

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**  
Кафедра економічної кібернетики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету аграрного менеджменту

\_\_\_\_\_ А.Д. Остапчук  
“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2020р.

**РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО**

на засіданні кафедри економічної кібернетики  
Протокол № 11 від “ 19” червня 2020 р.

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ А.В. Скрипник

# **РОБОЧА ПРОГРАМА**

НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**«Прикладна математика»**

розділ

**«Теорія ймовірностей та математична  
статистика»**

Спеціальність:

073 «Менеджмент»

Освітньо-професійна програма «Менеджмент»

Факультет аграрного менеджменту

**Розробник:** доцент кафедри економічної кібернетики, к.е.н., Галаєва Л.В.

**Київ – 2020**

## 1.Опис навчальної дисципліни

### «Прикладна математика»

#### Розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика»

<b>Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітній ступінь</b>		
Освітній ступінь	«Бакалавр»	
Галузь знань	07 «Управління та адміністрування»	
Спеціальність	073 «Менеджмент»	
Освітньо-професійна програма	«Менеджмент»	
Кваліфікація:	Бакалавр з менеджменту, менеджер-адміністратор	
Обмеження щодо форм навчання	Обмеження відсутні	
<b>Характеристика навчальної дисципліни</b>		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	120	
Кількість кредитів ECTS	4	
Кількість змістових модулів	2	
Форма контролю	Екзамен	
<b>Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання</b>		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	1	1
Семестр	2	2
Лекційні заняття	30 год.	4год.
Практичні, семінарські заняття	-	4год.
Лабораторні заняття	30 год.	-
Самостійна робота студента	60 год.	112 год.
Індивідуальні завдання (самостійна робота)		
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання:	4 год.	

## **2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни**

Вивчення курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» дає майбутнім фахівцям теоретичні знання та практичні навички в застосуванні математичних методів для вивчення закономірностей випадкових явищ, аналізу масових економічних, соціальних та інших процесів. Пізнання цих закономірностей дає можливість прогнозувати розвиток процесів як в економіці, соціології, так і у природничих науках.

**Метою курсу** є формування у майбутніх фахівців сучасного мислення та системи фундаментальних теоретичних знань з теорії ймовірностей та математичної статистики, а також прикладних практичних навиків із застосуванням інструментарію інформаційних технологій (MS Excel, SPSS тощо); набуття умінь дослідження та аналізу стохастичних процесів і явищ для прийняття ефективних управлінських рішень.

### **Завдання вивчення курсу.**

Засвоївши курс студент повинен:

**знати** методологію аналізу даних з використанням теорії ймовірностей та математичної статистики;

**вміти** самостійно робити розрахунки, аналізувати отримані результати;

**володіти** методами спостереження, зведення та аналізу масових статистичних даних.

**Цілі навчання:** підготовка фахівців, які володіють сучасним економічним мисленням, теоретичними знаннями і практичними навичками, необхідними для розв'язання завдань предметної області.

Дисципліна є базовою до вивчення дисциплін, які пов'язані зі стохастичними елементами. У розділі "Теорія ймовірностей" йдеться про такі поняття, як випадкова величина, випадкова подія, їх ймовірні характеристики, взаємовідношення між випадковими величинами. В розділі "Математична статистика" йдеться про математичні методи обробки та аналізу будь-якої інформації з метою оцінки основних статистичних рис та взаємовідношень між показниками, які підлягають дослідженню.

### **Навчальна дисципліна забезпечує формування ряду фахових компетентностей:**

#### **Інтегральна компетентність**

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, які характеризуються комплексністю і невизначеністю умов, у сфері менеджменту або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів соціальних та поведінкових наук.

### **Загальні компетентності (ЗК):**

ЗК 3. Здатність до абстрактного мислення, аналізу, синтезу.

ЗК 4. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК 8. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

ЗК 9. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 10. Здатність до проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК 11. Здатність до адаптації та дії в новій ситуації.

ЗК 12. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

### **Спеціальні (фахові, предметні) компетентності (СК):**

СК 2. Здатність аналізувати результати діяльності організації, зіставляти їх з факторами впливу зовнішнього та внутрішнього середовища.

СК 3. Здатність визначати перспективи розвитку організації.

СК 6. Здатність діяти соціально відповідально і свідомо.

СК 7. Здатність обирати та використовувати сучасний інструментарій менеджменту.

