

*КАФЕДРА НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ, КОМП'ЮТЕРНОЇ  
ГРАФІКИ ТА ДИЗАЙНУ*

*МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ*

*до виконання завдань із нарисної геометрії  
для студентів 1-го курсу спеціальностей  
208 "Агроінженерія" та 187  
"Деревообробні та меблеві технології"*

*КИЇВ -2018*

Шановні першокурсники! Ми, викладачі, знаємо ваші враження від перших днів навчання у вузі, особливо від тих графічних робіт, які потрібно вам виконати. Ми починали так само і нам теж здавалося, що обсяг робіт дуже великий. Нарисну геометрію і креслення потрібно не тільки вивчити, а і одержати достатні навички виконання графічних робіт. А для цього шлях один – власноручно виконати заданий обсяг завдань. В даний час у школах креслення не є обов'язковим предметом, тому вам непросто включитися в навчальну програму вищого навчального закладу. Через це ми вирішили написати цю невелику методичну розробку, яка допоможе вам на перших порах виконувати завдання із нарисної геометрії. З чого ж почати? Всі завдання із нарисної геометрії виконуються на креслярському папері формату А3 (420×297 мм). Магазили з продажу канцтоварів пропонують папки для креслення із набором паперу вказаного формату, однак потрібно мати на увазі, що їх вміст не завжди відповідає назві. Креслярський папір значно товстіший від звичайного паперу для письма. Маючи такий лист, потрібно окреслити межі робочого поля, де будуть розташовані графічні зображення. Для цього необхідно провести прямі лінії на відстані 5 мм від трьох країв і від одного краю – на відстані 20 мм. Надалі аркуш розташовується так,

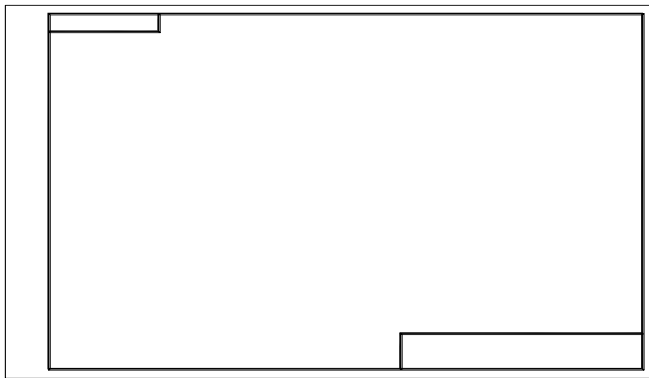


Рис. 1

щоб поле шириною 20 мм було зліва (воно призначене для зшивання окремих аркушів у альбом). У середині одержаної рамки будуть виконуватися графічні побудови, тобто це буде робочим полем креслення. При цьому слід частину робочого поля відвести для основного напису і позначення документа,

накресливши рамки розміром 185×22 мм у правому нижньому куту і 70×14 мм – у лівому верхньому відповідно (рис. 1). Зовнішня рамка і рамка в кутах креслення повинні бути виконанні основними товстими лініями, товщина яких згідно з ГОСТ 2.303-68 вибирається в межах 0,5...1,4 мм. Кафедра рекомендує товщину основних ліній взяти близькою до 1 мм (0,8 мм). Однак на початку виконання завдання рамки слід виконати тонкими лініями, так само як і графічні побудови

на робочому полі, а наведення здійснювати на завершальному етапі, причому олівцем, який застругується.

У правому нижньому куті робочого поля креслення вміщують основний напис, розмір окремих елементів якого наведено на рис. 2. Клітинки основного напису креслення заповнюють так: 1 – прізвище студента; 2 – підпис студента; 3 – дата виконання креслення; 4 – прізвище викладача, який перевіряє креслення; 5 – підпис викладача; 6 - дата перевірки роботи; 7 – група із зазначенням факультету та її номера; 8 – назва роботи; 9 – позначення документа.

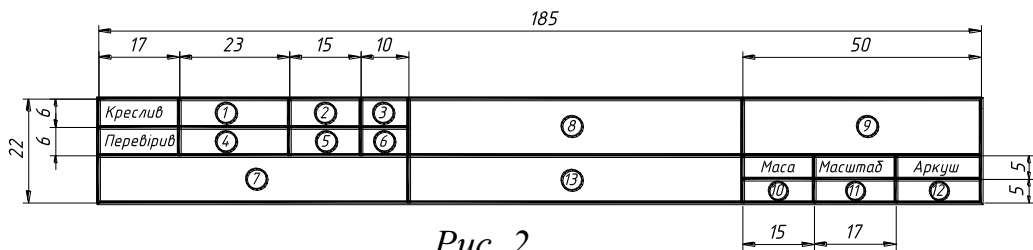


Рис. 2

В умовах виробництва позначення креслення означає індекс організації – розробника (перші чотири букви або букви і цифри) і дає класифікаційну характеристику виробу (решта цифр). Для навчальних креслень прийнято наступне позначення: НГКГД – індекс кафедри нарисної геометрії, комп’ютерної графіки та дизайну, далі повинна бути крапка, шість цифр, крапка і три цифри. Перші три цифри із шести відводяться для номера завдання, наступні три – номер варіанту, три останні цифри після крапки заповнюються нулями. Таке ж позначення, повернуте на  $180^0$ , вписують у рамку у верхньому лівому куту. На прикладах робіт, що наводяться далі, позначення відповідає 31-му варіанту. Решта написів такі: 10 – маса виробу (не заповнюється); 11 – масштаб; 12 – номер аркуша даної роботи (не заповнюється); 13 – матеріал виробу (в даному випадку теж не заповнюється).

Всі написи виконуються шрифтом за ГОСТом 2.304-81 – „Шрифти креслярські”, розмір шрифту 10 (для написання позначення), 5 або 3,5. Висота прописних (великих) літер визначається номером шрифту, а строчних (малих) – береться на один розмір менше із стандартного ряду розмірів 2,5; 3,5; 5; 7; 10.

### Послідовність виконання першого завдання „Точки на поверхні геометричних тіл”

У першому завданні необхідно побудувати комплексне креслення з трьох проекцій і аксонометричні зображення чотирьох геометричних тіл. Кожне геометричне тіло на завданні зображене

двома проекціями, на одній із яких задана точка або лінія на поверхні. Вам потрібно за розмірами перекреслити завдання, побудувати профільну проекцію кожного із чотирьох геометричних тіл і відсутні проекції точок або ліній. Видимі точки, що лежать на поверхні тіла, слід позначати колами діаметром 2...3 мм, невидимі – затемненими колами, видимі лінії – суцільними основними, невидимі – тонкими штриховими. Види аксонометрії позначені на завданні двома початковими буквами: ПІ – прямокутна ізометрія, ПД – прямокутна диметрія, ФД – фронтальна диметрія.

Оскільки всі геометричні тіла (крім сфери) мають однакову висоту, рівну 60 мм, то доцільно їх фронтальні і профільні проекції розташувати між двома паралельними прямими. Щоб вони були розташовані рівномірно на робочому полі, потрібно накреслити осі для фронтальних проекцій та центрові лінії для горизонтальних проекцій за розмірами, вказаними на рис. 3. Далі - перекреслити із завдання фронтальну і горизонтальну проекції циліндра, конуса і гранного тіла (призми або піраміди) у верхній частині аркуша, а сферу – внизу зліва (готовий приклад виконання показано на рис. 4).

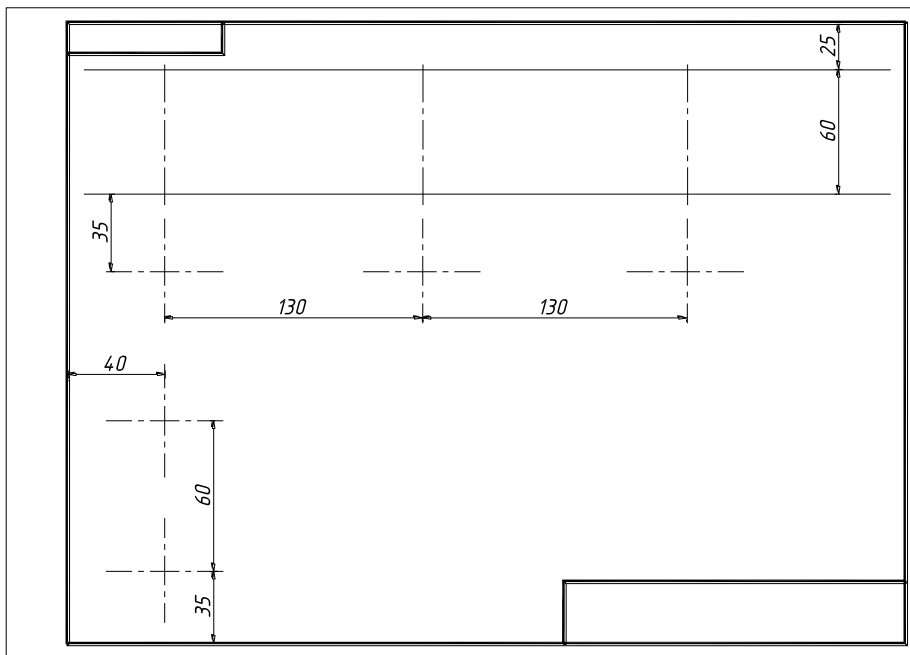


Рис. 3

При побудові призми або піраміди може виникнути питання поділу кола на певну кількість рівних частин. Якщо таких частин чотири, то поділ здійснюється взаємно перпендикулярними штрихпунктирними лініями, які проводять через центр кола (центрові лінії). Поділ кола на шість частин здійснюється циркулем, розхил ніжок

якого дорівнює радіусу кола. Якщо частини три, то поділивши коло на шість рівних частин, потрібно сполучити точки поділу прямими лініями через одну (пропускати одну точку поділу). Взагалі поділ кола на будь-яку кількість рівних частин можна здійснити за допомогою таблиці з наведеними довжинами хорд для кола, радіус якого дорівнює одиниці. Якщо, наприклад, потрібно коло поділити на 5 рівних частин, то довжина хорди (поділки) для кола одиничного радіуса дорівнює 1,176 мм, а для кола радіуса 25 мм хорда буде дорівнювати  $1,176 \text{ мм} \times 25 = 29,4 \text{ мм}$ .

