

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

**Факультет аграрного менеджменту**

**Кафедра економічної кібернетики**

**НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ  
КОМПЛЕКС**

**дисципліни**

**«Вища та прикладна математика»**

**розділ**

**«Теорія ймовірностей та математична  
статистика»**

**для підготовки фахівців**

**Галузі знань «Менеджмент і адміністрування»**

**Спеціальності 073 «Менеджмент»**

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ  
УКРАЇНИ**

**Кафедра економічної кібернетики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету аграрного менеджменту

\_\_\_\_\_ А.Д. Остапчук  
“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2018р.

**РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО**

на засіданні кафедри економічної кібернетики

Протокол № \_\_ від “ \_\_ ” \_\_\_\_\_ 2018 р.

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ А.В. Скрипник

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
«Математика для економістів»  
розділ  
«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**для підготовки фахівців**

**Галузі знань «Менеджмент і адміністрування»  
Спеціальності 073 «Менеджмент»**

**Факультет аграрного менеджменту**

Розробник: к.е.н., доц. Галаєва Л.В.

Київ – 2018 р.

1.Опис навчальної дисципліни  
**«Вища та прикладна математика»**  
**Розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика»**

<b>Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень</b>		
Галузь знань	«Менеджмент і адміністрування»	
Спеціальність	073 «Менеджмент»	
Освітній ступінь	«Бакалавр»	
<b>Характеристика навчальної дисципліни</b>		
Вид	Нормативна	
Загальна кількість годин	90	
Кількість кредитів ECTS	3	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	залік	
<b>Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання</b>		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	2	2
Семестр	3	1
Лекційні заняття	30 год.	2год.
Практичні, семінарські заняття	15 год.	6год.
Лабораторні заняття	-	-
Самостійна робота студента під керівництвом викладача		
Індивідуальні завдання (самостійна робота)	45 год.	82 год.
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних самостійної роботи студента	3 год.	

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Вивчення курсу теорії ймовірностей та математичної статистики дає майбутнім фахівцям теоретичні знання та практичні навички в застосуванні математичних методів для вивчення закономірностей випадкових явищ, аналізу масових економічних, соціальних та інших процесів. Пізнання цих закономірностей дає можливість прогнозувати розвиток процесів як в економіці, соціології, так і у природничих науках.

**Мета вивчення курсу** – дати майбутньому спеціалісту сільського господарства теоретичні знання та практичні навички з теорії ймовірностей та математичної статистики та їх застосування в економіко-математичному моделюванні й аналізі результатів сільськогосподарського виробництва та агробізнесу.

### **Завдання вивчення курсу.**

Засвоївши курс студент повинен:

**знати** методологію аналізу даних з використанням теорії ймовірностей та математичної статистики;

**вміти** самостійно робити розрахунки, аналізувати отримані результати;

**володіти** методами спостереження, зведення та аналізу масових статистичних даних.

Дисципліна є базовою до вивчення дисциплін, які пов'язані зі стохастичними елементами. У розділі "Теорія ймовірностей" йдеться про такі поняття, як випадкова величина, випадкова подія, їх ймовірні характеристики, взаємовідношення між випадковими величинами. В розділі "Математична статистика" йдеться про математичні методи обробки та аналізу будь-якої інформації з метою оцінки основних статистичних рис та взаємовідношень між показниками, які підлягають дослідженню.

### 3. Програма та структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	сам/інд	кер		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»</b>												
<b>Тема 1.</b> Основні поняття теорії ймовірностей.	5	2	1		2		3	0,5	0,5			2
<b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	5	2	1		2		3	0,5	0,5			2
<b>Тема 3.</b> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байеса.	5	2	1		2		2,5	Самост. опрац.	0,5			2
<b>Тема 4.</b> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теореми Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	5	2	1		2		2,5	Самост. опрац.	0,5			2
<b>Тема 5.</b> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	5	2	1		2		2,5	Самост. опрац.	0,5			2
<b>Тема 6.</b> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові	6	2	2		2		3	Самост. опрац.	1,0			2

