

# НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

Кафедра економічної кібернетики



“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Декан факультету (директор ННІ)  
Григоренко О.Г.  
2023 р.

**РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО**  
на засіданні кафедри економічної кібернетики  
Протокол №10 від “18” травня 2023 р.

Завідувач кафедри  
(Жерліцин Д.М.)

”РОЗГЛЯНУТО”  
Гарант ОП  
(Голуб Б.Л.)

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### «Теорія ймовірностей та математична статистика»

спеціальність 121 «Інженерія програмного забезпечення»

освітньо-професійна програма «Інженерія програмного забезпечення»

Факультет (ННІ) інформаційних технологій

Розробники: доцент кафедри економічної кібернетики, к.ф.-м.н., Коваль Т.В.

Київ – 2023р.

## 1. Опис навчальної дисципліни

### Теорія ймовірностей та математична статистика

Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь		
Освітній ступінь	<i>(Бакалавр,)</i>	
Спеціальність	121 «Інженерія програмного забезпечення»	
Освітня програма	«Інженерія програмного забезпечення»	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	120	
Кількість кредитів ECTS	4	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	<i>Екзамен</i>	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки (курс)	2	
Семестр	3	
Лекційні заняття	30 год.	
Практичні, семінарські заняття	30 год.	
Лабораторні заняття	год.	
Самостійна робота	60 год.	
Індивідуальні завдання	год.	
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	4 год.	

## 2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни

Мета - дати майбутньому спеціалісту теоретичні знання та практичні навички з теорії ймовірностей та математичної статистики та їх застосування в економіко-математичному моделюванні й аналізі результатів сільськогосподарського виробництва та агробізнесу та забезпечити загальні та спеціальні (фахові) компетентності за спеціальністю, визначені стандартом вищої освіти .

Завдання - дати майбутнім фахівцям теоретичні знання та практичні навички в застосуванні математичних методів для вивчення закономірностей випадкових явищ, аналізу масових економічних, соціальних та інших процесів.

Пізнання цих закономірностей дає можливість прогнозувати розвиток процесів у природничих науках, в техніці та в інформаційних технологіях.

Набуття компетентностей:  
інтегральна компетентність (ІК)  
загальні компетентності (ЗК):

К01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.  
К05. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

**фахові (спеціальні) компетентності (ФК):**

К20. Здатність застосовувати фундаментальні і міждисциплінарні знання для успішного розв'язання завдань інженерії програмного забезпечення.  
К26. Здатність до алгоритмічного та логічного мислення.

**Програмні результати навчання (ПРН):**

ПР05. Знати і застосовувати відповідні математичні поняття, методи доменного, системного і об'єктно-орієнтованого аналізу та математичного моделювання для розробки програмного забезпечення.

### 3. Програма та структура навчальної дисципліни – повного терміну денної (заочної) форми навчання

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усьог о	у тому числі					усьог о	у тому числі				
		л	п	л а б	ін д	с.р.		л	п	ла б	ін д	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»</b>												
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей	7	2	2			3						
<b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне	7	2	2			3						

означення ймовірності												
Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	7	2	2			3						
Тема 4. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	11	4	4			3						
Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики	7	2	2			3						
Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики	11	4	4			3						
Тема 7. Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.	7	2	2			3						
Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи	3					3						

незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.												
Тема 9. Закони великих чисел та центральна гранична теорема	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>6</b>						
Разом за змістовим модулем 1	<b>70</b>	<b>20</b>	<b>20</b>			<b>30</b>						
<b>Змістовий модуль 2. «Математична статистика».</b>												
Тема 10. Імовірнісні процеси Стохастичне моделювання процесів в системах Марковські випадкові процеси	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>6</b>						
Тема 11. Класифікація станів у загальному вигляді. Марковський ланцюг із неперервним часом. Системи рівнянь народження і загибелі.	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>6</b>						
Тема 12. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>6</b>						
Тема 13. Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>6</b>						
Тема 14. Методи перевірки статистичних гіпотез.	<b>10</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>6</b>						
Разом за змістовим модулем 2	<b>50</b>	<b>10</b>	<b>10</b>			<b>30</b>						
<b>Всього</b>	<b>120</b>	<b>30</b>	<b>30</b>			<b>60</b>						

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<i>Тема 1.</i> Основні поняття теорії ймовірностей.	2
2	<i>Тема 2.</i> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	2
3	<i>Тема 3.</i> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	2
4	<i>Тема 4.</i> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теореми Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	4
5	<i>Тема 5.</i> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	2
6	<i>Тема 6.</i> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	4
7	<i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.	2
8	<i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	<b>Самост. опрац.</b>
9	<i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	2
10	<i>Тема 10.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	2
11	<i>Тема 11.</i> Класифікація станів у загальному вигляді. Марковський ланцюг із неперервним часом. Системи рівнянь народження і загибелі.	2
12	<i>Тема 12.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	2
13	<i>Тема 13.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	2
14	<i>Тема 14.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.	2
<b>Разом</b>		<b>30</b>

