

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра економічної кібернетики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
декан факультету інформаційних
технологій
Глазунова О.Г.
«25» _____ 2022 р.

«СХВАЛЕНО»
на засіданні кафедри економічної
кібернетики
протокол №__ від «__» _____ 2022 р.
завідувач кафедри
Жерліцин Д.М.

«РОЗГЛЯНУТО»
Гарант ОП «Інформаційні системи і
технології»
Швиденко М.З.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**«Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична
статистика»**

Спеціальність 126 «Інформаційні системи і технології»

Освітня програма «Інформаційні системи і технології»

Факультет інформаційних технологій

Розробник: доцент кафедри економічної кібернетики, к.е.н., Галаєва Л.В.

Київ – 2022р.

1. Опис навчальної дисципліни

«Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика»

Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь		
Освітній ступінь	Бакалавр	
Галузь знань	12 Інформаційні технології	
Спеціальність	126 «Інформаційні системи і технології»	
Освітня програма	«Інформаційні системи і технології»	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	150	
Кількість кредитів ECTS	5	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	Екзамен	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки (курс)	2	
Семестр	4	
Лекційні заняття	30год.	
Практичні, семінарські заняття	30год.	
Лабораторні заняття		
Самостійна робота	90 год.	
Індивідуальні завдання	.	
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	4год.	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Вивчення курсу теорії ймовірностей, ймовірнісних процесів та математичної статистики дає майбутнім фахівцям теоретичні знання та практичні навички в застосуванні математичних методів для вивчення закономірностей випадкових явищ, аналізу масових економічних, соціальних та інших процесів. Пізнання цих закономірностей дає можливість прогнозувати розвиток процесів як в економіці, соціології, так і у природничих науках.

Мета вивчення курсу – дати майбутньому спеціалісту теоретичні знання та практичні навички з теорії ймовірностей та математичної статистики та їх застосування в економіко-математичному моделюванні й аналізі результатів сільськогосподарського виробництва та агробізнесу та забезпечити загальні та спеціальні (фахові) компетентності за спеціальністю, визначені стандартом вищої освіти.

Завдання вивчення курсу.

Засвоївши курс студент повинен:

Знати

- закономірності випадкових явищ, їх властивостей та операцій над ними, ймовірнісних методів дослідження складних систем, базових понять математичної статистики;
- методологію аналізу даних з використанням теорії ймовірностей та математичної статистики;
- основні принципи і концепції, покладені в основу теорії ймовірностей та математичної статистики;
- основні поняття, теореми, аксіоми і співвідношення, моделі і характеристики теорії ймовірностей та математичної статистики;
- методи дослідження випадкових подій, випадкових величин та випадкових функцій, визначення їх ймовірнісних характеристик;
- статистичні методи спостереження, зведення та групування статистичних даних;
- основні області та можливості застосування апарату теорії ймовірностей у практичних дослідженнях.

Вміти

- розв'язувати типові задачі з використанням основних теорем теорії ймовірностей;
- будувати моделі випадкових процесів і здійснювати їх аналіз;
- застосовувати ймовірнісно-статистичні методи для оцінки стохастичних процесів;
- використовувати сучасні середовища для розв'язування задач статистичної обробки експериментальних даних;
- самостійно робити розрахунки, аналізувати отримані результати;
- визначати ймовірності випадкових подій на основі класичного, статистичного та геометричного підходів до поняття ймовірності;

- використовувати основні теореми теорії ймовірностей для знаходження ймовірностей складних подій;
- визначати типи випадкових величин, які доцільно використати для конкретного практичного дослідження та оцінювати їх основні характеристики;
- знаходити основні характеристики дискретних та неперервних випадкових величин;
- застосовувати закон великих чисел та граничні теореми для практичних досліджень;
- вміти оцінювати та аналізувати результати розрахунків.

володіти методами спостереження, зведення та аналізу масових статистичних даних.

Здатність обґрунтовувати власну думку щодо застосування методів статистичної обробки даних та оцінювання стохастичних процесів реального світу;

Здатність самостійно розв'язувати професійні задачі, використовуючи сучасний математичний апарат теорії ймовірностей та математичної статистики.

