

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра вищої математики ім.акад. М.П.Кравчука

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”
Директор ННІ неперервної освіти і туризму
К.е.н., професор М.М. Кулаєць
“ 04 ” “ 09 ” 2019 р.

РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО
на засіданні кафедри вищої
математики ім.акад. М.П.Кравчука
Протокол № 1 від 30.08.2019р.
Завідувач кафедри Ю.І.Іванова
к.ф-м.н., доцент

СИЛАБУС

НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

для здобувачів
першого (бакалаврського) рівня освіти
галузі знань 24 «Сфера обслуговування»
спеціальності 242 «Туризм»

розробник к.фіз.-мат.н., доцент Іванова Ю.І.

Київ – 2019 р.

1. Опис навчальної дисципліни

Вища математика

(назва)

Галузь знань, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень		
Освітньо-кваліфікаційний рівень	бакалавр (бакалавр, спеціаліст, магістр)	
Галузь знань	24 «Сфера обслуговування»	
Спеціальність	«Туризм» (шифр і назва)	
Спеціалізація		
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов’язкова	
Загальна кількість годин	180	
Кількість кредитів ECTS	6	
Кількість змістових модулів	4	
Курсовий проект (робота) (якщо є в робочому навчальному плані)	-	
Форма контролю	Залік/Екзамен	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	1	-
Семестр	1, 2	-
Лекційні заняття	60 год.	-
Практичні, семінарські заняття	60 год.	-
Лабораторні заняття		-
Самостійна робота	60 год.	-
Індивідуальні завдання	-	-
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних самостійної роботи студента –	4 год. 4 год.	-

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Дисципліна «Вища математика» орієнтована на ознайомлення здобувачів вищої освіти з основами математичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних задач економіки, надбання умінь самостійного вивчення наукової літератури з математичних дисциплін, напрацювання навичок математичного дослідження прикладних проблем та умінь математичного формулювання економічних задач. Ця дисципліна відноситься до циклу загальної підготовки, що формують фаховий світогляд майбутніх працівників у сфері гостинності.

Дисципліна «Вища математика» складається з таких розділів:

- елементи лінійної алгебри;
- елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії;
- вступ до математичного аналізу;
- диференціальне числення;
- інтегральне числення функції однієї змінної;
- диференціальні рівняння;
- числові та степеневі ряди.

Названий курс повинен сприяти формуванню висококваліфікованих фахівців спеціальності 242 «Туризм».

Викладання дисципліни здійснюється протягом двох семестрів (1,2) на першому курсі.

Структура дисципліни складається з лекційних, практичних занять, самостійної роботи.

Основною **метою** курсу «Вища математика» є забезпечення ґрунтовного засвоєння базових математичних знань, сприяння формуванню навичок у застосуванні методів вищої математики з підсиленням її економічної спрямованості.

Головним **завданням** курсу «Вища математика» є вивчення здобувачами вищої освіти базових математичних понять та загальних математичних законів. Оволодіння цим курсом повинне виробити навички математичного дослідження прикладних задач, наприклад, побудови економіко-математичних моделей, напрацювати вміння самостійно вивчати навчальну літературу з математики та прикладних питань, дати необхідну математичну підготовку та знання для вивчення інших дисциплін математичного циклу.

Вивчення курсу «Вища математика» передбачає розвиток аналітичного мислення у здобувачів вищої освіти, цілеспрямованої роботи над вивченням спеціальної літератури, активної роботи на лекціях та практичних заняттях, самостійної роботи та виконання індивідуальних завдань.

Компетенції, які слід розвинути у здобувача вищої освіти:

1. Здатність володіти навчальним матеріалом.

2. Вміння зіставляти та узагальнювати, робити власні висновки, володіти методами дослідження.
3. Вміння створювати математичні моделі.
4. Здатність застосовувати математичний апарат до економічних розрахунків.

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса

Загальний вигляд і властивості системи рівнянь. Системи n - лінійних рівнянь з n - невідомими.

Розв'язування системи лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих (метод Гауса).

Тема 2. Визначники та їх властивості. Правило Крамера

Визначники другого та третього порядків. Визначники n -го порядку. Властивості визначників. Мінори й алгебраїчні доповнення. Розкладання визначника за елементами рядка або стовпця. Практичні способи обчислення визначників. Застосування визначників до обчислення рангу матриці. Обернена матриця. Формули Крамера.

Тема 3. Матриці, дії з матрицями.

Матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь

Поняття матриці. Види матриць. Лінійні операції над матрицями. Транспонування матриць. Множення матриць. Ранг матриці. Елементарні перетворення матриць. Теорема Кронекера-Капеллі. Матрична форма системи рівнянь. Метод оберненої матриці. Застосування Жорданових виключень до аналізу міжгалузевого балансу (стаціонарна модель Леонтьєва). Лінійна модель торгівлі.

Тема 4. Вектори, лінійні операції над векторами.

Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів

Скалярні та векторні величини. Вектори. Колінеарні та компланарні вектори. Рівність векторів. Додавання та віднімання векторів. Множення вектора на число.

Лінійна залежність векторів. Умова колінеарності двох векторів. Розкладання вектора за двома векторами. Умова компланарності трьох векторів. Розкладання вектора за трьома векторами. Базис у просторі.

Скалярний добуток двох векторів, його властивості. Вираз скалярного добутку через декартові координати векторів.

Векторний добуток двох векторів, його властивості. Вираз векторного добутку через декартові координати векторів.

Мішаний добуток трьох векторів, його властивості. Вираз мішаного добутку через декартові координати векторів-множників.

Тема 5. Пряма на площині

Пряма як лінія першого порядку. Загальне рівняння прямої. Дослідження неповного рівняння прямої.

Рівняння прямої у відрізках на осях. Параметричні і канонічні рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.

Кут між двома прямими. Умови перпендикулярності і паралельності двох прямих. Нормальне рівняння прямої. Відхилення та відстань точки від прямої.

Тема 6. Криві другого порядку

Рівняння кола. Еліпс. Дослідження форми еліпса. Ексцентриситет еліпса. Гіпербола. Дослідження форми гіперболи. Ексцентриситет гіперболи. Парабола. Дослідження форми параболи.

Тема 7. Пряма та площина у просторі

Загальне рівняння площини. Неповні рівняння площини. Рівняння площини у відрізках на осях. Рівняння площини, що проходить через три задані точки. Кут між двома площинами. Умови перпендикулярності та паралельності двох площин. Нормальне рівняння площини. Відхилення та відстань точки від площини.

Загальні, канонічні та параметричні рівняння прямої у просторі. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки. Кут між двома прямими. Умови перпендикулярності та паралельності двох прямих. Кут між прямою та площиною. Умови перпендикулярності та паралельності прямої та площини.

Тема 8. Функція однієї змінної.

Поняття про функцію. Способи задання функції. Область визначення та область значень функції. Властивості функцій. Застосування функції однієї змінної у задачах економіки.

Тема 9. Теорія границь. Неперервність функцій

Числова послідовність. Означення границі послідовності. Нескінченно малі величини. Нескінченно великі величини. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими величинами.

Означення границі функції. Односторонні границі. Властивості функцій, що мають скінченні границі. Граничні переходи у рівностях і нерівностях. Лема про нескінченно малі величини. Дві важливі границі.

Означення неперервності функції у точці. Неперервність функції на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями.

Тема 10. Похідна функції однієї змінної

Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Правила знаходження похідних. Похідна оберненої функції. Похідна степенево-показникової функції. Похідна неявної функції. Односторонні похідні.

Тема 11. Диференціал функції однієї змінної

Означення диференціала. Геометричний зміст диференціала. Інваріантність форми диференціала першого порядку. Застосування диференціала до наближених обчислень.

Тема 12. Похідні та диференціали вищих порядків

Похідні вищих порядків. Формули Лейбниця. Диференціали вищих порядків.

Тема 13. Основні теореми диференціального числення

Теореми Ферма, Ролля та Лагранжа Формула Тейлора. Розкладання елементарних функцій за формулою Тейлора. Формула Маклорена. Правило Лопітала.

Тема 14. Дослідження функцій за допомогою похідних

Умова сталості функції на проміжку. Умови зростання та спадання функції на проміжку. Максимум та мінімум функції. Необхідні та достатні умови екстремуму функції. Опуклість та вгнутість графіка функції, точки перегину. Асимптоти графіка функції. Загальна схема побудови графіка функції.

Знаходження граничної собівартості та еластичності попиту, максимального прибутку.

Тема 15. Основні поняття функції багатьох змінних.

Похідні та диференціали функції декількох змінних

Функціональна залежність між змінними. Функція двох змінних і область її визначення. Графічне зображення функції двох змінних.

Границя функції двох змінних. Неперервність і розриви функції двох змінних.

Частинний та повний прирости функції декількох змінних. Частинні похідні. Повний диференціал. Похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків.

Тема 16. Екстремум функції двох незалежних змінних

Застосування функцій декількох змінних у задачах економіки

Метод множників Лагранжа. Метод найменших квадратів у задачах економічного прогнозування.

Тема 17. Невизначений інтеграл, його властивості.

Основні методи інтегрування

Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла. Геометричний, механічний та економічний зміст інтеграла.

Таблиця основних інтегралів. Найпростіші правила інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі Інтегрування частинами.

Тема 18. Інтегрування окремих видів функцій

Інтегрування найпростіших раціональних дробів. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування ірраціональних виразів. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції. Тригонометричні підстановки.

Тема 19. Визначений інтеграл, його властивості.

Основні способи інтегрування

Задачі, що приводять до поняття про визначений інтеграл. Умови існування інтеграла. Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбниця. Заміна змінної у визначеному інтегралі.

Тема 20. Наближене обчислення та застосування визначених інтегралів. Невласний інтеграл

Наближене обчислення визначеного інтегралу: формули прямокутників, трапецій, Симпсона.

Геометричні застосування визначеного інтегралу: обчислення площ, об'ємів тіл обертання, довжин дуг кривих.

Поняття про невластні інтеграли та їх обчислення.

Тема 21. Диференціальні рівняння першого порядку

Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки. Диференціальні рівняння першого порядку. Загальний розв'язок та загальний інтеграл диференціального рівняння першого порядку. Початкові умови. Частинний розв'язок та частинний інтеграл диференціального рівняння першого порядку.

Рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними.

Тема 22. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.

Застосування диференціальних рівнянь першого порядку

Лінійні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку в економіці: модель природного зростання випуску, модель зростання в умовах конкуренції, макроскопічні моделі динаміки національного доходу.

Тема 23. Диференціальні рівняння другого порядку

Основні поняття. Рівняння, що допускають пониження порядку.

Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння. Загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння. Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння другого порядку. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку з правими частинами спеціального виду.

Тема 24. Застосування диференціальних рівнянь другого порядку у задачах економіки

Застосування диференціальних рівнянь другого порядку у задачах економіки (модель ринку з прогнозованими цінами).

Тема 25. Числові ряди

Числовий ряд. Частинні суми ряду. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Геометрична прогресія. Ряди з додатними членами. Умова збіжності додатного ряду. Теореми порівняння рядів з додатними членами

Достатні ознаки збіжності рядів з додатним членами: Даламбера, Коші, інтегральна ознака Маклорена-Коші. Знакопереміжні ряди. Теорема Лейбниця. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів.

Тема 26. Степеневі ряди

Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів.

Ряди Тейлора та Маклорена. Розкладання елементарних функцій у ряди Тейлора та Маклорена.

Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

4. Структура навчальної дисципліни «Вища математика»

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 семестр (1 курс)												
Змістовий модуль 1.												
Тема 1. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса	6	2	2			2						
Тема 2. Визначники, їх властивості. Правило Крамера	6	2	2			2						
Тема 3. Матриці, дії з матрицями. Матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь	6	2	2			2						
Тема 4. Вектори, лінійні операції над векторами. Скалярний, векторний та мішаний добутки	12	2	2			2						
Тема 5. Пряма на площині	6	2	2			2						
Тема 6. Криві другого порядку	6	2	2			2						
Тема 7. Площина та пряма у просторі	6	2	2			2						
Разом за змістовим модулем 1	42	14	14			14						
Змістовий модуль 2.												
Тема 8. Функції однієї змінної	6	2	2			2						
Тема 9. Теорія границь. Неперервність функції	6	2	2			2						

Тема 10. Похідна функції однієї змінної	12	4	4			4						
Тема 11. Диференціал функції однієї змінної	6	2	2			2						
Тема 12. Похідні та диференціали вищих порядків	6	2	2			2						
Тема 13. Основні теореми диференціального числення	6	2	2			2						
Тема 14. Дослідження функцій за допомогою похідних. Застосування похідної в задачах економіки	6	2	2			2						
Разом за змістовим модулем 2	48	16	16			16						
Всього за 1 семестр (1 курс)	90	30	30			30						
2 семестр (1 курс)												
Змістовний модуль 3.												
Тема 15. Основні поняття функції багатьох змінних. Похідні та диференціали функції декількох змінних.	6	2	2			2						
Тема 16. Екстремум функції двох незалежних змінних. Застосування функцій декількох змінних у задачах економіки.	6	2	2			2						
Тема 17. Невизначений інтеграл, його властивості. Основні методи інтегрування.	12	4	4			4						
Тема 18. Інтегрування окремих видів функцій.	6	2	2			2						

Тема 19. Визначений інтеграл, його властивості. Основні способи інтегрування.	6	2	4			2						
Тема 20. Наближене обчислення та застосування визначених інтегралів. Невласний інтеграл.	6	2	2			2						
Разом за змістовним модулем 3	48	16	16			16						
Змістовий модуль 4.												
Тема 21. Диференціальні рівняння 1-го порядку.	6	2	2			2						
Тема 22. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Застосування диференціальних рівнянь 1-го порядку.	6	2	2			2						
Тема 23. Диференціальні рівняння 2-го порядку.	12	4	4			4						
Тема 24. Застосування диференціальних рівнянь 2-го порядку у задачах економіки.	6	2	2			2						
Тема 25. Числові ряди.	6	2	2			2						
Тема 25. Степеневі ряди.	6	2	2			2						
Разом за змістовим модулем 4	42	14	14			14						
Всього за 2 семестр (1 курс)	90	30	30			30						
Усього годин	180	60	60			60						

5. Теми практичних занять з дисципліни

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	1 курс (1 семестр)	
	Змістовий модуль 1.	
1	Тема 1. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса Практичне заняття №1 План: 1. Розв'язання системи лінійних рівнянь методом Гауса. 2. Сумісні та несумісні, визначені та невизначені системи.	2
2	Тема 2. Визначники та їх властивості. Правило Крамера Практичне заняття №2 План: 1. Обчислення визначників. 2. Застосування правила Крамера для розв'язку систем лінійних рівнянь.	2
3	Тема 3. Матриці, дії з матрицями. Матричний метод розв'язування системи лінійних Практичне заняття №3 План: 1. Знаходження рангу матриці. 2. Дії з матрицями. 3. Обернена матриця. Матричний метод знаходження розв'язку системи лінійних рівнянь. 4. Стаціонарна модель Леонтьєва. Розв'язання системи балансових рівнянь за допомогою Жорданових виключень	2
4	Тема 4. Вектори, лінійні операції над векторами. Скалярний, векторний та мішаний добутки Практичне заняття №4 План: 1. Лінійна залежність та незалежність векторів. Дії над векторами, заданими своїми координатами. 2. Властивості скалярного, векторного та мішаного добутків. Зображення їх у координатній формі. 3. Застосування у геометричних задачах.	2
5	Тема 5. Пряма на площині Практичне заняття №5 План: 1. Різні види рівнянь прямої. 2. Кут між двома прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. 3. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої.	2
6	Тема 6. Криві другого порядку Практичне заняття №6 План: 1. Канонічні рівняння кола, еліпса, гіперболи, параболи.	2
7	Тема 7. Пряма та площина у просторі Практичне заняття №7 План: 1. Види рівнянь площини та прямої у просторі, їх встановлення. 2. Знаходження кутів між двома площинами, прямими у просторі та прямою та площиною. 3. Відстань від точки до площини.	2
	Змістовий модуль 2.	

8	Тема 8. Функція однієї змінної Практичне заняття №8 План: 1. Способи задання функції. Область визначення та область значень функції. Елементарні функції, їх графіки. 2. Застосування функції однієї змінної в однофакторних економічних моделях.	2
9	Тема 9. Теорія границь. Неперервність функції Практичне заняття №9 План: 1. Знаходження границі функції. Розкриття невизначеностей. 2. Перша важлива границя. Друга важлива границя. Число e . 3. Дослідження функцій на неперервність. Класифікація точок розриву. Застосування поняття неперервності при знаходженні границь функцій. 4. Задача про неперервне нарахування відсотків.	2
10	Тема 10. Похідна функції однієї змінної Практичні заняття №10, 11. План: 1. Знаходження похідних за означенням. Правила знаходження похідних. Похідні складних функцій. 2. Похідна оберненої, неявної та степенево-показникової функції.	4
11	Тема 11. Диференціал функції однієї змінної Практичне заняття №12 План: 1. Правила знаходження диференціала. 2. Властивості диференціала.	2
12	Тема 12. Похідні та диференціали вищих порядків Практичне заняття №13 План: 1. Знаходження похідних та диференціалів вищих порядків. 2. Формули Лейбниція.	2
13	Тема 13. Основні теореми диференціального числення Практичне заняття №14 План: 1. Теореми Ферма, Ролля та Лагранжа. 2. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Правило Лопіталя	2
14	Тема 14. Дослідження функцій за допомогою похідних Практичне заняття №15 План: 1. Дослідження функції на проміжку та побудова її графіка. 2. Знаходження граничної собівартості та еластичності попиту, максимального прибутку.	2
Всього за 1 семестр (1 курс)		30
Підсумковий контроль		Залік
1 курс (2 семестр)		
Змістовий модуль 3.		
15	Тема 15. Основні поняття функції багатьох змінних. Похідні та диференціали функції декількох змінних Практичне заняття №16 План: 1. Знаходження частинних похідних та диференціалів функції декількох змінних.	2

	2. Похідна неявної функції. 3. Частинні похідні та диференціали вищих порядків.	
16	Тема 16. Екстремум функції двох незалежних змінних. Застосування функцій декількох змінних у задачах економіки Практичне заняття №17 План: 1. Дослідження функцій двох незалежних змінних на екстремум. 2. Розв'язання типових задач на знаходження екстремуму функції кількох змінних, що виникають в економіці (прибуток від виробництва товарів кількох видів, оптимальний розподіл ресурсів, максимізація прибутку).	2
17	Тема 17. Невизначений інтеграл, його властивості. Основні методи інтегрування Практичні заняття №18, 19 План: 1. Обчислення невизначених інтегралів методом безпосереднього інтегрування, заміною змінної та частинами.	4
18	Тема 18. Інтегрування окремих видів функцій Практичне заняття №20 План: 1. Інтегрування раціональних та ірраціональних дробів. 2. Тригонометричні підстановки	2
19	Тема 19. Визначений інтеграл, його властивості. Основні способи інтегрування Практичні заняття №21, 22 План: 1. Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца. 2. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами.	4
20	Тема 20. Наближене обчислення та застосування визначених інтегралів. Невласний інтеграл Практичне заняття №23 План: 1. Формули прямокутників, трапецій, Симпсона. 2. Обчислення площ, об'ємів тіл обертання, довжин дуг кривих. 3. Задача про об'єм виробленої продукції за період, задача про нерівномірність розподілу прибуткового податку.	2
	Змістовий модуль 4.	
21	Тема 21. Диференціальні рівняння першого порядку Практичне заняття №24 План: 1. Диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними. 2. Однорідні та лінійні диференціальні рівняння першого порядку.	2
22	Тема 22. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку Практичне заняття №25. План: 1. Розв'язування лінійних диференціальних рівнянь першого порядку та рівняння Бернуллі. 2. Макроекономічні моделі динаміки національного доходу.	4
23	Тема 23. Диференціальні рівняння другого порядку Практичне заняття №26 План: 1. Диференціальні рівняння, що допускають зниження порядку.	2

	2. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами	
24	Тема 24. Застосування диференціальних рівнянь другого порядку у задачах економіки Практичне заняття №27 План: 1. Модель ринку з прогнозованими цінами	2
25	Тема 25. Числові ряди Практичне заняття №28 План: 1. Дослідження на збіжність додатних числових рядів. 2. Порівняння рядів з додатними членами за допомогою ознак збіжності Даламбера, Коші, інтегральної ознаки Маклорена-Коші. 3. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів.	2
26	Тема 26. Степеневі ряди Практичне заняття №29. План: 1. Знаходження радіусу та проміжку збіжності степеневих рядів. 2. Розкладання елементарних функцій у ряди Тейлора та Маклорена. 3. Наближене обчислення елементарних функцій за допомогою степеневих рядів.	2
	Всього за 2 семестр (1 курс)	30
	Разом	60
	Підсумковий контроль	Екзамен

