

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра економічної кібернетики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету інформаційних технологій
д.пед.н., проф. Глазунова О.Г.

_____ 2023 р.



«СХВАЛЕНО»

на засіданні кафедри економічної кібернетики
Протокол № 10 від “_18_”_05_2023 р.

д.е.н., професор Жерлицин Д.М. Жерлицин Д.М.

”РОЗГЛЯНУТО”

Гарант ОП «Економічна кібернетика»

к.е.н., доцент

Клименко Н.А. Клименко Н.А.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Оптимізаційні методи та моделі

спеціальність 051 «Економіка»

освітня програма Економічна кібернетика

Факультет Інформаційних технологій

Розробник: к.е.н., доцент кафедри економічної кібернетики Рогоза Н.А.

Київ – 2023 р.

1. Опис навчальної дисципліни

“Оптимізаційні методи і моделі”

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітній ступінь		
Освітній ступінь	Бакалавр	
Напрямок підготовки	Економічна кібернетика	
Спеціальність	051 Економіка	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	базова	
Загальна кількість годин	150	
Кількість кредитів ECTS	5	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	залік	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки (курс)	2	-
Семестр	3	-
Лекційні заняття	30 год.	-
Практичні, семінарські заняття	30 год.	-
Лабораторні заняття	-	-
Самостійна робота	90	-
Індивідуальні завдання		-
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	4 год.	-

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: опанування методів і прийомів оптимізації для керування в економічних системах, виявлення альтернативних рішень, їх формалізований опис, співставлення альтернатив дій і цілей, а також аналіз можливостей виявлення альтернатив за допомогою модельних експериментів. Специфічна особливість економічної системи полягає у тому, що вона належить до класу управлінських систем, а в них першим завданням реалізації оптимального управління є правильний вибір критерію оптимальності, який міг би врахувати усі найважливіші, і, можливо, найсуперечливіші вимоги до даного економічного процесу.

Завдання навчальної дисципліни.

- Опанування основними поняттями лінійного програмування і математичного моделювання в економічній виробництва;

- оволодіння теоретичними основами математичного моделювання, прийомами та методами формалізації умов економіко-математичних задач, типовими економіко-математичними моделями і можливостями їх застосування в спеціальних умовах державних, колективних та фермерських господарств;

- оптимізація бізнес-планів виробництва і реалізації окремих видів продукції в умовах ринкової кон'юнктури;

- оволодіння методами післяоптимізаційного аналізу і правилами прийняття рішень у виробничій.

Набуття компетентностей

Інтегральна компетентність

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми в економічній сфері, які характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, що передбачає застосування теорій та методів економічної науки.

Спеціальні (фахові предметні)

СК4. Здатність пояснювати економічні та соціальні процеси і явища на основі теоретичних моделей, аналізувати і змістовно інтерпретувати отримані результати.

СК6. Здатність застосовувати економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач.

СК17. Здатність розробляти та досліджувати економіко-математичні моделі економічних об'єктів і систем з метою їх аналізу та вдосконалення системи управління.

Програмні результати навчання

ПР 8. Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач.

ПР13. Ідентифікувати джерела та розуміти методологію визначення і методи отримання соціально-економічних даних, збирати та аналізувати необхідну інформацію, розраховувати економічні та соціальні показники

ПР21. Вміти абстрактно мислити, застосовувати аналіз та синтез для виявлення ключових характеристик економічних систем різного рівня, а також особливостей поведінки їх суб'єктів.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ І.

Концептуальні аспекти оптимізаційних методів і моделей

Тема 1. Основи оптимізаційних методів і моделей

Предметом вивчення курсу є кількісні характеристики економічних явищ та процесів, що відбуваються у сільськогосподарському виробництві, вивчення їх взаємозв'язків та залежностей при розвитку економічної системи.

Основний метод дослідження – абстракція, сукупність прийомів і правил, які забезпечують формалізацію виробничих процесів у вигляді математичної моделі. Особливості задач лінійного програмування та їх застосування у народному господарстві. Загальна задача лінійного програмування

Тема 2. Математична постановка оптимізаційних задач. Класифікація задач математичного програмування

Наводиться поняття загальної задачі лінійного програмування. Дається розгорнутий, векторно-матричний і скалярно-векторний записи загальної задачі лінійного програмування. Вводяться поняття основних та природних обмежень, вектора-рядка коефіцієнтів лінійної форми, вектора-колонки вільних членів, вектора-колонки змінних, матриці основних умов. Модель розглядається як важливий інструмент наукової абстракції та один з основних методів пізнання закономірностей різноманітних явищ та процесів. Наводиться означення моделі, види моделей та їх класифікація за різними ознаками. Моделювання розглядається у широкому розумінні як процес побудови моделей, за допомогою яких вивчають функціонування об'єктів різної природи.

Роз'яснюються категорії «економіко-математична модель» та «економіко-математичне моделювання». Обґрунтовується необхідність та розглядаються особливості моделювання виробничих процесів у сільському господарстві, ефективність практичного застосування результатів моделювання для аграрних підприємств.

Етапи дослідження економічних процесів за допомогою моделей.

Розглядається базова модель лінійного програмування, формальні та неформальні вимоги до методів лінійного програмування при використанні їх для розв'язку економічних задач, основні категорії, поняття та визначення компонентів моделі. Обґрунтовується умовний поділ змінних на основні, додаткові та допоміжні, важливість розуміння економічного змісту додаткових змінних для економіко-математичного аналізу оптимальних розв'язків.

Тема 3. Основні прийоми формалізації умов економіко-математичних задач.

Розглядаються прийоми запису умов з незмінними (постійними) обсягами обмежень та коефіцієнтами при змінних, із змінними обсягами обмежень за умови відомих та невідомих границь зміни обсягів обмежень. У випадках, коли обсяг виробничого ресурсу або обсяг виробництва продукції необхідно одержати як розрахункову величину, використовують прийом введення допоміжної змінної з відображеною величиною, так званий метод «відображеної» змінної.

Якщо в економіко-математичній моделі потрібно відобразити певне пропорційне співвідношення окремих елементів системи, тобто формалізувати умови співвідношення між значеннями двох або декількох змінних, використовують метод пропорційного зв'язку.