характеристики.												
<b>Тема 7.</b> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	7	2	1		4		4,5	Самост. опрац.	0,5			4
<b>Тема 8.</b> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	4	Самост. опрац.	Самост. опрац.		4		4,5	Самост. опрац.	0,5			4
<b>Тема 9.</b> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	6	2	1		3		4,5	Самост. опрац.	0,5			4
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>48</b>	<b>16</b>	<b>9</b>		<b>23</b>		<b>30</b>	<b>1</b>	<b>5</b>			<b>24</b>
<b>Змістовий модуль 2. «Математична статистика»</b>												
<b>Тема 10.</b> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	12	4	2		6		10	0,5	0,5			9
<b>Тема 11.</b> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	14	4	2		8		10	0,5	0,5			9
<b>Тема 12.</b> Методи перевірки статистичних гіпотез.	16	6	2		8		10	Самост. опрац.	Самост. опрац.			10
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>42</b>	<b>14</b>	<b>6</b>		<b>22</b>		<b>30</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>28</b>
<b>Усього годин</b>	<b>90</b>	<b>30</b>	<b>15</b>		<b>45</b>		<b>60</b>	<b>2</b>	<b>6</b>			<b>52</b>

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<i>Тема 1.</i> Основні поняття теорії ймовірностей.	<b>1</b>
2	<i>Тема 2.</i> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	<b>1</b>
3	<i>Тема 3.</i> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	<b>1</b>
4	<i>Тема 4.</i> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	<b>1</b>
5	<i>Тема 5.</i> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	<b>1</b>
6	<i>Тема 6.</i> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	<b>2</b>
7	<i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	<b>1</b>
8	<i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	<b>Самост. опрац.</b>
9	<i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	<b>1</b>
10	<i>Тема 10.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	<b>2</b>
11	<i>Тема 11.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	<b>2</b>
12	<i>Тема 12.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.	<b>2</b>
<b>Разом</b>		<b>15</b>

## 5. Самостійна робота студентів

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<b>Тема 1.</b> Основні поняття теорії ймовірностей.	<b>1</b>
2	<b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	<b>1</b>
3	<b>Тема 3.</b> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	<b>1</b>
4	<b>Тема 4.</b> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	<b>1</b>
5	<b>Тема 5.</b> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	<b>1</b>
6	<b>Тема 6.</b> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	<b>1</b>
7	<b>Тема 7.</b> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	<b>1</b>
8	<b>Тема 8.</b> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	<b>4</b>
9	<b>Тема 9.</b> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	<b>1</b>
10	<b>Тема 10.</b> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	<b>6</b>
11	<b>Тема 11.</b> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	<b>6</b>
12	<b>Тема 12.</b> Методи перевірки статистичних гіпотез.	<b>6</b>
<b>Разом</b>		<b>30</b>



## 6. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

### Задачі до модуля 1

1. Коефіцієнт використання робочого часу для двох комбайнів становить 0,7 і 0,6 відповідно. Вважаючи, що зупинки в роботі мають випадковий характер і не залежать одна від одної, визначити яку частину від усього робочого часу складає час:

- сумісної роботи;
- роботи тільки одного комбайна;
- роботи хоч одного комбайна;
- простою обох комбайнів.

3. На тік надходить зерно від трьох комбайнів: від першого за день роботи надійшло 20%, від другого –40, від третього –40%. Перший комбайн при обмолоті пошкоджує 4% зерна, другий –3, третій – 2%. Знайти ймовірність того, що навмання взяте зерно пошкоджене; ймовірність того, що цю пошкоджену зернину пошкодив другий комбайн.

4. 500 фірм отримали кредити в банку. Банк класифікує кожен кредит за двома характеристиками: суму кредиту і термін кредиту (в місяцях). Відповідну класифікацію наведено в таблиці.

Термін	<\$2000	\$2000-4999	\$5000-7999	>\$8000
12	30	2	0	0
24	4	20	5	0
36	1	20	86	5
42	0	31	99	37
48	0	0	110	50

Для перевірки навмання вибирається одна фірма.

- Яка ймовірність того, що сума кредиту цієї фірми не менша \$5000?
- Яка ймовірність того, що термін кредиту фірми більший двох років?
- Яка ймовірність того, що фірма взяла кредит на суму, не меншу \$2000, на 42 місяці?

5. З 10 лотерейних білетів 2 виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких 5 білетів один виграшний?

6. Вкладники банку за сумами вкладів та віком мають такий процентний розподіл:

Вік	Сума вкладу		
	<\$1000	\$1000-5000	>\$5000
<30 років	5%	15%	8%
30-50 років	8%	5%	20%
>50 років	7%	10%	2%

Нехай А та В такі події:

А = (у навмання вибраного клієнта вклад більший \$5000),

В = (вік навмання вибраного клієнта більший 30 років).

Визначити:  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ .

7. У супермаркеті, аналізуючи 10 000 покупок за типом товарів і типом розрахунків (готівка чи кредитна картка), виявлено такий процентний розподіл:

Тип розрахунку	Тип товару, %			
	Жіночий одяг	Чоловічий одяг	Спортивні товари	Господарчі товари
Каса	6	9	3	7
Кредитна картка	41	9	2	3

Нехай  $A, B, C, D$  – такі події:

$A$  = (навмання вибраний рахунок, сплачений кредитною картою);

$B$  = (навмання вибраний рахунок за жіночий одяг);

$C$  = (навмання вибраний рахунок за чоловічий одяг);

$D$  = (навмання вибраний рахунок за спортивні товари).

Обчислити  $P(A), P(B \cap A), P(A \cap D), P(A \cup B), P(A \cup C)$ .

9. Два стрільці зробили по одному пострілу по мішені. Ймовірність попасти в мішень при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,7, для другого – 0,9. Яка ймовірність, що попаде лише один стрілець?

10. Серед 50 лотерейних білетів 4 виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких двох білетів обидва виграшні.

11. В урні 2 білі і 3 чорні кульки. Двоє по черзі беруть навмання з урни по одній кульці. Яка ймовірність, що перша з них біла, а друга чорна?

12. Кинуто три монети. Яка ймовірність, що випаде два герба?

13. Ймовірність попасти в мішень для першого стрільця дорівнює 0,5, для другого – 0,7, для третього – 0,9. Зроблено по одному пострілу. Яка ймовірність, що буде хоча б одне попадання?

14. В урні 5 білих і 4 чорних кульки. Навмання беруть одну за одною дві кульки. Яка ймовірність, що обидві вони білі?

15. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що з трьох перевірених деталей дві стандартні.

16. Пристрій містить два незалежно працюючих елемента. Ймовірності виходу з ладу цих елементів, відповідно, 0,06 і 0,08. Знайти ймовірність виходу з ладу пристрою, якщо для цього досить виходу з ладу хоча б одного елемента.

17. В одному ящику 5 білих і 10 чорних кульок, в другому ящику 12 білих і 7 чорних кульок. З кожного ящика взято по одній кулі. Знайти ймовірність того, що хоча б одна з цих двох кульок біла.

18. На п'яти картах написані цифри від 1 до 5. Навмання одну за одною беруть 3 карти і кладуть їх поряд зліва направо в порядку появи. Знайти ймовірність того, що одержане число не містить цифри 2.

19. Кидають дві монети. Обчислити ймовірність того, що:
- на обох монетах з'явиться «герб»;
  - хоча б на одній монеті з'явиться «герб»;
  - на жодній монеті не з'явиться «герб».

20. Кидають три монети. Обчислити ймовірність того, що:
- на всіх монетах з'явиться «герб»;
  - хоча б на одній монеті з'явиться «герб»;
  - тільки на двох монетах з'явиться «герб»;
  - тільки на одній монеті не з'явиться «герб».

21. Кидають гральний кубик. Обчислити ймовірність того, що на верхній грані з'явиться:
- «1» або «6»;
  - парне число очок;

22. Кидають два гральних кубика. Обчислити ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться наступні числа очок:
- тільки парні;
  - одне парне, друге непарне;
  - сума яких парна;
  - всі однакові;
  - сума яких менше шести;
  - сума яких більше восьми.

23. Нехай подія  $A$  полягає в тому, що з курячого яйця вилупиться півник, а подія  $B$  – що курочка. Чи будуть ці події сумісними? Залежними? Можливими? Протилежними?

24. На складі є 10 ящиків яблук сорту Антонівка і 20 ящиків сорту Ранет Симиренка. Яка ймовірність взяти один ящик з яблуками сорту Антонівка, якщо всі ящики однакові?

25. В чому полягає різниця між класичним та статистичним визначеннями ймовірності?

26. В урні є 100 кульок, з яких 20 білих, 55 червоних, 25 чорних. Яка ймовірність дістати білу чи червону кульку? Яка ймовірність дістати кульку будь-якого кольору?

27. Гральний кубик має 6 граней з білими ямками (від 1 до 6). Яка ймовірність того, що при киданні кубика зверху буде 6 ямок? 5 ямок? 6 або 5 ямок?

28. В овочевий магазин завезли огірки з трьох господарств: 100 ящиків з першого, 200 – з другого, 200 – з третього. Яка ймовірність того, що перший взятий навмання ящик завезений з першого чи другого господарства?