6. Організація самостійної роботи

Види самостійної роботи	Кількість годин	
	денна форма	заочна форма
Самостійне опрацювання теоретичного матеріалу		
1 семестр (1 курс)		
Змістовий модуль 1.		
Тема 1. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Поняття про системи лінійних рівнянь. Розв'язок системи рівнянь. Сумісні та несумісні системи рівнянь. Визначені та невизначені системи рівнянь. 2. Розв'язування системи лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих (метод Гаусса). <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела: 1, 2, 4, 8, 9, 13, 18, 20-27, 32, 34.</i> <i>Додаткові джерела: 1, 3.</i>	2	
Завдання для самостійної роботи з теми: Перевірити сумісність системи лінійних рівнянь і у випадку сумісності знайти розв'язки методом Гаусса: 1. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 9x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 4. \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$		

4. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$ 6. $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$ 7. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = 10. \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 10, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -12, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$ 9. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 6. \end{cases}$ 10. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 11. \end{cases}$ 11. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 = -5. \end{cases}$ 12. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$ 13. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$ 14. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$ 15. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - 6x_2 - x_3 = 25. \end{cases}$ 16. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 16. \end{cases}$ 17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 29, \\ 4x_1 + 12x_2 + 3x_3 = 13. \end{cases}$ 18. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$ 19. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$ 20. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$ 21. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$ 22. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$ 23. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$ 24. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$ 25. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 8, \\ 3x_1 + 15x_2 - 9x_3 = 5, \\ 5x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 1. \end{cases}$ 26. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$ 27. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$ 28. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$ 29. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 7, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$ 30. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$	5. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$
Тема 2. Визначники, їх властивості. Правило Крамера Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Визначники другого, третього та n-го порядків. Їх властивості. 2. Мінори й алгебраїчні доповнення. 3. Практичні способи обчислення визначників. 4. Правило Крамера для розв'язку системи n лінійних рівнянь з n невідомими. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1, 2, 4, 8, 9, 13, 18, 20-27, 32, 34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 3, 7.	2
Завдання для самостійної роботи з теми:	

1. Обчислити визначники четвертого порядку та мінори, утворені при викресленні третього рядка та другого стовпця:

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 0 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$8. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & x \\ 1 & 2 & 1 & y \\ 1 & 1 & 2 & z \\ 1 & 1 & 1 & t \end{vmatrix}$$

$$11. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$12. \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a & b \\ 1 & a & 0 & c \\ 1 & b & c & 0 \end{vmatrix}$$

$$13. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ -2 & -4 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$14. \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$15. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$16. \begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 1 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$17. \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 & -4 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

$$18. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -5 \\ 6 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \\ 6 & 4 & 1 & -7 \end{vmatrix}$$

$$19. \begin{vmatrix} 9 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$20. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 1 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$21. \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$22. \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$23. \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$24. \begin{vmatrix} 7 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 7 & 5 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

$$25. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$26. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$27. \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc}
 28. \begin{vmatrix} 6 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & 2 \\ 7 & 7 & 8 & 5 \end{vmatrix} & 29. \begin{vmatrix} 3 & 7 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & 6 & -4 \\ 5 & 5 & -3 & 2 \\ 2 & 6 & -5 & 3 \end{vmatrix} & 30. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}.
 \end{array}$$

2. Розв'язати системи лінійних рівнянь за допомогою формул Крамера:

1. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$
2. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 9x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 4. \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$
4. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$
5. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$
6. $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$
7. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = 10. \end{cases}$
8. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 10, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -12, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$
9. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 6. \end{cases}$
10. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 11. \end{cases}$
11. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 = -5. \end{cases}$
12. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$
13. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$
14. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$
15. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - 6x_2 - x_3 = 25. \end{cases}$
16. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 16. \end{cases}$
17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 29, \\ 4x_1 + 12x_2 + 3x_3 = 13. \end{cases}$
18. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$
19. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$
20. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$
21. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$
22. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$
23. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$
24. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$
25. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 8, \\ 3x_1 + 15x_2 - 9x_3 = 5, \\ 5x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 1. \end{cases}$
26. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$
27. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$
28. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$
29. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 7, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$
30. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$

Тема 3. Матриці, дії з матрицями. Матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь <i>Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:</i> 1. Матриці. Види матриць. Дії над матрицями. 2. Розв'язування системи лінійних рівнянь за допомогою оберненої матриці. 3. Ранг матриць. Елементарні перетворення матриці. 4. Теорема Кронекера – Капеллі про сумісність системи лінійних рівнянь. 5. Застосування матричної алгебри в економіці. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела: 1, 2, 4, 8, 9, 13, 18, 20-27, 32, 34.</i> <i>Додаткові джерела: 2.</i>	2	
Завдання для самостійної роботи з теми: 1. Дано матриці A, B та C. Знайти: а) суму матриць $A+C^T$; б) значення виразів $3B-2A$ та $-7A+4B$; б) добуток матриць AB, CB, AC; в) обернену матрицю A^{-1} (виконати перевірку). 1. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 5 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -3 \\ 5 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$ 2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -3 \\ 5 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$ 3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$ 4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 5 & 9 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$ 5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 6 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$ 6. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 6 & 2 & -1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$ 7. $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ 5 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$ 8. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$		

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 2 \\ 4 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ 5 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & -4 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$11. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 9 \\ 8 & 2 & -5 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$12. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -5 & 4 \\ 2 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$13. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 2 & 7 & -1 \\ 2 & -7 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 8 & 4 & -2 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$15. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$16. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$17. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 6 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$18. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$19. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & -5 \\ 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 \\ -9 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -3 \\ 5 & -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$20. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 6 \\ 1 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. Розв'язати системи лінійних рівнянь за допомогою оберненої матриці:

1. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$
2. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 7, \\ 9x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 4. \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$
4. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$
5. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$
6. $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$
7. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = 10. \end{cases}$
8. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 10, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -12, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$
9. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 6. \end{cases}$
10. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 11. \end{cases}$
11. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 = -5. \end{cases}$
12. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 4x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$
13. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$
14. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$
15. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - 6x_2 - x_3 = 25. \end{cases}$
16. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 16. \end{cases}$
17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 29, \\ 4x_1 + 12x_2 + 3x_3 = 13. \end{cases}$
18. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$
19. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$
20. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$
21. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$
22. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$
23. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$
24. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$
25. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 8, \\ 3x_1 + 15x_2 - 9x_3 = 5, \\ 5x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 1. \end{cases}$
26. $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$
27. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$
28. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$
29. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 7, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = -4. \end{cases}$
30. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$

3. Для тригалузевої економічної системи задано матрицю коефіцієнтів прямих матеріальних витрат A і вектор товарної продукції Y . Знайти валовий продукт кожної галузі, коефіцієнти повних сукупних, повних внутрішніх, а також побічних витрат.

$$1. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0,6 \\ 0,2 & 0,6 & 0 \\ 0,4 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 51 \\ 31 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad 2. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,5 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \\ 47 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 200 \\ 101 \\ 55 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0 & 0,5 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 52 \\ 35 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0,3 & 0,6 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,7 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 19 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,8 \\ 0,2 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,3 \\ 0,1 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0,4 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 49 \\ 40 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0,1 & 0,3 \\ 0,2 & 0 & 0,4 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 50 \\ 57 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 32 \\ 31 \\ 32 \end{pmatrix}$$

$$19. A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$23. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0 \\ 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$27. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,4 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 54 \\ 37 \\ 25 \end{pmatrix}$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 & 0 \\ 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0,4 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 48 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0 \\ 0,1 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,4 \\ 0 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 56 \\ 50 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$14. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0,4 & 0,3 \\ 0,4 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 80 \\ 17 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0 & 0,3 & 0,2 \\ 0 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 34 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$20. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,4 \\ 0,1 & 0 & 0,3 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 41 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$22. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 38 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$24. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,4 \\ 0,2 & 0,3 & 0,4 \\ 0,1 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 41 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$26. A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,3 \\ 0 & 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}$$

29. $A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,8 \\ 0,2 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 25 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	30. $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,3 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 45 \\ 15 \\ 8 \end{pmatrix}$
Тема 4. Вектори, лінійні операції над векторами. Скалярний, векторний та мішаний добуток <i>Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:</i> 1. Скалярні та векторні величини. Вектори. Колінеарні та компланарні вектори. Рівність векторів. Додавання та віднімання векторів. Множення вектора на число. 2. Визначення положення точки радіусом- вектором. Поділ відрізка у даному відношенні. 3. Лінійна залежність векторів. Умова колінеарності двох векторів. Розкладання вектора за двома векторами. Базис на площині. 4. Умова компланарності трьох векторів. Розкладання вектора за трьома векторами. Базис у просторі. 5. Координати на прямій, на площині та у просторі. Декартові координати. 6. Координати точки поділу. Координати вектора, що заданий двома точками. Декартові координати та проекції вектора на осі координат. 5. Скалярний та векторний добуток двох векторів, їх властивості. Вирази скалярного та векторного добутків через декартові координати векторів. 7. Мішаний добуток трьох векторів, його властивості. Вираз мішаного добутку через декартові координати векторів - множників. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1, 2, 4, 7-9, 11, 15, 18, 20-23, 27, 32, 34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 7.	2
Завдання для самостійної роботи з теми: 1. Задано: $\vec{a} = 13$, $\vec{b} = 19$ і $\vec{a} + \vec{b} = 24$. Обчислити $\vec{a} - \vec{b}$. 2. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi = 60^\circ$ і $\vec{a} = 5$, $\vec{b} = 8$. Обчислити $\vec{a} + \vec{b}$ і $\vec{a} - \vec{b}$. 3. Обчислити модуль вектора $\vec{a} = \{6, 3, 2\}$. 4. Визначити координати кінця B вектора $\vec{AB} = \{3, -1, 4\}$, якщо його початок співпадає з точкою $A(1; 2; -3)$. 5. Обчислити напрямні косинуси вектора $\vec{a} = \{12; -15; -16\}$. 6. Задано два вектори $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$ і $\vec{b} = \{4; 5; 6\}$. Знайти вектори: а) $\frac{1}{2}\vec{b}$; б) $2\vec{a} + 3\vec{b}$; в) $\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$. 7. Знайти орт вектора $\vec{a} = \{3; 4; -12\}$. 8. Визначити модулі суми і різниці векторів $\vec{a} = \{3; -5; 8\}$ і $\vec{b} = \{-4; 1; -4\}$. 9. На площині задано три вектори $\vec{a} = \{3; 2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$, $\vec{c} = \{7; -4\}$. Розкласти вектор $\vec{c}$ за базисом $\vec{a}, \vec{b}$. 10. Кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ $\varphi = \frac{1}{3}\pi$, $\vec{a} = 3$, $\vec{b} = 4$. Обчислити: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) $\vec{a}^2$; в) $\vec{b}^2$; г) $(3\vec{a} + 2\vec{b})^2$. 11. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ взаємно перпендикулярні; вектор $\vec{c}$ утворює з ними кути, які дорівнюють	

- $\frac{1}{3}\pi$. Знаючи, що $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 8$, обчислити:
- а) $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{b} + 3\vec{c})$; б) $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2$.
12. Задано вектори $\vec{a} = \{4; -2; -4\}$, $\vec{b} = \{6; -3; 2\}$. Обчислити: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) $\sqrt{\vec{a}^2}$; в) $\sqrt{\vec{b}^2}$.
13. Обчислити кут між векторами $\vec{a} = \{2; -4; 4\}$ і $\vec{b} = \{-3; 2; 6\}$. Знайти довжину вектора $\vec{d}$, якщо $\vec{d} = 3\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
14. Знайти скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$, якщо $\vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 4\vec{q}$, де $\vec{p}$ і $\vec{q}$ - одиничні взаємно перпендикулярні вектори.
15. Кут між векторами $\vec{p}$ і $\vec{q}$ дорівнює 30° , $|\vec{p}| = \sqrt{3}$, $|\vec{q}| = 1$. Обчислити кут між векторами $\vec{p} + \vec{q}$ і $\vec{p} - \vec{q}$.
16. Задано: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 26$ і $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$. Обчислити $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
17. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ взаємно перпендикулярні. Знаючи, що $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, обчислити: а) $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$; б) $|(3\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})|$.
18. Кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ $\varphi = \frac{2\pi}{3}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$. Обчислити:
- а) $(\vec{a} \times \vec{b})^2$; б) $|(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})|^2$.
19. Задано вектори $\vec{a} = \{1; 3; -2\}$ і $\vec{b} = \{3; 2; 1\}$. Знайти координати векторного добутку $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$.
20. Задано точки $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; -3)$, $C(5; 2; 6)$. Обчислити площу трикутника ABC і його висоту BD .
21. Обчислити синус кута, утвореного векторами $\vec{a} = \{2; -2; 1\}$ і $\vec{b} = \{2; 3; 6\}$.
22. Задано вектори $\vec{a} = -2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ і $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Обчислити модуль вектора $\vec{c}$ і площу трикутника, побудованого на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$.
23. Вектор $\vec{b}$, що перпендикулярний до вісі Oz і до $\vec{a} = \{8; -15; 3\}$, утворює з віссю Ox гострий кут, $|\vec{b}| = 51$. Знайти його координати.
24. Задано вектори $\vec{a} = \{2; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; 1; 2\}$ і $\vec{c} = \{1; 2; 3\}$. Обчислити $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ і $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.
25. Задано вектори $\vec{a} = \{2; -1; -3\}$, $\vec{b} = \{3; 2; -1\}$ і $\vec{c} = \{-4; 1; 3\}$. Знайти $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c}$.
26. Визначити, чи компланарні вектори, якщо $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$ і $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$.
27. Довести, що точки $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$, $D(2; 1; 3)$ належать одній площині.
28. Обчислити об'єм піраміди, вершини якої знаходяться в точках $A(2; -1; -1)$, $B(5; 5; 4)$, $C(3; 2; 1)$, $D(4; 1; 3)$.
29. Знайти об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}$. Правою чи лівою буде трійка векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?
30. Вектори $\vec{AB}$ і $\vec{CD}$ визначені координатами своїх кінців $A(0; 4; -5)$, $B(1; 4; 2)$, $C(3; -1; 5)$, $D(2; -3; 9)$. Знайти: а) векторний добуток $\vec{AB} \times \vec{CD}$; б) його модуль; в) напрямлені косинуси векторного добутку.

Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Пряма як лінія першого порядку. Загальне рівняння прямої. Дослідження неповного рівняння прямої. 2. Рівняння прямої у відрізках на осях. Параметричні і канонічні рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. 3. Кут між двома прямими. Умови перпендикулярності і паралельності двох прямих. 4. Нормальне рівняння прямої. Відхилення та відстань точки від прямої. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1-4, 8-10, 12, 13, 18, 20-23, 25-27, 32, 34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 2, 3, 7.																																
Завдання для самостійної роботи з теми: Дано вершини $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$ трикутника ABC. Знайти: а) довжину сторони AB; б) рівняння і довжину висоти, проведеної з вершини A; в) рівняння медіани, проведеної через вершину A; г) кут між медіаною і висотою, проведеними через вершину A; д) відстань від вершини C до прямої AB; е) площу трикутника. <table><tr><td>1. $A(-2; 4)$, $B(3; 1)$, $C(10; 7)$.</td><td>2. $A(-3; -2)$, $B(14; 4)$, $C(6; 8)$.</td></tr><tr><td>3. $A(1; 7)$, $B(-3; -1)$, $C(11; -3)$.</td><td>4. $A(1; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(9; 5)$.</td></tr><tr><td>5. $A(1; -2)$, $B(7; 1)$, $C(3; 7)$.</td><td>6. $A(-2; -3)$, $B(1; 6)$, $C(6; 1)$.</td></tr><tr><td>7. $A(-4; 2)$, $B(-6; 6)$, $C(6; 2)$.</td><td>8. $A(4; -3)$, $B(7; 3)$, $C(1; 10)$.</td></tr><tr><td>9. $A(4; -4)$, $B(8; 2)$, $C(3; 8)$.</td><td>10. $A(-3; 3)$, $B(5; -7)$, $C(7; 7)$.</td></tr><tr><td>11. $A(1; -6)$, $B(3; 4)$, $C(-3; 3)$.</td><td>12. $A(-4; 2)$, $B(8; -6)$, $C(2; 6)$.</td></tr><tr><td>13. $A(-5; 2)$, $B(0; -4)$, $C(5; 7)$.</td><td>14. $A(4; -4)$, $B(6; 2)$, $C(-1; 8)$.</td></tr><tr><td>15. $A(-3; 8)$, $B(-6; 2)$, $C(0; -5)$.</td><td>16. $A(6; -9)$, $B(10; -1)$, $C(-4; 1)$.</td></tr><tr><td>17. $A(4; 1)$, $B(-3; -1)$, $C(7; -3)$.</td><td>18. $A(-4; 2)$, $B(6; -4)$, $C(4; 10)$.</td></tr><tr><td>19. $A(3; -1)$, $B(11; 3)$, $C(-6; 2)$.</td><td>20. $A(-7; -2)$, $B(-7; 4)$, $C(5; -5)$.</td></tr><tr><td>21. $A(-1; -4)$, $B(9; 6)$, $C(-5; 4)$.</td><td>22. $A(10; -2)$, $B(4; -5)$, $C(-3; 1)$.</td></tr><tr><td>23. $A(-3; -1)$, $B(-4; -5)$, $C(8; 1)$.</td><td>24. $A(-2; -6)$, $B(-3; 5)$, $C(4; 0)$.</td></tr><tr><td>25. $A(-7; -2)$, $B(3; -8)$, $C(-4; 6)$.</td><td>26. $A(1; -3)$, $B(0; 7)$, $C(-2; 4)$.</td></tr><tr><td>27. $A(0; 2)$, $B(-7; -4)$, $C(3; 2)$.</td><td>28. $A(-5; 1)$, $B(8; -2)$, $C(1; 4)$.</td></tr><tr><td>29. $A(7; 0)$, $B(1; 4)$, $C(-8; -4)$.</td><td>30. $A(2; 5)$, $B(-3; 1)$, $C(0; 4)$.</td></tr></table>			1. $A(-2; 4)$, $B(3; 1)$, $C(10; 7)$.	2. $A(-3; -2)$, $B(14; 4)$, $C(6; 8)$.	3. $A(1; 7)$, $B(-3; -1)$, $C(11; -3)$.	4. $A(1; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(9; 5)$.	5. $A(1; -2)$, $B(7; 1)$, $C(3; 7)$.	6. $A(-2; -3)$, $B(1; 6)$, $C(6; 1)$.	7. $A(-4; 2)$, $B(-6; 6)$, $C(6; 2)$.	8. $A(4; -3)$, $B(7; 3)$, $C(1; 10)$.	9. $A(4; -4)$, $B(8; 2)$, $C(3; 8)$.	10. $A(-3; 3)$, $B(5; -7)$, $C(7; 7)$.	11. $A(1; -6)$, $B(3; 4)$, $C(-3; 3)$.	12. $A(-4; 2)$, $B(8; -6)$, $C(2; 6)$.	13. $A(-5; 2)$, $B(0; -4)$, $C(5; 7)$.	14. $A(4; -4)$, $B(6; 2)$, $C(-1; 8)$.	15. $A(-3; 8)$, $B(-6; 2)$, $C(0; -5)$.	16. $A(6; -9)$, $B(10; -1)$, $C(-4; 1)$.	17. $A(4; 1)$, $B(-3; -1)$, $C(7; -3)$.	18. $A(-4; 2)$, $B(6; -4)$, $C(4; 10)$.	19. $A(3; -1)$, $B(11; 3)$, $C(-6; 2)$.	20. $A(-7; -2)$, $B(-7; 4)$, $C(5; -5)$.	21. $A(-1; -4)$, $B(9; 6)$, $C(-5; 4)$.	22. $A(10; -2)$, $B(4; -5)$, $C(-3; 1)$.	23. $A(-3; -1)$, $B(-4; -5)$, $C(8; 1)$.	24. $A(-2; -6)$, $B(-3; 5)$, $C(4; 0)$.	25. $A(-7; -2)$, $B(3; -8)$, $C(-4; 6)$.	26. $A(1; -3)$, $B(0; 7)$, $C(-2; 4)$.	27. $A(0; 2)$, $B(-7; -4)$, $C(3; 2)$.	28. $A(-5; 1)$, $B(8; -2)$, $C(1; 4)$.	29. $A(7; 0)$, $B(1; 4)$, $C(-8; -4)$.	30. $A(2; 5)$, $B(-3; 1)$, $C(0; 4)$.
1. $A(-2; 4)$, $B(3; 1)$, $C(10; 7)$.	2. $A(-3; -2)$, $B(14; 4)$, $C(6; 8)$.																															
3. $A(1; 7)$, $B(-3; -1)$, $C(11; -3)$.	4. $A(1; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(9; 5)$.																															
5. $A(1; -2)$, $B(7; 1)$, $C(3; 7)$.	6. $A(-2; -3)$, $B(1; 6)$, $C(6; 1)$.																															
7. $A(-4; 2)$, $B(-6; 6)$, $C(6; 2)$.	8. $A(4; -3)$, $B(7; 3)$, $C(1; 10)$.																															
9. $A(4; -4)$, $B(8; 2)$, $C(3; 8)$.	10. $A(-3; 3)$, $B(5; -7)$, $C(7; 7)$.																															
11. $A(1; -6)$, $B(3; 4)$, $C(-3; 3)$.	12. $A(-4; 2)$, $B(8; -6)$, $C(2; 6)$.																															
13. $A(-5; 2)$, $B(0; -4)$, $C(5; 7)$.	14. $A(4; -4)$, $B(6; 2)$, $C(-1; 8)$.																															
15. $A(-3; 8)$, $B(-6; 2)$, $C(0; -5)$.	16. $A(6; -9)$, $B(10; -1)$, $C(-4; 1)$.																															
17. $A(4; 1)$, $B(-3; -1)$, $C(7; -3)$.	18. $A(-4; 2)$, $B(6; -4)$, $C(4; 10)$.																															
19. $A(3; -1)$, $B(11; 3)$, $C(-6; 2)$.	20. $A(-7; -2)$, $B(-7; 4)$, $C(5; -5)$.																															
21. $A(-1; -4)$, $B(9; 6)$, $C(-5; 4)$.	22. $A(10; -2)$, $B(4; -5)$, $C(-3; 1)$.																															
23. $A(-3; -1)$, $B(-4; -5)$, $C(8; 1)$.	24. $A(-2; -6)$, $B(-3; 5)$, $C(4; 0)$.																															
25. $A(-7; -2)$, $B(3; -8)$, $C(-4; 6)$.	26. $A(1; -3)$, $B(0; 7)$, $C(-2; 4)$.																															
27. $A(0; 2)$, $B(-7; -4)$, $C(3; 2)$.	28. $A(-5; 1)$, $B(8; -2)$, $C(1; 4)$.																															
29. $A(7; 0)$, $B(1; 4)$, $C(-8; -4)$.	30. $A(2; 5)$, $B(-3; 1)$, $C(0; 4)$.																															
Тема 6. Криві другого порядку Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Рівняння кола. 2. Еліпс. Дослідження форми еліпса. Ексцентриситет еліпса. 3. Гіпербола. Дослідження форми гіперболи. Ексцентриситет гіперболи. 4. Парабола. Дослідження форми параболі. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1-4, 8-10, 12, 13, 18, 20-23, 25-27, 32, 34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 2, 3, 7.	2																															

