	тижні	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
			л	лаб	п	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Змістовий модуль 1 “Алгебра множин і відношень. Відображення.”														
Тема 1. Основні поняття теорії множин.	1-2	16	4		4		8							
Тема 2. Бінарні відношення.	3-5	20	6		6		8							

Тема 3. Відображення.	6	8	2		2		4						
Тема 4. Булеві функції.	7-9	18	6		4		8						
Модульна контрольна робота.	9	8			2		6						
Разом за змістовим модулем 1		70	18		18		34						
<b>Змістовий модуль 2. “Елементи загальної алгебри та комбінаторики. Графи.”</b>													
Тема 5. Елементи загальної алгебри	10-11	11	3		2		6						
Тема 6. Основи комбінаторного аналізу.	12	11	3		2		6						
Тема 7. Елементи теорії графів	13-15	20	6		6		8						
Модульна контрольна робота.	15	8			2		6						
Разом за змістовим модулем 2		50	12		12		26						
Усього годин		120	30		30		60						
Курсовий проект (робота) з _____													
(якщо є в робочому навчальному плані)			-				-		-		-		-
Усього годин		120	30		30		60						

### 3. Теми лекційних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>Модуль № 1 “ Алгебра множин і відношень. Відображення”</b>		
1	Основні аксіоми та властивості (закони) алгебри множин. Поняття розбиття і покриття множини.	2
2	Операції над множинами. Булеан та прямиий добуток множин	2
3	n-арні відношення. Задання відношень.	2
4	Бінарні відношення і основні властивості бінарних відношень.	2
5	Фундаментальні відношення: відношення еквівалентності і відношення порядку.	2
6	Функціональні відношення та відображення.	2
7	Булеві функції та способи їх задання. Булеві функції від однієї та двох змінних.	2
8	Елементарні булеві функції. Двоїсті та самодвоїсті булеві функції. Принцип двоїстості.	1
9	Теорема про диз'юнктивне розкладання функції алгебри логіки. Нормальні форми.	1

10	Модульна контрольна робота	2
	Усього за модулем № 1	18
<b>Модуль № 2 «Елементи загальної алгебри. Комбінаторика»</b>		
11	Поняття універсальної алгебри. Основні визначення, гомоморфізми і ізоморфізми універсальних алгебр. Теорема про гомоморфізми. Приклади вільних алгебр.	2
12	Основні поняття комбінаторики. Біном Ньютона, поліноміальна теорема, продуктивні функції.	2
13	Графи та їх різновиди. Характеристики графів.	2
14	Операції над графами. Ізоморфізми та ендоморфізми графів	2
15	Ейлерові та Гамільтонові графи. Планарність графів.	2
16	Модульна контрольна робота	2
	Усього за модулем № 2	12
	Усього за навчальною дисципліною	30

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>Модуль № 1 “Алгебра множин і відношень. Відображення”</b>		
1	Основні аксіоми та властивості (закони) алгебри множин. Поняття розбиття і покриття множини.	2
2	Операції над множинами. Булеан та прямиий добуток множин	2
3	n-арні відношення. Задання відношень.	2
4	Бінарні відношення і основні властивості бінарних відношень.	2
5	Фундаментальні відношення: відношення еквівалентності і відношення порядку.	2
6	Функціональні відношення та відображення.	2
7	Булеві функції та способи їх задання. Булеві функції від однієї та двох змінних.	2
8	Елементарні булеві функції. Двоїсті та самодвоїсті булеві функції. Принцип двоїстості.	1
9	Теорема про диз'юнктивне розкладання функції алгебри логіки. Нормальні форми.	1
10	Модульна контрольна робота	2
	Усього за модулем № 1	18
<b>Модуль № 2 «Елементи загальної алгебри. Комбінаторика»</b>		
11	Поняття універсальної алгебри. Основні визначення, гомоморфізми і ізоморфізми універсальних алгебр. Теорема про гомоморфізми. Приклади вільних алгебр.	2
12	Основні поняття комбінаторики. Біном Ньютона, поліноміальна теорема, продуктивні функції.	2
13	Графи та їх різновиди. Характеристики графів.	2
14	Операції над графами. Ізоморфізми та ендоморфізми графів	2
15	Ейлерові та Гамільтонові графи. Планарність графів.	2

16	Модульна контрольна робота	2
	Усього за модулем № 2	12
	Усього за навчальною дисципліною	30

## 5. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

### Контрольні питання до модулю 1

1. Множини та їх властивості.
2. Підмножини. Критерій рівності двох множин.
3. Способи задання множин.
4. Операції над множинами.
5. Властивості операцій над множинами.
6. Геометрична інтерпретація множин.
7. Булеан та його потужність для скінчених множин.
8. Прямий добуток множин.
9.  $n$ -арні відношення.
10. Область визначення і область значень відношення.
11. Основні типи відношень.
12. Способи задання бінарних відношень.
13. Операції над бінарними відношеннями.
14. Ядро відношення.
15. Властивості відношень.
16. Відношення еквівалентності, розбиття.
17. Частковий порядок, ланцюг.
18. Функціональні та кофункціональні відношення.
19. Відображення, образ й прообраз множини.
20. Графік відношення.
21. Ін'єкція, сюр'єкція, бієкція.
22. Обернене відображення.
23. Композиція відображень.
24. Булеві функції.
25. Елементарні булеві функції.
26. Досконалі нормальні форми.