СК 8. Здатність планувати діяльність організації та управляти часом.

СК 9. Здатність працювати в команді та налагоджувати міжособистісну взаємодію при вирішенні професійних завдань.

СК 12. Здатність аналізувати й структурувати проблеми організації, формувати обґрунтовані рішення.

### **Програмні результати навчання (ПРН):**

ПРН 4. Демонструвати навички виявлення проблем та обґрунтування управлінських рішень.

ПРН 6. Виявляти навички пошуку, збирання та аналізу інформації, розрахунку показників для обґрунтування управлінських рішень.

ПРН 9. Демонструвати навички взаємодії, лідерства, командної роботи.

ПРН 16. Демонструвати навички самостійної роботи, гнучкого мислення, відкритості до нових знань, бути критичним і самокритичним.

ПРН 17. Виконувати дослідження індивідуально та/або в групі під керівництвом лідера.

ПРН 19. Демонструвати здатність самостійного прийняття рішень, розробляти достатню кількість альтернативних варіантів, обирати оптимальні рішення та нести відповідальність за їх реалізацію.

### 3. Програма та структура навчальної дисципліни

#### Програма навчальної дисципліни

#### «Прикладна математика»

#### розділ “Теорія ймовірностей та математична статистика”

#### Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»

##### *Тема 1 лекційного заняття 1. Основні поняття теорії ймовірностей*

Стохастичний експеримент, його роль та місце при моделюванні соціально-економічних і природничих процесів. Предмет теорії ймовірностей. Математична модель стохастичних експериментів. Алгебра випадкових подій. Аксиоматичний підхід до побудови ймовірностей простору стохастичного експерименту. Ймовірності на дискретному просторі елементарних подій. Теорема суми для несумісних і сумісних подій. Правило включення та виключення.

##### *Тема 2 лекційного заняття 1,2. Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності*

Класичне означення ймовірності. Основні поняття комбінаторного аналізу: основне правило комбінаторики, перестановки, розміщення, сполучення. Геометричне означення ймовірності. Статистичне означення ймовірності та її властивості. Практичне застосування різних підходів до побудови ймовірнісного простору.

##### *Тема 3 лекційного заняття 2. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байеса*

Умовна ймовірність та теорема добутку для залежних подій. Поняття попарної незалежності випадкових подій. Незалежність у сукупності. Повна група подій. Формула повної ймовірності та формула Байеса. Приклади використання при послідовній процедурі прийняття рішень (Баєсівський підхід).

##### *Тема 4 лекційного заняття 3. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу*

Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. Розподіл числа успіхів у серіях незалежних стохастичних експериментів. Біноміальний розподіл. Найвірогідніше число успіхів та його ймовірність. Наближені методи обчислення біноміальних ймовірностей та їх точність. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Теорема Бернуллі для

оцінки дійсної ймовірності через статистичну частоту. «Рідкісні» події. Теорема Пуассона. Номер першого успішного випробування в схемі Бернуллі.

***Тема 5 лекційного заняття 3,4. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики***

Означення випадкових величин та їх класифікація. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Числові характеристики розподілу: математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти. Числові характеристики середнього арифметичного, сукупності випадкових величин. Властивості числових характеристик. Основні закони дискретних розподілів та їх числові характеристики: вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі та його перетворення, розподіл Пуассона, геометричний розподіл. Приклади застосування стандартних розподілів у типових задачах на практиці..

***Тема 6 лекційного заняття 4,5. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики***

Означення неперервних випадкових величин. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. Абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості. Щільність розподілу функцій від абсолютно неперервних випадкових величин. Теорема згортки. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин та їх властивості.

***Тема 7 лекційного заняття 5,6. Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.***

Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики. Показниковий (експоненціальний) закон розподілу. Властивість відсутності післядії. Перетворення послідовностей незалежних випадкових величин. Гамма-розподіл. Нормальний закон розподілу ймовірностей та його стандартне представлення. Розподіли  $\chi^2$  (Хі-квадрат) Стьюдента та Фішера, їх зв'язок зі стандартним нормальним розподілом.

***Тема 8: Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики (самостійне опрацювання).***

***Тема 9 лекційного заняття 6. Закон великих чисел та центральна гранична теорема***

Закон великих чисел. Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі. Поняття про метод Монте-Карло.