Завдання для самостійної роботи з теми:

Доповненням до повного квадрату звести рівняння до канонічного вигляду. Зобразити на рисунку досліджувану лінію:

- | | |
|--|---|
| 1. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$. | 2. $3x^2 - 12y^2 + 18x + 9 = 0$. |
| 3. $5x^2 + 2y^2 - 24 = 0$. | 4. $x^2 - 6y^2 + 2x = 0$. |
| 5. $13x^2 - 31y^2 - 26x - 18y + 3 = 0$. | 6. $9x^2 + 16y^2 - 54x - 178y + 181 = 0$. |
| 7. $41x^2 + 9y^2 + 24x + 18 - 26 = 0$. | 8. $3x^2 + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$. |
| 9. $9x^2 + 16y^2 - 20x + 110 - 50 = 0$. | 10. $13x^2 + 13y^2 + 46x + 62y + 16 = 0$. |
| 11. $x^2 + y^2 + 6x - 14y + 29 = 0$. | 12. $8x^2 + 17y^2 + 16x - 12 + 3 = 0$. |
| 13. $2x^2 - y^2 + 4x - 12 = 0$. | 14. $8x^2 + 17y^2 + 24x - 12y + 5 = 0$. |
| 15. $9x^2 + 16y^2 - 120x + 90y = 0$. | 16. $7x^2 - 38x + 24y + 175 = 0$. |
| 17. $17x^2 - 7y^2 + 34x - 18 + 7 = 0$. | 18. $x^2 - 7y^2 + 10x - 30y + 23 = 0$. |
| 19. $11x^2 - 4y^2 - 20x - 8y + 1 = 0$. | 20. $3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$. |
| 21. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$. | 22. $9x^2 + 16y^2 - 18x + 226y + 209 = 0$. |
| 23. $5x^2 + 5y^2 - 18x + 18y + 9 = 0$. | 24. $12x^2 + 12y^2 - 52x - 48y + 13 = 0$. |
| 25. $3x^2 + 3y^2 - 4x - 4y - 12 = 0$. | 26. $14x^2 + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0$. |
| 27. $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 12 = 0$. | 28. $2x^2 + 8y^2 - x + 4y + 18 = 0$. |

Тема 7. Пряма та площина у просторі

2

Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:

1. Загальне рівняння площини. Неповні рівняння площини. Рівняння площини у відрізках на осях. Рівняння площини, що проходить через три задані точки.
2. Кут між двома площинами. Умови перпендикулярності та паралельності двох площин.
3. Нормальне рівняння площини. Відхилення та відстань точки від площини.
4. Загальні, канонічні та параметричні рівняння прямої у просторі. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
5. Кут між двома прямими. Умови перпендикулярності та паралельності двох прямих.
6. Кут між прямою та площиною. Умови перпендикулярності та паралельності прямої та площини.

Рекомендовані джерела:

Основні джерела: 1-4, 8-10, 12, 13, 18, 20-23, 25-27, 32, 34.

Додаткові джерела: 1, 2, 3, 7.

Завдання для самостійної роботи з теми:

- Дано чотири точки у просторі $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$ і $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Знайти:
- а) кут між прямими A_1A_2 і A_3A_4 ;
 - б) площу трикутника $A_1A_2A_3$;
 - в) рівняння площини, яка проходить через точки A_1 , A_2 , A_3 ;
 - г) віддаленість від точки A_4 до площини $A_1A_2A_3$;
 - д) кут між площиною $A_1A_2A_3$ і прямою A_3A_4 .

- | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $A_1(3; 1; 4)$, | 2. $A_2(-1; 6; 1)$, | 3. $A_3(-1; 1; 6)$, | 4. $A_4(0; 4; -1)$. |
| 5. $A_1(3; -1; 2)$, | 6. $A_2(-1; 0; 1)$, | 7. $A_3(1; 7; 3)$, | 8. $A_4(8; 5; 8)$. |
| 9. $A_1(3; 5; 4)$, | 10. $A_2(5; 8; 3)$, | 11. $A_3(1; 2; -2)$, | 12. $A_4(-1; 0; 2)$. |

4. $A_1(2; 4; 3),$	$A_2(1; 1; 5),$	$A_3(4; 9; 3),$	$A_4(3; 6; 7).$
5. $A_1(9; 5; 5),$	$A_2(-3; 7; 1),$	$A_3(5; 7; 8),$	$A_4(6; 9; 2).$
6. $A_1(0; 7; 1),$	$A_2(2; -1; 5),$	$A_3(1; 6; 3),$	$A_4(3; -9; 8).$
7. $A_1(5; 5; 4),$	$A_2(1; -1; 4),$	$A_3(3; 5; 1),$	$A_4(5; 8; -1).$
8. $A_1(6; 1; 1),$	$A_2(4; 6; 6),$	$A_3(4; 2; 0),$	$A_4(1; 2; 6).$
9. $A_1(7; 5; 3),$	$A_2(9; 4; 4),$	$A_3(4; 5; 7),$	$A_4(7; 9; 6).$
10. $A_1(6; 8; 2),$	$A_2(5; 4; 7),$	$A_3(2; 4; 7),$	$A_4(7; 3; 7).$
11. $A_1(4; 2; 5),$	$A_2(0; 7; 1),$	$A_3(0; 2; 7),$	$A_4(1; 5; 0).$
12. $A_1(4; 4; 10),$	$A_2(7; 10; 2),$	$A_3(2; 8; 4),$	$A_4(9; 6; 9).$
13. $A_1(4; 6; 5),$	$A_2(6; 9; 4),$	$A_3(2; 10; 10),$	$A_4(7; 5; 9).$
14. $A_1(3; 5; 4),$	$A_2(8; 7; 4),$	$A_3(5; 10; 4),$	$A_4(4; 7; 8).$
15. $A_1(10; 9; 6),$	$A_2(2; 8; 2),$	$A_3(9; 8; 9),$	$A_4(7; 10; 3).$
16. $A_1(1; 8; 2),$	$A_2(5; 2; 6),$	$A_3(5; 7; 4),$	$A_4(4; 10; 9).$
17. $A_1(6; 6; 5),$	$A_2(4; 9; 5),$	$A_3(4; 6; 11),$	$A_4(6; 9; 3).$
18. $A_1(7; 2; 2),$	$A_2(-5; 7; -7),$	$A_3(5; -3; 1),$	$A_4(2; 3; 7).$
19. $A_1(8; -6; 4),$	$A_2(10; 5; -5),$	$A_3(5; 6; -8),$	$A_4(8; 10; 7).$
20. $A_1(1; -1; 3),$	$A_2(6; 5; 8),$	$A_3(3; 5; 8),$	$A_4(8; 4; 1).$
21. $A_1(1; -2; 7),$	$A_2(4; 2; 10),$	$A_3(2; 3; 5),$	$A_4(5; 3; 7).$
22. $A_1(4; 2; 10),$	$A_2(1; 2; 0),$	$A_3(3; 5; 7),$	$A_4(2; -3; 5).$
23. $A_1(2; 3; 5),$	$A_2(5; 3; -7),$	$A_3(1; 2; 7),$	$A_4(4; 2; 0).$
24. $A_1(5; 3; 7),$	$A_2(-2; 3; 5),$	$A_3(4; 2; 10),$	$A_4(1; 2; 7).$
25. $A_1(4; 3; 5),$	$A_2(1; 9; 7),$	$A_3(0; 2; 0),$	$A_4(5; 3; 10).$
26. $A_1(3; 2; 5),$	$A_2(4; 0; 6),$	$A_3(2; 6; 5),$	$A_4(6; 4; -1).$
27. $A_1(2; 1; 6),$	$A_2(1; 4; 9),$	$A_3(2; -5; 8),$	$A_4(5; 4; 2).$
28. $A_1(2; 1; 7),$	$A_2(3; 3; 6),$	$A_3(2; -3; 9),$	$A_4(1; 2; 5).$
29. $A_1(2; -1; 7),$	$A_2(6; 3; 1),$	$A_3(3; 2; 8),$	$A_4(2; -3; 7).$
30. $A_1(0; 4; 5),$	$A_2(3; -2; 1),$	$A_3(4; 5; 6),$	$A_4(3; 3; 2).$
Всього за змістовним модулем 1			14
Змістовий модуль 2.			
Теми 8-9. Функція однієї змінної. Теорія границь. Неперервність функції <i>Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:</i>			4
1. Поняття про функцію. Способи задання функції. Область визначення та область значень функції. Властивості функцій. Геометричне зображення функції. 2. Застосування функції однієї змінної у задачах економіки. 3. Числова послідовність. Означення границі послідовності. Нескінченно малі величини. Нескінченно великі величини. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими величинами. 4. Означення границі функції. Односторонні границі. Властивості функцій, що мають скінченні границі. Граничні переходи у рівностях і нерівностях. Леми про нескінченно малі величини. 5. Дві важливі границі. Розкриття невизначеностей. 6. Означення неперервності функції у точці. Неперервність функції на відрізьку. Арифметичні операції над неперервними функціями.			

Рекомендовані джерела:

Основні джерела: 1-3, 8, 9, 14, 18, 22, 23, 25, 26, 28, 33, 34.

Додаткові джерела: 1, 7.

Завдання для самостійної роботи з теми:

Обчислити границі функцій:

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{4x^2+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{1-\sqrt{5-x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-4x+3}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{2x}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2-16})$.

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100x}{x^2-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-12}{2x^3-16}$; в) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3}-2}{49-x^2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^x$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2-2x-7})$

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+5x-1}{3x-7}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+3x-2}{x^3+8}$; в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6}-2}{x+2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{3x+1}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+3x}-x)$

3. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+x-3}{x^3+8x+3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2+4x-32}{x^2-16}$; в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6}-2}{x^3+8}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{2x+3}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-4x})$

4. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5+x^3-27x+1}{x^4\sqrt{x}+2x^2+2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+4x^2+x-6}{x^2+5x+6}$; в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x-3x}{\sin x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{3x+1}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x})$

5. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^3}{x^5+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x^2-2x-8}$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x}-2}{\sqrt{x+7}-3}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{\sin^3 x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+6} \right)^{3x-5}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^3+x-1} - \sqrt{2x^2-x})$

6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+4x-5}{\sqrt{x^4+6}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{x^3-2x-21}$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{2x^2}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x-2} \right)^{5x+7}$; е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt[3]{1-x^3})$

7. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+1}{5x^4-x^3-2x^2-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2-x+2}{x^2+2x}$; в) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2-\sqrt{12+x}}$;

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 8x}{\sin 6x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-1} \right)^{4x-8}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2} - \sqrt[3]{x^3 - 2x^2} \right)$$

$$8. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{x + \sqrt[3]{x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^4 - 256}{x^3 - 64}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt{x-4}-2};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\arcsin 2x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+9}{x-2} \right)^{2x+9}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x} \left[(x+4)^{\frac{2}{3}} - (x-4)^{\frac{2}{3}} \right].$$

$$9. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x} + \sqrt{x}}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + x - 3}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2}-3}{2-\sqrt{x-3}};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos x^2}}{1-\cos 2x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-3} \right)^{5x+10}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left[x^2 \left(\frac{1}{x^2+1} - \frac{1}{x^3-1} \right) \right].$$

$$10. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-4x+3}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 6x}{11x^2}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x+5} \right)^{2x+11}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+11} - \sqrt{x-11}).$$

$$11. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^2(3x+2)^3}{(2x+1)^5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3-\sqrt{x+5}}{1-\sqrt{5-x}};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x}{\sin 7x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-12}{x+1} \right)^{4x+12}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+12x} - \sqrt{x}).$$

$$12. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}-6}{3x-1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5-x}-1}{3-\sqrt{x+5}};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 13x - \sin 8x}{x^2}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+13}{x+2} \right)^{3x-13}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{13x^2+4} - x).$$

$$13. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^2(3x+2)^2}{(x+1)^4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-3x+2}{x^5-4x+3}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1-\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+4}-3};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 14x; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-14}{x+3} \right)^{4x+14}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt[3]{14-x^3}).$$

$$15. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}-2x}{3x+8}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-2x^2-4x+8}{x^2-8x+12}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-4}-\sqrt{6-\tilde{o}}}{x^2-5\tilde{o}};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 15x - \sin 11x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+15}{x-2} \right)^{15x-1}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+15x} - x).$$

$$16. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x+1)^4}{x^4+3x^3+2x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-2x-1}{x^5-2x-1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2}-(1+x)}{x};$$

$$r) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 16x - \sin 11x}{\sin x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+16}{3x+5} \right)^{x+3}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+16} - \sqrt{x}).$$

17. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 14}}{2x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 12x + 16}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + 3x - x^2} - 2}{x + x^2}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 17x}{4x^2}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 17}{3x - 1} \right)^{x-17}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 17x} - \sqrt{x^2 + 1})$

18. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x^2 - 4x^5}{9x^5 + 3x^3 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{\sqrt{4+x} - 2}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 18x}{2x^2}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+18}{x-1} \right)^{3x-18}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{x}(x+18)^{\frac{2}{3}} - (x-18)^{\frac{2}{3}} \right]$

19. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x^{10}}{1 - x^9}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 27}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x + \sqrt{x}}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 19x}{\sin x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+19}{x-1} \right)^{x-19}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

20. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 + 1}{x^9 - 10}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 8}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x + 2x^2}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 20x}{\sin 3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+20}{x-2} \right)^{6x-20}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x^2 + 20)} - \sqrt{x^2 - 4x})$

21. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{16-x}}{x^2 - 7x}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\sin 5x(1 - \cos x)}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{21}{5x} \right)^{3x+4}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x})$

22. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{1 - 4x - 2x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x + 5}{1 - x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{7x - x^2}{\sqrt{16-x} - \sqrt{x+2}}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 22x}{\sin 19x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+22} \right)^{6x-7}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 2x - 3} - 2x)$

23. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4}{\sqrt{3x^4 - 4}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{2x^2 - x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{16-x} - 3}{\sqrt{x-3} - 2}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{\sin^3 23x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-23}{x+3} \right)^{x+2}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{3x} \left((x+3)^{\frac{2}{3}} - (x-3)^{\frac{2}{3}} \right)$

24. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x^2 + 1}{x^3 + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x+1)(3x+1) - 1}{x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x-4} - 2}{3 - \sqrt{17-x}}$;
 r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{24x^2}{\cos x - \cos 3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{24x-7}$; e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 5x + 24})$

25. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5}{x^2 + 4x + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 8x^2}{x^2 + x^5}$; в) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2} - 2}{\sqrt{15-x} - 3}$

$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 25x}{\sin x};$	$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+25}{x-4} \right)^{6x-1};$	$\text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-25x})$
$26. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{3x^2-4x};$	$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^2-9}{x^3};$	$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+12} - 2\sqrt{x}}{x^2-16};$
$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 26x}{\sin 7x};$	$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-26}{2x+1} \right)^{x+5};$	$\text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (\sqrt{4x^2+1} - 2x)$
$27. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-7x}{1-2x^3};$	$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x^2+3x+2};$	$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1}-3}{\sqrt{x-1}-2};$
$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 27x}{x};$	$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-27}{2x+3} \right)^{x+6};$	$\text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt[3]{27-x^3})$
$28. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x-x^2}}{x\sqrt{x}+4x};$	$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-5x+10}{x^2-25};$	$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5-x}-1}{3-\sqrt{x+5}};$
$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \operatorname{ctg} 28x);$	$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+28}{x-1} \right)^{2x-3};$	$\text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-28x-x})$
$29. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3};$	$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{27x}{1-16x};$	$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{9-x}-2}{1-\sqrt{x-4}};$
$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 29 - \cos 27x}{2x^2};$	$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+29}{x-2} \right)^{3x-1};$	$\text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-5x+6} - 29x)$
$30. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x^7}{11+3x^6};$	$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-1};$	$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{10-x}-2}{\sqrt{x+3}-3};$
$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 30x}{4x^2};$	$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+30}{x-1} \right)^{2x-30};$	$\text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2-30} - \sqrt{2x^2+x})$
Тема 10. Похідна функції однієї змінної Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: - Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. - Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Правила знаходження похідних. - Похідна оберненої функції. Похідна степенево-показникової функції. Похідна неявної функції. Односторонні похідні. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1-4, 8, 9, 12, 15, 18, 21-26, 28, 31-34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 2, 4, 5, 6, 7.		
		4

Завдання для самостійної роботи з теми:

Знайти похідні функцій:

1. а) $y = \sqrt[3]{3x^4 + 2x - 5} + \frac{4}{(x-2)^2}$;

б) $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \ln t \end{cases}$;

2. а) $y = \sqrt[3]{(x-3)^4} + \frac{3}{2x^3 - 3x + 1}$;

б) $\begin{cases} x = te^t \\ y = \frac{t}{e^t} \end{cases}$;

3. а) $y = \sqrt{(x-4)^5} + \frac{5}{(2x^2 + 4x - 1)^2}$;

б) $\begin{cases} x = \ln^2 t \\ y = t + \ln t \end{cases}$;

4. а) $y = \sqrt[5]{7x^2 - 3x + 5} - \frac{5}{(x-1)^3}$;

б) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2} \\ y = \sqrt{t-1} \end{cases}$;

5. а) $y = \sqrt[4]{3x^2 - x + 5} - \frac{3}{(x-5)^4}$;

б) $\begin{cases} x = e^{-3t} \\ y = e^{8t} \end{cases}$;

1. а) $y = \frac{\sqrt[5]{(x+2)^3}}{(x-1)^4(x-3)^5}$;

б) $\begin{cases} x = 5\sin^3 t \\ y = 3\cos^3 t \end{cases}$;

2. а) $y = \frac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{(x+2)^4(x-5)^7}$;

б) $\begin{cases} x = \frac{1}{t+1} \\ y = \left(\frac{t}{t+1}\right)^2 \end{cases}$;

3. а) $y = \frac{\sqrt[5]{(x-2)^3(x-1)}}{(x+3)^4}$;

б) $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$;

4. а) $y = \frac{\sqrt[3]{x-3}(x+7)^5}{(x-4)^2}$;

б) $y = \sin^3 2x \cdot \cos 8x^5$;

г) $y^2 = 8x$;

б) $y = \frac{e^{\arccos^3 \sqrt{x}}}{\sqrt{x+5}}$;

г) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = 1$.

б) $y = \frac{(x-4)^2}{e^{\arctg x}}$;

г) $y = x + \arctg y$.

б) $y = \frac{\log_5(3x-7)}{\operatorname{ctg} 7x^3}$;

г) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$.

б) $y = \frac{\ln(5x-3)}{4\operatorname{tg}^3 x^4}$;

г) $y^2 = 25x - 4$.

б) $y = \frac{\sin^3 5x}{\ln^2(2x-3)}$;

г) $\arctg y = 4x + 5y$.

б) $y = \frac{\cos^2 3x}{\lg(3x-4)}$;

г) $y^2 - x = \cos y$.