Число поділок	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Довжина хорди	1,176	1,0	0,868	0,765	0,684	0,618	0,563	0,518	0,479	0,445	0,416	0,39	0,368

Одержану величину відрізка потрібно відкласти на колі 5 разів, починаючи із точки на центровій лінії. При побудові профільної проекції тіла постійну креслення потрібно провести так, щоб зображення помістилося у відведене місце. Для цього приблизно на відстані 25 мм правіше від вертикальної осі фронтальної проекції беруть точку на рівні основи і проводять постійну креслення. Оскільки всі геометричні тіла є тілами обертання або вписані в них, то їх відносимо до своєї місцевої системи координат, початок координат якої служить початком відліку для побудови точок на поверхні. Вісь  $Oz$  розташовується так, що вона збігається із віссю обертання, а осі  $Ox$  і  $Oy$  знаходяться або в основі геометричного тіла, або виходять із центра кулі. Їх потрібно позначити буквами із відповідними індексами на всіх трьох проекціях. На вільному місці, що залишилося, креслять задану аксонометрію кожного геометричного тіла і будують на їх поверхнях точки або лінії відповідно до комплексних креслень. Побудову точок і ліній на поверхні тіл розглянуто у робочому зошиті на с. 48, 49 (лабораторні заняття №2 і №3), а побудову сфери в аксонометрії із вирізом однієї восьмої частини – на с. 8 (ПІ) і с. 10 (ПД). В кінці роботи основні лінії наводять, зайві видаляють (в тому числі горизонтальні лінії, між якими розташовані фронтальні та профільні проекції), проводять розмірні лінії і проставляють розміри. Приклад виконання (у зменшеному вигляді) показано на рис. 4.

## Послідовність виконання другого завдання „Позиційна та комплексна задача”

Друге завдання складається із двох частин: у лівій частині робочого поля формату потрібно розв’язати позиційну задачу на знаходження лінії перетину двох трикутних відсіків площин загального положення і визначити видимість, а в правій – комплексну задачу, яка може включати декілька простих як на взаємне положення геометричних елементів у просторі (позиційна задача), так і на вимірювання відстаней, кутів, побудову перпендикулярів і т. п. (метрична задача). Виконання завдання слід починати із позиційної задачі. Оскільки вершини трикутників  $ABC$  і  $DEF$  задаються координатами, то спочатку потрібно побудувати осі координат. Вертикальну пряму, на якій будуть позначені осі  $Oz$  і  $Oy$ , потрібно провести якомога ближче до лівої сторони рамки формату, щоб залишилося місце для комплексної задачі. Для цього визначають найбільшу координату  $x$  серед перерахованих шести точок, додають до неї 10...15 мм і одержують відстань, на яку потрібно відступити від лівої сторони формату. Вісь  $Ox$  можна провести посередині або ж знову таки відступити від верхньої сторони рамки вниз на величину, рівну максимальному значенню координати  $z$  плюс 10...15 мм. При цьому внизу залишиться вільне місце для запису алгоритму розв’язання.

За даними координатами потрібно побудувати фронтальну та горизонтальну проекції трикутників. Оскільки лінією перетину трикутних відсіків завжди буде пряма, то достатньо знайти дві точки, через які вона проходить. Кожну точку знаходять наступним чином. Беруть один із трикутників і якусь сторону іншого трикутника (наприклад,  $\triangle ABC$  і сторону  $DF$ ) і знаходять точку перетину цієї сторони із вибраним трикутником. Потім цю задачу розв’язують повторно, взявши іншу сторону трикутника (наприклад  $FE$ ). Одержані дві точки сполучають відрізком прямої, яка і буде лінією перетину двох площин. Знаходження точки перетину прямої із площиною, а також лінії перетину двох площин розглянуто в робочому зошиті на с. 55 (задачі 3 і 4). У принципі можна було б ще раз розв’язати задачу на знаходження точки перетину третьої сторони  $DE$  із трикутником  $ABC$ , а також ще аналогічні задачі, взявши  $\triangle DEF$  і по черзі кожную сторону  $\triangle ABC$  і одержати шість точок, які будуть лежати на спільній прямій. Однак нам достатньо двох точок, причому шукаємо такі варіанти із можливих шести, при яких шукані точки перетину будуть знаходитися в межах робочого поля креслення. Щоб не шукати вказані варіанти, рекомендується взяти  $\triangle ABC$  і по чергово дві сторони

$DE$  і  $EF$ , так як показано на прикладі виконання (рис. 5). Видимість визначають методом конкуруючих точок.

Виконання другої частини завдання – комплексної задачі – теж починається із проведення осей координат. Вертикальну пряму для осей  $Oz$  і  $Oy$  проводять лівіше від правої сторони рамки креслення на відстані 10 мм. Розташування осі  $Ox$  визначають аналогічно (як у позиційній задачі). За заданими координатами необхідно накреслити вихідні умови і розробити алгоритм розв'язування, уявивши просторову модель задачі.

Послідовність розв'язання комплексної задачі пояснимо на прикладі (на рис. 5 представлено розв'язану задачу). Дано: площина  $\alpha$  ( $\triangle ABC$ ) і відрізок  $CD$  прямої загального положення. Виконати:

1) через точку  $D$  провести площину, перпендикулярну площині  $\triangle ABC$ ;

2) знайти лінію перетину  $\triangle ABC$  із побудованою площиною.

#### Алгоритм розв'язання

Виходячи із визначення, що „дві площини взаємно перпендикулярні, якщо одна із них проходить через пряму, перпендикулярну до другої площини” (п. 6.3 на с. 21 робочого зошита), приходимо до висновку, що із точки  $D$  потрібно провести перпендикуляр до  $\triangle ABC$ . Для цього в площині  $\triangle ABC$  проводимо фронталь  $f$  і горизонталь  $h$  і після цього – перпендикуляр  $DE$ . Перпендикуляр обмежуємо точкою  $E$  довільно, продовживши перед цим горизонтальну проекцію горизонталі і фронтальну проекцію фронталі, щоб можна було показати прямі кути. Перпендикуляр  $DE$  і пряма  $CD$  утворюють площину, перпендикулярну площині  $\triangle ABC$ . Перед виконанням другого пункту задачі візьмемо до уваги, що лінією перетину двох площин є пряма лінія – геометричне місце точок, які одночасно належать обом площинам. Щоб побудувати лінію перетину, потрібно мати принаймні дві точки. Одна така точка є – це точка  $C$ . Потрібно знайти ще одну точку. Для цього проведемо фронтально-проекціювальну площину  $\tau$  так, щоб вона перетнула відсіки обох площин. Далі шукаємо точку, спільну для трьох площин (в п. 5.3 на с. 18 робочого зошита це зроблено двічі). На рис. 5 такою точкою є точка  $II$ . Оскільки вона належить одночасно трьом площинам, то що вона спільна і для двох. Сполучаємо точки  $II$  і  $I \equiv C$  прямою лінією і наводимо в межах відсіку. На рис. 5 показано, що проекції кінців відрізка лінії перетину знаходяться на спільній лінії зв'язку, що підтверджує правильність розв'язку.

Для полегшення складання алгоритму наводимо підказки для задач всіх варіантів, а також подібні задачі із робочого зашита (скорочено р. з.).

*Варіант 1.* Повторити п. 5.5 на с. 18 р. з., задачу 5,а на с. 58 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 2.* Перший пункт задачі належить до методу прямокутного трикутника. Якщо за цим методом ми знаходимо натуральну величину відрізка за допомогою різниці висот  $\Delta z$ , яку відкладаємо під прямим кутом до горизонтальної проекції, то в даному випадку задача обернена. Не маючи величини  $\Delta z$ , ми можемо її знайти, провівши до горизонтальної проекції відрізка  $KL$  пряму під прямим кутом і побудувавши гіпотенузу, яка рівна натуральній величині відрізка (знаходження точки на катеті здійснюється за допомогою циркуля). Знайдену величину  $\Delta z$  можна відкласти або вище фронтальної проекції точки  $K$ , або нижче (два розв'язки). Рекомендується відкласти  $\Delta z$  вниз (при цьому покращується розв'язок). Стосовно другого пункту потрібно повторити задачу 5,а на с. 58 р. з. і мати на увазі, що геометричним місцем точок в площині  $\Delta ABC$  буде пряма лінія – результат перетину  $\Delta ABC$  із побудованою площиною – геометричним місцем точок, рівновіддалених від  $K$  і  $L$ .

*Варіант 3.* Повторити п. 5.3. на с. 18 р. з., причому слід мати на увазі, що допоміжні січні площини можуть бути не тільки площинами рівня, а і проекціювальними. Повторити п. 6.2 на с. 20 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 4.* Повторити задачу 6,б на с. 58 р. з., п. 5.3 на с. 17, 18 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 5.* В першому пункті задачі потрібно із кінця відрізка  $KL$  провести перпендикуляр до площини  $\Delta ABC$  (повторити п. 6.3,а на с. 21 р. з.). Повторити п. 5.3 на с. 18 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 6.* Повторити задачу 4,б на с. 57 р. з. Оскільки трикутник рівнобедрений, то його вершина  $N$  буде знаходитись в площині  $\Delta ABC$ . Будь – яка точка площини  $\Delta ABC$ , будучи сполучена із точками  $M$  і  $K$ , дасть рівнобедрений трикутник. Додаткова умова належності точки  $N$  прямій  $DE$  приводить до висновку, що точку  $N$  потрібно шукати як результат перетину прямої  $DE$  із площиною  $\Delta ABC$  (повторити задачу 3 на с. 55 р. з.). Повторити п. 4.1 на с.12.

*Варіант 7.* Повторити п. 5.3 на с. 18 р. з., п. 6.3,а на с. 21, задачу 3 на с. 55, п.4.1 на с. 12.

*Варіант 8.* Повторити п. 3 на с. 20 р. з. Для того, щоб знайти точку перетину прямої із площиною  $\Pi_1$ , необхідно продовжити її фронтальну проекцію до перетину із віссю  $Ox$  і знайти горизонтальну



проекцію точки на продовженні горизонтальної проекції прямої. Повторити п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 9.* Пряма, паралельна одночасно двом площинам, визначається як пряма, паралельна лінії перетину цих площин. Повторити задачу 4 на с. 55 р. з. Натуральна величина відстані від точки до площини визначається перпендикуляром, проведеним із точки до площини. В цьому допоможе повторення задачі 4,б на с.57. Повторити п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 10.* Оскільки потрібно провести пряму  $KM$  так, щоб вона була перпендикулярною до  $AB$ , то потрібно задати спочатку площину із точки  $K$ , перпендикулярну до  $AB$ . Всі прямі, що лежатимуть у цій площині, будуть перпендикулярні до  $AB$ . Якщо знайти точку  $M$  перетину цієї площини із прямою  $CD$  і сполучити із точкою  $K$ , то це і буде шукана пряма. Площину із точки  $K$  задати фронталлю і горизонталлю. При знаходженні точки перетину січну допоміжну площину доцільно взяти горизонтально-проекціовальною, при цьому горизонтальну проекцію  $C_1D_1$  слід продовжити. Корисно повторити п. 6.4 на с. 21 р. з., задачу 3 на с. 55, п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 11.* Повторити задачу 9 на с. 59 р. з., задачу 4,б на с. 57, п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 12.* Повторити задачу 1 на с. 57 р. з., п. 4.1 на с.12, задачу 5,б на с. 58.