Враховувати зміну коефіцієнтів біля невідомих і знаходити їх фактичне значення за допомогою відповідних розрахунків після розв'язку задачі дають змогу методи сумування коефіцієнтів, віднімання коефіцієнтів, середнього зваженого. На прикладі формалізації вимог щодо структури раціону годівлі сільськогосподарських тварин розглядається метод сумування коефіцієнтів.

Викладення основних прийомів моделювання супроводжується прикладами виробничих ситуацій, де найчастіше такі прийоми можуть бути застосовані.

Тема 4. Загальна задача лінійного програмування та її економічна інтерпретація. Постаті ЗЛП

Теорема про опуклість множини планів задачі лінійного програмування. Означення опуклої точкової множини (аналітичний та геометричне тлумачення). Означення лінійної опуклої комбінації точок (двох, декількох). Приклади опуклих точкових множин. Означення граничної точки та границі точкової множини. Закриті та відкриті опуклі множини. Поняття опуклого многогранника (многокутника), крайніх або кутових точок многогранника. Теорема про довільну точку опуклого многогранника. Поняття опорної площини та опорної гіперплощини. Теорема про досягнення екстремуму у кутовій точці. Означення опорного плану задачі лінійного програмування та її наслідки (поняття виродженості та неvirодженості опорного плану). Жорсткі та нежорсткі обмеження.

Тема 5. Геометрична інтерпретація та графічний розв'язок задачі лінійного програмування.

Поняття n – вимірного простору (основних змінних задачі лінійного програмування). Геометрична інтерпретація обмежень-рівнянь та обмежень-нерівностей. Поняття вектора-нормалі (вектора-градієнта, направляючого вектора). Інтерпретація лінійної форми (цільової функції) задачі як лінії рівня або гіперплощини рівня. Відшукування крайніх точок. Знаходження розв'язків задач лінійного програмування.

Тема 6. Симплексний метод. Вилучення Гауса, Жордана, Жордана-Гауса. Метод штучного базису

Ідея симплексного методу – перебір вершин многокутника (многогранника) планів задачі лінійного програмування у цілеспрямованому напрямку. Теорема про скінченність вершин многогранника планів задачі. *Simplex* – означає простий (з лат.). Основна вимога симплексного методу до задач лінійного програмування – задачі повинні бути записані у стандартній (першій канонічній) формі.

Даються означення опорного плану задачі лінійного програмування.

Особливості розв'язку пари спряжених задач. Запис задач у двоїсті симплексні таблиці. Відшукування розв'язків пари спряжених задач у двоїстих симплексних таблицях. Геометрична інтерпретація пари спряжених задач.

Тема 7. Теорія двоїстості та аналіз лінійних моделей з допомогою двоїстих оцінок. Метод послідовного наближення оптимального плану (Метод Лемке).

Теорема подвійності дозволяють використовувати розв'язок подвійної задачі (подвійні оцінки, об'єктивно зумовлені оцінки) для аналізу оптимального плану прямої задачі. Так, якщо значення подвійної оцінки відмінне від нуля – це означає, що виробничий ресурс є лімітованим, обмежує подальше нарощування виробництва, причому чим більше значення набуває подвійна оцінка, тим більш лімітованим є ресурс. Якщо ж значення подвійної оцінки нульове, то це означає, що відповідний їй виробничий ресурс є надлишковим, тобто наявна його кількість не стримує розвиток виробництва та немає необхідності для підприємства додавати додаткову кількість цього ресурсу до виробничого процесу, так як на результати виробництва та нарощування його обсягів це не вплине.

Тема 8. Транспортна задача та методи її розв'язання. Задача про призначення та методи її розв'язання.

Транспортна задача належить типу розподільчих задач лінійного програмування, наприклад, таких як розміщення виробництва, баз, складів, задачі оптимального призначення робітників, ресурсів тощо. Транспортні задачі розв'язують з метою мінімізації вартості перевезень, часу перевезень, відстаней (довжини маршрутів), а також максимізації обсягів виробництва, продажів, прибутку тощо. Класична транспортна задача полягає у пошуку оптимального плану перевезення однорідної продукції із однорідних пунктів наявності продукції в однорідні пункти її споживання на однорідних транспортних засобах.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ II

Задачі математичного програмування

Тема 9. Цілочислові задачі, особливості відшукування планів. Характеристика методів відшукування розв'язків. EXEL. Методи відтинання. Другий алгоритм Гоморі. Метод гілок і меж. Метод найшвидшого спадання функції.

Існує доволі широкий клас задач математичного програмування, в економіко-математичних моделях яких одна або кілька змінних мають набувати цілих значень, наприклад, коли йдеться про кількість верстатів у цеху, корів у сільськогосподарських підприємствах тощо, тобто коли така вимога впливає з особливостей технології виробництва. До цілочислового програмування належать також задачі оптимізації, в яких змінні набувають лише двох значень — 0 або 1 (бульові, або бінарні, змінні).

Тема 10. Дробово-лінійна задача. Економічна інтерпретація. Методи розв'язання

Під час розв'язування ірраціональних рівнянь здебільшого застосовують перетворення, пов'язане з піднесенням обох частин рівняння до натурального степеня. Слід пам'ятати, що в результаті піднесення до парного степеня дістають рівняння-наслідок, яке може містити сторонні корені. У цьому випадку потрібно обов'язково перевірити отримані корені безпосередньою підстановкою у вихідне рівняння.

Тема 11. Задачі з параметрами та методи їх розв'язання. Транспортна задача з параметрами.

Присутність параметрів у цільових функціях економічних задач зазвичай пов'язане з сезонними коливаннями цін на продукцію, а їх присутність у векторі обмежень – з коливаннями обсягу ресурсів (рівня запасів або обсягів постачання сировини) на підприємстві. Досить природно зробити припущення лінійної залежності цін і обсягів ресурсів, попиту на продукцію на деякому короткому проміжку часу. Тому логічно буде застосовувати лінійні параметричні моделі для відшукування розв'язків таких задач.

Тема 12. Особливості відшукування планів нелінійних задач.