## **Змістовий модуль 2. «Математична статистика»**

### ***Тема 10 лекційного заняття 7. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки***

Основні положення вибіркового методу. Вибірковий розподіл. Емпірична функція розподілу та гистограма. Вибіркові моменти. Статистичні оцінки та їх властивості. Збіжність статистичних оцінок – емпіричних характеристик за даними спостережень до теоретичних аналогів. Властивості емпіричної функції розподілу. Властивості гистограми. Властивості вибірових моментів. Груповані дані вибірових спостережень.

### ***Тема 11 лекційного заняття 8. Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів***

Точкові оцінки параметричної сукупності розподілів. Методи знаходження оцінок: метод моментів і максимальної вірогідності. Порівняння точкових оцінок. Інтервальні оцінювання. Загальний алгоритм побудови довірчих границь. (інтервальних оцінювань) певного рівня значущості для точкових оцінок. Інтервальні оцінювання для нормальної статистичної моделі.

### ***Тема 12 лекційного заняття 9. Методи перевірки статистичних гіпотез .***

Загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Типи помилок при перевірці гіпотез і потужність критерію. Критерії узгодженості: критерій Колмогорова-Смірнова та Пірсона. Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність. Критерії Стюдента щодо перевірки гіпотез про значення середніх для нормальної статистичної моделі у випадку рівних (нерівних) дисперсій. Критерій  $\chi^2$  (Хі-квадрат) про єдину дисперсію для нормальної статистичної моделі. Критерій Фішера про рівність (нерівність) двох дисперсій для нормальної статистичної моделі . Перетворення Фішера для перевірки гіпотез про взаємну незалежність.

## Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	с.р.	кер		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»</b>												
<b>Тема 1.</b> Основні поняття теорії ймовірностей.	<b>6</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>2</b>		<b>6</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>			<b>5</b>
<b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	<b>6</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>2</b>		<b>6</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>			<b>5</b>
<b>Тема 3.</b> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байеса.	<b>6</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>2</b>		<b>6</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>			<b>5</b>
<b>Тема 4.</b> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теореми Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	<b>7</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>3</b>		<b>6</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>			<b>5</b>
<b>Тема 5.</b> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	<b>6</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>2</b>		<b>7</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>			<b>6</b>
<b>Тема 6.</b> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	<b>9</b>	<b>4</b>		<b>2</b>	<b>3</b>		<b>7</b>	<b>0,5</b>	<b>0,5</b>			<b>6</b>



<i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	8	2		2	4		6	Самост. опрац.	Самост. опрац.			6
<i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	4	Самост. опрац.		Самост. опрац.	4		6	Самост. опрац.	Самост. опрац.			6
<i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	8	2		2	4		6	Самост. опрац.	Самост. опрац.			6
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>60</b>	<b>18</b>		<b>16</b>	<b>26</b>		<b>58</b>	<b>3</b>	<b>3</b>			<b>52</b>
<b>Змістовий модуль 2. «Математична статистика»</b>												
<i>Тема 10.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	18	4		4	10		21	0,5	0,5			20
<i>Тема 11.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	21	4		5	12		21	0,5	0,5			20
<i>Тема 12.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.	21	4		5	12		20	Самост. опрац.	Самост. опрац.			20
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>60</b>	<b>12</b>		<b>14</b>	<b>34</b>		<b>62</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>60</b>
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>30</b>		<b>30</b>	<b>60</b>		<b>120</b>	<b>4</b>	<b>4</b>			<b>112</b>

#### 4. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<b>Тема 1.</b> Основні поняття теорії ймовірностей.	<b>2</b>
2	<b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	<b>2</b>
3	<b>Тема 3.</b> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	<b>2</b>
4	<b>Тема 4.</b> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	<b>2</b>
5	<b>Тема 5.</b> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	<b>2</b>
6	<b>Тема 6.</b> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	<b>2</b>
7	<b>Тема 7.</b> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	<b>2</b>
8	<b>Тема 8.</b> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	-
9	<b>Тема 9.</b> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	<b>2</b>
10	<b>Тема 10.</b> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	<b>4</b>
11	<b>Тема 11.</b> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	<b>5</b>
12	<b>Тема 12.</b> Методи перевірки статистичних гіпотез.	<b>5</b>
<b>Разом</b>		<b>30</b>