б) $y = \frac{\operatorname{tg}^4 5x}{\ln(x+7)}$;

г) $3x + \sin y = 5y$.

б) $y = \frac{9\arctg(x+7)}{(x-1)^2}$;

$$\text{B)} \begin{cases} x = (\ln t) / t; \\ y = t^2 \ln t \end{cases}$$

$$5. \text{ a) } y = \frac{(x+7)^2(x-3)^5}{\sqrt{x^2+3x+1}};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = e^{3t} \\ y = e^{-3t} \end{cases};$$

$$6. \text{ a) } y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^5}(x+3)^2}{(x-7)^3};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos^2 t \end{cases};$$

$$7. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{(x+2)^3}(x-1)^4}{(x+2)^7};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = 3(\sin t - t \cos t) \\ y = 3(\cos t + t \sin t) \end{cases};$$

$$8. \text{ a) } y = \frac{(x-7)^{10} \sqrt{3x-1}}{(x+3)^5};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases};$$

$$9. \text{ a) } y = \frac{\sqrt[3]{x+3} - \sqrt[5]{x^2}}{\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases};$$

$$10. \text{ a) } y = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^7}}{(x+5)^5(x-5)^3};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \arctg t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases};$$

$$11. \text{ a) } y = \frac{(x-1)^4(x-7)^2}{\sqrt[3]{(x+2)^5}};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \operatorname{acctg} t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases};$$

$$12. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{(x+2)^3}(x-1)^4}{(x+2)^7};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = 5 \cos^2 t \\ y = 3 \sin^2 t \end{cases};$$

$$13. \text{ a) } y = \frac{\operatorname{ctg}^3(2x-3)}{\log_3(x+2)};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases};$$

$$\text{r) } \operatorname{tgy} = 3x + 5y.$$

$$\text{б) } y = \frac{\arccos(4x-1)}{(x+2)^4};$$

$$\text{r) } xy = \operatorname{ctgy}.$$

$$\text{б) } y = \frac{6 \arcsin(x+5)}{(x-2)^2};$$

$$\text{r) } y = e^y + 4x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{(x+1)^2} \arccos x;$$

$$\text{r) } \ln y - \frac{y}{x} = 7.$$

$$\text{б) } y = 2^{-x^3} \operatorname{arctg} 7x^4;$$

$$\text{r) } y^2 + x^2 = \sin y.$$

$$\text{б) } y = 3^{\cos x} \ln(x^2 - 3x + 7);$$

$$\text{r) } e^y = 4x - 7y.$$

$$\text{б) } y = (x-7)^5 \arcsin 7x^4;$$

$$\text{r) } 4 \sin^2(x+y) = x.$$

$$\text{б) } y = 5^{-x^2} \arccos 5x^4;$$

$$\text{r) } \sin y = 7x + 3y.$$

$$\text{б) } y = \frac{e^{\operatorname{ctg} 5x}}{(3x-5)^4};$$

$$\text{r) } \operatorname{tgy} = 4y - 5x.$$

$$\text{б) } y = \frac{\sqrt{5x^2 - x + 1}}{e^{3x}};$$

$$\text{r) } y = 7x - \operatorname{ctgy}.$$

$$14. \text{ a) } y = \sqrt[4]{\frac{2x-3}{2x+1}} \lg(7x-10);$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = \arcsin t; \\ y = \ln t \end{cases};$$

$$15. \text{ a) } y = \ln^2 \sin x \cdot \sqrt[3]{x - \frac{1}{x}};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = t^4; \\ y = \ln t \end{cases};$$

$$16. \text{ a) } y = \sqrt[3]{x - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} \cdot \log_2^{5x};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = e^z \cos t; \\ y = e^z \sin t \end{cases};$$

$$17. \text{ a) } y = (\log_2^{x^2+x}) \cdot e^{x^3-3};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = \ln \frac{t}{t}; \\ y = t \ln t \end{cases};$$

$$18. \text{ a) } y = \frac{4 \cdot \sqrt[3]{x^2 - \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}}{\log_2^{x^2} \cdot \log_3^{x^3}};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 4t + 2t^2; \\ y = 5t^3 - 3t^2; \end{cases}$$

$$19. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sin x + \cos 3x)}{(x-3)^3};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1} \\ y = \frac{(t+1)}{\sqrt{t^2 - 1}}; \end{cases}$$

$$20. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} + \arcsin \frac{1}{x};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^3}; \\ y = \frac{t^2}{1+t^2} \end{cases};$$

$$21. \text{ a) } y = \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2};$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = e^{-2t} \\ y = e^{4t} \end{cases};$$

$$22. \text{ a) } y = (e^{ax} - e^{-ax})^2;$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = \frac{1}{t} + 2 \\ y = \left(\frac{t}{t+2} \right)^2; \end{cases}$$

$$\text{б) } y = \frac{4 \log_2(3x-5)}{(x-2)^2};$$

$$\text{r) } xy - 6 = \cos y.$$

$$\text{б) } y = \frac{e^{\operatorname{arctg} 5x}}{(x+4)^3};$$

$$\text{r) } 3y = 7 + xy^3.$$

$$\text{б) } y = \frac{\arcsin(3x+8)}{(x-7)^3};$$

$$\text{r) } y^2 = x + \ln \left(\frac{y}{x} \right).$$

$$\text{б) } y = \frac{9 \operatorname{arctg}(x+7)}{(x-1)^2};$$

$$\text{r) } xy^2 - y^3 = 4x - 5.$$

$$\text{б) } y = \frac{\operatorname{tg}^4 5x}{\ln(x+7)};$$

$$\text{r) } x^2 y^2 + x = 5y.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[6]{\frac{x-9}{x+9}} \operatorname{tg}(3x^2 - 4x + 1);$$

$$\text{r) } x^4 + x^2 y^2 + y = 4.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[8]{\frac{5x+1}{5x-1}} \ln(3x - x^2);$$

$$\text{r) } \sin y = xy^2 + 5.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[6]{\frac{x-7}{x+7}} \arcsin(2x+3);$$

$$\text{r) } x^3 + y^3 = 5x.$$

$$\text{б) } y = \sqrt[7]{\frac{x-8}{x+8}} \arccos(3x-5);$$

$$\text{r) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7.$$

23. а) $y = \sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}$; б) $y = \sqrt[3]{\frac{4x-1}{4x+1}} \ln(2x^3 - 3)$; в) $\begin{cases} x = 6\cos^3 t; \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$; г) $y^2 = \frac{(x-y)^2}{x+y}$; 29. а) $y = \sqrt{\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}}$; б) $y = \sqrt[7]{\frac{2x-3}{2x+1}} \lg(7x - 10)$; в) $\begin{cases} x = 2\cos^2 t; \\ y = 3\sin^2 t \end{cases}$; г) $\sin^2(3x + y^2) = 5$. 30. а) $y = \arcsin(e^{3x}) + e^x \sqrt{1 - e^{2x}}$; б) $y = \sqrt[4]{\frac{x+3}{x-3}} \ln(5x^2 - 2x + 1)$; в) $\begin{cases} x = (2t + 3)\cos t; \\ y = 3t^3 \end{cases}$; г) $\operatorname{ctg}^2(x + y) = 5x$.			
Тема 11. Диференціал функції однієї змінної Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Означення диференціала. Геометричний зміст диференціала. 2. Диференціал суми, добутку та частки. 3. Інваріантність форми диференціала першого порядку. 4. Застосування диференціала до наближених обчислень. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1-4, 8, 9, 12, 15, 18, 21-26, 28, 31-34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 2, 4, 5, 6, 7.		2	
Завдання для самостійної роботи з теми: 1. Знайти диференціал функції y, якщо: 1. $y = \frac{x}{1-x}$. 2. $y = \arccos \frac{1}{2x}$. 3. $y = e^{-2x^2}$. 4. $y = \operatorname{ctg} 2x + \frac{1}{\sin 2x}$. 5. $y = x^2 \ln x - x^2$. 6. $y = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$. 7. $y = \ln \frac{1+2x}{1-2x}$. 8. $y = x \cdot e^x$. 9. $y = \sin 2x - \cos 2x$. 10. $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$. 11. $y = \ln(1 - x^2)$. 12. $y = \frac{\cos x}{1+x}$. 13. $y = \operatorname{arcctg} e^{-x}$. 14. $y = \frac{\sin x}{x}$. 15. $y = \frac{x}{\operatorname{arctg} x}$. 16. $y = \ln(\operatorname{arctg} 2x)$. 17. $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$. 18. $y = \frac{1}{\ln(1+x)}$. 19. $(x+y)^2(2x+y)^3 = 1$. 20. $y^3 - y = 6x^2$.			

2. Знайти наближені значення:				
1. $\sin 26^\circ$;	2. $\sqrt[3]{1,02}$;	3. $\arctg 1,05$;	4. $\sqrt{4,012}$;	5. $\sqrt{120}$;
6. $\sqrt[3]{9}$;	7. $\sqrt[4]{80}$;	8. $\sqrt[7]{100}$;	9. $\tg 44^\circ$;	10. $\ctg 46^\circ$;
11. $\cos 28^\circ$;	12. $\sin 28^\circ$;	13. $\sqrt[4]{17}$;	14. $\cos 29^\circ$;	15. $\sqrt[4]{15}$.
Тема 12. Похідні та диференціали вищих порядків Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Похідні вищих порядків. Формули Лейбниця. 2. Диференціали вищих порядків. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1-4, 8, 9, 12, 15, 18, 21-26, 28, 31-34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 2, 4, 5, 6, 7.				2
Завдання для самостійної роботи з теми: 1. Знайти похідні вказаного порядку n від функцій: 1. $y = x^2 - 3x + 2, n = 2$; 2. $y = x^3 \ln x, n = 4$; 3. $y = (x + 10)^6, n = 3$; 4. $y = (1 + x^2) \arctg x, n = 2$; 5. $y = e^{2x-1}, n = 2$; 6. $y = \frac{x^2}{x-1}, n = 3$; 7. $y = x^x, n = 2$. 8. $y = x^2 e^x, n = 3$; 9. $y = x \cos x, n = 2$; 10. $y = x^2 \sin 3x, n = 2$; 11. $y = e^x \cos x, n = 4$; 12. $y = e^x \sin x, n = 3$; 13. $y = x \ln x, n = 3$; 14. $\arctg y = x + y, n = 2$; 15. $y = \sin^2 x, n = 2$; 16. $y = \cos^2 x, n = 2$; 17. $y = \ln(2x + 3), n = 3$; 18. $y = \sin 3x \cos 2x, n = 2$; 19. $y = \frac{1}{1 + 2x}, n = 2$; 20. $y = 3^x, n = 3$. 2. Знайти диференціали вказаного n -го порядку від функцій: 1. $y = x^4, n = 4$; 2. $y = \tg x, n = 2$; 3. $y = e^x \ln x, n = 3$; 4. $y = \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}}, n = 3$; 5. $y = x \sin x, n = 10$; 6. $y = x \arccos x, n = 4$; 7. $y = 3^{-x^2}, n = 2$; 8. $y = \frac{\sin x}{x}, n = 2$; 9. $xy + y^2 = 1, n = 2$; 10. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4}), n = 2$.				
Тема 13. Основні теореми диференціального числення Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Теореми Ферма, Ролля та Лагранжа. 2. Формула Тейлора. Розкладання елементарних функцій за формулою Тейлора. Формула Маклорена. 3. Правило Лопіталля. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1-4, 8, 9, 12, 15, 18, 21-26, 28, 31-34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 5, 7.				2
Завдання для самостійної роботи з теми:				

1. Обчислити границі, користуючись правилом Лопіталля:

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{ctg} x - 1}{x^2}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{\sin x - x}$.
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right]$.
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^2}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cdot \operatorname{tg} x$.
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{1 - \cos x}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 3x}{\ln \sin 2x}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln x}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sin x}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x - x}{x^3}$.
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin^2 3x}$.
17. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{3}{x}$.
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$.
19. $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1 - \frac{x}{3}}{x^2}$.
21. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$.
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^5}$.
23. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$.
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$.
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$.
26. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}$.
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - e^x}{\operatorname{tg} x - x}$.
28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \arctg x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)}$.
29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cdot \cos x}$.
30. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^n e^{-x})$.

3. Перевірити справедливість теореми Ролля для функції $f(x) = x^2 - 3x - 4$ на відрізку $[-1, 4]$
4. Довести, що теорема Ролля не виконується для функції $3 - \sqrt[5]{x^2}$ на відрізку $[-1, 1]$.
5. Скласти формулу Лагранжа для функції $f(x) = ax^2 + bx + c$ на відрізку $[\alpha, \beta]$ та знайти точку c , що фігурує в цій формулі.
6. Довести, що теорема Лагранжа не виконується для функції $f(x) = \frac{1}{x}$ на відрізку $[-1, 2]$.
7. Розкласти многочлен $f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x + 2$ по степенях двочлена $x - 2$.
8. Написати формулу Тейлора порядку $n = 3$ для функції $y = e^{3x}$ в околі точки $x_0 = 1$.
9. Розкласти функцію $f(x) = \operatorname{tg} x$ за формулою Маклорена до члена з x^3 включно.
10. Розкласти за формулою Маклорена функцію $\ln(1 + x)$.

Тема 14. Дослідження функцій за допомогою похідних <i>Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:</i> 1. Умова сталості функції на проміжку. Умови зростання та спадання функції на проміжку. 2. Максимум та мінімум функції. Необхідні та достатні умови екстремуму функції. 3. Опуклість та вгнутість графіка функції, точки перегину. 4. Асимптоти графіка функції. 5. Загальна схема побудови графіка функції. 6. Застосування поняття похідної в економіці.	2	
--	---	--

Рекомендовані джерела:

Основні джерела: 1-4, 8, 9, 12, 15, 18, 21-26, 28, 31-34.

Додаткові джерела: 1, 3, 5, 7.

Завдання для самостійної роботи з теми:

1. Дослідити функції методами диференціального числення і побудувати графіки:

1. а) $y = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2$; б) $y = \frac{4x}{1-x^2}$.

2. а) $y = x^4 - 5x^3 + 21$; б) $y = \frac{x-1}{(x+1)^2}$.

3. а) $y = 0,1(x^3 - 12) \cdot x$; б) $y = \frac{x^2}{(x+1)^2}$.

4. а) $y = x^4 - 2x^2 + 3$; б) $y = \frac{6}{(x-3)(x+2)}$.

5. а) $y = x^4 - 2x^2 + 5$; б) $y = \frac{x}{1-x^2}$.

6. а) $y = (x+2)(x-2)^2$; б) $y = \frac{8x-3}{x^2-4}$.

7. а) $y = x^3 - 2x^2 - 7x - 4$; б) $y = \frac{1-x}{(x-2)^3}$.

8. а) $y = x^4 - 8x^2 + 16$; б) $y = \frac{x^2+2}{x^2-1}$.

9. а) $y = x^3 + x^2 - 16$; б) $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$.

10. а) $y = x^3 + 5x^2 - 8x - 48$; б) $y = \frac{x+3}{(x+1)(x+2)}$.

11. а) $y = x^4 - 5x^3 - 30$; б) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$.

12. а) $y = x^4 - 3x^2 + 3$; б) $y = \frac{x^2}{x^2+x-12}$.

13. а) $y = x^3 - 5x^2 - 8x + 32$; б) $y = \frac{4x+1}{x-3}$.

14. а) $y = x^3 - 4x^2 - 7x$; б) $y = \frac{16}{x^2(x-4)}$.

15. а) $y = x^3 - x^2 - 27x + 34$; б) $y = \frac{x^3}{9-x^2}$.

16. а) $y = x^4 + 2x^2 + 35$; б) $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$.

17. а) $y = x^3 + 4x^2 - 2x + 31$; б) $y = \frac{3x}{4-x^2}$.

18. а) $y = 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 37$; б) $y = \frac{x+2}{x^2-2x-3}$.

19. а) $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 38$; б) $y = \frac{x}{1-4x^2}$.

20. а) $y = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 39$; б) $y = \frac{1-x}{2-x}$.

21. а) $y = x^4 - 2x^3 - 3x + 1$; б) $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$.

22. а) $y = 2x^4 - 3x^2 + x + 2$; б) $y = 4x^2 + \frac{1}{x^2}$.

23. а) $y = 2x^4 - 3x^2 - x + 3$; б) $y = \frac{x+1}{x-7}$.

24. а) $y = x^3 + 3x^2 + 2x + 4$; б) $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$.

25. а) $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$; б) $y = \frac{2x}{x^2-4x}$.

1. а) $y = x^4 + 2x^2 - 3$; б) $y = \frac{x^2+4}{(x+1)(x+2)}$.

27. а) $y = 3x^3 + 2x^2 + x + 4$; б) $y = \frac{x^2-3}{x^2+5}$.

2. а) $y = 3x^3 - 2x^2 + x + 5$; б) $y = \frac{7}{1+x^2}$.

29. а) $y = 3x^3 + 2x^2 - x + 6$; б) $y = \frac{16x^2}{x-4}$.

30. а) $y = x^4 - 2x^2 + 3$; б) $y = \frac{x^2+9}{(x+1)(x+2)}$.

2. Відомі функції попиту $q=q(p)$ і пропозиції $S=S(p)$. Знайти:

а) рівноважну ціну; б) еластичність попиту для рівноважної ціни; в) зміну загального доходу при збільшенні ціни на 5%. Побудувати графік функції.

1. $q = \frac{2,1}{p+1}$; $S = \frac{1}{40}p^2 + 0,02$.

2. $q = \frac{2,2}{p+0,5}$; $S = \frac{1}{10}p^3 + 0,08$.

3. $q = \frac{2,3}{p+1}$; $S = \frac{1}{40}p^2 + 0,06$.

4. $q = \frac{24}{p^2+3}$; $S = \frac{1}{2}p^3 + 5,5$.

5. $q = \frac{24}{p+3}$; $S = \frac{1}{5}p^2 + 2,2$.

6. $q = \frac{30}{p^2+2}$; $S = \frac{1}{2}p^3 + 1$.