Основні особливості ЗНЛП. Труднощі розв'язку задач нелінійного програмування. Геометричний метод розв'язання ЗНЛП. Особливості планів задач нелінійного програмування. Метод безпосереднього відшукування оптимального розв'язку. Класичний метод множників Лагранжа. Зведення задач до класичних. Функція Лагранжа. Приклад відшукування оптимального плану задачі нелінійного програмування методом множників Лагранжа.

Тема 13. Геометрична інтерпретація нелінійних задач.

Геометрично цільова функція являє собою коло з центром у точці $M(2; 2)$, квадрат радіуса якого $\sqrt{2}$. Це означає, що її значення буде збільшуватися (зменшуватися) зі збільшенням (зменшенням) радіуса кола. Проведемо з точки M кола різних радіусів. Функція Z має два локальних максимуми: точки $B(0; 6)$ і $C(8; 0)$. Обчислимо значення функціонала в цих точках: Отже точка $C(8; 0)$ є точкою глобального максимуму.

Тема 14. Методи приведення задач на відшукування безумовних екстремумів. Метод безпосереднього вилучення. Метод множників Лагранжа. EXEL

Для розв'язування задач нелінійного програмування не існує, як уже зазначалося, універсального методу, а тому доводиться застосовувати багато методів і обчислювальних алгоритмів, які ґрунтуються, здебільшого, на теорії диференціального числення, і вибір їх залежить від конкретної постановки задачі та форми економіко-математичної моделі.

Методи нелінійного програмування бувають *прямі* та *непрямі*. Прямими методами оптимальні розв'язки відшукують у напрямку найшвидшого збільшення (зменшення) цільової функції. Типовими для цієї групи методів є *градієнтні*. Непрямі методи полягають у зведенні задачі до такої, знаходження оптимуму якої вдається спростити. До них належать, насамперед, найбільш розроблені методи *квадратичного* та *сепарабельного* програмування.

Оптимізаційні задачі, на змінні яких не накладаються обмеження, розв'язують методами класичної математики. Оптимізацію з обмеженнями-рівностями виконують методами *зведеного градієнта*, скажімо *методом Якобі*, та *множників Лагранжа*. У задачах оптимізації з обмеженнями-нерівностями досліджують необхідні та достатні умови існування екстремуму *Куна—Таккера*.

Тема 15. Багатокритеріальна оптимізація

До цих пір ми розглядали задачі оптимізації, де 1 критерій (показник ефективності) за яким проводиться оцінка ефективності об'єкта, тобто потрібно звернути в *min* (*max*) один єдиний показник.

Такі завдання на практиці зустрічаються рідко. Коли йде мова про проектування таких об'єктів як літак, технологічний процес, то їх ефективність, як правило, не може бути повністю оцінена за допомогою єдиного показника.

Доводиться розглядати додаткові критерії (показники ефективності). Чим більше критеріїв якості вводиться в розгляд, тим більш повну характеристику достоїнств і недоліків проектного об'єкта можна отримати. Таким чином, завдання проектування складних систем завжди багатокритеріальні, тому що при виборі найкращого варіанту доводиться враховувати багато різних вимог, пред'явлених до системи (об'єкту).

Структура навчальної дисципліни “Оптимізаційні методи і моделі”

для повного терміну денної форми навчання

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма					заочна форма						
	усь го	у тому числі					усь ого	у тому числі				
		л	п	лаб	ін д	с.р.		л	п	ла б	ін д	с.р.
Змістовий модуль 1. Концептуальні аспекти оптимізаційних методів і моделей												
Тема 1. Предмет, зміст, завдання та структура курсу. Сутність оптимізаційних моделей та методів.	2	2				-						
Тема 2. Математична постановка оптимізаційних задач. Класифікація задач математичного програмування	4	2		2								
Тема 3. Прийоми формалізації економічних умов для побудови оптимізаційних моделей	4	2		2								
Тема 4. Загальна задача лінійного програмування та її економічна інтерпретація. Постаті ЗЛП. Реалізація задач з функції «Пошук рішень» з допомогою табличного процесора EXCEL.	4	2		2	-							
Тема 5. Геометрична інтерпретація та графічний розв’язок задачі лінійного програмування.	14	2		2	-	10						
Тема 6. Симплексний метод. Вилучення Гауса, Жордана, Жордана-Гауса. Метод штучного базису.	14	2		2	-	10						
Тема 7. Теорія двоїстості та аналіз лінійних моделей з допомогою двоїстих оцінок. Метод послідовного наближення оптимального плану (Метод Лемке).	4	2		2	-							
Тема 8. Транспортна задача та методи її розв’язання. Задача про призначення та методи її розв’язання.	14	2		2	-	10						
Разом за змістовим модулем 1	60	16		14	-	30						
Змістовий модуль 2. Задачі математичного програмування												
Тема 9. Цілочислові задачі, особливості відшукування планів. Характеристика методів відшукування розв’язків. EXCEL. Методи відтинання. Другий алгоритм Гоморі. Метод гілок і меж. Метод найшвидшого спадання функції	4	2		2	-							
Тема 10. Задачі з параметрами та методи їх розв’язання. Транспортна задача з параметрами.	14	2		2	-	10						
Тема 11. Дробово-лінійна задача. Економічна інтерпретація. Методи розв’язання	14	2		2	-	10						
Тема 12. Особливості відшукування планів	16	2		4	-	10						

нелінійних задач													
Тема 13. Геометрична інтерпретація нелінійних задач	14	2		2	-	10							
Тема 14. Методи приведення задач на відшукування безумовних екстремумів. Метод безпосереднього вилучення. Метод множників Лагранжа. EXEL	14	2		2	-	10							
Тема 15. Багатокритеріальна оптимізація	14	2		2		10							
Разом за змістовим модулем 2	90	14		16	-	60							
<i>Усього годин</i>	150	30		30	-	90							

