

Породько Оксана Станіславівна,
слухачка 1-го року навчання магістратури
Національного університету біоресурсів і
природокористування України (м. Київ)

Хропост Вячеслав Іванович,
слухач 2-го року навчання магістратури
ВП НУБіП України «Ніжинський агротехнічний інститут»

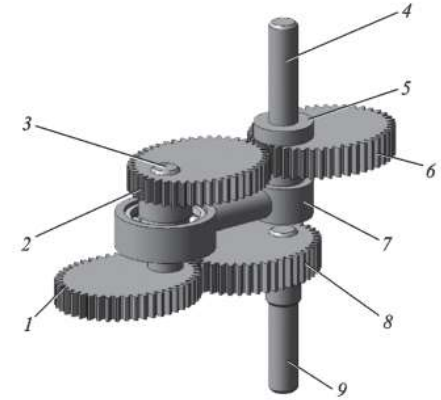
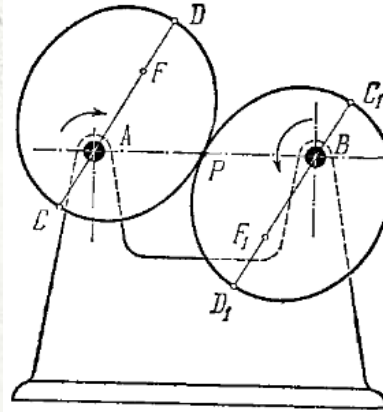
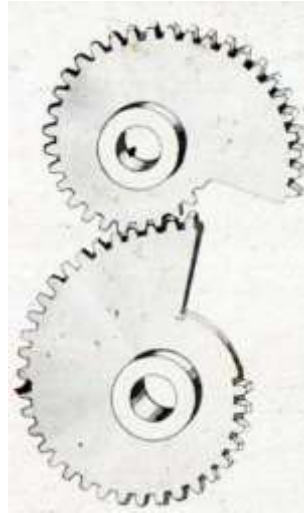
КОНСТРУЮВАННЯ ЦЕНТРОЇД НЕКРУГЛИХ КОЛІС НА ОСНОВІ ДЕФОРМАЦІЇ ЕЛІПСА

Наукові керівники:

від НУБіП України – проф. Пилипака С.Ф.,

від ВП НУБіП України «НАТІ» – докторантка Кресан Т.А.

ЗУБЧАСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ, ЦЕНТРОІДАМИ ЯКИХ Є НЕКРУГЛІ КОЛЕСА



ВСТАНОВЛЕННЯ АНАЛІТИЧНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ЦЕНТРОЇДАМИ

$x = \rho \cos \alpha;$ $y = \rho \sin \alpha, \quad \text{де } \rho = \rho(\alpha)$	– параметричні рівняння ведучої центроїди в полярній системі координат	
$x_1 = (r - \rho) \cos \varphi + r;$ $y_1 = (r - \rho) \sin \varphi, \quad \text{де } \varphi = \varphi(\alpha)$	– параметричні рівняння веденої центроїди в полярній системі координат	
	$\frac{ds}{d\alpha} = \sqrt{x'^2 + y'^2}$	– похідна довжини дуги
	$\frac{ds}{d\alpha} = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2}$	– для ведучої центроїди
	$\frac{ds_1}{d\alpha} = \sqrt{\rho'^2 + \varphi'^2 (r - \rho)^2}.$	– для веденої центроїди
На основі прирівнювання похідних довжини дуги ведучої і веденої центроїд отримано залежність між полярними кутами цих кривих:		$\varphi = \pm \int \frac{\rho(\alpha)}{r - \rho(\alpha)} d\alpha - \pi,$ де r – міжцентрова відстань