### Контрольні питання до модулю 2

1.  $n$ -арна операція, бінарна операція.
2. Алгебраїчна структура, підструктура.
3. Алгебра, модель.
4. Гомоморфізм, ізоморфізм.
5. Властивості операцій.
6. Напівгрупи, моноїди.
7. Групи, підгрупи.
8. Напівкільця й кільця.



9. Дільники нуля й одиниці.
10. Область цілісності, поле.
11. Правило суми й добутку.
12. Розміщення без повторень.
13. Розміщення з повтореннями.
14. Комбінації без повторень.
15. Комбінації з повтореннями.
16. Трикутник Паскаля. Біном Ньютона.
17. Геометрична інтерпретація біноміальних коефіцієнтів.
18. Перестановки зі специфікацією.
19. Поліноміальна формула.
20. Формула включення та виключення.
21. Субфакторіал. Перестановки без упорядкованих пар виду  $(k; k+1)$ .

## 6. Методи навчання.

M1. Лекція (проблемна, інтерактивна); M2. Лабораторна робота.

На лекційних та практичних заняттях передусім використовуються такі методи навчання:

- пояснювально-ілюстративний (інформаційно-рецептивний) метод: організовується сприймання та усвідомлення студентами інформації, вони здійснюють її сприймання (рецепцію), осмислення і запам'ятовування;
- метод проблемного виконання: формулюється проблема і вирішується викладачем, студенти стежать за ходом творчого пошуку (студентам подається своєрідний еталон творчого мислення);
- дослідницький метод: перед студентами ставиться проблема, і вони вирішують її самостійно, висуваючи ідеї, перевіряючи їх, підбираючи для цього необхідні джерела інформації, прилади, матеріали тощо;
- репродуктивний метод: дається певне завдання, у процесі виконання якого студенти здобувають уміння застосовувати знання за зразком;
- частково-пошуковий (евристичний) метод: формулюється проблема, поетапне вирішення якої здійснюють студенти під керівництвом викладача (при цьому відбувається поєднання репродуктивної та творчої діяльності).

## 7. Самостійна робота.

Для кращого засвоєння матеріалу студентам пропонується самостійно опанувати темами, які належать до теорії множин, теорії відносин і функцій, теорії булевих функцій, комбінаторики.

## 8. Методи навчання.

M1. Лекція (проблемна, інтерактивна); M2. Лабораторна (практична) робота.

## 9. Форми контролю.

МК2. Контрольне завдання. МК4. Методи усного контролю. МК5. Екзамен.

## 10. Розподіл балів, які отримують студенти.

Поточний контроль		Рейтинг з навчальної роботи $R_{НР}$	Рейтинг з додаткової роботи $R_{ДР}$	Рейтинг штрафний $R_{ШТР}$	Підсумкова атестація (екзамен чи залік)	Загальна кількість балів
Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2					
0-100	0-100	0-70	0-20	0-5	0-30	0-100

**Примітки.** 1. Відповідно до «Положення про кредитно-модульну систему навчання в НУБіП України», затвердженого ректором університету 03.04.2009 р., рейтинг студента з навчальної роботи  $R_{НР}$  стосовно вивчення певної дисципліни визначається за формулою

$$R_{НР} = \frac{0,7 \cdot (R_{ЗМ}^{(1)} \cdot K_{ЗМ}^{(1)} + \dots + R_{ЗМ}^{(n)} \cdot K_{ЗМ}^{(n)})}{K_{ДИС}} + R_{ДР} - R_{ШТР},$$

де  $R_{ЗМ}^{(1)}, \dots, R_{ЗМ}^{(n)}$  – рейтингові оцінки змістових модулів за 100-бальною шкалою;

$n$  – кількість змістових модулів;

$K_{ЗМ}^{(1)}, \dots, K_{ЗМ}^{(n)}$  – кількість кредитів ECTS, передбачених робочим навчальним планом для відповідного змістового модуля;

$K_{ДИС} = K_{ЗМ}^{(1)} + \dots + K_{ЗМ}^{(n)}$  – кількість кредитів ECTS, передбачених робочим навчальним планом для дисципліни у поточному семестрі;

$R_{ДР}$  – рейтинг з додаткової роботи;

$R_{ШТР}$  – рейтинг штрафний.