4. Теми семінарських занять

Не передбачено планом

5. Теми практичні заняття

Не передбачено планом

6. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Приклади побудови оптимізаційних задач. Реалізація задач з функції «Пошук рішень» допомогою табличного процесора EXEL. Приклади побудови задач лінійного програмування. Геометрична ілюстрація розв'язків ЗЛП.	2
2	Загальна задача лінійного програмування та її економічна інтерпретація. Постаті ЗЛП. Реалізація задач з функції «Пошук рішень» з допомогою табличного процесора EXEL.	2
3	Графічне розв'язування задач ЛП.	2
4	Перехід від ЗЛП до стандартної постаті Знаходження опорних та оптимальних планів задач МЖВ, ЗЖВ. Реалізація симплексного методу та його модифікацій у різних симплексних таблицях. Знаходження опорних та оптимальних планів задач методом штучного базису.	2
5	Побудова двоїстих задач. Знаходження розв'язків пари спряжених задач у двоїстих симплексних таблицях	2
6	Побудова початкових планів. Реалізація методу потенціалів та розподільчого методу. Задача про призначення. Знаходження розв'язків ТЗ на ПЕОМ.	2
7	Розв'язування задач з параметрами у виразі функції мети.	2
8	Розв'язування дробово-лінійних задач	2

9	Особливості відшукування планів нелінійних задач.	2
10	Цілочислові задачі, особливості відшукування планів. Характеристика методів відшукування розв'язків. EXEL.	2
11	Методи відтинання. Другий алгоритм Гоморі..	2
12	Метод гілок і меж. Метод найшвидшого спадання функції.	2
13	Методи приведення задач на відшукування безумовних екстремумів. Метод безпосереднього вилучення	2
14	Метод множників Лагранжа. EXEL	2
15	Багатокритеріальна оптимізація	2
Разом		30

7. Теми самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Вивчення поведінки економічної системи при різних законах зміни споживання. Цілочислові задачі, особливості відшукування планів	8
2	Багатокритеріальна оптимізація. Розв'язати задачу методом мінімального відхилення від ідеальної точки.	8
<i>Проходження онлайн-навчання на платформі «Coursera»</i>		
3	Basic Modeling for Discrete Optimization https://www.coursera.org/programs/natsional-nii-universitiet-bioriesursiv-i-prirodokoristuvannia-ukrayini?collectionId=&currentTab=MY_COURSES&productId=FHRfjx4bEea5XBKU2ED_yw&productType=course&showMiniModal=true	28
4	Operations Research (3): Theory https://www.coursera.org/programs/natsional-nii-universitiet-bioriesursiv-i-prirodokoristuvannia-ukrayini?collectionId=&currentTab=CATALOG&productId=88Q7A4X0Eeupiwq8Pcj9Mw&productType=course&showMiniModal=true	28
5	Work Smarter with Microsoft Excel	16

8. Зразки контрольних питань, тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

1. Предмет оптимізаційних методів та моделей.
2. Поняття моделі та моделювання.
3. Види моделей.
4. Класифікація моделей.
5. Оптимізаційні моделі.
6. Етапи дослідження з допомогою моделей.
7. Циклічний характер досліджень з допомогою моделей.
8. Математичне програмування як розділ дослідження операцій.
9. Приклади застосування економіко-математичних моделей.

10. Об'єкт та предмет математичного програмування.
11. Загальна задача математичного програмування та її складові.
12. Загальна задача лінійного програмування.
13. Постаті задач лінійного програмування.
14. Зведення загальної задачі лінійного програмування до стандартної.
15. Геометрична інтерпретація задач лінійного програмування у просторі змінних задачі.
16. Властивість областей означення задач ЛП(опукла множина та її властивості).
17. Основні аналітичні властивості задач ЛП. (Теорема про існування розв'язку ЗЛП. Теорема про кутову точку. Поняття базисного розв'язку, опорного та оптимального планів.)
18. Поняття направляючого вектора (вектора-градієнта) та лінії (площини, гіперплощини) рівня.
19. Поняття базисного розв'язку, опорного та оптимального плану.
20. Теорема про план лінійної задачі.
21. Поняття граничної та кутової точки.
22. Ідея симплексного методу відшукування розв'язків лінійних задач.
23. Геометрична інтерпретація симплексного методу.
24. Модифіковані жорданові вилучення та їх застосування до симплексного методу.
25. Симплексний метод. Відшукування опорного плану (I етап) з використанням виключень Жордана-Гауса (модиф. викл.).
26. Симплексний метод. Відшукування оптимального плану (II етап). Виключення Жордана-Гауса (мод. викл.).
27. Правила перетворень у симплексних таблицях. Виключення Жордана-Гауса (мод. викл.).
28. Симплексний метод. Відшукування опорного плану (I етап) з використанням звичайних жорданових виключень.
29. Відшукування оптимального плану (II етап) з використанням виключень Жордана-Гауса (модиф. викл.).
30. Правила перетворень у симплексних таблицях. Звичайні жорданові виключення.
31. Ідея та архітектоніка симплексного методу.
32. Метод штучного базису. Його переваги та недоліки.
33. Алгоритм методу штучного базису.
34. Задачі дробово-лінійного програмування. Застосування симплексного методу для їх розв'язання.
35. Двоїстість у лінійному програмуванні. Економічна інтерпретація пари спряжених задач, записаних у другій канонічній постаті.
36. Характерні риси (властивості) пари спряжених задач, записаних у загальній формі.
37. Основна теорема двоїстості.
38. Умови доповнюючої не жорсткості.

39. Теорема про існування розв'язків пари двоїстих задач.
40. Двоїстість у ЛП. Економічна інтерпретація пари спряжених задач, записаних у другій канонічній постаті.
41. Розподільчі задачі математичного програмування.
42. Транспортна задача. Постановка задачі.
43. Поняття ланцюга та циклу транспортної задачі.
44. Теорема про існування розв'язків транспортної задачі.
45. Відкриті та закриті транспортні задачі. Балансова умова.
46. Особливості матриці основних умов транспортної задачі.
47. Теорема про ранг матриці транспортної задачі та її наслідки (Теорема про одну небазисну та базисні клітини транспортної задачі).
48. Задача двоїста до транспортної.
49. Метод потенціалів (Канторовича-Гавуріна) та його зв'язок з теорією двоїстості.
50. Ідея методу потенціалів.
51. Розподільчий метод та його зв'язок з методом потенціалів.
52. Задачі про призначення. Їх особливість. Методи розв'язання.
53. Особливості розв'язання задач з параметрами.
54. Застосування симплексного методу для відшукування розв'язків задач з параметрами.
55. Розв'язання транспортних задач з параметрами методом потенціалів.