7. $q = \frac{20}{p+4}; S = p^3 + 3.$	8. $q = \frac{15}{p+2}; S = \frac{1}{10} p^2 + 2,1.$	
9. $q = \frac{20}{p+2}; S = \frac{1}{4} p^3 + 2.$	10. $q = \frac{10}{p+3}; S = \frac{1}{10} p^3 + 1,2.$	
11. $q = \frac{25}{p+1}; S = \frac{1}{4} p^2 + 1.$	12. $q = \frac{25}{p^2+1}; S = \frac{1}{2} p^2 + 3.$	
13. $q = \frac{3,1}{p^2+1}; S = \frac{1}{100} p^2 + 0,22.$	14. $q = \frac{29}{p^2+3}; S = 7p^3 + 0,25.$	
15. $q = \frac{2,8}{p^2+3}; S = \frac{1}{10} p^2.$	16. $q = \frac{2,8}{p^2+1}; S = \frac{1}{100} p^2 + 0,19.$	
17. $q = \frac{2,5}{p^2+1}; S = p^3 + 0,25.$	18. $q = \frac{2,6}{p^2+1}; S = \frac{1}{2} p^2 + 0,8.$	
19. $q = \frac{36}{p^2+3}; S = \frac{1}{5} p^2 + 1,2.$	20. $q = \frac{24}{p^2+3}; S = \frac{1}{10} p^2 + 1,1.$	
21. $q = \frac{2,1}{p^2+1}; S = \frac{1}{10} p^2 + 0,2.$	22. $q = \frac{2,2}{p^2+2}; S = \frac{1}{100} p^3 + 0,065.$	
23. $q = \frac{3,1}{p+0,5}; S = \frac{1}{10} p^3 + 0,44.$	24. $q = \frac{3,2}{p+0,2}; S = \frac{1}{10} p^2 + 0,1.$	
25. $q = \frac{2,8}{p+0,5}; S = \frac{1}{10} p^3 + 0,32.$	26. $q = \frac{2,9}{p+0,26}; S = p^3 + 0,8125.$	
27. $q = \frac{2,6}{p+1}; S = \frac{1}{20} p^2 + 0,2.$	28. $q = \frac{2,7}{p+0,6}; S = \frac{1}{25} p^2 + 0,39.$	
29. $q = \frac{2,4}{p+0,5}; S = \frac{1}{10} p^3 + 0,16.$	30. $q = \frac{2,5}{p+0,5}; S = \frac{1}{10} p^3 + 0,2.$	
Всього за змістовним модулем 2		16
Разом за 1 семестр (1курс)		30
2 семестр (1 курс)		
Змістовий модуль 3		
Тема 15-16 Основні поняття функції багатьох змінних. Похідні та диференціали функції декількох змінних. Екстремум функції двох незалежних змінних. Застосування функцій декількох змінних у задачах економіки Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Функціональна залежність між змінними. Функція двох змінних і область її визначення. Графічне зображення функції двох змінних. 2. Границя функції двох змінних. 3. Неперервність і розриви функції двох змінних. 4. Частинний та повний прирости функції декількох змінних. 5. Частинні похідні. Повний диференціал. 6. Похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. 7. Необхідні умови екстремуму функції декількох змінних. 8. Достатні умови екстремуму функції декількох змінних. 9. Поняття про умовний екстремум. Метод множників Лагранжа. 10. Застосування функцій багатьох змінних в економічній теорії.		4
<i>Рекомендовані джерела:</i>		

Основні джерела: 1, 2, 5, 7, 9, 14, 17, 19, 22, 23, 25, 26, 28, 34. Додаткові джерела: 1, 2, 3, 4, 5, 7.			
Завдання для самостійної роботи з теми: Знайти диференціали першого та другого порядків вказаних функцій та дослідити їх на екстремум:			
1. а) $z = 2x^3y - 4xy^5$;	б) $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$.		
2. а) $z = x^2y \sin x - 3y$;	б) $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.		
3. а) $z = \arctg x + \sqrt{y}$;	б) $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$.		
4. а) $z = \arcsin(xy) - 3xy^2$;	б) $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$.		
5. а) $z = 5xy^4 + 2x^2y^7$;	б) $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39 + 18y + 20$.		
6. а) $z = \cos(x^2 - y^2) + x^3$;	б) $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.		
7. а) $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$;	б) $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.		
8. а) $z = 5xy^2 - 3x^3y^4$;	б) $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$.		
9. а) $z = \arcsin(x + y)$;	б) $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.		
20. а) $z = \arctg(2x - y)$;	б) $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$.		
21. а) $z = 7x^3y - \sqrt{xy}$;	б) $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$.		
22. а) $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 2xy$;	б) $z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10$.		
23. а) $z = e^{x+y-4}$;	б) $z = (x - 5)^2 + y^2 + 1$.		
24. а) $z = \cos(3x + y) - x^2$;	б) $z = x^3 + y^3 - 3xy$.		
25. а) $z = \tg((x + y)/(x - y))$;	б) $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$.		
26. а) $z = \ctg(y/x)$;	б) $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.		
27. а) $z = xy^4 - 3x^2y + 1$;	б) $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$.		
28. а) $z = \ln(x + xy - y^2)$;	б) $z = xy(12 - x - y)$.		
29. а) $z = 2x^2y^2 + x^3 - y^3$;	б) $z = xy - x^2 - y^2 + 9$.		
30. а) $z = \sqrt{3x^2 - 2y^2} + 5$;	б) $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$.		
31. а) $z = \arcsin((x + y)/x)$;	б) $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$.		
32. а) $z = \text{arcctg}(x - y)$;	б) $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.		
33. а) $z = \sqrt{3x^2 - y^2} + x$;	б) $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$.		
34. а) $z = y^2 - 3xy - x^4$;	б) $z = xy(6 - x - y)$.		
35. а) $z = \arccos(x + y)$;	б) $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$.		
36. а) $z = \ln(y^2 - x^2 + 3)$;	б) $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$.		
37. а) $z = 2 - x^3 - y^3 + 5x$;	б) $z = (x - 1)^2 + 2y^2$.		
38. а) $z = 7x - x^3y^2 + y^4$;	б) $z = xy - 3x^2 - 2y^2$.		
39. а) $z = e^{y-x}$;	б) $z = x^2 + 3(y + 2)^2$.		
40. а) $z = \arctg(2x - y)$;	б) $z = 2(x + y) - x^2 - y^2$.		
10. Фірма реалізує товари двох видів. Зв'язок ціни P_1 товару першого виду і його кількості Q_1 можна описати функцією $P_1 = f_1(Q_1)$. Аналогічно для товару другого виду $P_2 = f_2(Q_2)$. Загальні витрати задано функцією $C = S(Q_1, Q_2)$. Знайти: а) максимальний прибуток фірми; б) оптимальні ціни на товари першого та другого видів.			
1. $P_1 = 100 - Q_1$, $P_2 = 40 - Q_2$, $C = Q_1^2 + 2Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 40Q_2 + 1200$.			
2. $P_1 = 40 - 2Q_1$, $P_2 = 60 - Q_2$, $C = 2Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 700$.			

3. $P_1 = 60 - 0,5Q_1, P_2 = 80 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 2100.$
4. $P_1 = 80 - Q_1, P_2 = 140 - Q_2, C = 2Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 4200.$
5. $P_1 = 100 - 0,5Q_1, P_2 = 40 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 2000.$
6. $P_1 = 40 - Q_1, P_2 = 60 - Q_2, C = 2Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 600.$
7. $P_1 = 40 - 0,5Q_1, P_2 = 80 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 1700.$
8. $P_1 = 50 - Q_1, P_2 = 100 - 3Q_2, C = Q_1^2 - 2Q_1Q_2 + 50Q_1 + 800.$
9. $P_1 = 20 - 0,5Q_1, P_2 = 80 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 1500.$
10. $P_1 = 60 - 2Q_1, P_2 = 20 - Q_2, C = 2Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 600.$
11. $P_1 = 100 - Q_1, P_2 = 30 - Q_2, C = Q_1^2 + 3Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 10Q_2 + 1300.$
12. $P_1 = 80 - 2Q_1, P_2 = 20 - Q_2, C = 2Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 20Q_2 - 60Q_1 + 1200.$
13. $P_1 = 80 - 0,5Q_1, P_2 = 60 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 1800.$
14. $P_1 = 120 - 0,5Q_1, P_2 = 60 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 3800.$
15. $P_1 = 100 - Q_1, P_2 = 80 - 2Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 - 40Q_1 + 4200.$
16. $P_1 = 200 - 3Q_1, P_2 = 30 - Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 10Q_2 + 2800.$
17. $P_1 = 140 - 3Q_1, P_2 = 40 - Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 40Q_2 + 1200.$
18. $P_1 = 20 - 0,5Q_1, P_2 = 100 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 250.$
19. $P_1 = 160 - 2Q_1, P_2 = 100 - Q_2, C = 2Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 4000.$
20. $P_1 = 140 - Q_1, P_2 = 140 - 3Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 5100.$
21. $P_1 = 40 - 0,5Q_1, P_2 = 20 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 400.$
22. $P_1 = 20 - Q_1, P_2 = 100 - Q_2, C = 3Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 1300.$
23. $P_1 = 100 - Q_1, P_2 = 100 - Q_2, C = Q_1^2 + 2Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 3100.$
24. $P_1 = 20 - Q_1, P_2 = 140 - 3Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 20Q_1 + 1200.$
25. $P_1 = 40 - 0,5Q_1, P_2 = 60 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 800.$
26. $P_1 = 100 - 2Q_1, P_2 = 100 - Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 3100.$
27. $P_1 = 140 - 3Q_1, P_2 = 140 - Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 5100.$
28. $P_1 = 60 - Q_1, P_2 = 40 - 2Q_2, C = Q_1^2 + 2Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 700.$
29. $P_1 = 40 - 0,5Q_1, P_2 = 100 - 0,5Q_2, C = 0,5Q_1^2 + 0,5Q_2^2 + 2100.$
30. $P_1 = 100 - Q_1, P_2 = 160 - 3Q_2, C = Q_1^2 + Q_2^2 - 2Q_1Q_2 + 4000.$

Теми 17-18. Невизначений інтеграл, його властивості. Основні методи інтегрування. Інтегрування окремих видів функцій.

Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:

1. Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла.
2. Геометричний, механічний та економічний зміст інтеграла.
3. Таблиця основних інтегралів.
4. Найпростіші правила інтегрування.
5. Заміна змінної у невизначеному інтегралі.
6. Інтегрування частинами.
7. Інтегрування найпростіших раціональних дробів.
8. Інтегрування ірраціональних виразів.
9. Тригонометричні підстановки.

Рекомендовані джерела:

Основні джерела: 1, 2, 5, 8, 15, 19, 22, 23, 26, 28, 34.

Додаткові джерела: 1, 2, 3, 5

Завдання для самостійної роботи з теми:

Знайти невизначені інтеграли:

1. а) $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2 - 2x}}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int \frac{\sin 2x}{1 + 3\cos 2x} dx$; в) $\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$;
 г) $\int \frac{1 - \sqrt{x+1}}{(1 + \sqrt[3]{x+1})\sqrt{x+1}} dx$; д) $\int \frac{dx}{5 + 2\sin x + 3\cos x}$; е) $\int \cos^4 3x \sin^3 3x dx$.
2. а) $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx$; б) $\int \frac{3x^3}{1 - x^4} dx$; в) $\int \frac{x^3 - 2x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$; д) $\int \frac{dx}{5 - 4\sin x + 2\cos x}$; е) $\int \sqrt[5]{\sin^4 x} \cos^3 x dx$.
3. а) $\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx$; б) $\int \frac{\sin 3x}{3 - \cos 3x} dx$; в) $\int \frac{3x^2 + 1}{(x-1)(x^2-1)} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx$; д) $\int \frac{3\sin x - 2\cos x}{1 + \cos x} dx$; е) $\int \cos^3 x \sin^8 x dx$.
4. а) $\int \frac{2\sqrt{x} - x^2 + 3}{\sqrt[3]{x}} dx$; б) $\int \frac{e^x dx}{2e^x + 3}$; в) $\int \frac{x+2}{x^3 - x^2} dx$;
 г) $\int \frac{(\sqrt[3]{x+1})(\sqrt{x+1})}{\sqrt[6]{x^5}} dx$; д) $\int \frac{dx}{5 + 3\cos x - 5\sin x}$; е) $\int \cos^4 x \sin^5 x dx$.
5. а) $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2x + 5}{x^2} dx$; б) $\int \frac{\sin 2x dx}{\cos^2 x - 4}$; в) $\int \frac{4x^4 + 8x^3 - 3x - 3}{x^3 + 2x^2 + x} dx$;
 г) $\int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$; д) $\int \frac{dx}{5\cos x + 10\sin x}$; е) $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[3]{\sin^4 x}}$.
6. а) $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int \frac{e^x dx}{4 - 3e^x}$; в) $\int \frac{x+2}{x^3 + x^2} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt{2x+1} + \sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{2x+1}} dx$; д) $\int \frac{dx}{3 + 2\cos x - \sin x}$; е) $\int \sqrt[5]{\sin^3 2x} \cos^3 3x dx$.

7. а) $\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2\sqrt{x}}{x} + 3 \right) dx$; б) $\int \frac{x^2 dx}{7-5x^3}$; в) $\int \frac{4x^2}{(x^2-2x+1)(x+1)} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt{x-1} dx}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[6]{x-1}}$; д) $\int \frac{dx}{5-3\cos x}$; е) $\int \frac{\cos^3 x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$.

8. а) $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$; б) $y = \frac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{(x+2)^4(x-5)^7}$; в) $\int \frac{2x^2 - 2x - 1}{x^2 - x^3} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt{x-1} - 2\sqrt[3]{x-1}}{2\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}} dx$; д) $\int \frac{dx}{5+2\sin x + 3\cos x}$; е) $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[3]{\cos^4 x}} dx$.

9. а) $\int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx$; б) $\int \frac{e^{2x}}{5+e^{2x}} dx$; в) $\int \frac{2x^2 - 5x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt{x+3} dx}{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[6]{x+3}}$; д) $\int \frac{dx}{3+5\cos x}$; е) $\int \frac{3\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$.

10. а) $\int \frac{2x^3 \sqrt{x} + 4}{x^2} dx$; б) $\int \frac{4x^3}{7+2x^4} dx$; в) $\int \frac{4x^4 + 8x^3 - x - 2}{x(x+1)^2} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt[6]{x-1} dx}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt{x-1}}$; д) $\int \frac{dx}{2\sin x + 3\cos x + 3}$; е) $\int \sin^5 x \cos^4 x dx$.

11. а) $\int \frac{\sqrt[6]{x^5} - 5x^2 + 3}{x} dx$; б) $\int \frac{4x-5}{2x^2-5x+17} dx$; в) $\int \frac{2x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1}{x(x-1)^2} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt{x+3} dx}{1+\sqrt[3]{x+3}}$; д) $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$; е) $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[5]{\cos^3 x}} dx$.

12. а) $\int \left(x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx$; б) $\int \frac{7x^3}{2x^4-5} dx$; в) $\int \frac{3x-x^2-2}{x(x+1)^2} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[6]{x}} dx$; д) $\int \frac{dx}{8+4\cos x}$; е) $\int \sqrt[3]{\cos^2 x} \sin^3 x dx$.

13. а) $\int \left(x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 3 \right) dx$; б) $\int \frac{\cos 3x}{\sqrt{\sin 3x} - 2} dx$; в) $\int \frac{2x^3+1}{x^2(x+1)} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt[6]{x+3} dx}{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{x+3}}$; д) $\int \frac{dx}{3\sin x - 4\cos x}$; е) $\int \sqrt[3]{\sin^2 x} \cos^3 x dx$.

14. а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2x^5 + 3}{x} dx$; б) $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx$; в) $\int \frac{x^3-3}{(x-1)(x^2-1)} dx$;

г) $\int \frac{x+1+\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{(x+1)(1+\sqrt[3]{x+1})} dx$; д) $\int \frac{dx}{7\sin x - 3\cos x}$; е) $\int \sqrt[5]{\cos^3 2x} \sin^3 2x dx$.

15. а) $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx$; б) $\int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx$; в) $\int \frac{x^2-3x+2}{x^3+2x^2+x} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt[3]{x+1})\sqrt{x}} dx$; д) $\int \frac{dx}{2+4\sin x + 3\cos x}$; е) $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$.

16. а) $\int \frac{\sqrt{x^3} - 3x^4 + 2}{x} dx$; б) $\int \frac{\sin 2x}{4-\sin^2 x} dx$; в) $\int \frac{x+2}{x^3-2x^2+x} dx$;

г) $\int \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2\sqrt[3]{3x+1}} dx$; д) $\int \frac{dx}{4\cos x + 3\sin x}$; е) $\int \sin^2 2x \cos^4 2x dx$.

17. а) $\int \left(2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx$; б) $\int \frac{e^{3x}}{e^{3x} - 5} dx$; в) $\int \frac{4x^4 + 8x^3 - 1}{(x^2 + x)(x + 1)} dx$;
 г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}$; д) $\int \frac{2 - \sin x + 3\cos x}{1 + \cos x} dx$; е) $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} dx$.

18. а) $\int \frac{2x^3\sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx$; б) $\int \frac{x^2}{7 + 3x^3} dx$; в) $\int \frac{4x}{(x^2 - 1)(x + 1)} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} - 1} dx$; д) $\int \frac{dx}{5 + \sin x + 3\cos x}$; е) $\int \sqrt[5]{\cos^4 x} \sin^3 x dx$.

19. а) $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx$; б) $\int \frac{3x + 3}{x^2 + 2x} dx$; в) $\int \frac{dx}{x^3 + x^2}$;
 г) $\int \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt[4]{x}} dx$; д) $\int \frac{dx}{4\sin x + 3\cos x + 5}$; е) $\int \sin^4 2x \cos^2 2x dx$.

20. а) $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx$; б) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 3}} dx$; в) $\int \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{x^3 + x^2} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt[6]{3x+1} + 1}{\sqrt{3x+1} - \sqrt[3]{3x+1}} dx$; д) $\int \frac{7 + 6\sin x - 5\cos x}{1 + \cos x} dx$; е) $\int \frac{\cos^3 2x}{\sqrt[3]{\sin^2 2x}} dx$.

21. а) $\int \left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx$; б) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x - 10} dx$; в) $\int \frac{6x - 2x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x - 4\sqrt[3]{x^2}}$; д) $\int \frac{dx}{3 + \cos x + \sin x}$; е) $\int \frac{dx}{3 + \cos x + \sin x}$.

22. а) $\int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx$; б) $\int \frac{x^5}{3x^6 - 7} dx$; в) $\int \frac{2x^3 + 2x^2 + 4x + 3}{x^3 + x^2} dx$;
 г) $\int \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$; д) $\int \frac{6\sin x + \cos x}{1 + \cos x} dx$; е) $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$.

23. а) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} + 2 \right) dx$; б) $\int \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{2x^3 - 4x}} dx$; в) $\int \frac{3x^2 + 2}{x(x+1)^2} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{3x + \sqrt[3]{x^2}}$; д) $\int \frac{dx}{5 + 3\cos x}$; е) $\int \sin^4 x \cos^2 x dx$.

24. а) $\int \left(\sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^5} + 2 \right) dx$; б) $\int \frac{\cos 7x}{\sqrt{5 - \sin 7x}} dx$; в) $\int \frac{x + 5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 - \sqrt[3]{x}}$; д) $\int \frac{dx}{4\sin x - 6\cos x}$; е) $\int \sin^3 x \cos^8 x dx$.

25. а) $\int \frac{\sqrt[7]{x^6} - 2x^2 + 3}{x} dx$; б) $\int \frac{\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x + 3}} dx$; в) $\int \frac{3x^2 - 7x + 2}{(x^2 - x)(x - 1)} dx$;
 г) $\int \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[6]{x})} dx$; д) $\int \frac{dx}{3 + 5\sin x + 3\cos x}$; е) $\int \frac{3\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$.

26. а) $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} - \frac{2}{x^3} + 1 \right) dx$; б) $\int \frac{12x^2 + 5x^4}{4x^3 + x^5} dx$; в) $\int \frac{x^2 + x + 2}{x^3 + x^2} dx$;
 г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt[4]{x}}$; д) $\int \frac{dx}{\cos x - 3\sin x}$; е) $\int \sin^5 x \sqrt[5]{\cos^3 x} dx$.

27. а) $\int \left(\frac{2x^2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 6 \right) dx;$	б) $\int \frac{4e^{2x}}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx;$	в) $\int \frac{dx}{x^3 - x^2};$
г) $\int \frac{\sqrt{3x+1}-1}{\sqrt[3]{3x+1} + \sqrt{3x+1}} dx;$	д) $\int \frac{dx}{4-4\sin x + 3\cos x};$	е) $\int \sin^4 x \cos^5 x dx.$
28. а) $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{7}{x^3} + 5 \right) dx;$	б) $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{6-\cos^2 x}} dx;$	в) $\int \frac{2x^2+1}{x^3-2x^2+x} dx;$
г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{4x - \sqrt[3]{x^2}};$	д) $\int \frac{dx}{3\sin x - \cos x};$	е) $\int \sin^4 3x \cos^2 3x dx.$
29. а) $\int \left(\frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx;$	б) $\int \frac{7x}{\sqrt{5x^2-4}} dx;$	в) $\int \frac{2x^3+5x^2-1}{x^3+x^2} dx;$
г) $\int \frac{\sqrt{x+1}}{(\sqrt[3]{x+1}+1)\sqrt{x+1}} dx;$	д) $\int \frac{dx}{2-3\cos x + \sin x};$	е) $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[3]{\cos^4 x}} dx.$
30. а) $\int \frac{\sqrt[5]{\delta} - 2x^3}{x^2} dx;$	б) $\int \frac{x^4}{\sqrt{x^5+3}} dx;$	в) $\int \frac{x^3-4x+5}{(x^2-1)(\delta-1)} dx;$
г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x - \sqrt[3]{x^2}};$	д) $\int \frac{dx}{3\cos x - 4\sin x};$	е) $\int \sin^2 x \cos^4 x dx.$

Тема 19. Визначений інтеграл, його властивості. Основні способи інтегрування <i>Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:</i> 1. Задачі, що приводять до поняття про визначений інтеграл. Умови існування інтеграла. 2. Властивості визначеного інтеграла. 3. Методи обчислення визначеного інтеграла. 4. Наближене обчислення визначеного інтеграла. 5. Геометричні застосування визначеного інтеграла. 6. Застосування інтегрального числення у задачах економіки. 7. Поняття про невластні інтеграли та їх обчислення. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела: 1, 2, 5, 8, 15, 19, 22, 23, 26, 28, 34.</i> <i>Додаткові джерела: 1, 2, 3, 5.</i>		4	
Завдання для самостійної роботи з теми: Обчислити визначений інтеграл, обчислити невластний інтеграл або довести його розбіжність, знайти площу фігури, обмеженої лініями: 1. а) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}};$ б) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4};$ в) $\int_3^6 \frac{dx}{x^2-7x+10};$ г) $y = x^3, y = 27, x = 0.$ 2. а) $\int_0^5 (3x^2 - 5) dx;$ б) $\int_1^{+\infty} e^{-x} dx;$ в) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}};$ г) $y = \cos^2 x - \sin^2 x, y = 0, x = \pi/4.$ 3. а) $\int_1^3 \frac{dx}{x+x^2};$ б) $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx;$ в) $\int_0^1 x^2 \ln x dx;$ г) $y = x + 1, y = 0, x = -2, x = 1.$			

4. а) $\int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$; б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$; в) $\int_0^1 \frac{x^7 dx}{\sqrt{1-x^6}}$; г) $y = x^2, y = \sqrt{x}$.
5. а) $\int_1^4 \frac{dx}{x}$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$; в) $\int_0^{\pi/4} \frac{x dx}{\sin x^2}$; г) $y = |x^2 - 1|, y = 0, x = -2, x = 2$.
6. а) $\int_0^{\pi/4} \sin 4x dx$; б) $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{x^3+1}$; в) $\int_2^4 \frac{3x dx}{2\sqrt[4]{x^2-4}}$; г) $y = x^2 - 3x, y = 3x - 4 = 0$.
7. а) $\int_1^4 (\sqrt{x} - x^3) dx$; б) $\int_{-\infty}^0 \frac{e^{2x}-1}{e^x} dx$; в) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$; г) $y = \frac{x^3}{3}, y = 4 - \frac{2}{3}x^2$.
8. а) $\int_0^1 x \ln x dx$; б) $\int_1^{\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$; в) $\int_2^3 \frac{(x+3) dx}{\sqrt{x^2-4}}$; г) $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$.
9. а) $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x dx}{\cos x}$; б) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$; в) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+3}\sqrt{x}}$; г) $x^2 + y^2 = 9, y^2 = 9(9-x)$.
10. а) $\int_1^e \ln x dx$; б) $\int_{\frac{2}{\pi}}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$; в) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$; г) $y^2 = 8x, x^2 = y$.
11. а) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+2}$; б) $\int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$; в) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}}$; г) $y^2 = x-2, x = 4$.
12. а) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{2x}-1}{e^x} dx$; в) $\int_0^1 \ln^2 x dx$; г) $y = 5-x, y = \frac{6}{x}$.
13. а) $\int_0^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+3x}}$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{x^3+1}{x^4} dx$; в) $\int_0^{\pi/4} \operatorname{ctg} x dx$; г) $y = \sqrt{x}, y = 2-x, y = 0$.
14. а) $\int_9^4 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x^4}$; в) $\int_0^3 \frac{dx}{(x-3)^2}$; г) $y = x^2, y = 2x - x^2$.
15. а) $\int_0^2 x e^{-x} dx$; б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$; в) $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$; г) $y = \frac{3}{x}, y = 4-x$.
16. а) $\int_0^{\pi/6} (2-x) \sin 3x dx$; б) $\int_2^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^4+1}}$; в) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}$; г) $y = x^2, y = \sqrt[3]{x}$.
17. а) $\int_0^4 \frac{x-1}{x+1} dx$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$; в) $\int_{-1}^1 \frac{(x-1) dx}{\sqrt[5]{x^7}}$; г) $y = x^2+1, y = 4-2x, x = 0, y = 0$.
18. а) $\int_0^{\pi^2/4} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int_1^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$; в) $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$; г) $y = \cos x, y = 0, x = \frac{3\pi}{4}, x = -\frac{\pi}{4}$.
19. а) $\int_0^{\pi/8} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) dx$; б) $\int_0^{\infty} \frac{x^5 dx}{x^6+1}$; в) $\int_{-1}^1 \frac{3x^2+2 dx}{\sqrt[3]{x^2}}$; г) $y^2 = 4x, y = x$.
20. а) $\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2} dx$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$; в) $\int_0^1 \frac{e^x dx}{x^3}$; г) $y = \frac{1}{x}, y = 0, x = 1, x = 2$.
21. а) $\int_{-\pi/2}^{-\pi/4} \frac{\cos^3 x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx$; б) $\int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x^2-1}}$; в) $\int_1^e \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln x}}$; г) $y = 5-x^2, y = 0$.