## 5. Самостійна робота студентів

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<b>Тема 1.</b> Основні поняття теорії ймовірностей.	<b>2</b>
2	<b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	<b>2</b>
3	<b>Тема 3.</b> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	<b>2</b>
4	<b>Тема 4.</b> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	<b>3</b>
5	<b>Тема 5.</b> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	<b>2</b>
6	<b>Тема 6.</b> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	<b>3</b>
7	<b>Тема 7.</b> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	<b>4</b>
8	<b>Тема 8.</b> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	<b>4</b>
9	<b>Тема 9.</b> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	<b>4</b>
10	<b>Тема 10.</b> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	<b>10</b>
11	<b>Тема 11.</b> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	<b>12</b>
12	<b>Тема 12.</b> Методи перевірки статистичних гіпотез.	<b>12</b>
<b>Разом</b>		<b>60</b>

## 6. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

### Контрольні питання

#### Контрольні питання до модуля 1

Як визначають та в яких випадках використовують класичне та геометричне означення імовірності?

1. Як визначають та позначають частість випадкової події  $A$ ?
2. Які основні властивості імовірності та частоті?
3. Що є предметом комбінаторики?
4. Які комбінації називають перестановками, розміщенням, сполученням? Як позначають та обчислюють кількість цих сполук?
5. Як формулюють основні принципи комбінаторики?
6. Які випадкові події називають незалежними?
7. Як визначають та позначають умовну ймовірність?
8. Як формулюють та якими формулами записують теореми множення ймовірностей залежних і незалежних випадкових подій?
9. Яким умовам повинна задовольняти подія, щоб її ймовірність можна було знаходити за формулою повної імовірності? Який вигляд має ця формула?
10. Коли застосовують формулу Байєса та як її записують?
11. Яка послідовність випробувань утворює схему Бернуллі?
12. Яку формулу називають формулою Бернуллі і що вона дозволяє обчислювати?
13. За якими формулами знаходять ймовірність появи події  $A$  менше  $m$  або не менше за  $m$  разів у  $n$  випробуваннях схеми Бернуллі?
14. За якою формулою знаходять ймовірність появи події  $A$  хоча б один раз у  $n$  випробуваннях?
15. Як можна визначити найбільш ймовірне значення числа появ події  $A$  у схемі Бернуллі?
16. Як можна визначити кількість випробувань у схемі Бернуллі, яка дозволяє з ймовірністю  $P$  стверджувати, що подія  $A$  з'явиться хоча б один раз?
17. За якою формулою розраховують ймовірність появи події в декількох дослідах, якщо загальна кількість дослідів велика, а ймовірність появи події в кожному досліді однакова і дуже мала, така, що  $np < 10$ ?
18. У яких випадках доцільно використовувати граничні теореми у схемі Бернуллі?
19. Коли доцільно застосовувати формулу Пуассона?
20. Коли доцільно застосовувати локальну або інтегральну формули Муавра-Лапласа?
21. Як визначають і які мають властивості локальна та інтегральна функції Лапласа?
22. Як знаходять  $P_n(m)$  у випадку послідовних випробувань із різними ймовірностями?

23. Як формулюється теорема Бернуллі і який вона має наслідок?
24. Який існує зв'язок між твердженням теореми Бернуллі та інтегральною функцією Лапласа? Які задачі дозволяє розв'язувати цей зв'язок?
25. Як визначають випадкові величини; поняття дискретної та неперервної випадкової величини?
26. Якими способами можна задати дискретну випадкову величину?
27. Вказати основні закони розподілу дискретної випадкової величини та умови їх використання.
28. Що означають (пояснюють) основні характеристики дискретної випадкової величини?
29. За якими формулами обчислюють основні числові характеристики дискретної випадкової величини?
30. Як визначають функцію розподілу та щільності ймовірностей неперервних випадкових величин? Які властивості мають ці функції?
31. Який існує зв'язок між інтегральною та диференціальною функціями розподілу ймовірностей?
32. За якими формулами можна обчислити ймовірність влучення випадкової величини в проміжок  $(a, b)$ ?
33. Які основні числові характеристики неперервної випадкової величини та що характеризує кожна з них?
34. За якими формулами обчислюють основні числові характеристики неперервної випадкової величини?
35. Вказати основні властивості математичного сподівання та дисперсії.
36. Що таке момент ймовірності та що він показує?
37. Які значення може приймати функція розподілу випадкової величини?
38. Які значення може приймати функція щільності випадкової величини?
39. Яким чином може задаватись закон розподілу випадкової величини?