29. Ймовірність виграти приз по одному білету лотереї дорівнює 0,0025. Визначити ймовірність виграшу призу по трьох білетах.

30. Коефіцієнт використання робочого часу для двох комбайнів становить 0,7 і 0,6 відповідно. Вважаючи, що зупинки в роботі мають випадковий характер і не залежать одна від одної, визначити яку частину від усього робочого часу складає час:

- а) сумісної роботи;
- б) роботи тільки одного комбайна.

## Задачі до модуля 2

### Завдання А

За результатами спостережень над випадковою величиною  $X$ , поданих нижче в таблицях, знайти вибірку функцію розподілу, вибіркове середнє і незсунену оцінку дисперсії.

1.

$x_i$	-1	1	2	3	4	5
$n_i$	3	8	20	16	7	2

2.

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$n_i$	2	8	20	9	8	3

3.

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$n_i$	5	8	15	12	7	3

4.

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$n_i$	3	12	20	8	5	2

5.

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$n_i$	2	6	25	10	5	2

6.

$x_i$	-4	-3	-1	0	1	2
$n_i$	1	7	23	10	7	2

7.

$x_i$	-1	0	1	3	4	5
$n_i$	3	9	18	10	8	2

8.

$x_i$	-2	-1	2	3	4	5
$n_i$	5	10	15	8	7	5

9.

$x_i$	-3	-2	-1	1	2	3
$n_i$	1	7	25	10	15	2

10.

$x_i$	0	1	2	3	4	6
$n_i$	2	7	20	10	8	3

У завданнях 11–20 дані спостережень  $x_i$  зменшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а  $n_i$  залишається без зміни. Наприклад:

11.

$x_i$	-2	0	1	2	3	4
$n_i$	3	8	20	10	7	2

У завданнях 21–30 дані спостережень  $x_i$  збільшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а  $n_i$  залишається без зміни. Наприклад:

21.

$x_i$	0	2	3	4	5	6
$n_i$	3	8	20	10	7	2

## ПИТАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ

1. В яких випадках використовують виправлену вибіркочу дисперсію і як вона пов'язана із вибірковою дисперсією?
2. Вказати джерела даних у статистиці.
3. Вказати основні задачі математичної статистики.  
Вказати порядок дій при перевірці гіпотез.
4. Вказати числові характеристики вибірки та формули, за якими їх обчислюють.

За яким критерієм здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань  $N$  нормально розподілених сукупностей?

Коли застосовують критерій узгодження Пірсона ( $\chi^2$  - квадрат)?

5. Маємо криву  $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$ . Що називають вирівнюванням емпіричних даних вздовж цієї кривої?

6. Що є предметом математичної статистики?

7. Що називають вибіркочим середньоквадратичним відхиленням (стандартом)?

8. Що називають згрупованим розподілом накопиченої частоти вибірки?

9. Що називають не згрупованим і згрупованим розподілом частоти вибірки?

10. Що називають простою випадковою вибіркою? Як здійснюється проста випадкова вибірка за допомогою випадкових чисел?

Що називають статистичним критерієм, критичною областю та критичною точкою перевірки гіпотези?

11. Що називають статистичною, генеральною та вибірковою сукупністю, об'ємом цих сукупностей?

Що таке похибки першого та другого роду перевірки статистичної гіпотези?

12. Як визначають гістограми частот або частостей для згрупованих даних вибірки? Як визначають полігон частот для згрупованих даних вибірки?

13. Як визначають статистичні оцінки числових характеристик та умови їх незсунутості, ефективності, обґрунтованості?

14. Як визначають та позначають емпіричну функцію розподілу? Які основні властивості цієї функції?

Як здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань?

15. Як знаходять об'єм вибірки, який із заданими точністю та надійністю дозволить знайти оцінку математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?

Як знаходять теоретичні частоти нормального розподілу для перевірки гіпотези за правилом Пірсона?

Як перевіряють гіпотезу про рівність дисперсій двох нормальних сукупностей?

Як формулюють правило Пірсона?

16. Як ширина класу інтервалів згрупованих даних вибірки впливає на якість гістограми? Які рекомендації до вибору числа класів інтервалів?

17. Яка суть методу найменших квадратів знаходження невідомих параметрів функціональної залежності випадкових величин? Які дії та в якій послідовності треба виконати при застосуванні цього методу?

18. Який геометричний зміст медіани і як вона підраховується для згрупованих даних вибірки?