Дисципліна є базовою до вивчення дисциплін, які пов'язані зі стохастичними елементами. У розділі "Теорія ймовірностей" йдеться про такі поняття, як випадкова величина, випадкова подія, їх ймовірні характеристики, взаємовідношення між випадковими величинами. В розділі "Ймовірнісні процеси та математична статистика" йдеться про математичні методи обробки та аналізу будь-якої інформації з метою оцінки основних статистичних рис та взаємовідношень між показниками, які підлягають дослідженню.

Навчальна дисципліна забезпечує формування наступних компетентностей:

Загальні:

- ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- ЗК6. Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен показати певні програмні результати, а саме:

ПР1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, теорію функцій багатьох змінних, теорію рядів, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію ймовірностей та математичну статистику в обсязі, необхідному для розробки та використання інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій, сервісів та інфраструктури організації.

3 . Програма та структура навчальної дисципліни

– повного терміну денної (заочної) форми навчання;

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усьог о	у тому числі				
		л	п	л а б	ін д	с.р .		л	п	ла б	ін д	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»												
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей	4	2	2									
<i>Тема 2.</i> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності	9	2	2			5						
Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байсса.	9	2	2			5						
Тема 4. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	13	4	4			5						
Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики	9	2	2			5						

Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики	13	4	4			5							
Тема 7. Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.	9	2	2			5							
Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	5					5							
Тема 9. Закони великих чисел та центральна гранична теорема	9	2	2			5							
Разом за змістовим модулем 1	80	20	20			40							
Змістовий модуль 2. «Ймовірнісні процеси та математична статистика».													
Тема 10. Ймовірнісні процеси Стохастичне моделювання процесів в системах Марковські випадкові процеси	14	2	2			10							
Тема 11. Класифікація	14	2	2			10							

станів у загальному вигляді. Марковський ланцюг із неперервним часом. Системи рівнянь народження і загибелі.												
Тема 12. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	14	2	2			10						
Тема 13. Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	14	2	2			10						
Тема 14. Методи перевірки статистичних гіпотез.	14	2	2			10						
Разом за змістовим модулем 2	70	10	10			50						
Всього	150	30	30			90						

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	2
2	Тема 2. Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	2
3	Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	2
4	Тема 4. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	4
5	Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	2
6	Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	4
7	Тема 7. Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	2
8	Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	Самост. опрац.
9	Тема 9. Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	2
10	Тема 10. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	2
11	Тема 11. Класифікація станів у загальному вигляді. Марковський ланцюг із неперервним часом. Системи рівнянь народження і загибелі.	2
12	Тема 12. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	2
13	Тема 13. Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	2
14	Тема 14. Методи перевірки статистичних гіпотез.	2
Разом		30

5. Самостійна робота студентів

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	
2	Тема 2. Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	5
3	Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байеса.	5
4	Тема 4. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	5
5	Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	5
6	Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	5
7	Тема 7. Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	5
8	Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	5
9	Тема 9. Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	5
10	Тема 10. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	10
11	Тема 11. Класифікація станів у загальному вигляді. Марковський ланцюг із неперервним часом. Системи рівнянь народження і загибелі.	10
12	Тема 12. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	10
13	Тема 13. Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	10
14	Тема 14. Методи перевірки статистичних гіпотез.	10
Разом		90

6. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

Задачі до модуля 1

1. Коефіцієнт використання робочого часу для двох комбайнів становить 0,7 і 0,6 відповідно. Вважаючи, що зупинки в роботі мають випадковий характер і не залежать одна від одної, визначити яку частину від усього робочого часу складає час:

- а) сумісної роботи;
- б) роботи тільки одного комбайна;
- в) роботи хоч одного комбайна;
- г) простою обох комбайнів.

3. На тік надходить зерно від трьох комбайнів: від першого за день роботи надійшло 20%, від другого –40, від третього –40%. Перший комбайн при обмолоті пошкоджує 4% зерна, другий –3, третій – 2%. Знайти ймовірність того, що навмання взяте зерно пошкоджене; ймовірність того, що цю пошкоджену зернину пошкодив другий комбайн.