### **Контрольні питання до модуля 2**

1. У яких випадках використовують виправлену вибірку дисперсію і як вона пов'язана із вибірковою дисперсією?
2. Вказати джерела даних у статистиці.
3. Вказати основні задачі математичної статистики.
4. Вказати числові характеристики вибірки та формули, за якими їх обчислюють.
5. Що є предметом математичної статистики?
6. Що називають вибірковою середньоквадратичним відхиленням (стандартом)?
7. Що називають згрупованим розподілом накопиченої частоти вибірки?

8. Що називають не згрупованим і згрупованим розподілом частоти вибірки?
9. Що називають простою випадковою вибіркою? Як здійснюється проста випадкова вибірка за допомогою випадкових чисел?
10. Що називають статистичною, генеральною та вибірковою сукупністю, об'ємом цих сукупностей?
11. Як визначають гістограми частот або частостей для згрупованих даних вибірки? Як визначають полігон частот для згрупованих даних вибірки?
12. Як визначають та позначають емпіричну функцію розподілу? Які основні властивості цієї функції?
13. Як ширина класу інтервалів згрупованих даних вибірки впливає на якість гістограми? Які рекомендації до вибору числа класів інтервалів?
14. Який геометричний зміст медіани і як вона підраховується для згрупованих даних вибірки?
15. Який ймовірнісний зміст мають гістограма та полігон частот для згрупованих даних вибірки?
16. Які властивості має вибіркова середня?
17. Які статистичні оцінки називають точковими, інтервальними?
18. Як визначають статистичні оцінки числових характеристик та умови їх незсунутості, ефективності, обґрунтованості?
19. Що називають довірчою ймовірністю або надійністю оцінки?
20. Який порядок дій знаходження довірчого інтервалу для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при відомому та невідомому?
21. Вказати порядок дій при перевірці гіпотез.
22. За яким критерієм здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань  $N$  нормально розподілених сукупностей?
23. Коли застосовують критерій узгодження Пірсона ( $\chi^2$  - квадрат)?
24. Що називають статистичним критерієм, критичною областю та критичною точкою перевірки гіпотези?
25. Що таке похибки першого та другого роду перевірки статистичної гіпотези?
26. Як здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань?
27. Як знаходять об'єм вибірки, який із заданими точністю та надійністю дозволить знайти оцінку математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?
28. Як знаходять теоретичні частоти нормального розподілу для перевірки гіпотези за правилом Пірсона?
29. Як перевіряють гіпотезу про рівність дисперсій двох нормальних сукупностей?
30. Який сенс потужності критерію перевірки гіпотези?
31. Які гіпотези називають статистичними, основною та альтернативною, простою та складною?

## ЗРАЗОК ТЕСТОВОГО ЗАВДАННЯ

для модульного контролю знань  
З дисципліни: « Прикладна математика розділ Теорія ймовірностей та математична статистика»

1. Ймовірність події «Влучення стрілка в ціль» дорівнює 0,7. Яка ймовірність протилежної події?

1.	0,7
2.	0,3
3.	0
4.	1

2. Що є модою та середнім значенням для наступних даних?  
{4,9,8,7,14,4,4,4,8,9,6}

1	Середнє значення = 5, мода =8
2	Середнє значення = 7, мода =4
3	Середнє значення = 6, мода =6
4	Середнє значення = 8, мода =9

3. Область допустимих значень для нормального розподілу визначається як:

1	$(a - 3 ; a + 3 * \delta)$
2	$(a - \delta ; a + \delta)$
3	$(a ; \delta)$

4. Де зображена функція розподілу неперервної випадкової величини?

1	$F(x) = \int_{x_{\min}}^x f(x) dx, \quad x < x_{\max}$
2	$F(x) = x + y$
3	$F(x) = \sum_{x_i > x} p_i$
4	$F(x) = f(x) dx$

5. Визначити вірну числову характеристику для рівномірно розподіленої неперервної випадкової величини.

1	$M(x) = \frac{a + b}{2}$
2	$D(x) = \frac{1}{\lambda^2}$
3	$\sigma(x) = \frac{1}{\lambda}$

**6. Якщо на карточках написані 6 літер: т,е,о,р,і,я і з них обирають навмання одну карточку, яка ймовірність того, що це буде голосна літера?**

1	2
2	1
3	4/6
4	1/2

**7. Поставте у відповідність для отримання коректного визначення:**

1. Теорія ймовірностей – це	а) математична наука, яка вивчає закономірності у випадкових явищах.
2. Математична статистика – це	б) розділ математики, що вивчає закономірності, які мають місце в масових явищах і статистичних сукупностях.