19. Який ймовірнісний зміст мають гістограма та полігон частот для згрупованих даних вибірки?

20. Який порядок дій знаходження довірчого інтервалу для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при відомому та невідомому  $\sigma$ ?

Який смисл потужності критерію перевірки гіпотези?

Який смисл рівня значущості  $\alpha$  ?

21. Які властивості має вибіркова середня?

Які гіпотези називають статистичними, основною та альтернативною, простою та складною?

22. Які статистичні оцінки називають точковими, інтервальними?

## 8.Методи навчання

- Проведення лекційних та практичних занять з використанням сучасних інформаційних технологій.
- Написання студентами письмових робіт, (самостійна робота студентів) що передбачають використання сучасних інформаційних технологій.

## 9. Форми контролю

- Виконання індивідуальних завдань.
- Модульні контрольні роботи.
- Залік

**10.Розподіл балів, які отримують студенти.** Оцінювання студента відбувається згідно положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 20.02.2015 р. протокол № 6 з табл. 1.

Оцінка національна	Оцінка ЄКТС	Визначення оцінки ЄКТС	Рейтинг студента, бали
Відмінно	A	<b>ВІДМІННО</b> – відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок	<b>90 – 100</b>
Добре	B	<b>ДУЖЕ ДОБРЕ</b> – вище середнього рівня з кількома помилками	<b>82 – 89</b>

	<b>C</b>	<b>ДОБРЕ</b> – в загальному правильна робота з певною кількістю грубих помилок	<b>74 – 81</b>
<b>Задовільно</b>	<b>D</b>	<b>ЗАДОВІЛЬНО</b> – непогано, але зі значною кількістю недоліків	<b>64 – 73</b>
	<b>E</b>	<b>ДОСТАТНЬО</b> – виконання задовольняє мінімальні критерії	<b>60 – 63</b>
<b>Незадовільно</b>	<b>FX</b>	<b>НЕЗАДОВІЛЬНО</b> – потрібно працювати перед тим, як отримати залік (позитивну оцінку)	<b>35 – 59</b>
	<b>F</b>	<b>НЕЗАДОВІЛЬНО</b> – необхідна серйозна подальша робота	<b>01 – 34</b>

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни **R<sub>дис</sub>** (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи **R<sub>нр</sub>** (до 70 балів): **R<sub>дис</sub> = R<sub>нр</sub> + R<sub>ат</sub>**.

### 11.Методичне забезпечення

1. Галаєва Л.В. Глаголева І.І., Шульга Н.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: Методичні розробки для заочної форми навчання – К.: НУБіП України, 2014. – 56с.

<http://elibrary.nubip.edu.ua/16959/>

2. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Кравченко К.Я. Вища та прикладна математика, розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика». – К.: ТОВ»Аграр Медіа Груп», 2014. – 144 с.

<http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/>

### 12.Рекомендована література

#### Базова

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: ЦУЛ, 2002. – 448 с.

2. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Тернопіль: Підручники та посібники, 1998. – 176 с.

3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей.– М.(будь- яке видання).

4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. Задачи и упражнения.– М.:Наука, 1973. – 258 с.

5. Волощенко А.Б., Джалладова І.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: КНЕУ, 2003. – 256 с.

6. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Вища школа, 1979. – 408 с.

7. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.– М.: Высшая школа, 1979. – 400с.

8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 1979. – 400 с.
9. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.–М.: Высшая школа, 2004. – 479с.
10. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. –192 с.

### **Допоміжна**

1. Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика.– К.: Національна академія управління, 2001.
2. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів. – К.: Вища школа, 1975. – 498 с.
3. Турчин В.М. Математична статистика.–К.: Академія, 1999.
4. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – К.: Знання, 2002. – 199с.

### **13.Інформаційні ресурси**

1. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>.
2. FAOSTAT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://faostat.fao.org>.
3. Market outlook report [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://www.agr.gc.ca/pol/mad-dam/index\\_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar\\_01\\_01\\_2009-04-17](http://www.agr.gc.ca/pol/mad-dam/index_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar_01_01_2009-04-17).



**Дисципліна «Вища та прикладна математика» ,  
Розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика»  
для заочної форми навчання  
Тематичний план**

***Тема 1. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей***

***1.1. Лекція.***

- Основні поняття. Класифікація випадкових подій.
- Ймовірність випадкової події.
- Класичне, статистичне та геометричне визначення ймовірності.
- Практично достовірна та практично неможлива подія.