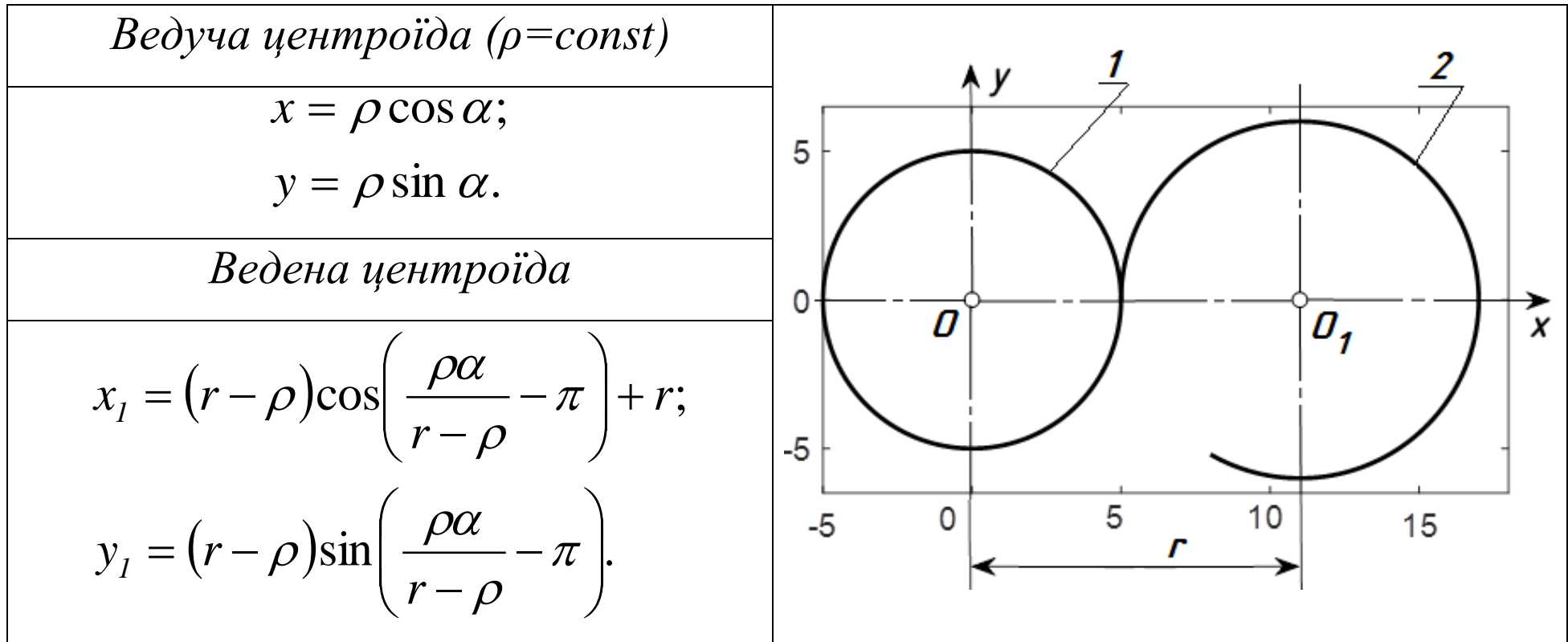
ЗАСТОСУВАННЯ ОТРИМАНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ НА ПРИКЛАДІ КОЛА

1) задаємо полярне рівняння ведучої центроїди: $\rho = const$;

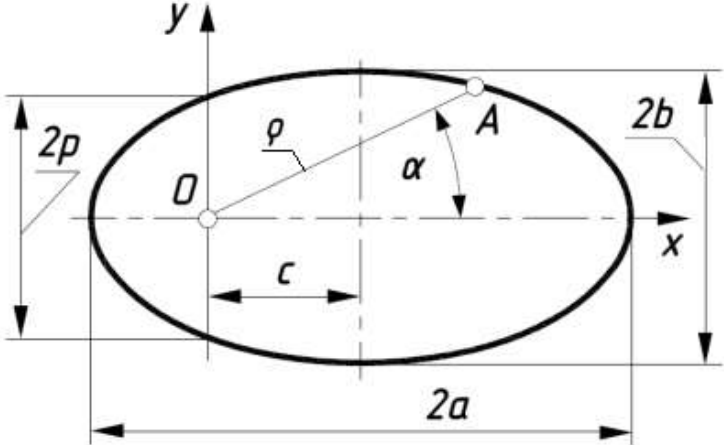
2) задаємо міжцентрову відстань r ;