**8. Є 7 претендентів на пост голови комісії: 3 жінки і 4 чоловіка. Яка ймовірність того, що обраним буде чоловік?**

1	4/7
2	0
3	7/4
4	1

**9. Дві несумісні події, які утворюють повну групу, називаються:**

1	елементарними
2	залежними
3	протилежними
4	рівними

**10. Всю множину об'єктів, що підлягають вивченню, називають:**

1	вибіркою;
2	генеральною сукупністю;
3	гістограмою;
4	полігоном

**11. Сукупність об'єктів випадково вибраних з генеральної сукупності називають:**

1	вибірковою сукупністю;
2	сукупністю;
3	варіацією;
4	полігоном

**12. Значення ознаки, які зустрічаються у вибірці називаються:**

1	варіанта;
2	полігон;
3	факторіал;
4	функція



**13. Поставити у відповідність способи відбору статистичних даних:**

A. Повторний – B. Безповторний –	1. якщо вибраний елемент не повертається до всіх елементів. 2. якщо вибраний елемент повертається до всіх елементів і може бути випадково вибраний повторно.
-------------------------------------	---

**14. Позначення n! вимовляється:**

1	елемент
2	сполучення
3	зіставлення
4	факторіал

**15. Яка з наведених формул описує емпіричну функцію ?**

1.	$F^*(x) = \frac{n}{n_x}$
2.	$F^*(x) = \frac{n_x}{n}$
3.	$F^*(n) = \frac{n_x}{n}$

**16. Так чи ні:**

1. Медіаною називають значення ознаки в одиниці сукупності, що займає нижнє положення в ранжируваному ряду розподілу
--

**17. Граничні теореми, які встановлюють відповідність між теоретичними і дослідними характеристиками випадкових подій належать до:**

1	класичної ймовірності;
2	теореми множення;
3	закону великих чисел;
4	теореми додавання

**18. Розставити у відповідності види подій:**

A. Сумісні B. Несумісні C. Залежні D. Незалежні E. Рівноможливі	1. влучення двох стрілків одночасно, 2. задача студентом декількох іспитів одночасно, 3. послідовне витягування лотереї 4. голосування виборців 5. участь у змаганні 5-ти студентів, 6. відвідування музею групою, 7. із однорідних стандартних і нестандартних деталей навмання беруть одну деталь 8. кидання шестигранного кубика декілька разів
---	---

**19. При повторенні дослідів із різними ймовірностями використовується:**

1	формула Бернуллі
2	формула повної ймовірності
3	Формула Байєса
4	Твірна функція

**20. Яке слово пропущене в реченні?**

____ великих чисел та центральна гранична теорема	(у бланку відповідей подати одним словом)
---	---

**21. Яке слово пропущене в реченні?**

Оцінка, що визначається одним числом, називається ____	(у бланку відповідей подати одним словом)
--	---

**22. Яке слово пропущене в реченні?**

Математичне сподівання двовимірної випадкової величини характеризує координати центру ____ випадкової величини.	(у бланку відповідей подати одним словом)
---	---

**23. Як називається припущення відносно параметрів або форми розподілу генеральної сукупності, яке перевіряється на основі даних вибіркового спостереження:**

(у бланку відповідей впишіть вірну відповідь одним словом)
--

**24. Як називається вибірка, якщо кожен об'єкт генеральної сукупності має однакову можливість потрапити у вибірку:**

(у бланку відповідей впишіть вірну відповідь одним словом)
--

**25. Який закон займає центральне місце серед розподілів неперервних випадкових величин:**

--

**26. Вкажіть основні числові характеристики неперервної випадкової величини:**

1	Математичне сподівання
2	дисперсія
3	мода
4	Середньоквадратичне відхилення

**27. Яке слово пропущене в реченні?**

Сукупність об'єктів з яких зроблено вибірку називається ____	(у бланку відповідей подати словами)
--	--------------------------------------

**28. Яке слово пропущене в реченні?**

Площа гістограми частот дорівнює ____ вибірки, а площа гістограми частостей - одиниці.	(у бланку відповідей подати одним словом)
--	---

**29. Яке слово пропущене в реченні?**

Математичне сподівання  
двовимірної випадкової величини  
характеризує координати центру  
\_\_\_\_\_ випадкової величини.