***1.2. Практичні заняття.***

- Класичне, статистичне та геометричне визначення ймовірності випадкової події.
- Сполуки та їх види (розміщення, перестановки, сполучення (комбінації)).

***Література*** [1,2,3,7 ]

***Тема 2. Основні формули теорії ймовірностей, повторні незалежні випробування***

***Лекція.***

- Сума випадкових подій. Теорема додавання ймовірностей.
- Добуток випадкових подій. Теорема множення ймовірностей.
- Формула повної ймовірності.
- Теорема гіпотез.

***Практичні заняття.***

- Сума та добуток випадкових подій. Теореми додавання та множення ймовірностей.
- Поняття гіпотези. Формула повної ймовірності та формула Байєса.

***Література*** [1,2,3,7 ,10,12 ]

***Тема 3. Випадкові величини. Числові характеристики випадкових величин***

***Лекція.***

- Дискретна випадкова величина. Закон розподілу ймовірностей. Функція розподілу ймовірностей. Числові характеристики. Біноміальний закон розподілу ймовірностей (формула Бернуллі). Розподіл Пуассона.
- Неперервна випадкова величина. Числові характеристики.
- Ймовірність попадання випадкової величини у заданий інтервал. Функція Лапласа.

***Практичні заняття.***

- Дискретна випадкова величина. Закон розподілу ймовірностей (загальні положення, біноміальний закон, закон Пуассона). Функція розподілу. Числові характеристики.

- Неперервна випадкова величина. Закон розподілу ймовірностей. Функція розподілу. Числові характеристики. Рівномірний, показниковий, нормальний закони.

*Література* [ 1,5,11,12 ]

#### ***Тема 4. Закон великих чисел. Граничні теореми теорії ймовірностей***

##### ***Лекція.***

- Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі.  
- Центральна гранична теорема. Локальна та інтегральна теореми Лапласа.

##### ***Практичні заняття.***

- Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі.  
- - Центральна гранична теорема.

*Література* [ 10,12 ]

#### ***Тема 5. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини***

##### ***Лекція.***

- Функція розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.  
- - Інтегральна функція (закон) розподілу ймовірностей (щільність).  
Диференційна функція розподілу.

##### ***Практичні заняття.***

- Функція розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.  
- Інтегральна функція (закон) розподілу ймовірностей (щільність).  
Диференційна функція розподілу.

*Література* [ 7, 10, 11, 12 ]

#### ***Тема 6. Основні закони розподілу випадкової величини***

##### ***Лекція.***

- Рівномірний розподіл ймовірностей.  
- - Показниковий розподіл.  
- - Нормальний розподіл.

##### ***Практичні заняття.***

- Рівномірний розподіл ймовірностей.  
- Показниковий розподіл.  
- Нормальний розподіл.

*Література* [ 1, 2, 5, 11 ]

#### ***Тема 7. Багатовимірні випадкові величини***

##### ***Лекція.***

- Функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин.

- Закон (щільність) розподілу ймовірностей системи.  
- Числові характеристики системи випадкових величин.  
- Кореляційний момент. Залежна та незалежна системи. Нормальний закон системи двох випадкових величин.

- Закон розподілу ймовірностей монотонної функції випадкової величини. Визначення числових характеристик функції. Коефіцієнт кореляції лінійної функції.

**Практичні заняття.**

- Функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин.

- Закон (щільність) розподілу ймовірностей системи.

**Література** [ 3, 7, 11, 12 ]

***Тема 8. Елементи математичної статистики. Вибірковий метод***

**Лекція.**

- Генеральна сукупність та вибірка. Випадкова вибірка.

- Графічне зображення статистичних розподілів.

- Числові характеристики вибіркової сукупності.

**Практичні заняття.**

- Генеральна сукупність та вибірка.

- Побудова статистичного (дискретного або інтервального) ряду, полігону розподілу частот (гістограми), емпіричних функцій розподілу частот та вибірки.

- Визначення числових характеристик вибірки.

**Література** [ 1, 2, 8, 11 ]

***Тема 9. Статистичні оцінки параметрів розподілу (Самостійне опрацювання)***

**Лекція.**

- Оцінка параметрів генеральної сукупності по вибірці. Властивості оцінок (незміщенність, ефективність). Точність оцінок (довірча ймовірність, довірчий інтервал).

- Оцінка параметрів нормальної сукупності.