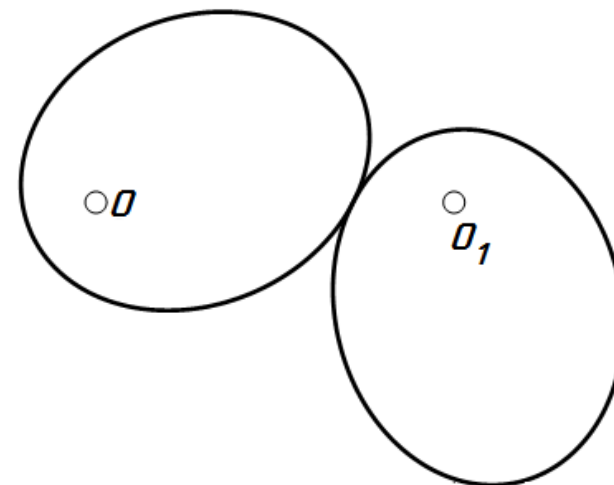
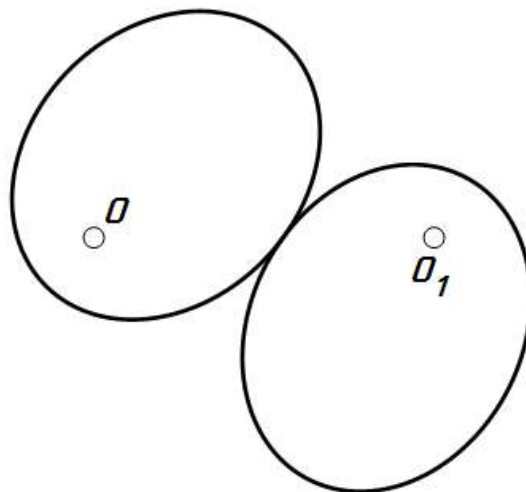
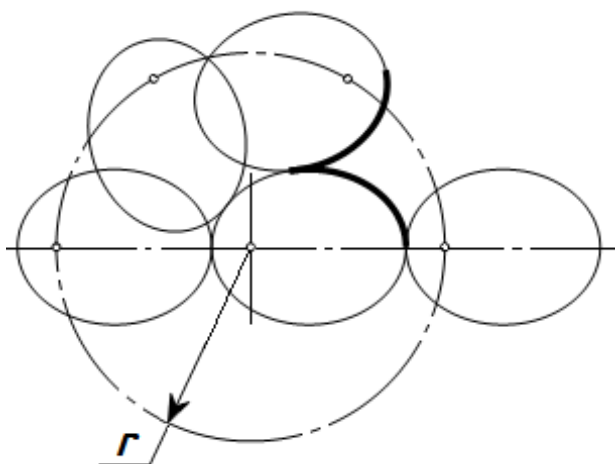
3) інтегруємо отриману залежність: $\varphi = \frac{\rho\alpha}{r - \rho} - \pi$;

4) записуємо параметричні рівняння ведучої і веденої центроїд і будуємо їх:



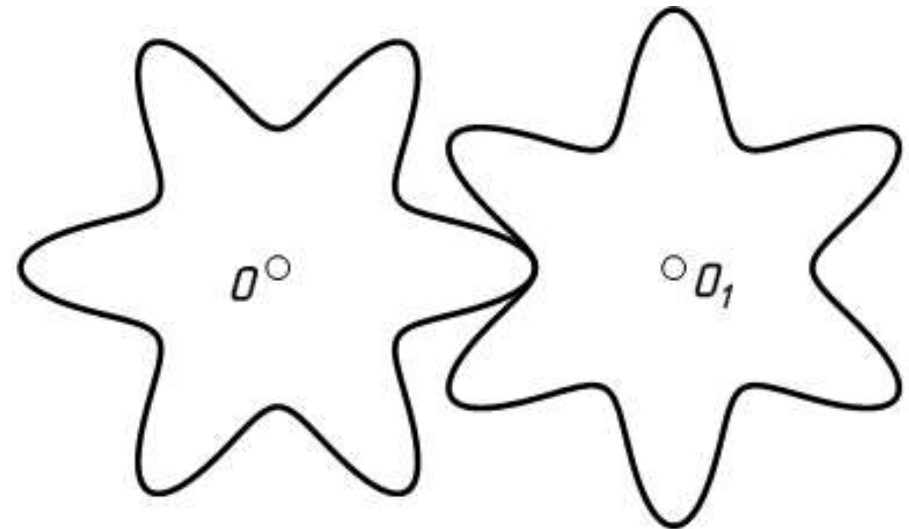
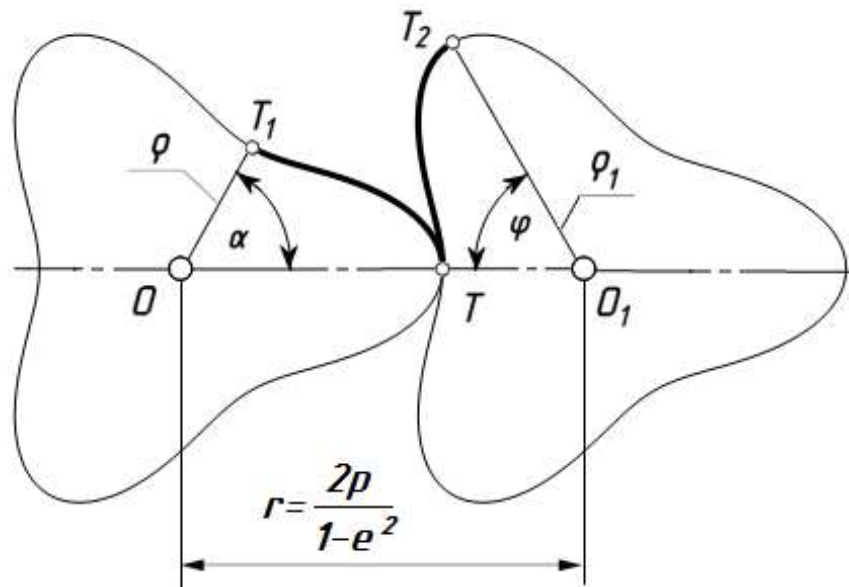
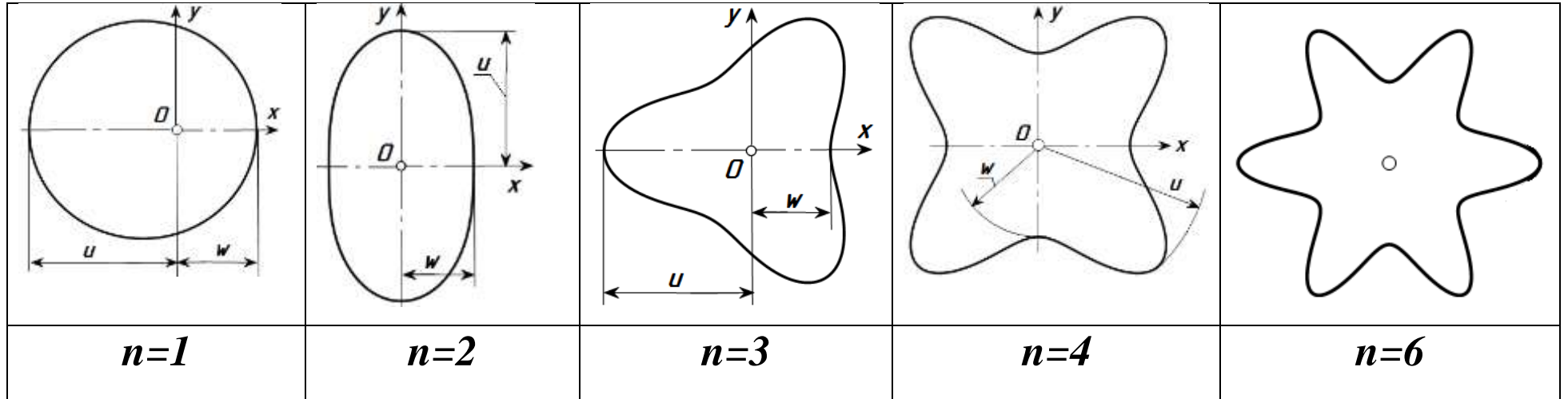
ЗАСТОСУВАННЯ ОТРИМАНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ НА ПРИКЛАДІ ЕЛІПСА