Наведену формулу можна спростити, якщо прийняти  $K_{ЗМ}^{(1)} = \dots = K_{ЗМ}^{(n)}$ . Тоді вона буде мати вигляд

$$R_{НР} = \frac{0,7 \cdot (R_{ЗМ}^{(1)} + \dots + R_{ЗМ}^{(n)})}{n} + R_{ДР} - R_{ШТР}.$$

**Рейтинг з додаткової роботи**  $R_{ДР}$  додається до  $R_{НР}$  і не може перевищувати 20 балів. Він визначається лектором і надається студентам рішенням кафедри за

виконання робіт, які не передбачені навчальним планом, але сприяють підвищенню рівня знань студентів з дисципліни.

**Рейтинг штрафний  $R_{\text{штр}}$**  не перевищує 5 балів і віднімається від  $R_{\text{нр}}$ . Він визначається лектором і вводиться рішенням кафедри для студентів, які матеріал змістового модуля засвоїли невчасно, не дотримувалися графіка роботи, пропускали заняття тощо.

2. Згідно із зазначеним Положенням **підготовка і захист курсового проекту (роботи)** оцінюється за 100 бальною шкалою і далі переводиться в оцінки за національною шкалою та шкалою ECTS.

Оцінювання студента відбувається згідно положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 20.02.2015 р. протокол № 6 з табл. 1.

Оцінка національна	Оцінка ЄКТС	Визначення оцінки ЄКТС	Рейтинг студента, бали
Відмінно	A	<b>ВІДМІННО</b> – відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок	<b>90 – 100</b>
Добре	B	<b>ДУЖЕ ДОБРЕ</b> – вище середнього рівня з кількома помилками	<b>82 – 89</b>
	C	<b>ДОБРЕ</b> – в загальному правильна робота з певною кількістю грубих помилок	<b>74 – 81</b>
Задовільно	D	<b>ЗАДОВІЛЬНО</b> – непогано, але зі значною кількістю недоліків	<b>64 – 73</b>
	E	<b>ДОСТАТНЬО</b> – виконання задовольняє мінімальні критерії	<b>60 – 63</b>
Незадовільно	FX	<b>НЕЗАДОВІЛЬНО</b> – потрібно працювати перед тим, як отримати залік (позитивну оцінку)	<b>35 – 59</b>
	F	<b>НЕЗАДОВІЛЬНО</b> – необхідна серйозна подальша робота	<b>01 – 34</b>

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{нр}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{нр}} + R_{\text{ат}}$ .

## 12. Методичне забезпечення

1. Баландіна Н. М. Дискретна математика: методичні вказівки / Н. М. Баландіна, С. В. Федоровський. - 2-ге вид., випр. - Одеса : НУ "ОЮА", 2020. 65 с.

### 13. Рекомендована література

#### Основна

1. О.В. Лялецький. Окремі розділи дискретної математики: матеріали лекцій з дисципліни "Дискретна математика" / Лялецький О. В. - К.: Арталекс-Принт, 2018. - 135 с.
2. Лекции по дискретной математике. / Капитонова Ю.В., Кривой С.Л., Летичевський А.А. та ін. Санкт-Петербург. – БХВ. – 2005. – 634 стр.
3. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. М: Наука. – 1972. – 399 стр.
4. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. М: Наука. – 1964. – 541 с.
5. Лекции по теории графов // Емеличев В.А., Мельников О.И., Савранов В.И., Тышкевич Р.И. М.: Наука. – 1990. - 382 с.
6. Кук Д., Бейз Е. Компьютерная математика. - М.: Наука. – 1990. – 384 с.
9. Скорняков Л.А. Элементы теории структур. М.: Наука. – 1982. – 158 с.
7. Уилсон Р. Введение в теорию графов. М.: Мир. – 1977. – 207 с.
8. Калужнин Л.А. Введение в общую алгебрку. – М.: Наука.- 1973. – 447с.
9. Жучок Ю.В. Дискретна математика: навч. посіб. / Ю. В. Жучок; Держ. закл. „Луган. нац. ун-т імені Тараса Шевченка”. – Луганськ: Вид-во ДЗ „ЛНУ імені Тараса Шевченка”, 2010. – 220 с.

#### Додаткова

1. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Анализ и построение вычислительных алгоритмов. – М.: Мир, 1975. – 457 с.
2. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976. – 400 с.
3. Васильев Ю.Л., Ветухновский Ф.Я., Глаголев В.В. и др. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. – М.: Наука, 1974. – Т.1 – 311с.
4. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. – М.: Наука, 1969. – 161 с.
5. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. – М.: Наука, 1975. – 207 с.
6. Гизбург С. Математическая теория контекстно-свободных языков. – М.: Мир, 1970. – 326 с.
7. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра, языки, программирование. – Киев: Наук. думка, 1985. – 431 с.

### 14. Інформаційні ресурси

1. Олійник Л.О. Дискретна математика:  
<http://www.dstu.dp.ua/Portal/Data/3/17/3-17-b2.pdf>