(у бланку відповідей подати одним словом)

**30. Так чи ні:**

1. Кореляційний аналіз – це метод визначення якісної ознаки взаємозалежностей між статистичними ознаками, що характеризують окремі соціально-економічні явища та процеси.

# ЗРАЗОК

## Завдання до іспиту

З дисципліни: « Прикладна математика розділ Теорія ймовірностей та математична статистика»

<b>НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ</b>			
ОС Бакалавр Освітньо- професійна програма/ спеціальність «Менеджмент»	<b>Кафедра</b> <u>Економічної</u> <u>кібернетики</u>  2020-2021 навч. рік	<b>ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ</b> <b>БІЛЕТ №</b>  з дисципліни <u>Прикладна математика: Теорія</u> <u>ймовірностей та математична</u> <u>статистика</u>	<b>Затверджую</b> Зав. кафедри  _____ 2020р.
<b>Екзаменаційні запитання</b> (максимальна оцінка 10 балів за відповідь на кожне запитання)			
<b>1. Поняття події. Позначення. Класифікація подій. Приклади подій. (10 балів)</b>			
<b>Задача 1. (5 балів)</b> На полиці виставлено 7 томів творів П. Загребельного. Яка ймовірність, що випадково 1,2 і 3 –й том стоять на початку полиці (зліва) у порядку зростання номерів?			
<b>Задача 2. (5 балів)</b> Стрілець двічі стріляє у мішень: А - влучення при першому пострілі, В - влучення при другому пострілі. Запишіть вирази для подій, які полягають у тому, що: С - стрілець влучив принаймні один раз, Д - стрілець влучив рівно один раз, Е – стрілець жодного разу в мішень не влучив			
<b>Тестові завдання різних типів</b> (максимальна оцінка 10 балів за відповідь на тестові завдання)			

### 1. Ймовірність випадкової події може бути числом:

- 1) більшим за одиницю;                      2) від'ємним;                      3) будь-яким додатнім;  
4) будь-яким меншим за одиницю;                      5) додатнім меншим за одиницю.

### 2. При повторенні дослідів із різними ймовірностями використовується:

- 1) формула Бернуллі;                      2) формула повної ймовірності;  
3) Формула Байєса;                      4) твірна функція.

### 3. Формула Байєса використовується для:

1	уточнення ймовірностей гіпотези;
2	Визначення ймовірностей гіпотези;
3	знаходження ймовірності появи хоча б однієї випадкової події;
4	визначення суми подій

### 4. Яке слово пропущене в реченні?

_____ великих чисел та центральна гранична теорема	(у бланку відповідей подати одним словом)
---	---

### 5. Яке слово пропущене в реченні?

Математичне сподівання випадкової величини характеризує _____ випадкової величини.	(у бланку відповідей подати словами)
--	--------------------------------------

### 6. Зменшенням параметру $\sigma$ (сигма) графік нормального розподілу:

1	всі відповіді вірні;
2	стає вужчим і крутіше спадає до нуля;
3	стає ширшим і крутіше спадає до нуля;

### 7. Розглядають наступні системи випадкових величин:

- 1) дискретні і неперервні;                      2) лише неперервні;  
3) дискретні, неперервні, змішані;            4) змішані, неперервні.

### 8. Яке слово пропущене в реченні?

Оцінка, що визначається одним числом, називається _____	(у бланку відповідей подати одним словом)
---	---

### 9. Основні задачі математичної статистики:

1	кількісний аналіз статистичних даних;
2	збір, групування, обробка статистичних даних;
3	групування статистичних даних;
4	графічне зображення статистичних даних

### 10. Так чи ні:

Медіаною називають значення ознаки в одиниці сукупності, що займає нижнє положення в ранжируваному ряду розподілу
---

## 7.Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни використовуються такі методи навчання:

- М1. Лекція ( дискусія, проблемна).
- М2. Практична (лабораторна) робота (практичне завдання).
- М3. Проблемне навчання.
- М4. Проектне навчання (індивідуальне, малі групи, групове).
- М5. Он-лайн навчання.