Приклади тестових завдань

1.

	Роль математичного програмування полягає у:
1	- розробці методів розв'язання екстремальних задач;
2	- відшукуванні області допустимих розв'язків задач;
3	- розробці методів розв'язання лінійних задач;
4	- побудові екстремальних задач.

2. Підберіть синоніми:

А. Перша канонічна постать	1. подвійна; 2. симетрична; 3. стандартна;
Б. Друга канонічна постать	4. стандартизована; 5. узагальнена.

3.

	Задачі математичного програмування класифікуються як:
1	- лінійні та нелінійні;
2	- кубічні та двоїчні;
3	- статичні та динамічні;
4	- стохастичні та детерміновані.

4. Привести до стандартної постаті загальну задачу лінійного програмування:

$$z = 2x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$

$$5x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 10$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 \leq 0; x_2 \geq 0; x_3 \leq 0.$$

5.

	Загальна задача лінійного програмування включає функцію мети та:
1	- обмеження-нерівності обох типів при лише невід'ємних змінних;
2	- обмеження-нерівності обох типів, обмеження-рівняння та змішану систему обмежень на знак змінних;
3	- обмеження-рівності та змішану систему обмежень на знак змінних;
4	- обмеження-рівності при невід'ємних змінних.

6. У просторі 3-х змінних ЗЛП обмеження-нерівність інтерпретується як (продовжіть)

7. Вставити пропущену фразу! У просторі n-х змінних ЗЛП (n>3) функція мети інтерпретується як рівня, напрямком яких задається направляючим вектором

8.

	При відшуканні max функції мети площину (пряму) рівня рухають у напрямку:
1	- до найвіддаленішої точки від початку координат без врахування знаку віддалі;
2	- до найближчої точки від початку координат з врахуванням знаку віддалі;
3	- до найближчої крайньої точки многогранника планів задачі;
4	- до найвіддаленішої від початку координат крайньої точки многогранника планів задач, вказаному направляючим вектором.

9.

	Розв'язком задачі лінійного програмування (ЗЛП) може бути:
1	- промінь;
2	- відрізок;
3	- кутова точка;
4	- внутрішня точка многогранника планів задачі;

10.

	Опорний план стандартної задачі лінійного програмування – це:
1	- довільний вектор, що задовольняє основну систему умов задачі;
2	- вектор, невід'ємні компоненти якого задовольняють умови задачі;
3	- невід'ємний базисний розв'язок;
4	- недодатний вектор.

11. Знайдіть правильні математичні записи опуклої множини:

$$1. \begin{cases} M = \lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2 \\ \lambda_1 + \lambda_2 \neq 1, \lambda_1, \lambda_2 \leq 0 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} M = \sum_{j=1}^2 \lambda_j M_j \\ \sum_{j=1}^2 \lambda_j = 1, \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} M = \lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} M = \lambda M_1 + (1-\lambda)M_2 \\ 0 \leq \lambda \leq 1 \end{cases} \quad 5. \begin{cases} M = (1-\lambda)M_1 + \lambda M_2 \\ \lambda \geq 0 \end{cases}$$

12.

	МЖВ. Симплексні таблиці. Ознакою оптимальності опорного плану ЗЛП, функція мети якої прагне до <i>max</i>, є у цільовому рядку:
1	- відсутність додатних елементів;
2	- наявність додатних елементів;
3	- відсутність від'ємних елементів;
4	- відсутність нульових елементів.

13.

	МЖВ. Симплексні таблиці. Ознакою несумісності системи умов є:
1	- відсутність додатних елементів у рядку з від'ємними вільним членом;
2	- відсутність від'ємних елементів хоча б у одному рядку з від'ємним вільним членом;
3	- наявність додатних елементів у рядку з від'ємним вільним членом;
4	- наявність нульових елементів у рядку з від'ємним вільним членом.

14.

	Дробово-лінійна задача – це задача, що має:
1	- нелінійну функцію мети;
2	- лінійну функцію мети та нелінійні обмеження;
3	- лінійні обмеження та функцію мети, математичний запис якої є відношенням лінійних функцій;
4	- нелінійні обмеження та функцію мети, математичний запис якої є будь-яким дробом.

15. Метод штучного базису. Для забезпечення виведення штучних змінних з базису у функцію мети вводять (Продовжіть!)

16.

	Принцип відшукування розв'язків задач з параметрами полягає у:
1	- поетапному відшукуванні розв'язків задач на окремих проміжках значень параметрів;
2	- відшукуванні розв'язків задач в окремих точках області допустимих значень планів задачі;
3	- відшукуванні розв'язків у крайніх точках заданого інтервалу значень параметрів;
4	- у побудові окремих задач та відшукуванні їх розв'язків.

17.

До задачі побудована двоїста. Яка з них правильна ?	
Задана задача $z = 4x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$ $-3x_1 + 4x_2 \leq 2$ $12x_1 + 5x_2 \leq 4$ $x_1 + 2x_2 \leq 3$ $x_1 \geq 0, x_2 \leq 0$	$w = 2y_1 + 4y_2 \rightarrow \min$ 1. $-3y_1 + 12y_2 + y_3 \geq 4$ $4y_1 + 5y_2 + 2y_3 \leq 8$ $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$ $w = 2y_1 + 4y_2 + 3y_3 \rightarrow \min$ 3. $-3y_1 + 12y_2 + y_3 \geq 4$ $4y_1 + 5y_2 + 2y_3 \leq 8$ $y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0$ $w = 2y_1 + 4y_2 \rightarrow \min$ 4. $3y_1 + 12y_2 + y_3 \geq 4$ $4y_1 + 5y_2 + 2y_3 \leq 8$ $y_1 \geq 0, y_2 \leq 0, y_3 \geq 0$

18.