22. а) $\int_2^5 \frac{dx}{x^2 + 2x + 10}$; б) $\int_2^{+\infty} \frac{xdx}{x^2 - 1}$; в) $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}$; г) $y^2 = 4x, x^2 = 4y$.
23. а) $\int_4^9 \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$; б) $\int_0^{+\infty} e^{-4x} dx$; в) $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2 - 3}}$; г) $y = \ln x, x = 2, x = 6, y = 0$.
24. а) $\int_1^5 \frac{xdx}{\sqrt{4x+5}}$; б) $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{(1+x^2)^2}$; в) $\int_0^1 \frac{x^3 + \sqrt[3]{x} - 2dx}{\sqrt[5]{x^3}}$; г) $y = x^2 + 2, x + y = 4$.
25. а) $\int_0^\pi \sqrt{1 + \cos 2x} dx$; б) $\int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$; в) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$; г) $y = \frac{x^2 - 3x}{4}, y = 0, x = 5$.
26. а) $\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx$; б) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{(2 - 4x + x^2)^2}$; в) $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^4}$; г) $x^2 + y^2 = 16, x^2 = 12(y-1)$.
27. а) $\int_0^1 x(1+x)^{10} dx$; б) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^5}}$; в) $\int_5^9 \frac{xdx}{\sqrt{x-5}}$; г) $y = 3^x, x = 1, x = 2, y = 0$.
28. а) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$; б) $\int_{-\infty}^0 x^2 \cdot 3^x dx$; в) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{3-x}}$; г) $y = 4x - x^2 + 4, y = x$.
29. а) $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 + \cos x}$; б) $\int_1^\infty \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^6} dx$; в) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 7x + 10}}$; г) $y = x^2, y = 3x + 4$.
30. а) $\int_0^1 \frac{x^5 dx}{x^{12} + 1}$; б) $\int_1^\infty x \sin x dx$; в) $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{4 - x^2}$; г) $y = x^2 - 2x + 3, y = 4 - 2x$.

Всього за змістовним модулем 3

16

Змістовий модуль 4

Тема 21-22. Диференціальні рівняння першого порядку. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку у задачах економіки
Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:

6

1. Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки.
2. Диференціальні рівняння першого порядку. Загальний розв'язок та загальний інтеграл диференціального рівняння першого порядку.
3. Початкові умови. Частинний розв'язок та частинний інтеграл диференціального рівняння першого порядку.
4. Рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння першого порядку. Лінійні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.
5. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку в економіці.

Рекомендовані джерела:

Основні джерела: 2, 5, 6, 7, 14, 19, 22, 23, 26, 28, 33, 34.

Додаткові джерела: 1, 5, 7

Завдання для самостійної роботи з теми:

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння першого порядку (там, де подано початкову умову, знайти також частинний розв'язок):

1. а) $\operatorname{tg} y = xy' \ln x, y(e) = \frac{\pi}{2}$; б) $2x - y + 1 = (x - 2y + 1)y'$; в) $xy' - 2y = x^3 \sin y$.
2. а) $y' = \frac{x}{y}, y(0) = 0$; б) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$; в) $x + 2y - xy' = 0$.

3. a) $y' - 2\sqrt{y} \ln x = 0, y(1) = 1$; б) $x - y + (x + y)y' = 0$; в) $y' = \frac{3y}{x} + x$.
4. a) $\operatorname{tg} x \cdot y' = y^2 + 4y - 5, y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$; б) $y' = \frac{4y - 3x}{x + y}$; в) $\frac{y'}{x^2} - 1 = y$.
5. a) $e^x(1 + y) = (1 + y^2)y', y(1) = 0$; б) $y' = \frac{7x - 3y}{3x + 2y}$; в) $xy' - 2y = e^x$.
6. a) $\sin xy' = 2 + y, y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$; б) $y^2 + x^2 y' = xy y'$; в) $y' - \frac{2y}{x + 1} = e^x(x + 1)^2$.
7. a) $\operatorname{tg} y' = y^2 + 1; y(0) = 1$; б) $xy' - y = \operatorname{tg} \frac{3y}{x}$; в) $y' - \frac{3y}{x + 4} = (4 + x)^3$.
8. a) $\cos xy' + 6x^2 = 0, y(2) = 0$; б) $(y + \sqrt{xy})y' = x^2 y'$; в) $y' = \frac{8y}{x + 3} + x$.
9. a) $(1 - y)xy' = (y + 1)x; y(1) = 1$; б) $xy' = y \cos \frac{3y}{x}$; в) $y' = x(y - x \cos x)$.
10. a) $\cos xy' = 3 + y, y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$; б) $xy' = y - x \cos \frac{5y}{x}$; в) $xy' - 3y = x^2$.
11. a) $\operatorname{ctg} xy' = y^2 + 4y - 9; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$; б) $xy' + \sin \frac{4y}{x} = y + x$; в) $y' + 3xy = x^3$.
12. a) $(\operatorname{tg} x + 1)y' = y^2 + 4y - 6, y = \left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$; б) $y' = \frac{3y}{x} + \frac{x}{5y}$; в) $y' + y \cos = \frac{1}{2} \sin 2x$.
13. a) $(x + 2x^3)y' = y^2 + 4y + 8; y(2) = 0$; б) $xy' = e^{\frac{y}{x}} + x + 2y$; в) $x^2 y' = 2xy + 3$.
14. a) $(x^2 - 7)y' = y \ln y; y(1) = e$; б) $x^3 y' = y^3 + yx^2$; в) $2xy' + 3y = x^2$.
15. a) $(x^2 + 1)y^2 y' = \operatorname{arctg} x; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$; б) $x^2 - y^2 + 2xy y' = 0$; в) $y' + \frac{3y}{x \ln x} = \frac{2}{x}$.
16. a) $\cos^2 xy' = (y^2 + 4y)(\operatorname{tg}^3 x + 1); y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$; б) $y' = \frac{3y^2 - xy + x^2}{2x^2}$; в) $5xy' + y = e^x$.
17. a) $\sqrt{4 - x^2} y' = y^4 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}; y(0) = 0$; б) $y' - y \cos x = e^{3x}$; в) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$.
18. a) $(x^2 + 4x - 7)y' = x(\ln y + 4)y; y(1) = 1$; б) $y^2 y' = x^2$; в) $(x^2 + 2)y' + 4xy = 3$.
19. a) $(\operatorname{tg} y + 1)xy' = \ln^2 x; y(e) = 0$; б) $xy' = y \ln \frac{3y}{x}$; в) $\cos xy' = (y + 2 \cos x) \sin x$.
20. a) $(\operatorname{ctg}^2 y + 7)xy' = \sqrt{3x^2 - 5}; y(3) = 1$; б) $xy' + y = 0$; в) $y' = y \operatorname{tg} 2x + 3$.
21. a) $(x^2 - 5x + 3)yy' = x(y^2 + 4y - 5); y(3) = 0$; б) $xy' = y \ln \frac{y}{x} + x$; в) $(x^2 + x)y' = 4xy + 5$.
22. a) $\sqrt{x^2 - 2x + 7} yy' = y^2 + 4y + 3; y(1) = 0$; б) $y' = \frac{x - y}{x - 2y}$; в) $xy' = 2y + 2x^4$.
23. a) $(x^2 - 6x + 7)yy' = \sqrt{y^2 - 2y + 5}; y(1) = 2$; б) $y' = e^{\frac{y}{x}}$; в) $y' + 3\frac{y}{x} = \frac{2}{x^3}$.
24. a) $xy(1 + x^2)y' = 1 + y^2; y(1) = 1$; б) $x dy - (x + y) dx = 0$; в) $y' + y = xy^3$.
25. a) $y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$; б) $xy^2 dy = (x^3 + y^3) dx$; в) $y' + y \cos x = \sin 2x$.
26. a) $xy' - \frac{y}{\ln x} = 0; y(e) = 1$; б) $(y^2 + 2xy - 5x^2)y' + 4x^2 + xy - 3y^2 = 0$; в) $xy' + y = y^2 \ln x$.

27. а) $y'tgx - y = 1; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$; б) $xy' + y + \sqrt{x^2 - y^2} = 0$; 28. а) $xyy' + 1 + y^2 = 0; y(2) = 1$; б) $xy' - \cos \frac{y}{x} = y$; 29. а) $(2x+1)y' + y^2 = 0; y(4) = 1$; б) $xy' + x \operatorname{ctg} \frac{y}{x} = y$; 30. а) $(1+e^x)yy' = e^x; y(0) = 1$; б) $(4x+3y)dx + (x+y)dy = 0$;	в) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$. в) $xy' + 2y = x^5 y^2$. в) $x^2 y' = 1 + \cos 2y$; в) $y' = 4 \frac{y}{x} + x \cdot \sqrt{y}$.	
Теми 23-24. Диференціальні рівняння другого порядку. Застосування диференціальних рівнянь другого порядку у задачах економіки Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Основні поняття. 2. Диференціальні рівняння 2-го порядку, що дозволяють зниження порядку. 3. Лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. 4. Застосування диференціальних рівнянь 2-го порядку у задачах економіки. <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 2, 5, 6, 7, 14, 19, 22, 23, 26, 28, 33, 34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 2, 3, 4, 5, 7.	4	
Завдання для самостійної роботи з теми: 1. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння другого порядку: 1. а) $y'' - 6y' + 8y = 0$; б) $y'' + 6y' + 2y = e^{3x} \cos(4x)$; в) $3y'' - 4\sqrt{3}y' + 4y = e^{-5x}(x^2 - 13)$. 2. а) $y'' - 4\sqrt{3}y' + 4y = 0$; б) $y'' - 6y' + 8y = e^{4x}x$; в) $y'' + 9y' + 24y = \sin 2x$. 3. а) $y'' + 9y' + 24y = 0$; б) $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(x + 4)$; в) $y'' + 9y' + 24y = x^2 + 5$. 4. а) $y'' + 9y' + 24y = 0$; б) $y'' + 9y' + 24y = \cos 3x \cdot e^{-4,5x}$; в) $2y'' + 6\sqrt{2}y' + 9y = x^2 - 8x - 1$. 5. а) $2y'' + 6\sqrt{2}y' + 9y = 0$; б) $y'' + 9y' + 20y = e^{5x}(x - 17)$; в) $y'' - 2y' + 15y = \cos 3x + \sin 3x$. 6. а) $y'' - 2y' + 15y = 0$; б) $y'' + 6y' + 9y = e^{3x}$; в) $y'' - 17y' + 30y = x^3 - 2x + 1$. 7. а) $y'' - 17y' + 30y = 0$; б) $y'' - 2y' + 15y = \sin 2x \cdot e^x$; в) $y'' - y' + 0,25y = e^{-2x}(5x + 3)$. 8. а) $y'' - y' + 0,25y = 0$; б) $y'' - 17y' + 30y = e^{2x}(x^2 - 6)$; в) $y'' + 7y' + 13y = \cos 5x$. 9. а) $y'' + 7y' + 13y = 0$; б) $y'' - y' + 0,25y = 3e^{0,5x}$; в) $y'' + 17y' - 30y = x^3 + 3x^2$. 10. а) $y'' + 17y' - 30y = 0$; б) $y'' + 8y' + 25y = e^{-4x} \cos 3x$; в) $y'' + y' + 0,25y = e^{-4x}(5 - x^2)$. 11. а) $y'' + y' + 0,25y = 0$; б) $y'' + 17y' + 30y = 2e^{-15x}$; в) $y'' - 6y' + 23y = \sin 3x$. 12. а) $y'' - 6y' + 23y = 0$; б) $y'' + y' + 0,25y = e^{-0,5x}$; в) $y'' - 14y' - 32y = x^2 - 6x + 8$. 13. а) $y'' - 14y' - 32y = 0$; б) $y'' - 6y' + 23y = e^{3x} \cos 4x$; в) $y'' - 16y' + 64y = e^{2x}(5x^2 - x + 1)$. 14. а) $y'' - 16y' + 64y = 0$; б) $y'' - 14y' - 32y = e^{16x} \cdot x$; в) $y'' + 6y' + 21y = e^x(x + 1)$. 15. а) $y'' + 6y' + 21y = 0$; б) $y'' - 16y' + 64y = 5e^{8x}$; в) $y'' - 6y' + 8y = 5x^3 - 7$. 16. а) $2y'' - 7y' + 3y = 0$; б) $y'' - 10y' + 26y = 3e^{5x} \cos x$; в) $y'' - 28y' + 196y = x^3 + x^2 - 17$. 17. а) $y'' + 32y' + 256y = 0$; б) $2y'' - 7y' + 3y = e^{3x}(x + 8)$; в) $y'' - 10y' + 26y = \sin 2x + 4 \cos 2x$. 18. а) $y'' - 8y' + 32y = 0$; б) $y'' + 32y' + 256y = 2e^{-16x}$; в) $2y'' - 7y' + 3y = e^x(2x - 3)$. 19. а) $2y'' + 7y' + 3y = 0$; б) $y'' - 8y' + 32y = e^{4x} \sin 4x$; в) $y'' + 32y' + 256y = x^2 - 16x + 13$. 20. а) $y'' - 32y' + 256y = 0$; б) $2y'' + 7y' + 3y = e^{3x}x$; в) $y'' - 8y' + 32y = e^{2x} \sin x$. 21. а) $y'' + 8y' + 32y = 0$; б) $y'' - 32y' + 256y = 3e^{16x}$; в) $2y'' + 7y' + 3y = e^{-x}(3 - 2x)$.		

22. а) $3y'' - 11y' + 10y = 0$; б) $y'' + 8y' + 32y = e^{-4x} \cos 4x$; в) $y'' - 32y' + 256y = -x^3 + 14$. 23. а) $3y'' + 34y' + 289y = 0$; б) $3y'' - 11y' + 10y = e^{2x}(x + 4)$; в) $y'' + 8y' + 32y = \cos 5x + 2\sin 5x$. 24. а) $2y'' - 10y' + 13y = 0$; б) $3y'' + 34y' + 289y = 3e^{-17x}$; в) $3y'' - 11y' + 10y = x^2 - 16x + 7$. 25. а) $3y'' + 11y' + 10y = 0$; б) $2y'' - 10y' + 13y = e^{2.5x} \sin \frac{x}{2}$; в) $3y'' + 34y' + 289y = e^{2x}(x + 18)$. 26. а) $3y'' - 34y' + 289y = 0$; б) $3y'' + 11y' + 10y = 3e^{-2x}(x + 5)$; в) $2y'' - 10y' + 13y = 4\cos 7x$. 27. а) $2y'' + 10y' + 13y = 0$; б) $3y'' - 34y' + 289y = 3e^{17x}$; в) $3y'' + 11y' + 10y = 5e^{-3x}(x + 6)$. 28. а) $5y'' - 11y' + 6y = 0$; б) $2y'' + 10y' + 13y = 3e^x(x^2 + x)$; в) $3y'' - 34y' + 289y = x^3 - 8x - 7x^2$. 29. а) $y'' - 28y' + 196y = 0$; б) $5y'' - 11y' + 6y = 83e^{14x}$; в) $2y'' + 10y' + 13y = 4\sin 5x$. 30. а) $y'' - 10y' + 26y = 0$; б) $y'' - 28y' + 196y = 13e^{5x} \cos x$; в) $5y'' - 11y' + 6y = 3e^x(x^2 + x + 1)$.																				
Тема 25. Числові ряди Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи: 1. Числовий ряд. Частинні суми ряду. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Геометрична прогресія. 2. Ряди з додатними членами. Умова збіжності додатного ряду. 3. Теореми порівняння рядів з додатними членами. 4. Достатні ознаки збіжності рядів з додатним членами: Даламбера. Коші, інтегральна ознака Маклорена-Коші. 5. Знакопереміжні ряди. Теорема Лейбниця. 6. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів <i>Рекомендовані джерела:</i> <i>Основні джерела:</i> 1, 2, 4, 6, 7, 14, 19, 22-26, 28, 34. <i>Додаткові джерела:</i> 1, 6.		2																		
Завдання для самостійної роботи з теми: Дослідити ряди на збіжність, використовуючи ознаки Даламбера, Коші та інтегральну ознаку Коші: <table><tr><td>1. $\frac{a}{1!} + \frac{a^2}{2!} + \frac{a^3}{3!} + \frac{a^4}{4!} + \dots; a > 0$</td><td>2. $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{27} + \frac{1}{250} + \dots;$</td></tr><tr><td>3. $\frac{2}{4} + \left(\frac{4}{7}\right)^2 + \left(\frac{6}{10}\right)^3 + \left(\frac{8}{13}\right)^4 + \dots;$</td><td>4. $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{3}{4}\right)^9 + \left(\frac{4}{5}\right)^{16} + \dots;$</td></tr><tr><td>5. $\frac{3}{2} + \frac{16}{9} + \dots + 3^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^n + \dots;$</td><td>6. $\frac{1}{4} + \left(\frac{4}{11}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n + \dots;$</td></tr><tr><td>7. $1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \dots + \frac{1}{n^a} + \dots; a > 1$</td><td>8. $\frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{3\ln 3} + \frac{1}{4\ln 4} + \dots;$</td></tr><tr><td>9. $\frac{1}{2} + \frac{2}{17} + \frac{3}{8^2} + \dots + \frac{n}{1+n^4} + \dots;$</td><td>10. $2 + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt[3]{2}}{9} + \frac{\sqrt[4]{2}}{16} + \dots;$</td></tr><tr><td>11. $\frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots + \frac{1}{(2n+1)!} + \dots;$</td><td>12. $\frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{n^2}{3^n} + \dots;$</td></tr><tr><td>13. $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!} + \dots;$</td><td>14. $\frac{1}{2\ln^2 2} + \frac{1}{3\ln^3 3} + \dots + \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$</td></tr><tr><td>15. $\frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{3\ln 3} + \dots + \frac{1}{n\ln n} + \dots;$</td><td>16. $\frac{1}{101} + \frac{1}{201} + \frac{3}{301} + \dots + \frac{n}{100n+1} + \dots;$</td></tr><tr><td>17. $\frac{1}{1001} + \frac{2}{2001} + \dots + \frac{n}{1000n+1} + \dots;$</td><td>18. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2^{2n-1}};$</td></tr></table>			1. $\frac{a}{1!} + \frac{a^2}{2!} + \frac{a^3}{3!} + \frac{a^4}{4!} + \dots; a > 0$	2. $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{27} + \frac{1}{250} + \dots;$	3. $\frac{2}{4} + \left(\frac{4}{7}\right)^2 + \left(\frac{6}{10}\right)^3 + \left(\frac{8}{13}\right)^4 + \dots;$	4. $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{3}{4}\right)^9 + \left(\frac{4}{5}\right)^{16} + \dots;$	5. $\frac{3}{2} + \frac{16}{9} + \dots + 3^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^n + \dots;$	6. $\frac{1}{4} + \left(\frac{4}{11}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n + \dots;$	7. $1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \dots + \frac{1}{n^a} + \dots; a > 1$	8. $\frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{3\ln 3} + \frac{1}{4\ln 4} + \dots;$	9. $\frac{1}{2} + \frac{2}{17} + \frac{3}{8^2} + \dots + \frac{n}{1+n^4} + \dots;$	10. $2 + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt[3]{2}}{9} + \frac{\sqrt[4]{2}}{16} + \dots;$	11. $\frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots + \frac{1}{(2n+1)!} + \dots;$	12. $\frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{n^2}{3^n} + \dots;$	13. $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!} + \dots;$	14. $\frac{1}{2\ln^2 2} + \frac{1}{3\ln^3 3} + \dots + \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$	15. $\frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{3\ln 3} + \dots + \frac{1}{n\ln n} + \dots;$	16. $\frac{1}{101} + \frac{1}{201} + \frac{3}{301} + \dots + \frac{n}{100n+1} + \dots;$	17. $\frac{1}{1001} + \frac{2}{2001} + \dots + \frac{n}{1000n+1} + \dots;$	18. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2^{2n-1}};$
1. $\frac{a}{1!} + \frac{a^2}{2!} + \frac{a^3}{3!} + \frac{a^4}{4!} + \dots; a > 0$	2. $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{27} + \frac{1}{250} + \dots;$																			
3. $\frac{2}{4} + \left(\frac{4}{7}\right)^2 + \left(\frac{6}{10}\right)^3 + \left(\frac{8}{13}\right)^4 + \dots;$	4. $\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{3}{4}\right)^9 + \left(\frac{4}{5}\right)^{16} + \dots;$																			
5. $\frac{3}{2} + \frac{16}{9} + \dots + 3^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^n + \dots;$	6. $\frac{1}{4} + \left(\frac{4}{11}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n + \dots;$																			
7. $1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \dots + \frac{1}{n^a} + \dots; a > 1$	8. $\frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{3\ln 3} + \frac{1}{4\ln 4} + \dots;$																			
9. $\frac{1}{2} + \frac{2}{17} + \frac{3}{8^2} + \dots + \frac{n}{1+n^4} + \dots;$	10. $2 + \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt[3]{2}}{9} + \frac{\sqrt[4]{2}}{16} + \dots;$																			
11. $\frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots + \frac{1}{(2n+1)!} + \dots;$	12. $\frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{n^2}{3^n} + \dots;$																			
13. $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!} + \dots;$	14. $\frac{1}{2\ln^2 2} + \frac{1}{3\ln^3 3} + \dots + \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$																			
15. $\frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{3\ln 3} + \dots + \frac{1}{n\ln n} + \dots;$	16. $\frac{1}{101} + \frac{1}{201} + \frac{3}{301} + \dots + \frac{n}{100n+1} + \dots;$																			
17. $\frac{1}{1001} + \frac{2}{2001} + \dots + \frac{n}{1000n+1} + \dots;$	18. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2^{2n-1}};$																			