$\rho = \frac{p}{1 - e \cos \alpha}$ <p>— полярне рівняння еліпса,</p>	
<p>де ексцентриситет e еліпса і стала p визначаються через його півосі a і b:</p> $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}; \quad p = \frac{b^2}{a}$	
$x = \frac{p \cos \alpha}{1 - e \cos \alpha}; \quad x_1 = p \frac{2 - (1 + e) \cos \alpha}{(e - 1)(e \cos \alpha - 1)};$ $y = \frac{p \sin \alpha}{1 - e \cos \alpha}; \quad y_1 = -\frac{p \sin \alpha}{1 - e \cos \alpha}.$	<p>Ведуча і ведена центроїди є конгруентними еліпсами із центрами обертання у фокусах і описуються рівняннями, що відрізняються між собою</p>



КОНСТРУЮВАННЯ КОНГРУЕНТНИХ ЦЕНТРОЇД НА ОСНОВІ УЗАГАЛЬНЕНОГО ПОЛЯРНОГО РІВНЯННЯ ВЕДУЧОЇ ЦЕНТРОЇДИ

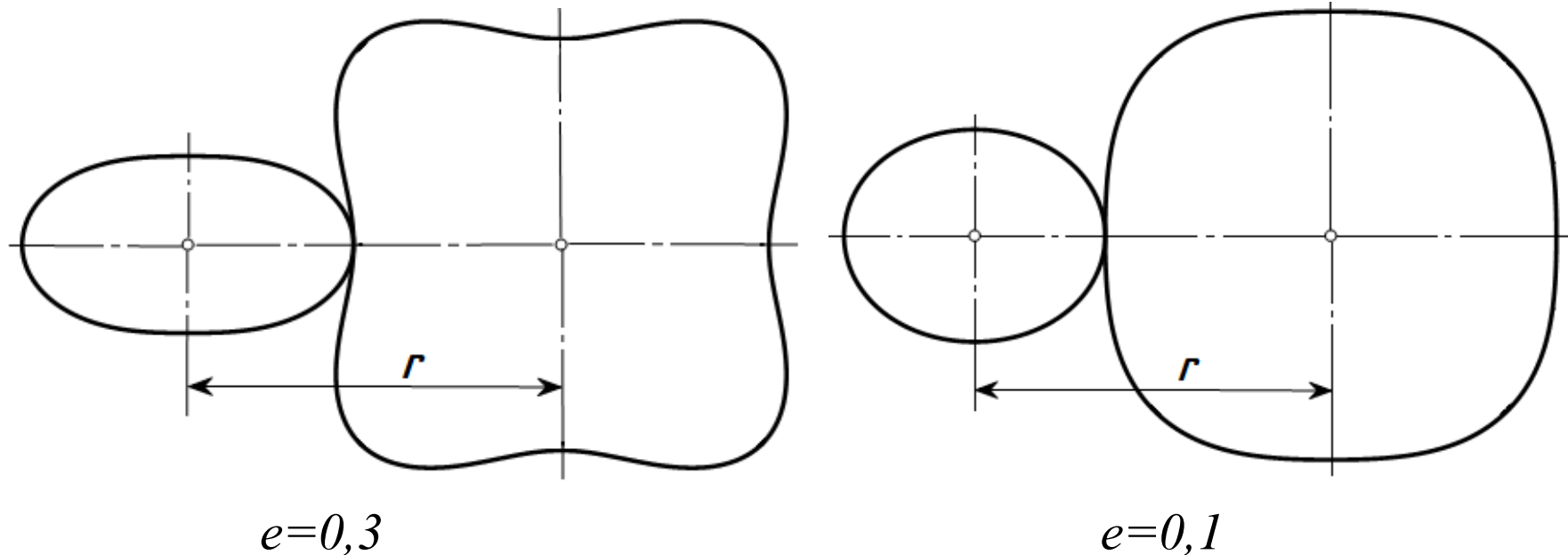
$$\rho = \frac{p}{1 - e \cos(n\alpha)} - \text{узагальнене полярне рівняння кривої (при } n = 1 - \text{еліпс)}$$