**Практичні заняття.**

- Оцінка параметрів нормальної сукупності по вибірці, точність цих оцінок.

- Знаходження довірчого інтервалу та довірчої ймовірності.

**Література** [ 2, 7, 8, 11 ]

***Тема 10. Елементи теорії кореляції (Самостійне опрацювання)***

**Лекція.**

- Кореляційна залежність між двома показниками.

- Оцінка коефіцієнту кореляції по виборці.

- Перевірка гіпотези про лінійну кореляцію.

- Коефіцієнт детермінації.

**Практичні заняття.**

- Оцінка коефіцієнту кореляції по виборці.

- Перевірка гіпотези про лінійну кореляцію.

**Література** [1, 2, 5, 8, 11 ]

## ***Тема 11. Перевірка статистичних гіпотез (Самостійне опрацювання)***

### **Лекція.**

- Поняття статистичної гіпотези. Принцип визначення та перевірка нульової гіпотези. Похибки перевірки гіпотез.
- Перевірка гіпотез про математичне сподівання та дисперсію нормально розподіленої сукупності; про істотність різниці математичних сподівань двох нормально розподілених сукупностей; про рівність дисперсій двох нормально розподілених сукупностей.
- Критерії узгодження для перевірки гіпотез.

### **Практичні заняття.**

- Перевірка гіпотез про математичне сподівання та дисперсію нормально розподіленої сукупності; про істотність різниці математичних сподівань двох нормально розподілених сукупностей; про рівність дисперсій двох нормально розподілених сукупностей.
- Критерії узгодження для перевірки гіпотез.

**Література [ 3, 7, 8, 11 ]**

## ***Тема 12. Елементи дисперсійного та регресійного аналізу***

### **Лекція.**

- Принцип кластерного аналізу. Різні методи кластерного аналізу. Одномірна класифікація об'єктів.
- Однофакторні та багатфакторні регресійні моделі. Метод найменших квадратів для оцінки параметрів регресійної моделі.
- Точність оцінок. Точність моделі.
- Лінеаризація нелінійної моделі. Критерії оцінки моделей.
- Прогнозування по регресійній моделі (точність прогнозу).

### **Практичні заняття.**

- Метод найменших квадратів для оцінки параметрів регресійної моделі.
- Точність оцінок. Точність моделі.

**Література [ 1, 2, 5, 8, 11 ]**

## ЗРАЗОК ТЕСТОВОГО ЗАВДАННЯ

З дисципліни: « Теорія ймовірностей та математична статистика»

1. Ймовірність події «Влучення стрілка в ціль» дорівнює 0,7. Яка ймовірність протилежної події?

1.	0,7
2.	0,3
3.	0
4.	1

2. Що є модою та середнім значенням для наступних даних? {4,9,8,7,14,4,4,4,8,9,6}

1	Середнє значення = 5, мода =8
2	Середнє значення = 7, мода =4
3	Середнє значення = 6, мода =6
4	Середнє значення = 8, мода =9

3. Область допустимих значень для нормального розподілу визначається як:

1	$(a - 3 ; a + 3 * \delta)$
2	$(a - \delta ; a + \delta)$
3	$(a ; \delta)$

4. Де зображена функція розподілу неперервної випадкової величини?

1	$F(x) = \int_{x_{\min}}^x f(x) dx, \quad x < x_{\max}$
2	$F(x) = x + y$
3	$F(x) = \sum_{x_i > x} p_i$
4	$F(x) = f(x) dx$

5. Визначити вірну числову характеристику для рівномірно розподіленої неперервної випадкової величини.

1	$M(x) = \frac{a + b}{2}$
2	$D(x) = \frac{1}{\lambda^2}$
3	$\sigma(x) = \frac{1}{\lambda}$

6. Якщо на карточках написані 6 літер: т,е,о,р,і,я і з них обирають навмання одну карточку, яка ймовірність того, що це буде голосна літера?

1	2
2	1
3	4/6
4	1/2

7. Поставте у відповідність для отримання коректного визначення:

1. Теорія ймовірностей – це	а) математична наука, яка вивчає закономірності у випадкових явищах.
2. Математична статистика – це	б) розділ математики, що вивчає закономірності, які мають місце в масових явищах і статистичних сукупностях.