*Варіант 13.* Повторити задачу 6,б на с. 58 р. з. При знаходженні точки перетину трьох площин за січну площину взяти  $\tau$  і знайти почергово лінії перетину її із площиною  $\Delta ABC$  і побудованою площиною  $\beta$ . Перетин знайдених прямих дасть точку  $M$ . Повторити п. 5.3 на с. 18 р. з., п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 14.* Повторити задачу 6,б на с. 58 р. з. Для знаходження лінії перетину площин застосовувати допоміжні січні площини (с. 18 р. з.), краще фронтальні. Повторити п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 15.* Повторити п. 6.1 на с. 19 р. з. і другий приклад в цьому пункті. Повторити задачу 3 на с. 55 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 16.* Повторити задачу 5,а на с. 58 р. з. Точка  $E$  буде результатом перетину прямої  $CD$  із побудованою площиною. Повторити задачу 3 на с. 55 і п. 4.1 на с. 12. Слід мати на увазі, що знайдені відстані від точок  $A$  і  $B$  мають бути однакою (перевірити).

*Варіант 17.* Для побудови горизонтальної проекції відрізка прочитайте роз'яснення у варіанті 2. Відмінність полягає в тому, що задана не горизонтальна, а фронтальна проекція, однак метод розв'язання однаковий. Горизонтальну проекцію точки  $L$  слід відкласти нижче від такої ж проекції точки  $K$ . Побудувати

геометричне місце точок; рівновіддалених від  $K$  і  $L$  (задача 5,а на с. 58 р. з.). Знаходження таких же точок в площині  $\triangle ABC$  полягає в побудові лінії перетину двох площин. Для цього можна використати перший або другий алгоритм, описаний в п. 5.3 на с. 17, 18.

*Варіант 18.* Повторити задачу 9 на с. 59 р. з. Щоб провести через точку  $K$  площину за заданими умовами, необхідно із неї провести дві прямі: одну – перпендикулярну площині  $\alpha$  ( $ABCD$ ), другу – паралельну до прямої  $EF$ . Повторити п. 6.3,а на с. 21. Оскільки в задачі буде проведено дві горизонталі і дві фронталі, одну із них потрібно позначити відповідною літерою із штрихом. Повторити п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 19.* Повторити задачу 8 на с. 59 р. з., задачу 4,б на с. 57 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 20.* Повторити п. 5.3 на с. 18 р. з. При побудові відрізка заданої довжини прямої загального положення потрібно спочатку обмежити його (довільно), знайти натуральну величину довільно обмеженого відрізка, а тоді вже шукати точку  $N$ , як це зроблено в пункті 6.2 на с. 20. Повторити задачу 5, а на с. 58.

*Варіант 21.* Повторити задачу 6,б на с. 58 р. з. Для знаходження точки перетину трьох площин використати фронтально-проекціювальну площину  $\tau$  як січну. Повторити п. 5.3 на с. 18, в якому точка перетину трьох площин знаходиться двічі. Повторити п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 22.* Повторити п. 5.5,а на с. 18 р. з., задачу 5,а на с. 58, п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 23.* Щоб провести через точку  $K$  площину  $\beta$  за заданими умовами, необхідно із неї провести дві прямі: одну – перпендикулярну площині  $\triangle ABC$ , другу – паралельно до прямої  $DE$ . Повторити п. 6.3,а на с. 21 р. з. Точка  $M$  буде точкою перетину прямої  $DE$  з площиною  $\triangle ABC$ . Повторити задачу 3 на с. 55. За січну площину краще брати горизонтально-проекціювальну. Повторити п. 4.1 на с.12.

*Варіант 24.* Пряма  $KM$  буде паралельною до лінії перетину площин  $\alpha$  і  $\tau$ . Повторити задачі 2 і 4 на с. 55 р. з. Повторити задачу 4,б на с. 57, п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 25.* Повторити п. 2 на с. 20 р. з., задачу 6,а на с. 58. Натуральну величину відстані знаходять, як відстань від точки  $K$  до точки перетину перпендикуляра із площиною  $\beta$ . Повторити задачу 3 на с. 55 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 26.* Повторити п. 5.5,а на с. 18 р. з., п. 4.1 на с. 12 та задачу 5,а на с.58.

*Варіант 27.* Повторити п. 2 на с. 20 р. з., задачу 4,б на с. 57. Натуральна величина відстані визначається як довжина перпендикуляра від точки  $B$  до точки перетину його із площиною  $\alpha$ . Повторити п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 28.* Повторити п. 2 на с. 20 р. з. Вершина  $K$  прямокутного трикутника є результатом перетину прямої  $CD$  із побудованою площиною. Повторити задачу 3 на с. 55 і п. 4.1 на с.12.

*Варіант 29.* Повторити п. 2 на с. 20 р. з. Вершина  $E$  прямокутника є результатом перетину прямої  $CD$  із побудованою площиною. Повторити задачу 3 на с. 55 і п. 4.1 на с. 12.

*Варіант 30.* Повторити задачу 4,б на с. 57 р. з., п. 5.4 на с. 18. Натуральна величина відстані між паралельними площинами вимірюється довжиною спільного перпендикуляра від точки  $K$  до точки його перетину із площиною  $\Delta ABC$ . Повторити п. 4.1 на с. 12.

### **Послідовність виконання третього завдання "Задачі на методи перетворення проєкцій"**

Аркуш креслярського паперу формату А3 необхідно підготувати до роботи, накресливши перед цим лінії, що обмежують робоче поле, на відстані 20 мм зліва від краю аркуша і на відстані 5 мм від решти країв аркуша. В межах робочого поля залишаємо місце для основного напису і позначення креслення, для чого у нижньому правому і верхньому лівому кутах потрібно накреслити рамки розмірами 185×22 мм і 70×14 мм відповідно.

Третє завдання складається із двох задач, причому одна задача на знаходження натуральної величини трикутника методом обертання навколо лінії рівня є у кожному варіанті, а друга задача на побудову піраміди або призми методом заміни площин проєкцій або методом плоскопаралельного переміщення залежить від номера варіанту, який виконує студент. Вихідними даними для обох задач є трикутник  $ABC$ , відсік площини загального положення задано координатами його вершин. Виконання завдання рекомендується починати із задачі на побудову призми або піраміди. Для цього необхідно накреслити осі координат. Їх розміщення на робочому полі студент може вибирати самостійно. Однак, виходячи із міркувань раціонального розташування задач на робочому полі, рекомендується осі накреслити наступним чином. Вісь  $Ox$  креслять на відстані 120 мм від верхньої лінії рамки робочого поля. Початок координат (точку  $O$ ) на осі  $Ox$  вибирають так, щоб відстань від неї до лівої лінії рамки робочого поля була на 20 мм більшою від максимального значення координати  $X$  одної із трьох заданих точок – вершин трикутника  $ABC$ . Через

одержану точку  $O$  креслять вертикальну пряму на якій позначають осі ( $Oz$  вгорі і  $Oy$  внизу).

На першому етапі виконання задачі незалежно від методу перетворення проєкцій (переміни площин проєкцій або плоскопаралельного переміщення) необхідно знайти натуральну величину трикутника  $ABC$ . Для обох методів цей етап показано в робочому зошиті (р. з.) на с. 26 (задача 4 для методу переміни площин проєкцій) і на с. 28 (задача 4 для методу плоскопаралельного переміщення). Після цього доцільно перейти до виконання другої задачі. На вільному місці робочого поля, що залишилося справа, необхідно знову побудувати дві проєкції трикутника  $ABC$ . Задача полягає в знаходженні натуральної величини трикутника методом обертання навколо лінії рівня (горизонталі або фронталі площини трикутника). Задача на обертання навколо горизонталі показано в р. з. на с. 29. На рис. 6 і 7 показано проміжний етап виконання завдання, на яких знайдено натуральну величину трикутника  $ABC$  двома методами. Для самоконтролю необхідно перевірити рівність відповідних сторін трикутників на їх натуральних величинах. На рис. 6 показано знаходження натуральної величини трикутника методом переміни площин проєкцій і обертанням навколо фронталі, а на рис. 7 – методом плоскопаралельного переміщення і обертанням навколо горизонталі. При розв'язуванні другої задачі при достатній кількості вільного місця натуральну величину трикутника будують за межами проєкції (рис. 6), а при недостатній – накладають на проєкцію (рис. 7). В останньому випадку натуральну величину трикутника бажано заштрихувати. Студент сам вирішує, яким чином поступити, оцінивши величину вільного місця, що залишилося справа. Відповідно будує осі координат – далі від правої лінії робочого поля (рис. 6), або ж ближче (рис. 7).

Другий етап виконання завдання полягає в побудові на трикутнику  $ABC$  як на основі піраміди або призми. Розглянемо по черзі побудову піраміди, а потім призми. **Піраміда.** Висота піраміди може виходити із центра вписаного в трикутник або описаного навколо нього кола. Центр вписаного кола знаходиться на перетині бісектрис кутів у вершинах трикутника, а центр описаного – на перетині перпендикулярів, проведених із середин сторін трикутника. Ці лінії можна не показувати, але на підтвердження того, що центри знайдені правильно, на натуральній величині трикутника потрібно показувати відповідні кола (в прикладах виконання на рис. 8 показано вписане коло, а на рис. 9 – описане). Далі центр кола (основу перпендикуляра точку  $O$ ) за допомогою ліній зв'язку знаходять в

площині трикутника  $ABC$ , який проєкціюється відрізком прямої. Надалі побудову піраміди розглянемо окремо методом переміни площин проєкцій і плоскопаралельного переміщення.

Метод переміни площин проєкцій. Із точки  $O_4$  (проєкції основи висоти в площині  $\Pi_4$ ) відкладають перпендикуляр заданої довжини до основи трикутника, яка проєкціюється відрізком (на рис. 8 довжина перпендикуляра – висоти  $OS$  трикутника – дорівнює 60 мм). Точку  $O_1$  у площині  $\Pi_1$  знаходять за допомогою лінії зв'язку, проведеної із точки  $O_4$  перпендикулярно осі  $X_{14}$ , при цьому відстань від неї до точки  $O_1$  беруть в площині  $\Pi_5$  (від осі  $X_{45}$  до точки  $O_5$ ). Проєкція висоти  $O_1S_1$  паралельна осі  $X_{14}$ , тому проєкцію точки  $S_1$  знаходять на перетині вказаної проєкції і лінії зв'язку, яку проводять із  $S_4$  перпендикулярно осі  $X_{14}$ . Рухаючись із знайдених проєкцій  $O_1$  і  $S_1$  по лініях зв'язку вгору на площину  $\Pi_2$ , знаходять проєкції  $O_2$  і  $S_2$  на певних відстанях від осі  $X_{12}$ , позначених на рис. 8 відповідними значками (ці відстані беруться в площині  $\Pi_4$ ). У площинах проєкцій  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  сполучають знайдені проєкції вершини піраміди із відповідними проєкціями вершин трикутника.

Метод плоскопаралельного переміщення. Після того, як центр кола (проєкцію  $\overline{O_2}$ ) знайдено в площині  $\Pi_2$  (рис.9), потрібно його побудувати в новому положенні (проєкція  $\overline{O_2}$ ). Це робиться за допомогою заміру до однієї із точок (вершин) трикутника  $ABC$ , який в обох положеннях проєкціюється відрізком прямої. Горизонтальна проєкція  $\overline{O_1}$  будується за допомогою ліній зв'язку. З  $\overline{O_2}$  потрібно побудувати проєкцію висоти  $\overline{O_2S_2}$  заданої довжини (при цьому слід мати на увазі, що її можна відкладати в одну або протилежну сторону залежно від наявності вільного місця). Проєкція вершини  $\overline{S_1}$  знаходиться по лініях зв'язку, при цьому проєкція  $\overline{O_1S_1}$  має бути паралельною осі  $Ox$ . Далі знаходять проєкцію  $O_1S_1$  в горизонтальній площині вихідного завдання.