4. 500 фірм отримали кредити в банку. Банк класифікує кожен кредит за двома характеристиками: суму кредиту і термін кредиту (в місяцях). Відповідну класифікацію наведено в таблиці.

Термін	<\$2000	\$2000-4999	\$5000-7999	>\$8000
12	30	2	0	0
24	4	20	5	0
36	1	20	86	5
42	0	31	99	37
48	0	0	110	50

Для перевірки навмання вибирається одна фірма.

- Яка ймовірність того, що сума кредиту цієї фірми не менша \$5000?
- Яка ймовірність того, що термін кредиту фірми більший двох років?
- Яка ймовірність того, що фірма взяла кредит на суму, не меншу \$2000, на 42 місяці?

5. 3 10 лотерейних білетів 2 виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких 5 білетів один виграшний?

6. Вкладники банку за сумами вкладів та віком мають такий процентний розподіл:

Вік	Сума вкладу		
	<\$1000	\$1000-5000	>\$5000
<30 років	5%	15%	8%
30-50 років	8%	5%	20%
>50 років	7%	10%	2%

Нехай А та В такі події:

А = (у навмання вибраного клієнта вклад більший \$5000),

В = (вік навмання вибраного клієнта більший 30 років).

Визначити: $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$.

Задачі до модуля 2

Завдання А

За результатами спостережень над випадковою величиною X , поданих нижче в таблицях, знайти вибірку функцію розподілу, вибіркове середнє і незсунену оцінку дисперсії.

1.

x_i	-1	1	2	3	4	5
n_i	3	8	20	16	7	2

2.

x_i	-2	-1	0	1	2	3
n_i	2	8	20	9	8	3

3.

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	5	8	15	12	7	3

4.

x_i	-2	-1	0	1	2	3
n_i	3	12	20	8	5	2

5.

x_i	-3	-2	-1	0	1	2
n_i	2	6	25	10	5	2

6.

x_i	-4	-3	-1	0	1	2
n_i	1	7	23	10	7	2

7.

x_i	-1	0	1	3	4	5
n_i	3	9	18	10	8	2

8.

x_i	-2	-1	2	3	4	5
n_i	5	10	15	8	7	5

9.

x_i	-3	-2	-1	1	2	3
n_i	1	7	25	10	15	2

10.

x_i	0	1	2	3	4	6
n_i	2	7	20	10	8	3

У завданнях 11–20 дані спостережень x_i зменшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а n_i залишається без зміни. Наприклад:

11.

x_i	-2	0	1	2	3	4
n_i	3	8	20	10	7	2

У завданнях 21–30 дані спостережень x_i збільшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а n_i залишається без зміни. Наприклад:

21.

x_i	0	2	3	4	5	6
n_i	3	8	20	10	7	2

ПИТАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ

1. В яких випадках використовують виправлену вибіркoву дисперсію і як вона пов'язана із вибірковою дисперсією?
2. Вказати джерела даних у статистиці.
3. Вказати основні задачі математичної статистики.
Вказати порядок дій при перевірці гіпотез.
4. Вказати числові характеристики вибірки та формули, за якими їх обчислюють.
За яким критерієм здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань N нормально розподілених сукупностей?
Коли застосовують критерій узгодження Пірсона (χ^2 - квадрат)?
5. Маємо криву $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$. Що називають вирівнюванням емпіричних даних вздовж цієї кривої?
6. Що є предметом математичної статистики?
7. Що називають вибіркoвим середньоквадратичним відхиленням (стандартом)?
8. Що називають згрупованим розподілом накопиченої частоти вибірки?
9. Що називають не згрупованим і згрупованим розподілом частоти вибірки?
10. Що називають простою випадковою вибіркою? Як здійснюється проста випадкова вибірка за допомогою випадкових чисел?
Що називають статистичним критерієм, критичною областю та критичною точкою перевірки гіпотези?
11. Що називають статистичною, генеральною та вибірковою сукупністю, об'ємом цих сукупностей?
Що таке похибки першого та другого роду перевірки статистичної гіпотези?
12. Як визначають гістограми частот або частостей для згрупованих даних вибірки? Як визначають полігон частот для згрупованих даних вибірки?
13. Як визначають статистичні оцінки числових характеристик та умови їх незсунутості, ефективності, обґрунтованості?
14. Як визначають та позначають емпіричну функцію розподілу? Які основні властивості цієї функції?
Як здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань?
15. Як знаходять об'єм вибірки, який із заданими точністю та надійністю дозволить знайти оцінку математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?
16. Як ширина класу інтервалів згрупованих даних вибірки впливає на якість гістограми? Які рекомендації до вибору числа класів інтервалів?

8. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни використовуються такі методи навчання:

- М1. Лекція (дискусія, проблемна)
- М2. Лабораторна робота
- М3. Проблемне навчання
- М4. Проектне навчання(індивідуальне, малі групи, групове)
- М5. Он-лайн навчання

Та методи контролю:

- МК1. Тестування
- МК2. Контрольне завдання
- МК3. Розрахункова робота
- МК4. Методи усного контроль
- МК5. Екзамен
- МК6. Залік

9. Форми контролю

Кожна з форм контролю має особливості й залежить від мети, змісту та характеру навчання.

У процесі навчання дисципліни використовуються наступні форми контролю:

- Поточний контроль: усне опитування (індивідуальне, фронтальне, групове), комп'ютерне тестування, виконання розрахункових на комп'ютері згідно програми;
- Підсумковий контроль: тестування (залік) та екзамен (теоретичне завдання, практичне завдання, опитування - співбесіда)

10. Розподіл балів, які отримують студенти.

Оцінювання студента відбувається згідно Положення «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2018 р. протокол № 7 з табл.

Співвідношення між національними оцінками і рейтингом здобувача вищої освіти

Оцінка національна	Рейтинг студента, бали
Відмінно	90 – 100
Добре	89 - 74
Задовільно	60 - 73
Незадовільно	0 - 59

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни $R_{\text{дис}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи $R_{\text{НР}}$ (до 70 балів): $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{АТ}}$.

11.Методичне забезпечення

1. Галаєва Л.В. Глаголева І.І., Шульга Н.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: Методичні розробки для заочної форми навчання К.: НУБіП України, 2014. 56с.
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16959/>
2. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Кравченко К.Я. Вища та прикладна математика, розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика». – К.: ТОВ«Аграр Медіа Груп», 2014. 144 с.
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/>
3. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. Вища та прикладна математика, розділ «Теорія ймовірностей ймовірнісні процеси та математична статистика» методичний посібник. К.: ТОВ «ЦП Компринт», 2017. – 144 с.
4. Практикум "Теорія ймовірності" Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. К.: ВЦ"Компринт" 2019, 464с.
5. ЕНК на навчальному порталі НУБіП України ([розробляється](#))

12.Рекомендована література

Основна

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. К.: ЦУЛ, 2002. 448 с.
2. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. Тернопіль: Підручники та посібники, 1998 . 176 с.
3. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. К.: Вища школа, 1994. 192 с.

Допоміжна

1. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів. – К.: Вища школа, 1975. 498 с.
2. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. К.: Знання, 2002. 199с.

13.Інформаційні ресурси

1. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>.
2. ЕНК на навчальному порталі НУБІП України <https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=1021>
3. FAOSTAT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://faostat.fao.org>.
Market outlook report [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.agr.gc.ca/pol/maddam/index_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar_01_01_2009-04-17.
4. www.probabiliti.univ.kiev.ua Наукова періодика України. Наукові журнали. Архів. Теорія ймовірностей, математична статистика.
5. www.matan.kpi.ua Сайт кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності «КПІ».
6. www.zhaldak.npu.edu.ua Сайт Жалдака М.І., доктора фізико-математичних наук.
7. www.kpi.ua/fmf Сайт фізико-математичного факультету НТУУ «КПІ».
8. www.teorver.ru Електронні підручники з математики та теорії ймовірностей