Та методи контролю:

- МК1. Тестування.
- МК2. Контрольне завдання.
- МК3. Розрахункова робота.
- МК4. Методи усного контролю.
- МК5. Екзамен.

## 8. Форми контролю

Кожна з форм контролю має особливості й залежить від мети, змісту та характеру навчання.

У процесі навчання дисципліни використовуються наступні форми контролю:

- Поточний контроль: усне опитування (індивідуальне, фронтальне, групове), комп'ютерне тестування, виконання розрахункових робіт на комп'ютері згідно програми;
- Підсумковий контроль: екзамен (теоретичне завдання, практичне завдання, тестування та по завершенні написання підсумкової роботи – співбесіда).

## 9.Розподіл балів, які отримують студенти.

Оцінювання знань студента відбувається за 100-бальною шкалою і переводиться в національні оцінки згідно з табл. 1 «Положення про екзамени та заліки у НУБіП України» (наказ про уведення в дію від 27.12.2019 р. № 1371)

Рейтинг студента, бали	Оцінка національна за результатами складання	
	екзаменів	заліків
90-100	Відмінно	Зараховано
74-89	Добре	
60-73	Задовільно	
0-59	Незадовільно	Не зараховано

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{НР}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{АТ}}$ .

## 10.Методичне забезпечення

1. Галаєва Л.В., Глаголева І.І., Шульга Н.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: Методичні розробки для заочної форми навчання – К.: НУБіП України, 2016. – 56с.

<http://elibrary.nubip.edu.ua/16959/>

2. Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. Методичні рекомендації для заочної та дистанційної форми навчання дисципліни "Математична статистика". – К.: ЦП "Компринт", 2018. – 292 с.

3. ЕНК на навчальному порталі НУБіП України «Теорія ймовірностей та математична статистика»

<https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=367>

4. Скрипник А.В. Вища та прикладна математика, розділ Теорія ймовірностей та математична статистика: методичний посібник для студентів економічних спеціальностей. / А.В.Скрипник, Л.В.Галаєва, К.Я.Кравченко. – К.: НУБіП України, 2015. – 148с.

## 11.Рекомендована література

### Основна

1. Барковський В.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Київ: ЦУЛ, 2017. – 427 с.

2. Бродський Я. Статистика. Ймовірність. Комбінаторика. Навчальний посібник. Київ: Навчальна книга «Богдан», 2014. – 544с.

3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей.– М.(будь- яке видання).

4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. Задачи и упражнения. – Москва.: Наука, 1973. – 258 с.

5. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – Київ: Вища школа, 1979. – 408 с.

6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.– Москва: Высшая школа, 2004. – 479с.

7. Моторин Р.М., Чокотовський Е.В. Статистика для економістів. – Київ: Знання, 2013. – 381с.

8. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. «Теорія ймовірностей ймовірнісні процеси та математична статистика». – Київ: ТОВ «Аграр Медіа Груп», 2017. – 265 с. <http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/>

9. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. Математична статистика. – К.: ВЦ «Компринт» 2018. - 380с.
10. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. Практикум «Теорія ймовірності». – К.: ВЦ «Компринт» 2019. – 464с.
11. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – Київ.: Вища школа, 1994. –192 с.
12. Ruric E. Wheeler, W.D. Peeples, Jr. Modern Mathematics. – Brooks: Cole Publishing Company, 2016. – 707р.

### **Допоміжна**

1. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Тернопіль: Підручники та посібники, 2014. – 176 с.
2. Волощенко А.Б., Джалладова І.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Київ: КНЕУ, 2013. – 256 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – Москва: Высшая школа, 1979. – 400с.
4. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів. – Київ.: Вища школа, 1975. – 498 с.
5. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – Київ.: Знання, 2012. – 199с.

### **12. Інформаційні ресурси**

1. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>
2. FAOSTAT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://faostat.fao.org>
3. Market outlook report [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://www.agr.gc.ca/pol/mad-dam/index\\_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar\\_01\\_01\\_2009-04-17](http://www.agr.gc.ca/pol/mad-dam/index_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar_01_01_2009-04-17)
4. Єріна А.М. Статистичне моделювання: Навч. посібник. – Київ: КНЕУ, 2001. – 170с. – Режим доступу: <http://www.gmdh.net/articles/theory/StatModeling.pdf>
5. Навчальний портал НУБіП України, курс у MOODLE [Електронний ресурс]. – Режим доступу <http://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=367>