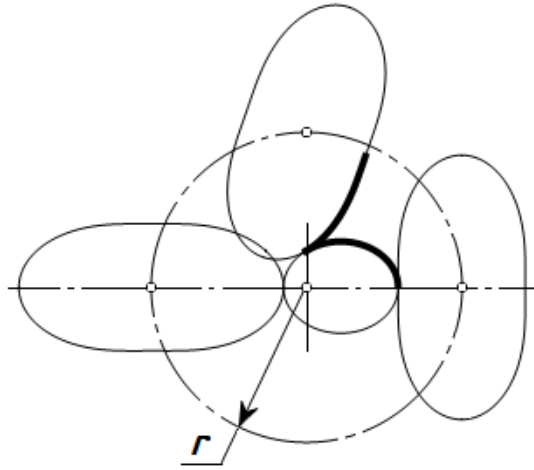
КОНСТРУЮВАННЯ НЕКОНГРУЕНТНИХ ЦЕНТРОЇД НА ОСНОВІ УЗАГАЛЬНЕНОГО ПОЛЯРНОГО РІВНЯННЯ ВЕДУЧОЇ ЦЕНТРОЇДИ

- 1) будуємо ведучу центроїду за заданими сталими p , e , n ;
- 2) вибираємо число m виступів веденої центроїди;
- 3) чисельними методами знаходимо міжцентрову відстань r при підстановці у рівняння $\varphi = \varphi(\alpha)$ значень $\alpha = \pi/n$ і $\varphi = \pi/m$;
- 4) за параметричними рівняннями будуємо дугу веденої центроїди при зміні кута α в межах $0 \dots \pi/n$;
- 5) симетричним відображенням цієї дуги відносно радіус-вектора отримуємо виступ веденої центроїди, який послідовно повертаємо m раз.

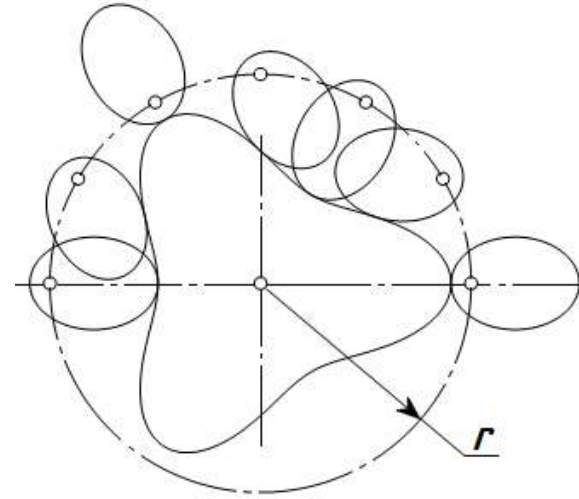
Центроїди при $n=2$ і $m=4$:



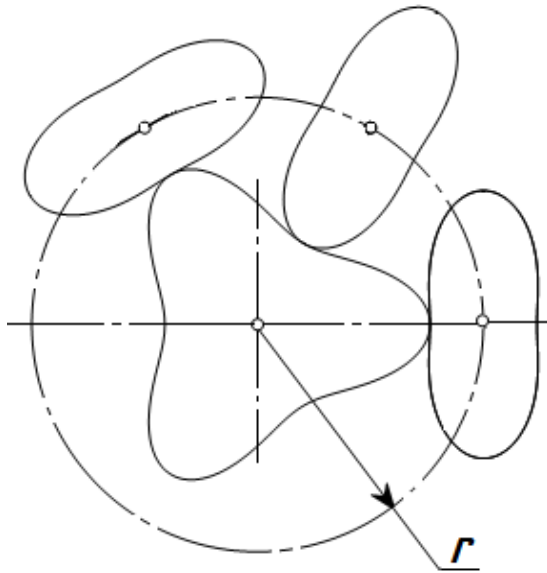
ПРИКЛАДИ НЕКОНГРУЕНТНИХ ЦЕНТРОЇД ДЛЯ РІЗНИХ ЗНАЧЕНЬ n І m



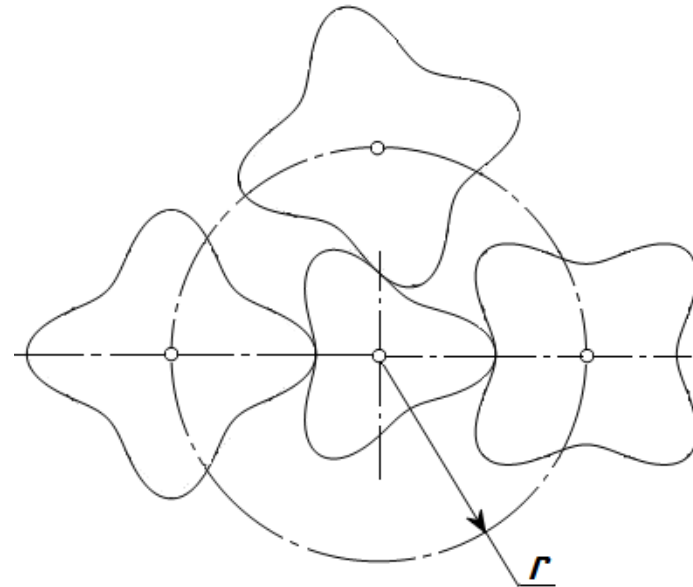
$n=1; \quad m=2$



$n=3; \quad m=1$



$n=3; \quad m=2$



$n=3; \quad m=4$

ВИСНОВКИ

Зубчасті зачеплення з некруглими колесами знайшли своє застосування в техніці. Це стосується механізмів, для яких передача обертального руху потребує не сталого передавального числа, а змінної передавальної функції, а також у приладах, для яких передавальна функція не важлива, а важливе повне число обертів. Основою для проектування таких зачеплень є центроїди. В роботі розглянуто проектування центроїд на основі узагальненого рівняння замкненої кривої в полярній системі координат. В залежності від сталої n , яка вказує на число рівномірно розташованих виступів із максимальним значенням полярної відстані ρ , можна отримати різні ведучі центроїди, в тому числі коло при $n=0$ і еліпс при $n=1$. Форму веденої центроїди, яка подібна до ведучої тим, що теж може мати t виступів, можна задавати числом цих виступів. При $n=t$ ведуча і ведена центроїди конгруентні. Це значно спрощує конструювання пар центроїд, оскільки форму веденої центроїди не потрібно розшукувати.

Тези із основними результатами опубліковано в матеріалах VIII Міжнародної науково-технічної конференції «Крамаровські читання», яка відбулася 20–21 лютого 2021 року.

Посилання: <https://nubip.edu.ua/node/45454>