19. $\frac{1}{3} + \frac{1}{27} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} + \dots;$	20. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots;$	
21. $\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \dots;$	22. $\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \frac{35}{216} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} + \dots;$	
23. $\frac{2}{9} + \frac{3}{64} + \frac{4}{225} + \dots + \frac{n+1}{n^2(n+1)^2};$	24. $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+2)};$	
25. $\frac{4}{3} + \frac{7}{4} + \frac{10}{5} + \frac{13}{6} + \dots;$	26. $\frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{7}{9 \cdot 16} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} + \dots;$	
27. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)};$	28. $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots;$	
29. $\frac{1000}{1!} + \frac{1000^2}{2!} + \frac{1000^3}{3!} + \dots + \frac{1000^n}{n!};$	30. $\frac{2}{1} + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} + \dots$	
Тема 26. Степеневі ряди		
Перелік теоретичних питань, які необхідно підготувати до вивчення самостійної роботи:		
1. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів.		
2. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів.		
3. Ряди Тейлора та Маклорена.		
4. Розкладання елементарних функцій у ряди Тейлора та Маклорена.		
5. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.		
Рекомендовані джерела:		
Основні джерела: 1, 2, 4, 6, 7, 14, 19, 22-26, 28, 34.		
Додаткові джерела: 1, 6.		
Завдання для самостійної роботи з теми:		
Знайти область збіжності степеневих рядів:		
1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n3^{n-1}};$	2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^2 + 1};$	3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^n \sqrt{n}};$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)};$	5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{n!};$	6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{2^n} x^n;$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{(n+1)3^n};$	8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^n};$	9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n5^n};$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n n \sqrt{n}};$	11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^n};$	12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}};$
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)x^n}{(n+3)4^n};$	14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n \sqrt{n^2 + 1}};$	15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n} x^n;$
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)x^n}{2^n};$	17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{\sqrt{n^3 + 3}};$	18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(2n-1)3^n};$
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{5^n};$	20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!};$	21. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n;$
22. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n;$	23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+5};$	24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2x)^n}{n^2 + 1};$
25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{\sqrt{n^2 + 1}};$	26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^2 + 3}};$	27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n \sqrt{3^n}};$
28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{6^n \sqrt{n}};$	29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{6n+1};$	30. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n.$

Всього за змістовним модулем 4	16	
Разом за 2 семестр (1 курс)	30	
Всього за 1 курс	60	

7.

Методи навчання

- Пояснювально-ілюстративний метод (використовується на лекціях). При використанні цього методу студенти здобувають знання, слухаючи та сприймаючи лекцію з навчальної дисципліни – вищої математики – на дошці або через екран у «готовому» вигляді.

- Репродуктивний метод (використовується на практичних заняттях). Студенти засвоюють навчальний матеріал на основі розв'язання конкретних прикладів і завдань за певними правилами і методиками (за принципом «роби як я»). В цьому разі діяльність студентів є алгоритмічною та відповідає інструкціям, методикам і правилам розв'язання певного типу завдань.

- Метод проблемного викладення (впроваджується як на лекціях, так і на практичних заняттях). Перед викладенням нового матеріалу викладач ставить задачу (проблему), чітко її окреслюючи і математично формулюючи. Після цього, розкриваючи методику або систему доведень і обґрунтувань, показує конкретний спосіб розв'язання поставленої задачі (проблеми). В такому разі студенти стають немов би свідками і співучасниками наукового пошуку, роблячи перші кроки до наукової роботи.

8. Форми контролю

Програма передбачає проведення постійного контролю знань здобувачів у ході практичних занять, опитування, тестування виконання ними комплексних контрольних завдань, застосування модульно-рейтингової системи навчання та оцінки знань та складання екзамену після вивчення курсу дисципліни.

9. Контрольні питання з тем для засвоєння знань здобувачами

Тема 1. Системи лінійних рівнянь. Метод Гауса

1. Що називають розв'язком системи лінійних рівнянь?
2. Які системи називають сумісними, які - несумісними?
3. Що означають поняття: визначеність і невизначеність системи лінійних рівнянь?
4. У чому суть методу Гауса?
5. Як встановити сумісність або несумісність, визначеність або невизначеність системи лінійних рівнянь за методом Гауса?

Тема 2. Визначники та їх властивості. Правило Крамера

1. Що таке визначник другого порядку, третього порядку?
2. Як обчислити визначник другого порядку, третього порядку?
3. В якому випадку визначник дорівнює нулеві?

4. Як зміниться визначник, якщо стовпці (або рядки) поміняти місцями?
5. Як зміниться визначник, якщо стовпець (або рядок) помножити на від'ємне число?
6. Що називають мінором, а що - алгебраїчним доповненням?
7. В якому випадку система лінійних рівнянь має єдиний розв'язок?
8. Чи можна всі елементи стовпця або рядка перетворити на нулі?

Тема 3. Матриці, дії з матрицями. Матричний метод розв'язування системи лінійних рівнянь

1. Що таке матриця та які є види матриць?
2. Що називають лінійною комбінацією стовпців?
3. Які стовпці називають лінійно залежними?
4. Що таке ранг матриці і як його обчислити?
5. Які перетворення матриці називають елементарними?
6. У чому суть теореми Кронекера-Капеллі?
7. У якому випадку можна перемножити матриці?
8. Як додавати матриці та як помножити число на матрицю?
9. У якому випадку існує обернена до матриці A матриця A^{-1} ?

Тема 4. Вектори, лінійні операції над векторами. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів

3. Що називають скалярною величиною? Що – векторною?
4. Що таке вектор?
5. Які вектори називають колінеарними? Які – компланарними?
6. Як додавати, віднімати вектори? Як помножити вектор на число?
7. Як визначити положення точки у просторі відносно початку координат?
8. Як визначити вектор $\overrightarrow{M_1M_2}$, якщо задано точки $M_1(\vec{r}_1)$ і $M_2(\vec{r}_2)$?
9. Як знайти радіус-вектор точки, що ділить відрізок у заданому відношенні?
10. Які вектори називають лінійно залежними?
11. Яка умова колінеарності двох та компланарності трьох векторів?
12. Як визначити координати точки і вектора на прямій, на площині та в просторі?
13. Як додавати, віднімати і множити вектори, що задані своїми координатами?
14. Як знайти координати точки поділу?
15. Як записати умову колінеарності (компланарності) трьох векторів у координатній формі?
16. Що називають скалярним, а що - векторним добутком двох векторів?
17. Для яких векторів скалярний добуток дорівнює нулю?
18. Вкажіть властивості скалярного та векторного добутків?
19. Як записати скалярний та векторний добутки двох векторів у координатній площині?
20. Як знайти кут між двома векторами?
21. Як знайти кут, що утворює вектор з координатними осями?
22. Чому дорівнює модуль векторного добутку?
23. Що називають мішаним добутком трьох векторів?
24. Який геометричний зміст мішаного добутку трьох векторів?

25. Яка умова компланарності трьох векторів?
26. Як записати мішаний добуток трьох векторів у координатній формі?
27. Яка умова того, що чотири точки лежать в одній прямій?

Тема 5. Пряма на площині

1. Як записати рівняння прямої, що проходить через задану точку перпендикулярно до заданого вектора?
2. Який вигляд має загальне рівняння прямої на площині?
3. Як записати рівняння прямої, що: проходить через початок координат; що паралельна вісі Ox ; та паралельна вісі Oy ?
4. Як записати рівняння прямої: з кутовим коефіцієнтом; що проходить через задану точку у заданому напрямі; що проходить через дві задані точки; канонічне та нормальне рівняння прямої точки,?
5. Як знайти кут між двома прямими?
6. Які умови перпендикулярності і паралельності двох прямих?
7. Як звести загальне рівняння прямої до нормального?
8. Як знайти відстань від точки до прямої?

Тема 6. Криві другого порядку

1. Що таке коло, еліпс, гіпербола, парабола та як записати їх рівняння?
2. Чим відрізняється рівняння еліпса і гіперболи?
3. Як дослідити форму еліпса, гіперболи і параболи?
4. Скільки осей симетрії має еліпс, гіпербола?
5. Які рівняння асимптоти гіперболи?
6. Що таке ексцентриситет кривої другого порядку?
7. Що характеризує ексцентриситет еліпса, гіперболи?

Тема 7. Пряма та площина у просторі

1. Як записати: загальне, векторне та нормальне рівняння площини?
2. Який вигляд мають рівняння площини, що проходить через задану точку та через три задані точки?
3. Які особливості розташування площини у просторі, якщо:
 - а) коефіцієнт $D=0$?
 - б) коефіцієнт $A=0$? $B=0$? $B=C$?
 - в) $A=B=0$? $A=C=0$? $B=C=0$?
 - г) $A=D=0$? $B=D=0$? $C=D=0$?
 - д) $B=C=D=0$? $A=C=D=0$? $A=B=D=0$?
4. Як записати рівняння площини у відрізках на осях?
5. Вкажіть умови паралельності і перпендикулярності двох площин, двох прямих у просторі та прямої і площини у просторі?
6. Як знайти віддаль від точки до площини?
7. Як записати загальне, параметричне, канонічні рівняння прямої у просторі?
8. Як записати рівняння прямої у просторі, що проходить через дві задані точки?

9. Як знайти кут: між двома площинами, між прямими у просторі та між прямою і площиною у просторі?

Тема 8-9. Функція однієї змінної. Теорія границь. Неперервність функції

1. Що називається функцією, її областю визначення?
2. Яка функція називається складною?
3. Які є способи задання функції?
4. Чим відрізняється обмежена і необмежена функції? Чим - парна і непарна?
5. Що таке період функції?
6. Що таке числова послідовність?
7. Що таке границя послідовності, а що таке границя функції?
8. Умова існування границі функції.
9. Яку границю називають границею зліва, яку – границею справа?
10. Сформулюйте основні властивості границі функції.
11. Що таке нескінченно мала та нескінченно велика величини і який між ними зв'язок?
12. Сформулюйте властивості нескінченно малих величин.
13. Сформулюйте теореми границі функції.
14. Яка функція називається неперервною в точці, яка - в області, неперервною справа, неперервною зліва в точці?
15. Яка точка називається точкою розриву першого роду, яка - другого роду, усувною точкою розриву?
16. Які властивості неперервних функцій ви знаєте?

Тема 10. Похідна функції однієї змінної

1. Що таке похідна від функції $f(x)$ у заданій точці?
2. Сформулюйте механічний зміст похідної?
3. Який геометричний зміст похідної?
4. Як обчислити похідні від обернених функцій?
5. Які правила знаходження похідних ви знаєте?
6. За якою формулою обчислюється вся похідна від складної функції?
7. Як обчислити похідну від степенево-показникової функції $y=u^v$?
8. Як обчислити похідну від функції, задану неявно?
9. Який існує зв'язок між неперервністю і диференційованістю функції?
10. Яка функція називається диференційованою в точці, ?
11. Яка функція називається диференційованою на інтервалі?
12. Запишіть таблицю похідних елементарних функцій.

Тема 11. Диференціал функції однієї змінної

1. Дайте означення диференціалу функції?
2. Який геометричний зміст диференціала функції?
3. Які Ви знаєте правила знаходження диференціала функції?
4. Що означає "інваріантність" форми першого диференціала?
5. Чому дорівнює диференціал незалежної змінної (аргументу)?
6. Як застосовують диференціал функції наближених обчисленнях

Тема 12. Похідні та диференціали вищих порядків

1. Як знайти похідну другого та третього порядку?
2. Як позначають похідну другого та третього порядку?
3. Як обчислюють та позначають похідну n -го порядку?
4. Що називають диференціалом другого порядку та як його позначають?
5. Що називають диференціалом третього порядку та як його позначають?
6. Що називають диференціалом n -го порядку та як його позначають?

Тема 13. Основні теореми диференціального числення

1. Чи справедлива теорема Ферма, якщо $x \in (a, b)$?
2. Який геометричний зміст теорем Ферма, Ролля, Лагранжа?
3. В чому суть теореми Лопіталля?
4. Коли можна користуватися правилом Лопіталля?
5. У яких випадках можна користуватися формулою Тейлора (формулою Маклорена)?

Тема 14. Дослідження функцій за допомогою похідних

1. Які Ви знаєте умови зростання і спадання функції?
2. Яка необхідна умова екстремуму функції?
3. У якому випадку функція має максимум?
4. Які достатні умови мінімуму функції?
5. Як визначити екстремум функції за допомогою другої похідної?
6. Як знайти найбільше і найменше значення функції в інтервалі $[a, b]$.
7. Які Ви знаєте умови опуклості і угнутості графіка функції?
8. Що таке точка перегину? Які умови її існування?
9. Коли існує вертикальна асимптота для графіка функції $y = f(x)$?
10. Які умови існування похилої або горизонтальної асимптоти?

Теми 15-16. Основні поняття функції багатьох змінних. Похідні та диференціали функції декількох змінних

1. Дайте означення функції багатьох змінних.
2. Що таке область визначення функції?
3. Як можна зобразити функцію двох змінних графічно?
4. Що називається графіком функції двох змінних?
5. Що таке лінія рівня функції двох змінних?
6. Що називають границею функції двох змінних?
7. Коли функція двох змінних називається неперервною в точці, а коли - на множині D ?
8. Що таке точки розриву функції двох змінних?
9. Що таке частинний приріст, частинна похідна частинний диференціал функції багатьох змінних?
10. Що таке градієнт функції трьох змінних?

11. Що таке повний приріст та повний диференціал функції багатьох змінних?
12. Що називають частинною похідною та повним диференціалом другого порядку функції багатьох змінних?
13. В якому випадку функція багатьох змінних має максимум (мінімум)?
14. Що таке екстремум функції?
15. Назвіть необхідні умови екстремуму.
16. Назвіть достатні умови екстремуму.
17. Що таке умовний екстремум функції двох змінних?
18. Назвіть приклади застосування функцій багатьох змінних у задачах економіки.

Теми 17-18. Невизначений інтеграл, його властивості. Основні методи інтегрування

1. Дайте означення первісної функції.
2. Що називається невизначеним інтегралом.
3. Перелічіть основні властивості невизначеного інтегралу.
4. Запишіть таблицю інтегралів.
5. У чому суть безпосереднього інтегрування, заміни змінної, інтегрування частини у невизначеному інтегралі?
6. У чому полягає інтегрування раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій?
7. У чому суть підстановок Ейлера?
8. Як обчислити інтеграли від деяких ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок?

Теми 19-20. Визначений інтеграл, його властивості. Застосування визначеного інтеграла у задачах економіки

1. Що називають визначеним інтегралом?
2. Запишіть формулу Ньютона-Лейбниця.
3. У чому суть заміни змінної, інтегрування частини у визначеному інтегралі?
4. Дайте означення невластного інтеграла.
5. Що таке інтеграли з нескінченними межами інтегрування?
6. Що таке інтеграли від необмежених функцій?
7. Як обчислити площі фігур, використовуючи визначений інтеграл?
8. Перелічіть приклади застосування визначеного інтеграла у задачах економіки.

Теми 21 - 22. Диференціальні рівняння першого порядку. Застосування диференціальних рівнянь першого порядку у задачах економіки

1. Що називається диференціальним рівнянням?
2. Яке диференціальне рівняння називається звичайним?
3. Що таке порядок диференціального рівняння?

4. Що називається розв'язком диференціального рівняння?
5. Чому дорівнює кількість сталих величин?
6. Що називається загальним розв'язком, а що - частинним розв'язком диференціального рівняння n -го порядку?
7. Що таке початкові умови?
8. Що називається диференціальним рівнянням першого порядку?
9. Що називається загальним розв'язком диференціального рівняння 1-го порядку?
10. Що таке інтеграл, а що таке загальний інтеграл диференціального рівняння?
11. Що таке інтегральна крива, а що таке особлива інтегральна крива диференціального рівняння?
12. Сформулюйте теорему Коші та її геометричний зміст.
13. Які точки називаються особливими точками диференціального рівняння?
14. Що таке особливий розв'язок диференціального рівняння?
15. Яке диференціальне рівняння першого порядку називається: диференціальним рівнянням з відокремленими змінними, однорідним, лінійним, рівнянням Бернуллі.
16. Назвіть приклади застосування диференціальних рівнянь першого порядку в економіці.

Теми 23-24. Диференціальні рівняння другого порядку. Застосування диференціальних рівнянь другого порядку у задачах економіки

1. Яке рівняння називається нормальним або явним диференціальним рівнянням другого порядку?
2. Запишіть початкові умови диференціального рівняння другого порядку.
3. На що вказує перша початкова умова, на що – друга початкова умова?
4. Що називається диференціальним рівнянням другого порядку?
5. Що називається загальним розв'язком диференціального рівняння другого порядку?
6. Що таке частинний, а що таке загальний інтеграл, диференціального рівняння другого порядку?
7. Сформулюйте теорему Коші.
8. Запишіть три типи диференціальних рівнянь другого порядку, які допускають пониження порядку.
9. Яке диференціальне рівняння називається лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку із сталими коефіцієнтами?
10. Які корені можна отримати, розв'язавши лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами?
11. Запишіть загальний розв'язок лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами у всіх трьох випадках.
12. Яке диференціальне рівняння називається лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку із сталими коефіцієнтами?
13. Назвіть приклади застосування диференціальних рівнянь другого порядку в економіці.