## 5. Самостійна робота студентів

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<i>Тема 1.</i> Основні поняття теорії ймовірностей.	3
2	<i>Тема 2.</i> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	3
3	<i>Тема 3.</i> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	3
4	<i>Тема 4.</i> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	3
5	<i>Тема 5.</i> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	3
6	<i>Тема 6.</i> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	3
7	<i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	3
8	<i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	3
9	<i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	6
10	<i>Тема 10.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	6
11	<i>Тема 11.</i> Класифікація станів у загальному вигляді. Марковський ланцюг із неперервним часом. Системи рівнянь народження і загибелі.	6
12	<i>Тема 12.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	6
13	<i>Тема 13.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	6
14	<i>Тема 14.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.	6
<b>Разом</b>		<b>60</b>

## 6. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

### Задачі до модуля 1

1. Коефіцієнт використання робочого часу для двох комбайнів становить 0,7 і 0,6 відповідно. Вважаючи, що зупинки в роботі мають випадковий характер і не залежать одна від одної, визначити яку частину від усього робочого часу складає час:

- сумісної роботи;
- роботи тільки одного комбайна;
- роботи хоч одного комбайна;
- простою обох комбайнів.

3. На тік надходить зерно від трьох комбайнів: від першого за день роботи надійшло 20%, від другого –40, від третього –40%. Перший комбайн при обмолоті пошкоджує 4% зерна, другий –3, третій – 2%. Знайти ймовірність того, що навмання взяте зерно пошкоджене; ймовірність того, що цю пошкоджену зернину пошкодив другий комбайн.

4. 500 фірм отримали кредити в банку. Банк класифікує кожен кредит за двома характеристиками: суму кредиту і термін кредиту (в місяцях). Відповідну класифікацію наведено в таблиці.

Термін	<\$2000	\$2000-4999	\$5000-7999	>\$8000
12	30	2	0	0
24	4	20	5	0
36	1	20	86	5
42	0	31	99	37
48	0	0	110	50

Для перевірки навмання вибирається одна фірма.

- Яка ймовірність того, що сума кредиту цієї фірми не менша \$5000?
- Яка ймовірність того, що термін кредиту фірми більший двох років?
- Яка ймовірність того, що фірма взяла кредит на суму, не меншу \$2000, на 42 місяці?

5. З 10 лотерейних білетів 2 виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких 5 білетів один виграшний?

6. Вкладники банку за сумами вкладів та віком мають такий процентний розподіл:

Вік	Сума вкладу		
	<\$1000	\$1000-5000	>\$5000
<30 років	5%	15%	8%
30-50 років	8%	5%	20%
>50 років	7%	10%	2%

Нехай А та В такі події:

А = (у навмання вибраного клієнта вклад більший \$5000),

В = (вік навмання вибраного клієнта більший 30 років).

Визначити:  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ .

## Задачі до модуля 2

### Завдання А

За результатами спостережень над випадковою величиною  $X$ . поданих нижче в таблицях, знайти вибірккову функцію розподілу, вибірккове середнє і незсунену оцінку дисперсії.

1.

$x_i$	-1	1	2	3	4	5
$n_i$	3	8	20	16	7	2

2.

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$n_i$	2	8	20	9	8	3



3.

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$n_i$	5	8	15	12	7	3

4.

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$n_i$	3	12	20	8	5	2

5.

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2
$n_i$	2	6	25	10	5	2

6.

$x_i$	-4	-3	-1	0	1	2
$n_i$	1	7	23	10	7	2

7.

$x_i$	-1	0	1	3	4	5
$n_i$	3	9	18	10	8	2

8.

$x_i$	-2	-1	2	3	4	5
$n_i$	5	10	15	8	7	5

9.

$x_i$	-3	-2	-1	1	2	3
$n_i$	1	7	25	10	15	2

10.

$x_i$	0	1	2	3	4	6
$n_i$	2	7	20	10	8	3

У завданнях 11–20 дані спостережень  $x_i$  зменшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а  $n_i$  залишається без зміни. Наприклад:

11.

$x_i$	-2	0	1	2	3	4
$n_i$	3	8	20	10	7	2

У завданнях 21–30 дані спостережень  $x_i$  збільшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а  $n_i$  залишається без зміни. Наприклад:

21.