Оскільки горизонтальна проєкція трикутника  $\overline{A_1B_1C_1}$  була побудована плоскопаралельним переміщенням трикутника  $A_1B_1C_1$  в нове положення, то тепер потрібно ніби повернути трикутник  $\overline{A_1B_1C_1}$  у попереднє положення, „прихопивши” із собою висоту  $OS$ . Побудову проєкцій точок  $O_1$  і  $S_1$  можна здійснити за допомогою циркуля методом засічок. Фронтальні проєкції  $O_2$  і  $S_2$  будують за допомогою ліній зв'язку. Вершину  $S$  сполучають із вершинами трикутника  $ABC$  на обох проєкціях. Висоту  $OS$  на вихідних проєкціях показують штрих-пунктирною лінією. Видимість ребер або сторін основи визначають методом конкуруючих точок.

**Призма.** Побудова призми на першому етапі одним із методів перетворення проєкцій (переміни площин проєкцій або плоскопаралельного переміщення) здійснюється за тими ж правилами, що і піраміди. Тому студент, якому за своїм варіантом випало будувати призму, повинен спочатку вивчити побудову піраміди, особливо перший етап (рис. 6 і 7).

Ребра призми заданої довжини потрібно провести під заданим кутом до основи трикутника  $ABC$ , яка проєкціюється прямолінійним відрізком (на рис. 10 і 11 величина кута і довжина ребра показані за допомогою розмірних ліній). Ребра можна проводити в одну із сторін від основи за умови наявності вільного місця. При необхідності допускається накладання проєкцій.

### **Послідовність виконання четвертого завдання "Задачі на метод повних перерізів"**

Метод повних перерізів застосовується до геометричних тіл із гранними (призматичними) отворами і вирізами. Кожному студенту згідно зі своїм варіанта пропонується два геометричних тіла: одне гранне, інше криволінійне. Контури отвору або вирізу задаються тільки на фронтальній проєкції фронтально-проєкціювальними площинами. Контури отвору потрібно побудувати на горизонтальній і профільній проєкціях, невидимі лінії позначити штриховими. Крім того, для гранного тіла потрібно побудувати аксонометричне зображення (вид аксонометрії студент вибирає самостійно), а для криволінійного – заданий переріз. Приклад виконання наведено на рис. 12. Алгоритм розв'язання задачі наведено в р.з. на с. 34, а також на с. 67.

При виконанні завдання потрібно звернути увагу на наступне.

Основні орієнтовні розміри вказані на завданні. При виконанні роботи графічні зображення на форматі студент розміщує самостійно, не порушуючи зв'язку між проєкціями. Розміри вказувати не обов'язково. Для того, щоб правильно побудувати проєкції тіла із отвором або вирізом, необхідно дотримуватися алгоритму, наведеного в р.з. на с. 34. Пам'ятайте, що число повних перерізів тіла повинне відповідати числу площин, які утворюють ці перерізи. Зокрема, якщо перерізи симетричні відносно осі симетрії тіла, то на одній із проєкцій вони можуть збігатися. Та частина перерізів, яка належить контуру отвору або вирізу, повинна бути наведена основною лінією, решта залишається наведена тонкою лінією. Видаляти лінії перерізу, що не належать контуру отвору або вирізу не потрібно, оскільки при цьому важко визначити правильність розв'язку.

При побудові аксонометричного зображення спочатку будується гранне тіло без отвору або вирізу. Після цього тонкими лініями наносяться перерізи за координатами окремих вершин. Частина перерізів, що належать контуру отвору або вирізу, необхідно навести, зайві лінії тіла, що вирізалось отвором (вирізом), видалити. Ще раз звертаємо увагу на те, що лінії повних перерізів на аксонометричному зображенні витирати не потрібно (так як і на проєкціях).

Побудова заданого перерізу теж здійснюється спочатку без врахування вирізу або отвору. Для конічних і циліндричних моделей це можуть бути еліпси. Для їх побудови необхідно знати велику і малу осі. Побудова еліпса при перерізі конуса наведена в р. з. на стор. 31 і в прикладі виконання (рис. 12), а для циліндра – на с. 67 р. з. Для конуса можуть бути також інші перерізи – парабола (рис. 12), гіпербола (р. з., с. 65, задача 1,а), трикутник (р. з., с. 34). Після побудови перерізу наносяться межі отвору або вирізу і потрібна частина штрихується. Повністю виконане завдання показано на рис. 12.

### **Послідовність виконання п'ятого завдання "Знаходження лінії перетину геометричних тіл. Побудова розгортки відсіку поверхні"**

Студентові пропонується розв'язати три задачі: 1) побудова лінії перетину двох геометричних тіл методом допоміжних січних площин; 2) побудова лінії перетину методом січних концентричних або ексцентричних сфер; 3) побудова розгортки відсіку поверхні, який заданий на одній із розгортних поверхонь у попередніх задачах.

Як і в попередньому завданні, у варіантах вказані деякі орієнтовані розміри. Решту розмірів студент визначає самостійно, виходячи із дотримання пропорцій. При виконанні завдання розміри проставляти не обов'язково.

Приклади виконання завдання наведено на рис. 13 і 14, причому на рис. 13 побудована розгортка циліндричного відсіку поверхні, заданого в першій задачі і в другій задачі побудована лінія перетину методом січних концентричних сфер. На рис. 14 перша задача аналогічна, а друга виконана методом січних концентричних сфер. Розгортка побудована для заданого відсіку конічної поверхні в другій задачі. При виконанні свого варіанту студент повинен детально вивчити розв'язання тих задач на рис. 13 і 14, які найбільш подібні до його задач.

Розглянемо деякі особливості розв'язання задач цього завдання. У першій задачі побудовано лінію перетину геометричних тіл методом допоміжних січних площин. На рис. 13 ці площини є фронтальними, а на рис. 14 – горизонтальними. Вид площини студент

вибирає, виходячи із найпростіших перерізів, які вона дає при розрізі геометричних тіл. На рис. 14, наприклад, вибирати фронтальні січні площини недоцільно, оскільки в перерізі конуса будуть гіперболи, а в перерізі бочкоподібного тіла – невизначені криві (окрім площин симетрії, яка проходить через вершину конуса і для якої перерізами будуть фігури, що збігаються із проекціями тіл на площині  $\Pi_2$ ). Потрібно звернути увагу також на наступне. В першій задачі на рис. 13 одним із тіл є циліндр і лінія перетину, яка одночасно належить двом тілам, повністю розташована на його бічній поверхні, тому лінія перетину на площині  $\Pi_1$  збігається із колом – проекцією бічної поверхні циліндра. В аналогічній задачі на рис. 14 бічна поверхня жодного із тіл (конус і "бочка") не проекціюється в лінію, тому лінію перетину необхідно було будувати на обох проекціях.

Друга задача на рис. 13 розв'язана методом січних концентричних сфер. Для її застосування повинно виконуватися три умови: 1) обидва тіла повинні бути тілами обертання; 2) осі тіл обертання повинні перетинатися; 3) осі тіл обертання повинні бути паралельні до одної із площин проекцій (на наведеному прикладі виконання і у варіантах завдань вони паралельні до  $\Pi_2$ ). Методика розв'язування задачі наведена на с. 36 р. з. Лінія перетину спочатку будується на фронтальній проекції, а потім переноситься на горизонтальну, як лінія, що належить одній із поверхонь. На рис. 13, наприклад, вона побудована по чотирьох точках, що належать похилому циліндру: точки 1 і 2 знаходяться в  $\Pi_2$  на крайніх твірних циліндра, які переносяться на середні твірні на площину  $\Pi_1$  і точки 3 і 4 навпаки – на  $\Pi_2$  знаходяться на середніх твірних і переносяться на  $\Pi_1$  на крайні твірні.

Якщо одна із поверхонь обертання є тором, то застосовується метод січних ексцентричних сфер (рис. 14). Методика розв'язування задачі наведена на с. 37 р. з. внизу. Його особливість є те, що центр січної сфери для кожної січної площини  $\tau$  змінює своє положення. Лінія перетину спочатку будується на площині  $\Pi_2$ , а потім переноситься на площину  $\Pi_1$  аналогічно попередньому випадку. Площина  $\tau$  вибирається так, щоб в перерізі тора було коло, тобто вона повинна проходити через його вісь обертання. Число площин (і відповідних побудованих точок) може бути довільним; для розв'язання задачі достатньо 1 – 2 площин.

Для розв'язання третьої задачі необхідно вивчити методику побудови розгортки відсіків циліндра і конічної поверхні в р.з. на с. 39. Побудова розгортки може поєднуватися із розв'язком однієї із задач, як показано на рис.8 для циліндричного відсіку, або ж цей



відсік в проекціях може бути накреслений окремо, як показано на рис. 14 для відсіку конуса.

Для побудови розгортки циліндричного відсіка рекомендується розділити його основу на рівну кількість частин. На рис. 13 таких частин 8, причому через точки поділу проходять січні фронтальні площини. Це спрощує побудову розгортки, оскільки знайдені точки лінії перетину на розгортці знаходяться на рівних відстанях. Ця відстань в даному випадку дорівнює  $\frac{1}{8}$  довжини дуги кола – основи циліндра, тобто  $\frac{\pi r}{4}$ , де  $r$  – радіус. Цю величину можна також визначити графічно, як відстань між двома сусідніми точками поділу на колі (при цьому точність буде меншою). Вісім таких відрізків відкладають на прямій лінії – розгортці кола і по лініях зв'язку будуть точки на розгортці, що належать лінії перетину. Циліндр ніби "розкочують" на площину, при цьому потрібно визначитися, з якої твірної почати таке "розкочування". На рис. 13 такою початковою твірною є твірна, на якій розташована точка 1.

При побудові розгортки конічного відсіку зручніше накреслити його проекції окремо на вільному місці, як показано на рис. 14. Сама розгортка теж будується на вільному місці, причому почати слід із розгортки конуса, обмеженого не лінією перетину, а певним колом – основою конуса. На рис. 14 за таку основу прийняте коло, яке проходить через найбільш віддалені від вершини конуса точки 3 і 4. Розгорткою такого конуса буде сектор із кутом при вершині  $\alpha = 360 \cdot R/L$  і побудова якого показана в р.з. на с.39. Побудову можна здійснювати також графічним способом з розбивкою основи конуса на рівні частини (як правило, 8 частин). На розгортці конуса його коло радіуса  $R$  перетворюється в дугу на секторі радіуса  $L$  – довжини твірної. Отже довжини  $S$  цих дуг на конусі і на його розгортці однакові. З цього і виходять при побудові окремих точок, що належать лінії перетину. На рис. 14 це показано на прикладі побудови точок 3 і 4, на якому фігурними дужками показані рівні дуги на основі конуса і на його розгортці.