Тема 25. Числові ряди

1. Що називається рядом?
2. В чому різниця між сумою ряду та скінченними сумами ряду?
3. Який ряд називається збіжним (розбіжним)?
4. Який ряд називають рядом геометричної прогресії?
5. Який ряд називають узагальненим гармонічним рядом?
6. Що таке залишок ряду?
7. Перелічіть властивості числових рядів.
8. Який ряд називається додатним?
9. Сформулюйте необхідну та достатню умови збіжності ряду з додатними членами.
10. Назвіть ознаки порівняння числових рядів.
11. Назвіть достатні умови збіжності рядів з додатними членами.
12. Який ряд називається знакозмінним, а який - знакопереміжним?
13. Який знакозмінний ряд називається абсолютно збіжним, а який умовно збіжним?
14. Сформулюйте теорему Лейбніца для знакопереміжних рядів.

Тема 26. Степеневі ряди

1. Який ряд називається степеневим рядом?
2. Що таке n -ий член, а що таке нульовий член ряду?
3. Сформулюйте теорему Абеля.
4. Що називається інтервалом збіжності, а що таке область збіжності степеневого ряду?
5. Що таке радіус збіжності степеневого ряду і за якою формулою він обчислюється?
6. Сформулюйте властивості степеневих рядів.
7. Запишіть ряди Маклорена та Тейлора.
8. Де застосовуються степеневі ряди?

10. Передік питань для підготовки до заліку

1. Система лінійних рівнянь з n невідомими. Метод Гаусса.
2. Визначники другого та третього порядків. Визначники n -го порядку. Властивості визначників.
3. Мінори і алгебраїчні доповнення.
4. Розкладання визначника за елементами стовпця або рядка.
5. Правило Крамера для розв'язування системи n -лінійних рівнянь з n -невідомими.
6. Матриці. Види матриць. Додавання матриць. Множення матриці на число. Добуток матриць. Обернена матриця.
7. Розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою оберненої матриці.
8. Ранг матриці. Елементарні перетворення матриць.

9. Теорема Кронекера-Капеллі про сумісність системи лінійних рівнянь.
10. Пряма як лінія першого порядку. Загальне рівняння прямої. Дослідження неповного рівняння прямої.
11. Рівняння прямої у відрізках на осях. Параметричні і канонічні рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої.
12. Кут між двома прямими. Умови перпендикулярності і паралельності двох прямих.
13. Поняття про функцію. Способи задання функції. Область визначення та область значень функції. Властивості функцій: обмеженість і необмеженість, зростання і спадання, парність і непарність, періодичність.
14. Теореми про границі функцій. Дві важливі границі.
15. Нескінченно малі і нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих і нескінченно великих функцій.
16. Означення неперервності функції у точці. Неперервність функції на відрізку. Арифметичні операції над неперервними функціями.
17. Класифікація точок розриву функції. Основні властивості неперервних функцій.

11.Перелік питань для підготовки до екзамену

1. Означення похідної. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. Зв'язок між неперервністю та диференційованістю функцій.
2. Похідні елементарних функцій. Похідна оберненої функції. Таблиця похідних. Правила обчислення похідних.
3. Похідна складної функції. Односторонні похідні. Похідні вищих порядків.
4. Визначення диференціала. Геометричний зміст диференціала. Диференціал суми, добутку і частки.
5. Диференціали вищих порядків.
6. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Правило Лопітала.
7. Розклад функції за формулою Тейлора. Формула Маклорена.
8. Умова постійності функції. Умови зростання та спадання функції на проміжку. Максимум та мінімум функції. Необхідні та достатні умови екстремуму функції. Опуклість та вгнутість графіка функції, точки перегину. Асимптоти графіка функції.
9. Загальна схема побудови графіка функції.
10. Основні поняття функції багатьох змінних. Похідні та диференціали функції багатьох змінних.
11. Необхідні умови екстремуму функції кількох змінних. Достатні умови екстремуму функції кількох змінних. Умови відсутності екстремуму.

12. Поняття первісної функції і невизначеного інтеграла. Геометричний і механічний зміст інтеграла. Таблиця основних інтегралів. Найпростіші правила інтегрування.

13. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами.

14. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції.

15. Означення визначеного інтегралу. Умови існування інтеграла. Властивості визначеного інтеграла.

16. Обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбниці.

17. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами.

18. Поняття про диференціальне рівняння та його розв'язки.

19. Диференціальні рівняння 1-го порядку. Загальний розв'язок та загальний інтеграл диференціального рівняння 1-го порядку.

20. Початкові умови. Частинний розв'язок та частинний інтеграл диференціального рівняння 1-го порядку.

21. Рівняння 1-го порядку з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння 1-го порядку. Лінійні рівняння 1-го порядку. Рівняння Бернуллі.

22. Лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.

23. Числовий ряд. Частинні суми ряду. Сума ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Геометрична прогресія.

24. Ряди з додатними членами. Умова збіжності додатного ряду. Теореми порівняння рядів з додатними членами.

25. Додатні ознаки збіжності рядів з додатними членами: Даламбера, Коші, інтегральна ознака Коші.

26. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних рядів.

27. Зканопереміжні ряди. Теорема Лейбниці.

28. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус і інтервал збіжності степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена.

12. Приклад екзаменаційного білета

ОС бакалавр спеціальність 242 «Туризм»	Кафедра вищої математики ім.М.Кравчука 2019-2020 навч. рік	ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 1 з дисципліни «Вища математика»	Затверджую Зав. кафедри (підпис) Іванова Ю.І.(ПІБ) 2019р.
Екзаменаційні запитання			
Завдання 1. Знайти інтеграл: а) $\int_1^8 \frac{2x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x} - 1}{x \cdot \sqrt[3]{x^2}} dx$; б) $\int e^x \cos x dx$.			
Завдання 2. Знайти похідну функції: а) $y = \arcsin(1-x) + \sqrt{2x-x^2}$; б) $e^{-y} + y^3 = x^3 + 26$.			
Завдання 3. Дослідити функцію на екстремум: $u = 2x^2 - x^3y - y^2 - 8x + 7y - 12$.			
Завдання 4. Тестові завдання			
1. Похідна даної функції $y=x \cdot \operatorname{tg} x$ дорівнює: а) $\operatorname{tg} x$; б) $-\operatorname{tg} x$; в) $\operatorname{tg}^2 x$; г) $-\operatorname{tg}^2 x$.			
2. Невизначений інтеграл $\int (2x+1)dx$ при обчисленні має відповідь: а) $-x+c$; б) x^1+x+c ; в) x^1-x+c ; г) x^1+c .			
3. Чому дорівнює $\int_0^1 x\sqrt{4+x}dx$: а) 0; б) $\frac{1}{3}$; в) -1; г) $-\frac{1}{3}$.			
4.Числовим рядом називається: а) ряд, у якому всі доданки є невід'ємні числа; б) ряд, який має вигляд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^{n-1}$; в) ряд, який має вигляд $\sum_{n=1}^{-\infty} a_n$.			
5. Радіусом збіжності степеневого ряду називається: а) число R таке, що при $ x < R$ степеневий ряд збігається, а при $ x > R$ розбігається;			

- б) число R таке, що при $x = -R$ або $x = R$ степеневий ряд збігається;
в) число R таке, що при $|x| > R$ степеневий ряд збігається, а при $|x| < R$, ряд розбігається.

Завдання 5. Дайте відповідь на запитання:

- 5.1. Що таке повний диференціал функції декількох змінних?
5.2. Як визначити екстремум функції за допомогою другої похідної?
5.3. Сформулюйте теорему Ролля.
5.4. Запишіть формулу обчислення невизначеного інтегралу за частинами.
5.5. У чому полягає метод заміни змінної у визначеному інтегралі?

Екзаменатор _____

(підпис)

(прізвище та ініціали)

13. Розподіл балів, які отримують здобувачі

1. Система оцінювання знань, вмінь та навичок здобувачів вищої освіти передбачає виставлення оцінок за усіма формами проведення занять.

Перевірка та оцінювання знань здобувачів вищої освіти може проводитися у наступних формах.

1. Оцінювання роботи здобувачів під час практичних занять.
2. Оцінювання самостійної роботи.
3. Проведення підсумкового контролю (екзамену).

Критерії оцінювання здобувачів вищої освіти на 1 семестр (1 курс):

1. Робота на практичних заняттях оцінюється в 45 балів. За кожне практичне заняття – 3 бали. (15 занять $\times$ 3 бали = 45 бали).

2. Самостійна робота – всього 20 балів.

3. Письмова робота за першим змістовним модулем – 5 балів

4. Підсумковий контроль залік – 30 балів (мінімальна кількість набраних балів на екзамені 18 балів)

Разом за 1 семестр (1 курс): 100 балів.

На практичному занятті об'єктами оцінки є: усні відповіді здобувачів вищої освіти; результати тестування; активність по суті теми заняття; доповнення та коментарі; стиль виступу; грамотність та глибина володіння матеріалом; участь в обговоренні дискусійних питань; колоквиум, правильність розрахунків; рівень підготовки до практичного заняття; письмові відповіді.

Оцінка самостійної роботи:

- виконання індивідуального завдання;
- підготовка практичних завдань за темою, яку пропонує викладач.

Критерії оцінювання здобувачів вищої освіти на 2 семестр (1 курс):

1. Робота на практичних заняттях оцінюється в 65 балів. За кожне практичне заняття – 3 балів. (15 занять $\times$ 3 балів = 45 балів).

2. Самостійна робота – всього 20 балів.

3. Письмова робота за третім змістовним модулем – 5 балів

4. Підсумковий контроль екзамен – 30 балів (мінімальна кількість

набраних балів на екзамені 18 балів)
Разом за 2семестр (1 курс): 100 балів.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Оцінка національна	Рейтинг здобувача вищої освіти, бали
Відмінно	90-100
Добре	74-89
Задовільно	60-73
Незадовільно	0-59

11. Методичне забезпечення

Підручник з грифом МОНУ у двох частинах:

1. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, I-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2012. – 368 с.
2. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, II-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2014. – 368 с.

12. Рекомендована література

Основна

1. Барковський В.В. Вища математика для економістів: навч. посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська. – 4-те вид., перероб. і допов. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 448с.
2. Барковський В.В. Вища математика для економістів: навч. посібник / В. В. Барковський, Н. В. Барковська. – 5-те вид. – К.: Центр учбової літератури, 2010. – 448с.
3. Валєєв К.Г. Вища математика для економістів: навч. посібник / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова, С. В. Дегтяр. – К.: Знання, 2011. – 287с.
4. Валєєв К.Г. Вища математика: навч. посібник: У 2-х ч. Ч.2 / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – К.: КНЕУ, 2002. – 451с.
5. Васильченко І.П. Вища математика для економістів (спеціальні розділи): Підручник / І. П. Васильченко. – К.: Кондор, 2004. – 352с.
6. Васильченко І.П. Вища математика для економістів : підручник / І. П. Васильченко. – 3-тє вид., випр. і допов. – К.: Знання, 2007. – 454с.
7. Вища математика. Практикум / В. Г. Кривуца, В. В. Барковський, Н. В. Барковська, інші. – К.: ЦУЛ, 2003. – 536с.
8. Высшая математика для экономистов: Практикум / Под ред. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 479с.
9. Высшая математика для экономистов: учебник / Под ред. Н.Ш. Кремера. – 3-е изд. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 479с.
10. Гетманцев В.Д. Математика для экономистів. Вища математика. Лінійна алгебра: навч. посібник / В. Д. Гетманцев. – К.: КНЕУ, 2001. – 152с.

11. Гриньов Б.В. Аналітична геометрія: підручник / Б. В. Гриньов, І. К. Кириченко. – Х.: Гімназія, 2008. – 340с.
12. Гриньов Б.В. Векторна алгебра: підручник / Б. В. Гриньов, І. К. Кириченко. – Х.: Гімназія, 2008. – 164с.
13. Гриньов Б. В. Вища алгебра: підручник / Б. В. Гриньов, І. К. Кириченко. – Х.: Гімназія, 2008. – 182с.
14. Дубовик В.П. Вища математика у трьох частинах: навч. посібник. Ч.1 / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 2-ге вид. – Х.: Веста, 2008. – 200с.
15. Дубовик В.П. Вища математика у трьох частинах: навч. посібник. Ч.2 / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 2-ге вид. – Х.: Веста, 2008. – 240с.
16. Дубовик В.П. Вища математика у трьох частинах: навч. посібник. Ч.3 / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – 2-ге вид. – Х.: Веста, 2008. – 232с.
17. Збірник задач з вищої математики. Ч.1 / Укл. Мартиненко В.С. та ін. – К.: КНТЕУ, 2000. – 210с.
18. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії / За ред. Рудавського Ю.К. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 256с.
19. Збірник задач з математики / В. К. Єгєрев, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемський та ін.; за ред. М.І. Сканаві. – К.: Онікс, 2005. – 608с.
20. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; Под ред. А.П. Рябушко. – В 4-х ч. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 304с.
21. Клепко В.Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навч. посібник / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець. – К.: Центр навчальної літератури, 2006. – 600с.
22. Клепко В.Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навч. посібник / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець. – 2-ге вид. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 594с.
23. Ковальчук Т.В. Вища математика для економістів: підручник. Ч.1 / Т. В. Ковальчук, В. С. Мартиненко. – К.: КНТЕУ, 2005. – 395с.
24. Ковальчук Т.В. Вища математика для економістів: підручник. Ч.2 / Т. В. Ковальчук, В. С. Мартиненко, В. І. Денисенко. – К.: КНТЕУ, 2007. – 342с.
25. Коробов П.Н. Математическое программирование и моделирование экономических процессов: учебник / П. Н. Коробов. – 3-е изд., перераб. и допол. – С.-Пб.: ДНК, 2006. – 376с.
26. Кривуца В.Г. Вища математика. Практикум: навч. посібник / В. Г. Кривуца, В. В. Барковський, Н. В. Барковська. – 2-ге вид., перероб. та допов. – К.: Центр учбової літератури, 2005. – 536с.

27. Литвин І.І. Вища математика: навч. посібник / І. І. Литвин, О. М. Конончук, Г. О. Желізняк. – К.: Центр навчальної літератури, 2004. – 368с.
28. Литвин І.І. Вища математика: навч. посібник / І. І. Литвин, О. М. Конончук, Г. О. Желізняк. – 2-ге вид. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 368 с.
29. Лінійна алгебра та аналітична геометрія / Ю. К. Рудавський, П. П. Костробій, Х. П. Луник, Д. В. Уханська. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 262с.
30. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, I-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2012. – 368 с. 2.
31. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, II-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2014. – 368 с.
32. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Навчальний посібник для студентів ВНЗ. К.: «Четверта хвиля», 2011. – 664 с. 4.
33. Легеза В.П., Іванова Ю.І. Вища математика. Елементи лінійної та векторної алгебри. Конспект лекцій. – К.: НУБіП, 2014. – 51 с.
34. Легеза В.П., Іванова Ю.І. Вища математика. Елементи аналітичної геометрії. Конспект лекцій. – К.: НУБіП, 2014. – 42 с.
35. Легеза В.П., Іванова Ю.І. Вища математика. Вступ до математичного аналізу. Конспект лекцій. – К.: НУБіП, 2014. – 48 с.
36. Легеза В.П., Іванова Ю.І. Вища математика. Диференціальне числення функцій однієї змінної. Конспект лекцій. – К.: НУБіП, 2014. – 64 с.
37. Легеза В.П., Іванова Ю.І. Вища математика. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Конспект лекцій. – К.: НУБіП, 2014. – 75 с.
38. Легеза В.П., Іванова Ю.І. Вища математика. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій. – К.: НУБіП, 2014. – 54 с.
39. Легеза В.П., Іванова Ю.І. Вища математика. Ряди. Конспект лекцій. – К.: НУБіП, 2014. – 39 с
40. Макаренко В.О. Вища математика для економістів: навч. посібник / В. О. Макаренко. – К.: Знання, 2008. – 517с.
41. Математика для економістів: теорія та застосування: підручник / В. П. Лавренчук, Т. І. Готинчан, В. С. Дронь, О. С. Кондур. – К.: Кондор, 2007. – 596с.
42. Ніколюк П.К. Математика для економістів: навч. посібник / П. К. Ніколюк, Б. В. Погрішук. – Тернопіль: 2006. – 284с.
43. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учеб. пособие / Под ред. В.И. Ермакова. – 2-е изд., испр. – М.: Ифра-М, 2007. – 575с.
44. Тевяшев А.Д. Вища математика у прикладах та задачах: навч. посібник. Ч.1. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Диференціальне

числення функцій однієї змінної / А. Д. Тевяшев, О. Г. Литвин. – 2-ге вид., допов. і доопр. – К.: Кондор, 2006. – 588с.

45. Чубатюк В.М. Вища математика: навч. посібник / В. М. Чубатюк. – К.: Професіонал, 2006. – 432с.

46. Шапкин А.С. Задачи по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию с решениями: Учеб. пособие / А. С. Шапкин. – 4-е изд. – М.: Дашков и Ко, 2007. – 432с.

47. Швачич Г.Г. Сучасні інформаційні технології в математиці для економістів: Підручник / Г. Г. Швачич. – К.: Центр навчальної літератури, 2003. – 236с.

48. Ярмоленко В.О. Вища математика для економістів: навч. посібник. Ч.1 / В. О. Ярмоленко. – 2-ге вид., стереотип. – Вінниця: ВТЕІ КНТЕУ, 2004. – 128с.

49. Ярмоленко В.О. Вища математика для економістів: опорний конспект лекцій. Ч.1. Елементи векторної алгебри та аналітичної геометрії. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної. / В. О. Ярмоленко; уклад. В.О. Ярмоленко. – Київ-Вінниця: КНТЕУ, 2005. – 124с.

50. Ярмоленко В. О. Вища математика для економістів: опорний конспект лекцій. Ч.2. Функції декількох змінних. Інтегральне числення функції однієї змінної / В. О. Ярмоленко; уклад. В.О. Ярмоленко. – К.: КНТЕУ, 2007. – 97с.

Додаткова

51. Бардачов Ю.М. Дискретна математика: підручник / Ю. М. Бардачов, Н. А. Соколова, В. Є. Ходаков; за ред. В.Є. Ходакова. – К.: Вища школа, 2002. – 287с.

52. Борисенко О.А. Дискретна математика: підручник / О. А. Борисенко. – Суми: Університетська книга, 2008. – 255с.

53. Валєєв К.Г. Вища математика: навч. посібник: У 2-х ч. Ч.1 / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова. – К.: КНЕУ, 2001. – 546с.

54. Гладунський В.Н. Математика. Означення, формули, задачі: навч. посібник. Довідник / В. Н. Гладунський, Г.А.Гладунська. – Львів: Афіша, 2000. – 304с.

55. Еремін І.І. Линейная оптимизация и системы линейных неравенств: учеб. пособие / И. И. Еремін. – М.: Академия, 2007. – 256с.

56. Карагодова О.О. Збірник задач з математики з аналізом розв'язків: посібник для старшокласників / О. О. Карагодова, О. І. Черняк. – К.: Знання, 2000. – 332с.

57. Нікольський Ю.В. Дискретна математика: підручник / Ю. В. Нікольський, В. В. Пасічник, Ю. М. Щербина. – 3-тє вид., випр. та допов. – Львів: Магнолія-2006, 2008. – 608с.
58. Нікольський Ю.В. Дискретна математика: підручник / Ю. В. Нікольський, В. В. Пасічник, Ю. М. Щербина ; за ред. д.т.н., проф. В.В. Пасічника. – Львів: Магнолія-2006, 2009. – 432с.
59. Практикум з економетрії: навч. посібник / О. Л. Лещинський, В. В. Рязанцева, О. О. Юнькова, І. І. Юртин ; за ред. О. О. Юнькової. – К.: Персонал, 2009. – 256с.
60. Рено Н. Н. Алгоритмы численных методов: метод. пособие / Н. Н. Рено. – М.: КДУ, 2006. – 24с.
61. Солодовников А. С. Математика в экономике. В 2-х частях: учебник. Ч.1 / А. С. Солодовников, А. В. Браилов. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 224с.
62. Солодовников А.С. Математика в экономике. В 2-х частях: учебник. Ч.2 / А. С. Солодовников, А. В. Браилов. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 376с.
63. Уткин В.Б. Математика и информатика: учеб. пособие / В. Б. Уткин, К. В. Балдин, А. В. Рукосуев ; Под ред. В.Б. Уткина. – М.: Дашков и Ко, 2007. – 472с.

Інтернет-джерела

1. Наукова бібліотека НУБІП України.
2. dmeti.dp.ua/file/vischa_matem_v_prikladah_ch5.pdf
3. dspace.nua.kharkov.ua/jspui/handle/123456789/36
4. www.knteu.kiev.ua/blog/read?pid=3378&uk
5. ifolder.ru || mediafire
6. ifolder.ru || mediafire.com
7. fim.mdpu.org.ua/prepodavateli/kmif/spisok.doc
8. matem.com.ua
9. mediafire || ifolder
10. ifolder.ru || fayloobmennik.net
11. toloka.hurtom.com/viewtopic.php
12. rghost.ru || mediafire.com
13. www.dgma.donetsk.ua/metod/vm/vmts2.pdf
14. www.znannya.org/?view=maths