	До методів побудови початкових планів транспортної задачі належать:
1	- північно-західного кута;
2	- мінімального елементу вартостей перевезень;
3	- подвійних відміток;

4	- крайового кута.
---	-------------------

19. Одна небазисна клітина транспортної задачі з рештою базисних клітин
(Продовжіть!)

20. Авторське право симплексного методу належить:

1	- Бернуллі;
2	- Данцігу;
3	- Фішеру;
4	- Канторовичу.

21.

	При відшуванні розв'язку цілочислової задачі:
1	- достатньо знайти розв'язок не цілочислової задачі і заокруглити значення у сторону їх збільшення;
2	- достатньо знайти розв'язок не цілочислової задачі і заокруглити значення у сторону їх зменшення;
3	- необхідні спеціальні методи відшування оптимальних планів;
4	- достатньо знайти розв'язок не цілочислової задачі і заокруглити значення за правилами округлень.

22. Поставте у відповідність:

А. Скорочені симплексні таблиці	На місці розв'язуючого елемента записується: 1) обернений даному; 2) одиниця; 3) «-1»; 4) нуль.
Б. Повні симплексні таблиці	

23. Умови потенціальності (транспортна задача) є ні чим іншим, як умовами
(Продовжіть!)

24. Ітерації симплексного методу. Розв'язуючий елемент не може бути ... (Продовжіть!)

25. Геометрично опуклу множину можна інтерпретувати як:

1	- криву;
2	- довільний простір;
3	- простір, дві довільні точки якого можна з'єднати відрізком прямої, кожна точка якого належатиме цьому простору;
4	- лінію всі точки якої належать площині;

26. Вставте пропущені слова! (Метод Гоморі). Правильне відсікання повинне відсікати і не повинне відсікати жодного

27.

	Функція мети у лінійно-оптимізаційній моделі – це:
1	- формалізований вигляд критерію оптимальності;
2	- квадратична форма;
3	- сума середньоквадратичних відхилень дійсних значень від розрахункових;
4	- дробово-лінійний вираз.

28. Метод найшвидшого спуску може бути застосований для відшукування розв'язків цілочислових задач:

1	- лінійних;
2	- нелінійних
3	- як лінійних, так і нелінійних

29. Чи можуть задачі містити параметри у вільних членах своїх обмежень ?

1	- ні;
2	- так;
3	- лише у деяких випадках динамічних задач.

30. Чи можна задачу на мінімум цільової функції привести до задачі на відшукування максимуму цільової функції множенням коефіцієнтів при невідомих у виразі функції мети на «-1»?

1	- у деяких випадках, коли вираз функції мети не містить доданка зі змінною у нульовій степені;
2	- ні;
3	- так.

Тестові завдання різних типів

(максимальна оцінка 10 балів за відповідь на тестові завдання)

1.Продовжіть! Науковий метод дослідження явищ та процесів ґрунтується на принципі ...

2. Що характеризує адекватність моделі:

- 1) - відповідність тим властивостям, які вважаються суттєвими для досліджуваної системи;
- 2) - відповідність меті дослідження та прийнятій системі гіпотез;
- 3) - розмірність невідомих моделі;
- 4) - відповідність отриманих у процесі дослідження моделі результатів поведінці аналогічних реальних економічних систем.

3.Вихідна інформація повинна відповідати таким основним вимогам:

- 1) - достатність, стохастичність, оперативність, доступність;
- 2) - достовірність, великий обсяг, однозначність;
- 3) - достовірність, достатність, багатозначність, оперативність;
- 4) - достовірність, достатність, доступність, однозначність, оперативність.

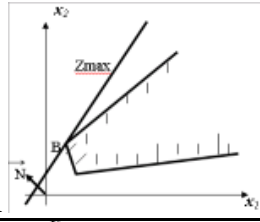
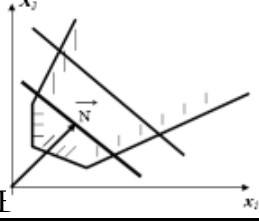
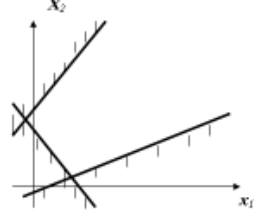
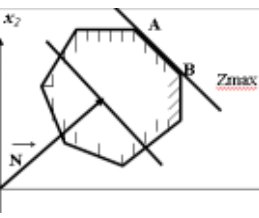
4.Математичні методи поділяють на:

- 1) графічні; 2) формульні; 3) аналітичні; 4) чисельні; 5) формальні

5. Поставте у відповідність з доцільністю використання методу

А. Для відшукування деяких сум	1) сумування коефіцієнтів;
Б. Для зміни технологічних коефіцієнтів у процесі моделювання	2) відображеної змінної;
В. Для встановлення пропорцій	3) віднімання коефіцієнтів;
	4) пропорційності;
	5) добутку коефіцієнтів;
	6) метод «коефіцієнтів».

6. Розставити згідно графічного методу у відповідності до рис. значення цільової функції

<p>1. Цільова функція на максимум набуває безліч значень на відрізку</p> <p>2. ОДЗ несумісна</p> <p>3. Є єдиний розв'язок (точка) на максимум, на мінімум – цільова функція необмежена</p> <p>4. Цільова функція на максимум необмежена, на мінімум – розв'язок-єдина точка</p>	 <p>A</p>	 <p>E</p>
	 <p>B</p>	 <p>D</p>

7. МЖВ. Симплексні таблиці. Ознакою оптимальності опорного плану ЗЛП, функція мети якої прагне до *max*, є: у цільовому рядку (продовжіть!)

1	- відсутність додатних елементів;
2	- наявність додатних елементів;
3	- відсутність від'ємних елементів;
4	- відсутність нульових елементів.

8. Одна небазисна клітина транспортної задачі з рештою базисних клітин завжди ... (Продовжіть!)

9. Дробово-лінійна задача – це задача, що має:

1	- нелінійну функцію мети;
2	- лінійну функцію мети та нелінійні обмеження;
3	- лінійні обмеження та функцію мети, математичний запис якої є відношенням лінійних функцій;
4	- нелінійні обмеження та функцію мети, математичний запис якої є будь-яким дробом.