$x_i$	0	2	3	4	5	6
$n_i$	3	8	20	10	7	2

## ПИТАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАТЬ

1. В яких випадках використовують виправлену вибіркoву дисперсію і як вона пов'язана із вибірковою дисперсією?
2. Вказати джерела даних у статистиці.
3. Вказати основні задачі математичної статистики.  
Вказати порядок дій при перевірці гіпотез.
4. Вказати числові характеристики вибірки та формули, за якими їх обчислюють.  
За яким критерієм здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань  $N$  нормально розподілених сукупностей?  
Коли застосовують критерій узгодження Пірсона ( $\chi^2$  - квадрат)?
5. Маємо криву  $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$ . Що називають вирівнюванням емпіричних даних вздовж цієї кривої?
6. Що є предметом математичної статистики?
7. Що називають вибіркoвим середньоквадратичним відхиленням (стандартом)?
8. Що називають згрупованим розподілом накопиченої частоти вибірки?
9. Що називають незгрупованим і згрупованим розподілом частоти вибірки?
10. Що називають простою випадковою вибіркою? Як здійснюється проста випадкова вибірка за допомогою випадкових чисел?  
Що називають статистичним критерієм, критичною областю та критичною точкою перевірки гіпотези?
11. Що називають статистичною, генеральною та вибірковою сукупністю, об'ємом цих сукупностей?  
Що таке похибки першого та другого роду перевірки статистичної гіпотези?
12. Як визначають гістограми частот або частостей для згрупованих даних вибірки? Як визначають полігон частот для згрупованих даних вибірки?
13. Як визначають статистичні оцінки числових характеристик та умови їх незсунутості, ефективності, обґрунтованості?
14. Як визначають та позначають емпіричну функцію розподілу? Які основні властивості цієї функції?  
Як здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань?
15. Як знаходять об'єм вибірки, який із заданими точністю та надійністю дозволить знайти оцінку математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?
16. Як ширина класу інтервалів згрупованих даних вибірки впливає на якість гістограми? Які рекомендації до вибору числа класів інтервалів?

## 8. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни використовуються такі методи навчання:

- М1. Лекція ( дискусія, проблемна)

- М2. Лабораторна робота
- М3. Проблемне навчання
- М4. Проектне навчання(індивідуальне, малі групи, групове)
- М5. Он-лайн навчання

Та методи контролю:

- МК1. Тестування
- МК2. Контрольне завдання
- МК3. Розрахункова робота
- МК4. Методи усного контроль
- МК5. Екзамен
- МК6. Залік

### 9. Форми контролю

Кожна з форм контролю має особливості й залежить від мети, змісту та характеру навчання.

У процесі навчання дисципліни використовуються наступні форми контролю:

- Поточний контроль: усне опитування (індивідуальне, фронтальне, групове), комп'ютерне тестування, виконання розрахункових на комп'ютері згідно програми;
- Підсумковий контроль: тестування (залік) та екзамен (теоретичне завдання, практичне завдання, опитування - співбесіда)

### 10. Розподіл балів, які отримують студенти.

Оцінювання знань студента

Оцінювання студента відбувається згідно Положення «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 26.04.2023 р. протокол № 8 з табл.

**Співвідношення між національними оцінками і рейтингом здобувача вищої освіти**

Рейтинг студента, бали	Оцінка національна за результати складання	
	екзаменів	заліків
90-100	Відмінно	Зараховано
74-89	Добре	
60-73	Задовільно	
0-59	Незадовільно	Не зараховано

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{нр}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{нр}} + R_{\text{ат}}$ .

## 11.Методичне забезпечення

1. Галаєва Л.В. Глаголева І.І., Шульга Н.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: Методичні розробки для заочної форми навчання – К.: НУБіП України, 2014. – 56с.  
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16959/>
2. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Кравченко К.Я. Вища та прикладна математика, розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика». – К.: ТОВ«Аграр Медіа Груп», 2014. – 144 с.  
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/>
3. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. «Теорія ймовірностей ймовірнісні процеси та математична статистика» методичний посібник – К.: ТОВ «ЦП Компринт», 2020. – 244 с.
4. Практикум "Теорія ймовірності" Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. К.: ВЦ"Компринт" 2019,-464с.

## 12.Рекомендована література

### Базова

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: ЦУЛ, 2002. – 448 с.
2. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Тернопіль: Підручники та посібники, 1998 .– 176 с.
3. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. –192 с.

### Допоміжна

1. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів. – К.: Вища школа, 1975. – 498 с.
2. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – К.: Знання, 2002. – 199с.

## 13.Інформаційні ресурси

1. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>.
2. FAOSTAT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://faostat.fao.org>.
3. [www.probabiliti.univ.kiev.ua](http://www.probabiliti.univ.kiev.ua) Наукова періодика України. Наукові журнали. Архів. Теорія ймовірностей, математична статистика.
4. [www.matan.kpi.ua](http://www.matan.kpi.ua) Сайт кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності «КПІ».
5. [www.zhaldak.npu.edu.ua](http://www.zhaldak.npu.edu.ua) Сайт Жалдака М.І., доктора фізико-математичних наук.
6. [www.kpi.ua/fmf](http://www.kpi.ua/fmf) Сайт фізико-математичного факультету НТУУ «КПІ».