НГКГД.001031.000

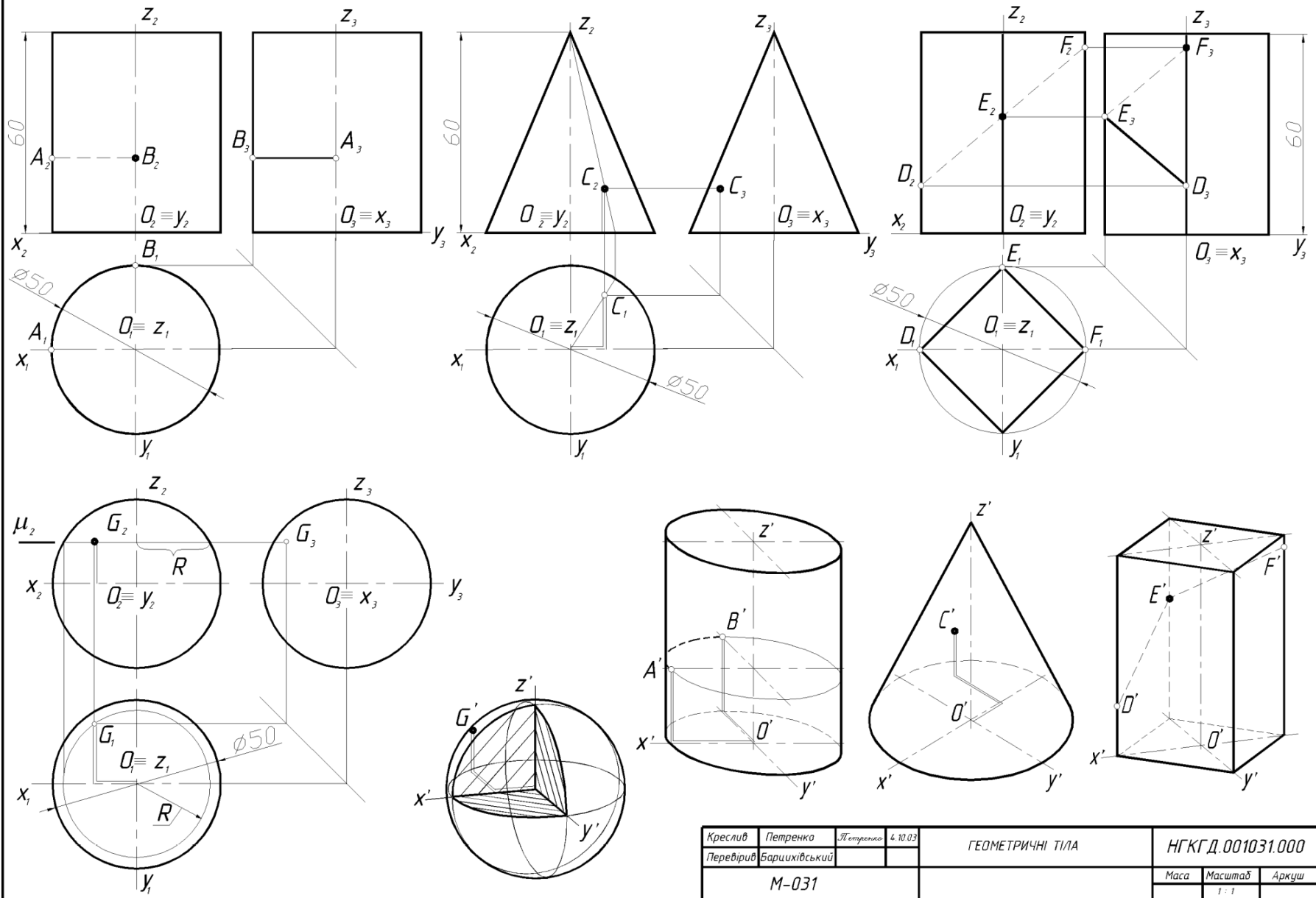
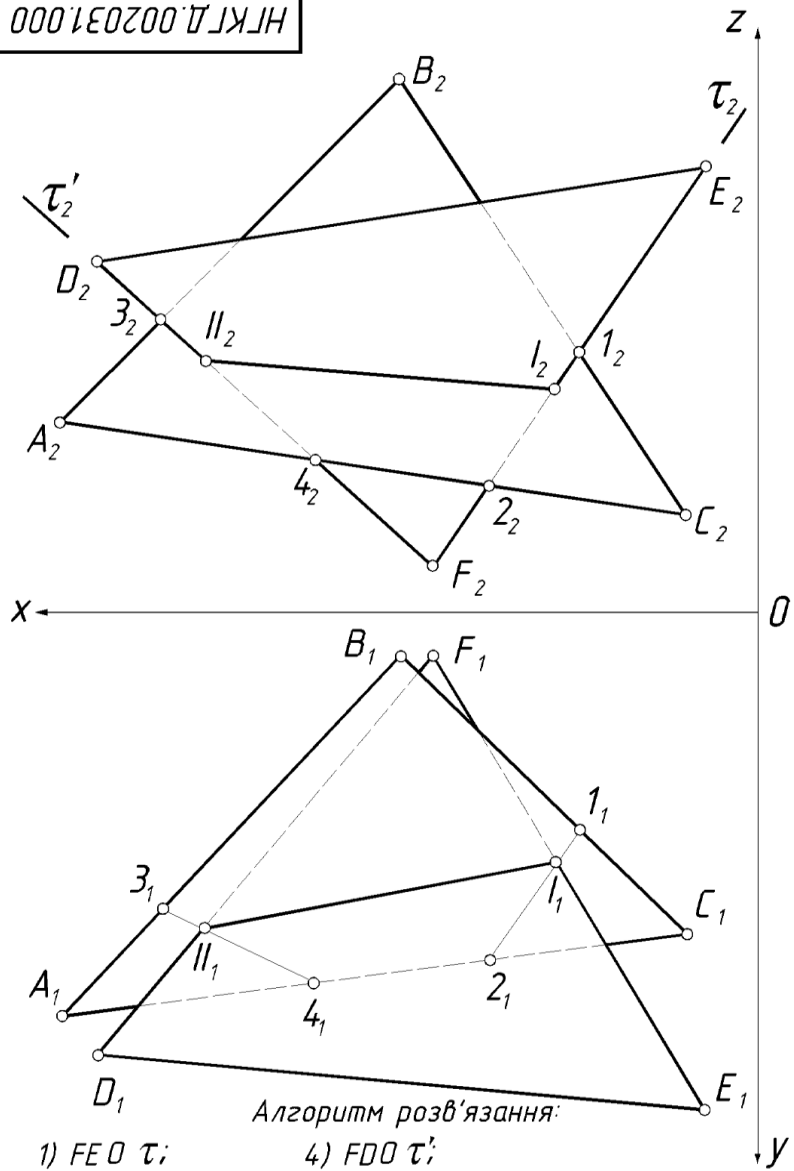


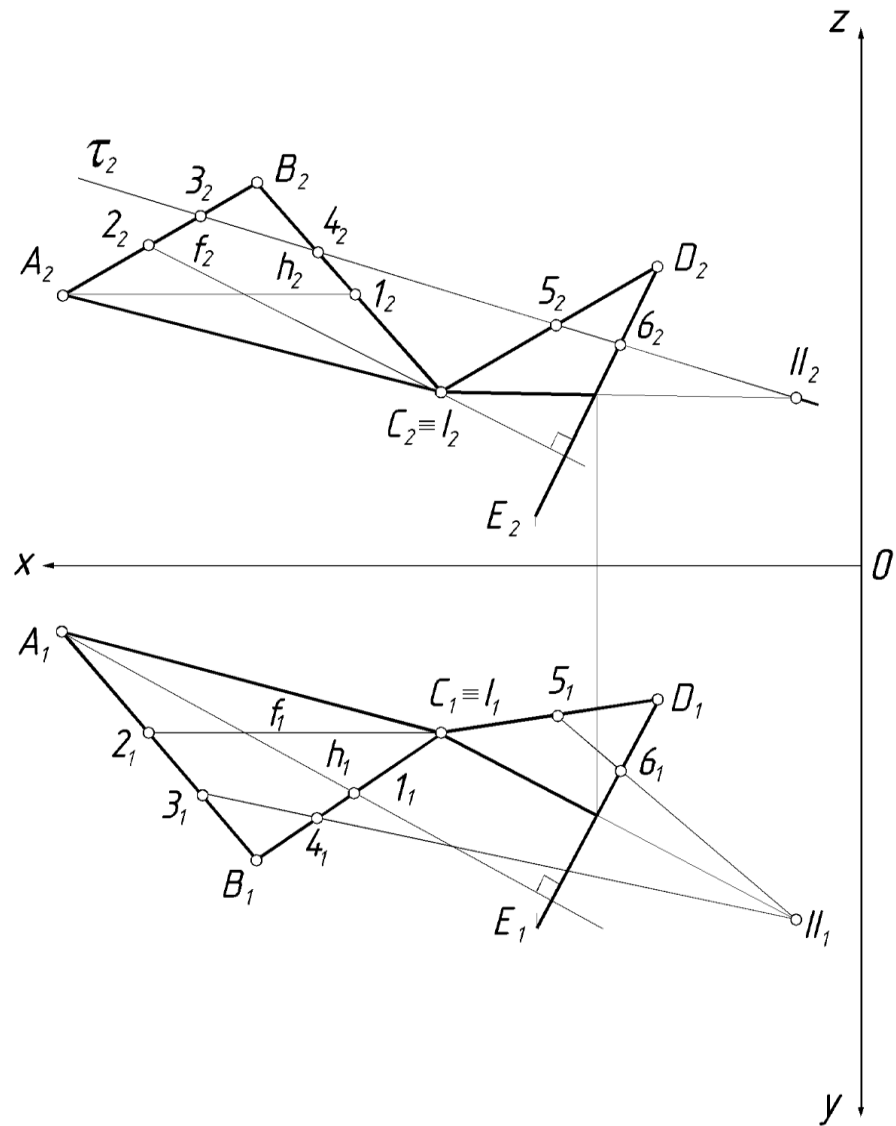
Рис. 4

000'10200'1.000



Алгоритм розв'язання:

- 1)  $FE \perp \tau$ ;
- 2)  $\tau \cap DABC = 12$ ;
- 3)  $12 \cap FE = I$ ;
- 4)  $FDO \tau'$ ;
- 5)  $\tau' \cap DABC = 34$ ;
- 6)  $34 \cap FD = II$ ;
- 7)  $I-II$  - лінія перетину;
- 8) видимість



Креслив	Петренко	2.11.03	ПОЗИЦІЙНА ТА КОМПЛЕКСНА ЗАДАЧІ	НГКГД.002031.000		
Перевірів	Барцихівський			Маса	Масштаб	Аркуш
М-031				1:1		