**8. Є 7 претендентів на пост голови комісії: 3 жінки і 4 чоловіка. Яка ймовірність того, що обраним буде чоловік?**

1	4/7
2	0
3	7/4
4	1

**9. Дві несумісні події, які утворюють повну групу, називаються:**

1	елементарними
2	залежними
3	протилежними
4	рівними

**10. Всю множину об'єктів, що підлягають вивченню, називають:**

1	вибіркою;
2	генеральною сукупністю;
3	гістограмою;
4	полігоном

**11. Сукупність об'єктів випадково вибраних з генеральної сукупності називають:**

1	вибірковою сукупністю;
2	сукупністю;
3	варіацією;
4	полігоном

**12. Значення ознаки, які зустрічаються у вибірці називаються:**

1	варіанта;
2	полігон;
3	факторіал;
4	функція

**13. Поставити у відповідність способи відбору статистичних даних:**

А. Повторний – В. Безповторний –	1. якщо вибраний елемент не повертається до всіх елементів. 2. якщо вибраний елемент повертається до всіх елементів і може бути випадково вибраний повторно.
-------------------------------------	---

**14. Позначення n! вимовляється:**

1	елемент
2	сполучення
3	зіставлення
4	факторіал

**15. Яка з наведених формул описує емпіричну функцію ?**

1.	$F^*(x) = \frac{n}{n_x}$
2.	$F^*(x) = \frac{n_x}{n}$
3.	$F^*(n) = \frac{n_x}{n}$

**16. Так чи ні:**

1. Медіаною називають значення ознаки в одиниці сукупності, що займає нижнє положення в ранжированому ряду розподілу

**17. Граничні теореми, які встановлюють відповідність між теоретичними і дослідними характеристиками випадкових подій належать до:**

1	класичної ймовірності;
2	теореми множення;
3	закону великих чисел;
4	теореми додавання

**18. Розставити у відповідності види подій:**

A. Сумісні	1. влучення двох стрілков одночасно,
B. Несумісні	2. здача студентом декількох іспитів одночасно,
C. Залежні	3. послідовне витягування лотереї
D. Незалежні	4. голосування виборців
E. Рівноможливі	5. участь у змаганні 5-ти студентів, 6. відвідування музею групою, 7. із однорідних стандартних і нестандартних деталей навмання беруть одну деталь 8. кидання шестигранного кубика декілька разів

**19. При повторенні дослідів із різними ймовірностями використовується:**

1	формула Бернуллі
2	формула повної ймовірності
3	Формула Байєса
4	Твірна функція

**20. Яке слово пропущене в реченні?**

___ великих чисел та центральна гранична теорема	(у бланку відповідей подати одним словом)
--	---

**21. Яке слово пропущене в реченні?**

Оцінка, що визначається одним числом, називається ___	(у бланку відповідей подати одним словом)
---	---

**22. Яке слово пропущене в реченні?**

Математичне сподівання двовимірної випадкової величини характеризує координати центру ___ випадкової	(у бланку відповідей подати одним словом)
--	---

величини.	
-----------	--

**23. Як називається припущення відносно параметрів або форми розподілу генеральної сукупності, яке перевіряється на основі даних вибіркового спостереження:**

(у бланку відповідей впишіть вірну відповідь одним словом)
--

**24. Як називається вибірка, якщо кожен об'єкт генеральної сукупності має однакову можливість попасти у вибірку:**

(у бланку відповідей впишіть вірну відповідь одним словом)
--

**25. Який закон займає центральне місце серед розподілів неперервних випадкових величин:**

--

**26. Вкажіть основні числові характеристики неперервної випадкової величини:**

1	Математичне сподівання
2	дисперсія
3	мода
4	Середньоквадратичне відхилення

**27. Яке слово пропущене в реченні?**

Сукупність об'єктів з яких зроблено вибірку називається _____	(у бланку відповідей подати словами)
---	--------------------------------------

**28. Яке слово пропущене в реченні?**

Площа гістограми частот дорівнює _____ вибірки, а площа гістограми частостей - одиниці.	(у бланку відповідей подати одним словом)
---	---

**29. Яке слово пропущене в реченні?**

Математичне сподівання двовимірної випадкової величини характеризує координати центру _____ випадкової величини.	(у бланку відповідей подати одним словом)
--	---

**30. Так чи ні:**

1.Кореляційний аналіз – це метод визначення кількісної ознаки взаємозалежностей між статистичними ознаками, що характеризують окремі соціально-економічні явища та процеси. 2. Кореляційний аналіз – це метод визначення якісної ознаки взаємозалежностей між статистичними ознаками, що характеризують окремі соціально-економічні явища та процеси.
--