10. Задачу нелінійного програмування не можна розв'язати методом:

1	- угорським;
2	- Лагранжа;
3	- графічним;
4	- безпосереднього вилучення.

9. Методи навчання.

Методами навчання є способи спільної діяльності й спілкування викладача та здобувачів вищої освіти, що забезпечують вироблення позитивної мотивації навчання, оволодіння системою професійних знань, умінь і навичок, формування наукового світогляду, розвиток пізнавальних сил, культури розумової праці майбутніх фахівців.

Під час навчального процесу використовуються наступні методи навчання.

Залежно від джерела знань: словесні (пояснення, бесіда, дискусія, діалог);

наочні (демонстрація, ілюстрація); практичні (рішення задач, ділові ігри).

За характером пізнавальної діяльності: пояснювально-наочний проблемний виклад; частково-пошуковий та дослідницький методи.

За місцем у навчальній діяльності:

- методи організації і здійснення навчальної діяльності, що поєднують словесні, наочні й практичні методи; репродуктивні й проблемно-пошукові; методи навчальної роботи під керівництвом викладача та методи самостійної роботи здобувачів вищої освіти;

- методи контролю й самоконтролю за навчальною діяльністю: методи усного, письмового контролю; індивідуального й фронтального, тематичного та систематичного контролю.

У процесі викладання навчальної дисципліни для активізації навчально-пізнавальної діяльності здобувачів вищої освіти передбачено застосування таких навчальних технологій:

- робота в малих групах дає змогу структурувати практично-семінарські заняття за формою і змістом, створює можливості для участі кожного здобувача вищої освіти в роботі за темою заняття, забезпечує формування особистісних якостей та досвіду соціального спілкування;

- семінари-дискусії передбачають обмін думками й поглядами учасників з приводу даної теми, а також розвивають мислення, допомагають формувати погляди й переконання, вміння формулювати думки та висловлювати їх, вчать оцінювати пропозиції інших людей, критично підходити до власних поглядів;

- мозкові атаки – метод розв'язання невідкладних завдань, сутність якого полягає в тому, щоб висловити як найбільшу кількість ідей за обмежений проміжок часу, обговорити й здійснити їх селекцію;

- кейс-метод – метод аналізу конкретних ситуацій, який дає змогу наблизити процес навчання до реальної практичної діяльності фахівців і передбачає розгляд виробничих, управлінських та інших ситуацій, складних конфліктних випадків, проблемних ситуацій, інцидентів у процесі вивчення навчального матеріалу;

- презентації – виступи перед аудиторією, що використовуються для подання певних досягнень, результатів роботи групи, звіту про виконання індивідуальних завдань, інструктажу, демонстрації.

Також інформаційно-повідомлювальні методи з елементами проблемності і наочності, розв'язування задач, вирішення ситуаційних завдань, оформлення документації, робота з електронними ресурсами та програмним забезпеченням для розв'язування оптимізаційних задач тощо.

10. Форми контролю.

Відповідно до «Положення про екзамени та заліки у Національному університеті біоресурсів і природокористування України», затвердженого вченою радою НУБіП України від 26.04.2023 р. протокол №10, видами контролю знань здобувачів вищої освіти є поточний контроль, проміжна та

підсумкова атестації.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних, лабораторних та семінарських занять і має на меті перевірку рівня підготовленості здобувачів вищої освіти до виконання конкретної роботи.

Проміжна атестація проводиться після вивчення програмного матеріалу й має визначити рівень знань здобувачів вищої освіти з програмного матеріалу, отриманих під час усіх видів занять і самостійної роботи.

Форми та методи проведення проміжної атестації, засвоєння програмного матеріалу розробляються лектором дисципліни та затверджується відповідною кафедрою у вигляді тестування, письмової контрольної роботи, колоквіуму тощо, що можна оцінити чисельно.

Засвоєння здобувачем вищої освіти програмного матеріалу вважається успішним, якщо рейтингова оцінка його становить не менше, ніж 60 балів за 100-бальною шкалою.

Семестрова атестація проводиться у формах семестрового екзамену або семестрового заліку з конкретної навчальної дисципліни.

Семестровий екзамен – це форма підсумкової атестації засвоєння здобувачем вищої освіти теоретичного та практичного матеріалу з навчальної дисципліни за семестр.

Семестровий залік – це форма підсумкового контролю, що полягає в оцінці засвоєння здобувачем вищої освіти теоретичного та практичного матеріалу (виконаних ним певних видів робіт на практичних, семінарських або лабораторних заняттях та під час самостійної роботи) з навчальної дисципліни за семестр.

Диференційований залік – це форма атестації, що дозволяє оцінити виконання та засвоєння здобувачем вищої освіти програми виробничої практики, підготовки та захисту курсової роботи (проекту) .

Здобувачі вищої освіти зобов'язані складати екзамени й заліки відповідно до вимог робочого навчального плану в терміни, передбачені графіком освітнього процесу.

Зміст екзаменів і заліків визначається робочими навчальними програмами дисциплін.

Зміст екзаменів і заліків визначається робочими навчальними програмами дисциплін

11. Розподіл балів, які отримують студенти.

Оцінювання студента відбувається згідно положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 26.04.2023 р. протокол №10.

Співвідношення між рейтингом здобувача вищої освіти і національними оцінками

Рейтинг здобувача вищої освіти, бали	Оцінка національна за результати складання	
	екзаменів заліків	екзаменів заліків
Відмінно	90-100	Зараховано
Добре	74-89	
Задовільно	60-73	
Незадовільно	0-59	Не зараховано

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни $R_{\text{дис}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи $R_{\text{НР}}$ (до 70 балів): $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{ат}}$

12. Навчально - методичне забезпечення

Електронний навчальний курс «Оптимізаційні методи та моделі», розроблений на базі платформи Moodle, розміщений на навчальному порталі НУБіП України. Вебсторінка. URL:

<https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=1024>

1. Оптимізаційні методи та моделі: підручник / Л. В. Забуранна та ін. К. : ЦП "Компринт", 2014. 372 с. (Забуранна Л.В.; Клименко Н.А.; Попрозман Н.В.; Попрозман О.І.; Забуранний С.В.).
2. Оптимізаційні моделі та методи їх реалізації: навчальний посібник для підготовки фахівців економічних спеціальностей ОКР "Бакалавр". Національний університет біоресурсів і природокористування України. З. О. Жадлун, Л. В. Галаєва, Н. Г. Шульга. К.: Видавничий центр НУБіП України, 2014. 160 с.
3. Економіко-математичні моделі та методи їх розв'язку: методичні вказівки до виконання лабораторних та практичних завдань для підготовки фахівців економічних спеціальностей ОС "Бакалавр". Національний університет біоресурсів і природокористування України; уклад.: Л. В. Галаєва, Н. А. Рогоза, Н. Г. Шульга. К. : ЦП "КОМПРИНТ". 2019. 172 с.
4. Вітлінський В.В. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація. навч. посібник. Вітлінський В. В., Терещенко Т. О., Савіна С. С. К.: КНЕУ. 2016. 303 с.
5. Економіко-математичні методи та моделі: методичні матеріали до лабораторних занять для студентів денної та заочної форм навчання за напрямом. Національний університет біоресурсів і природокористування України З. О. Жадлун, Н. А. Рогоза. К.: Редакційно-видавничий відділ НУБіП України, 2014. 72 с.

13. Рекомендовані джерела інформації

Основні

1. Вітлінський В.В. Економіко-математичні методи та моделі: оптимізація. навч. посібник. Терещенко Т. О., Савіна С. С. К.: КНЕУ, 2016. 303 с.
2. Дослідження операцій. Навчальний посібник. Галаєва Л.В., Рогоза Н.А., Шульга Н.Г. К.: ЦП "КОМПРИНТ". 2016. 172 с.
3. Дослідження операцій ч.2. Галаєва Л.В., Рогоза Н.А., Шульга Н.Г, К.: ЦП "КОМПРИНТ". 2018. 172 с.
4. Економіко-математичне моделювання: навчальний посібник для підготовки фахівців економ. спец. ОКР "Бакалавр". Національний університет біоресурсів і природокористування України. З.О. Жадлун, Л.В. Галаєва, Н.Г. Шульга. К.: Видавничий центр ООО "Інтеграл". 2009. 231с.
5. Економіко-математичні методи та моделі у фінанса: навчальний посібник для вищих навчальних закладів. Л. В. Бережна, О. І. Снитюк. К.: Кондор, 2009. 302 с.
6. Навчальний посібник з курсу: «Оптимізаційні методи та моделі» для спеціальностей Облік і аудит, Фінанси і кредит, Маркетинг, Економічна кібернетика. Кривень В.А., Валяшек В.Б., Цимбалюк Л.І., Козбур Г.В. Тернопіль: видавництво ТНТУ. 2015.
7. Оптимізаційні моделі та методи їх реалізації: навчальний посібник для підготовки фахівців економічних спеціальностей ОКР "Бакалавр". Національний університет біоресурсів і природокористування України. З.О. Жадлун, Л. В. Галаєва, Н. Г. Шульга. К.: Видавничий центр НУБіП України. 2012. 151 с.
8. Оптимізаційні методи та моделі: підручник. Л. В. Забуранна та ін. К.: ЦП "Компринт". 2014. 372 с. (Забуранна, Л.В.; Клименко, Н.А.; Попрозман Н.В.; Попрозман, О.І.; Забуранний, С.В.).
9. Оптимізаційні моделі та методи їх реалізації: навчальний посібник для підготовки фахівців економічних спеціальностей ОКР "Бакалавр". Національний університет біоресурсів і природокористування України; уклад.: З. О. Жадлун, Л. В. Галаєва, Н. Г. Шульга. К.: Видавничий центр НУБіП України. 2014. 160 с.
10. Основи математичних методів дослідження операцій: навчальний посібник. Є.А. Лавров та ін. Національний університет біоресурсів і природокористування України, Сумський державний університет. К.: ЦП "Компринт". 2015. 452 с.
11. Оптимізаційні методи та моделі: підручник. В.С. Григорків, М.В. Григорків. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т. 2016. 400 с.
12. Optimization methods and models: methodical textbook for students studying to get the scientific grade "Bachelor". National University of

Life and Environmental Sciences of Ukraine ; comp.: L. V. Galaieva, N. G. Shulga. K. : Centre of NULES of Ukraine. 2014.158 p.

13. Antoniou A., Lu W.-S. Practical Optimization. Algorithms and Engineering Applications, 21
14. Baldick R. Applied Optimization: Formulation and Algorithms for Engineering Systems, 2013
15. Hooker J.N. Integrated Methods for Optimization, 2012
16. Weise T. Global Optimization Algorithms. Theory and Application, 2011

Допоміжні

16. Барвінський А.Ф., Олексін І.Я., Крупка З.І. та ін. Математичне програмування. Львів: "Інтелект - Захід". 2004. 446 с.
17. Егоршин О.О., Малярець Л.М. Математичне програмування. Х.:ВД «ІНЖЕК». 2006. 206с.
18. Кадієвський В.А., Жадлун З.О. Математичне програмування та моделювання економічних процесів. К.: НАУ. 1995.
19. Степанюк В.В. Методи математичного програмування. К.: Вища школа, 1984. 272 с.
20. Жадлун З.О., Галаєва Л.В., Шульга Н.Г. Математичне програмування Методичні розробки. К.: НАУ. 2004. 57с.
21. Чемерис А., Юринець Р., Мицишин О. Методи оптимізації в економіці. К.: ЦУЛ. 2006. 150 с.

Інформаційні ресурси

22. Державна служба статистики: URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/>.
23. FAOSTAT : URL: <http://faostat.fao.org>.
24. Законодавство України. Вебсторінка. URL: <http://zakon.rada.gov.ua/laws>.
25. Державна служба статистики України. Вебсторінка. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua>.
26. Міністерство соціальної політики України. Вебсторінка. URL: <http://www.msp.gov.ua>.
27. Міністерство економіки України. Вебсторінка. URL: <http://www.me.gov.ua>.
28. Міністерство аграрної політики та продовольства України. Вебсторінка. URL: <http://www.agro.me.gov.ua>