Рис. 5

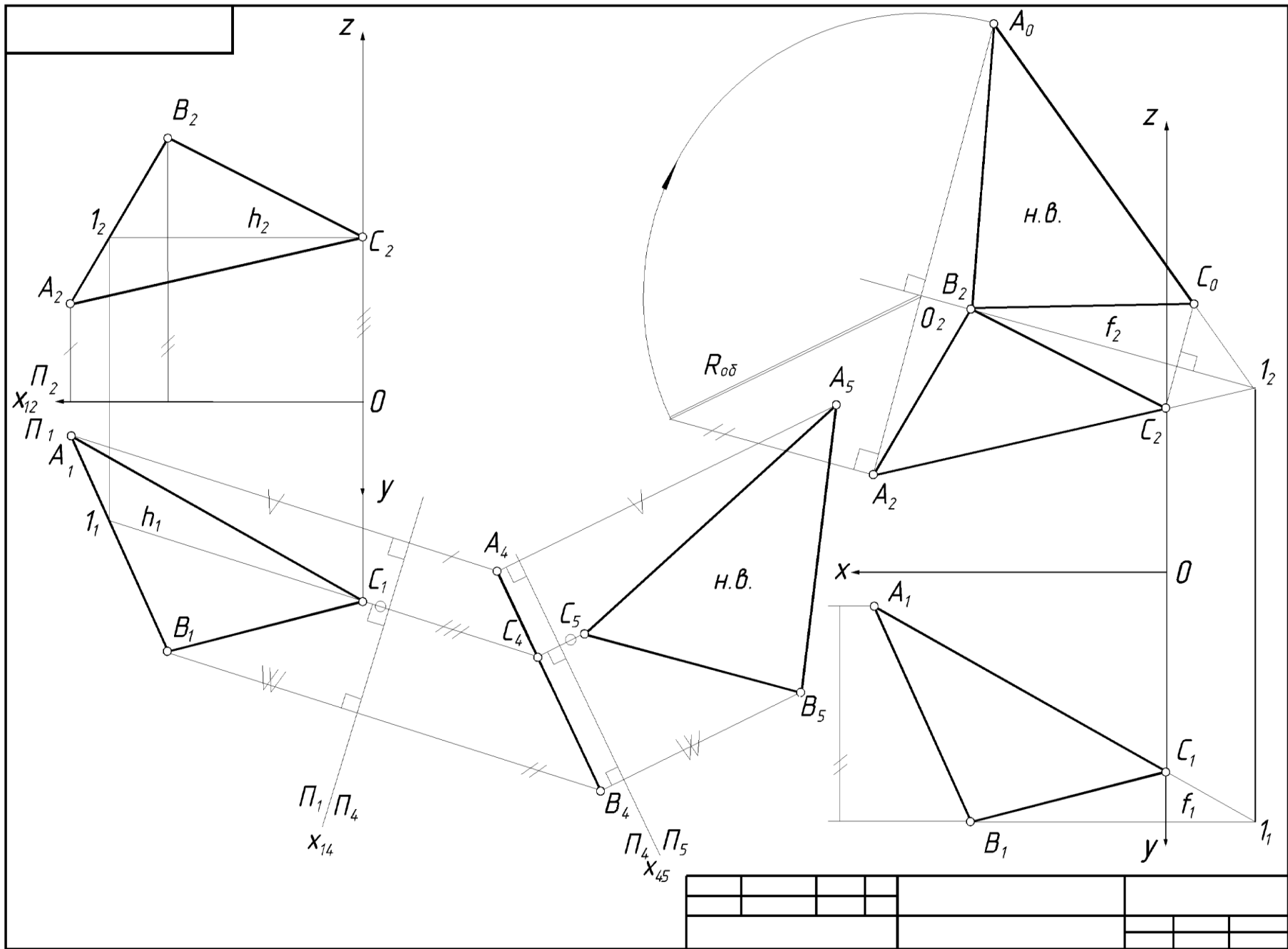


Рис. 6

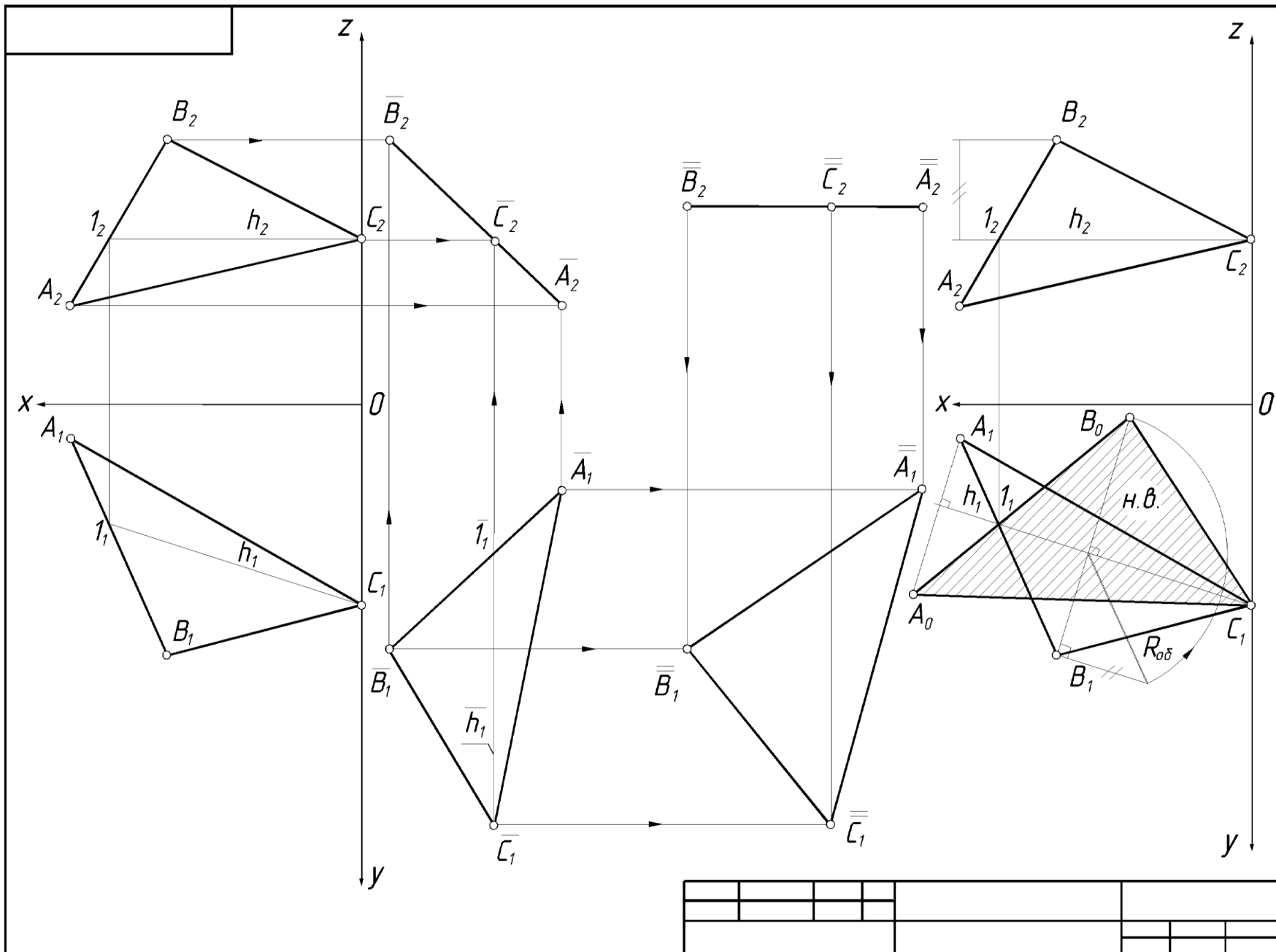
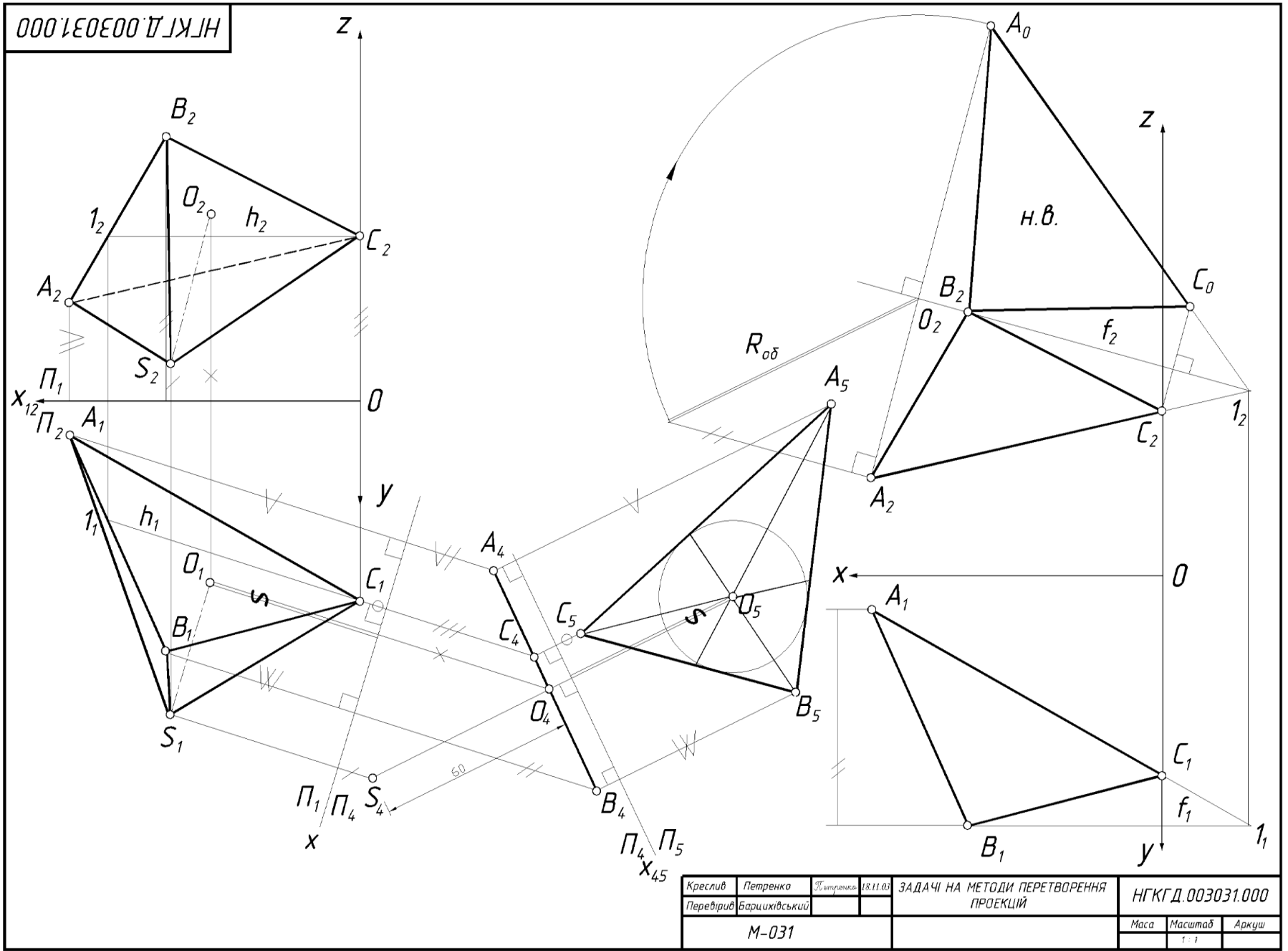


Рис. 7

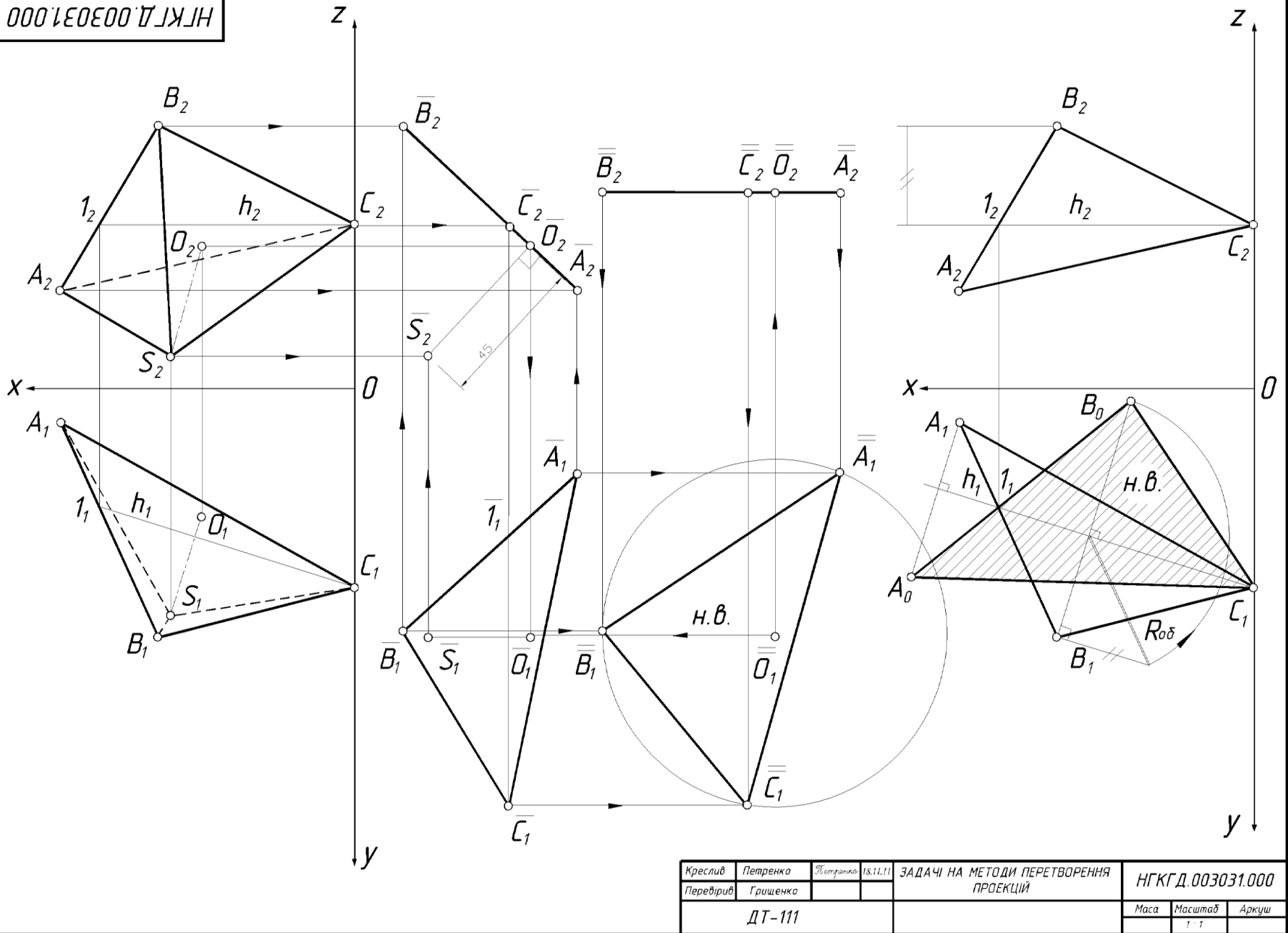
0001E0E007JKJH



Креслив	Петренко	Затвердив	18.11.03	ЗАДАЧІ НА МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРОЕКЦІЙ	НГКГД.003031.000
Перевірив	Барциківський				
М-031				Маса	Аркуш
				1:1	

Рис. 8

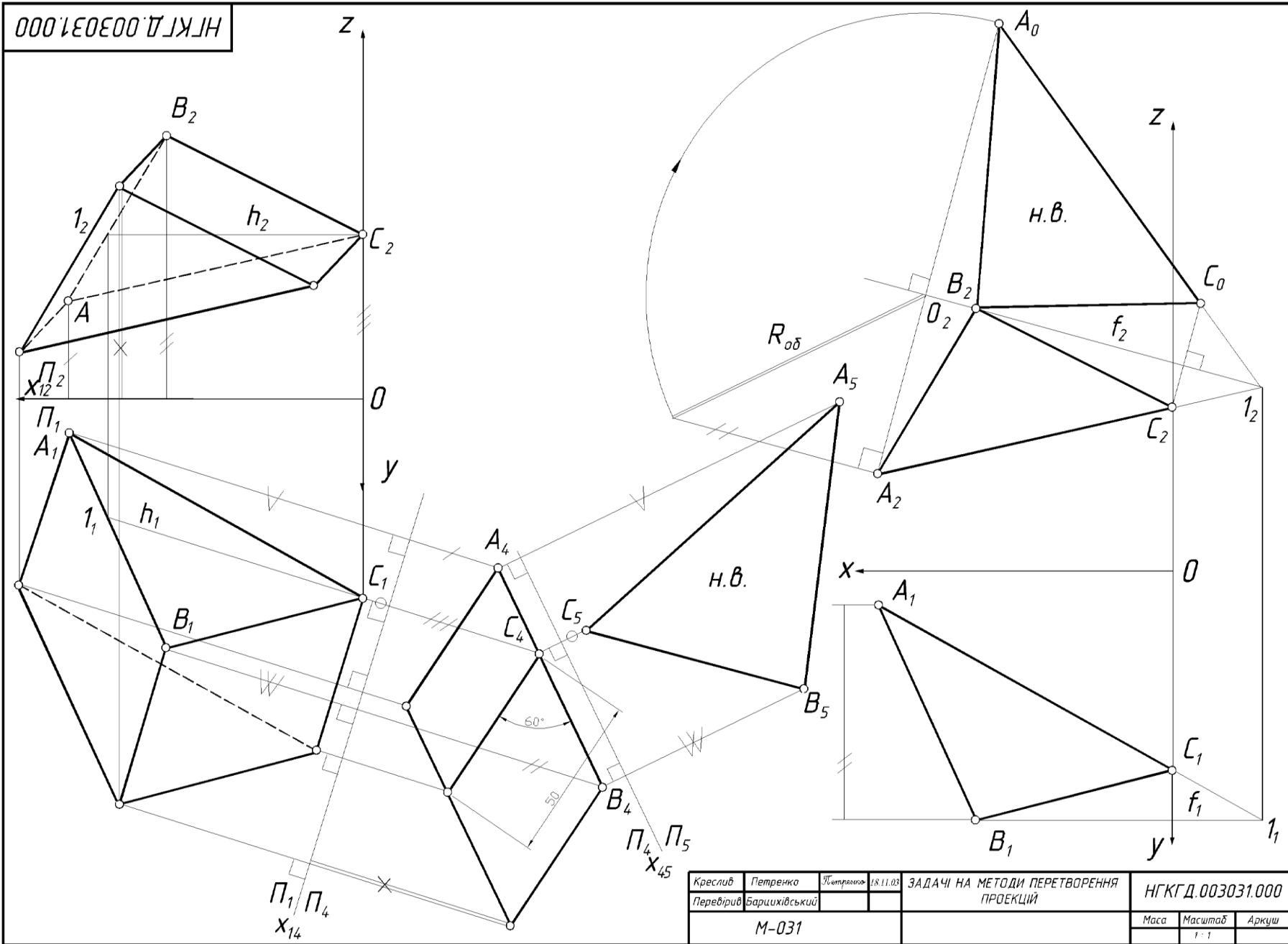
0001E0E00 A J K J H



Креслив	Петренко	Потрапка	18.11.11	ЗАДАЧИ НА МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕНИЯ ПРОЕКЦИИ	НГКГД.003031.000
Перевірив	Грищенко				
ДТ-111				Маса	Аркуш
				1:1	

Рис. 9

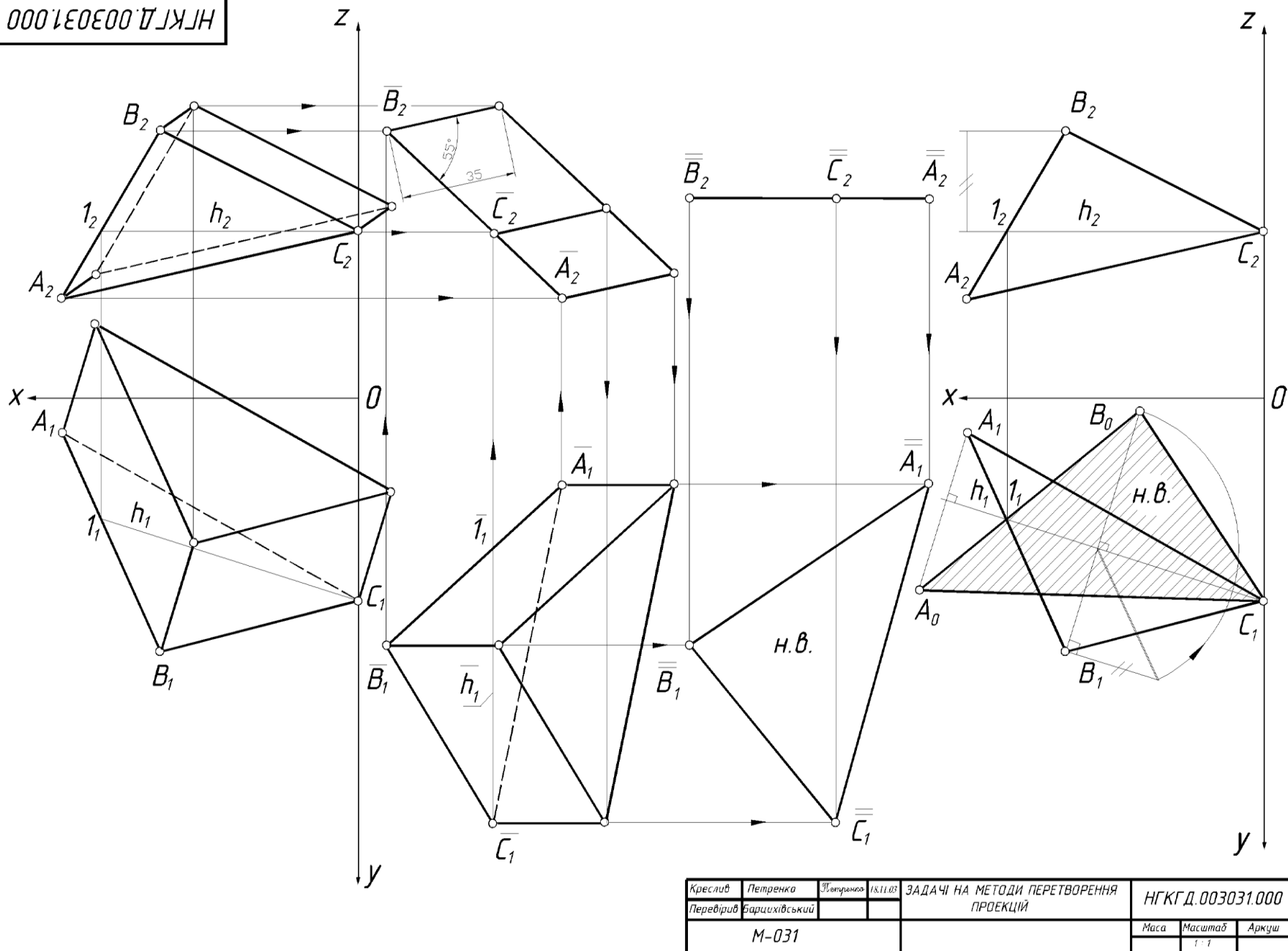
0001E0E000TJKJH



Креслив	Петренко	Перевірив	Барцихівський	Ліцензія	18.11.03	ЗАДАЧІ НА МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРОЕКЦІЙ	НГКГД.003031.000
М-031				Маса	Масштаб	Аркуш	
					1:1		

Рис. 10

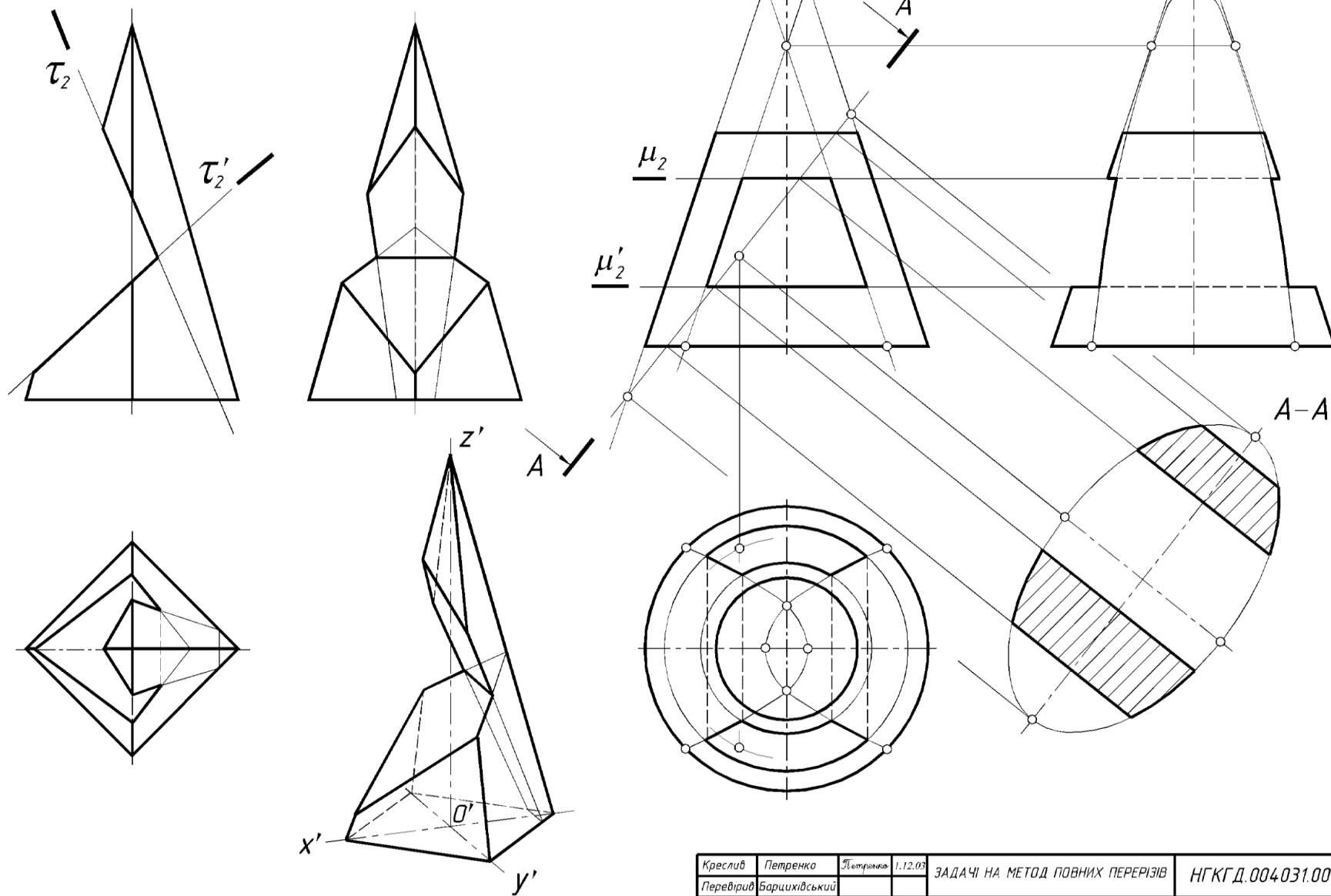




Креслив	Петренко	Зотренко	18.11.03	ЗАДАЧИ НА МЕТОДИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРОЕКЦІЙ	НГКГД.003031.000		
Перевірив	Барцидський				Маса	Масштаб	Аркуш
М-031						1:1	

Рис. 11

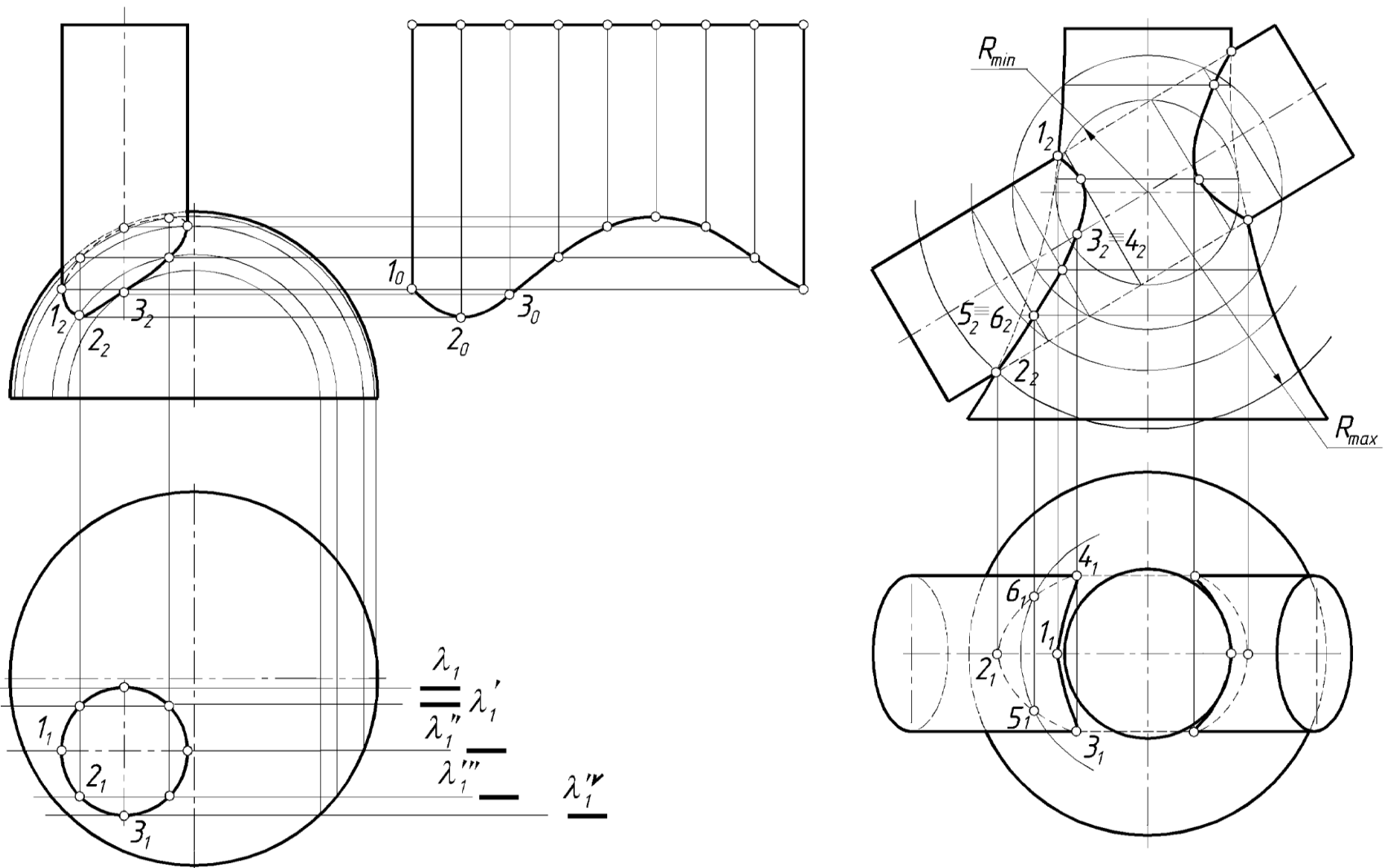
0001E04007JKJH



Креслив	Петренко	Петренко	1.12.03	ЗАДАЧІ НА МЕТОД ПОВНИХ ПЕРЕРІЗІВ	НГКГД.004031.000
Перевіри	Барцихідський				
М-031				Маса	Масштаб
				1:1	Аркуш

Рис. 12

НГКГД.005031.000



Креслив	Петренко	Позначено	12.12.03	ПОБУДОВА ЛІНІЙ ПЕРЕТИНУ ПОВЕРХОНЬ РОЗГОРТКА ВІДСІКУ ПОВЕРХНІ	НГКГД.005031.000
Перевірів	Барцихівський				Маса
					Масштаб
					Аркуш
					1:1

Рис. 13

УДК 514.2

Наведені вказівки до виконання завдань із нарисної геометрії для студентів 1-го курсу спеціальностей 208 "Агроінженерія" та 187 "Деревообробні та меблеві технології".

Укладач: С.Ф. Пилипака

Рецензенти: В.П. Ковбаса, В.М. Несвідомін.

Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання завдань із нарисної геометрії для студентів 1-го курсу спеціальностей 208 "Агроінженерія" та 187 "Деревообробні та меблеві технології".

Укладач: Пилипака Сергій Федорович,

Підписано до друку \_\_\_\_\_  
Папір друк.  
Ум. друк. арк. 1,6.  
Наклад 100 пр.  
Видавничий центр НУБіП України

Формат 60x84 1/16.  
Обл. вид. акр. 1,7.  
Зам. № \_\_\_\_\_  
03041 Київ, вул. Героїв Оборони, 15