

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ  
І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**КАДИКАЛО ІВАН ОЛЕКСАНДРОВИЧ**

УДК 621.873

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**ОПТИМІЗАЦІЯ ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМІВ РУХУ МЕХАНІЗМУ  
ПОВОРОТУ СТІЛОВОГО КРАНА**

05.05.05 – «Піднімально-транспортні машини»

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень.

Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають  
посилання на відповідне джерело

І.О. Кадикало

Науковий керівник:

Ловейкін Вячеслав Сергійович

доктор технічних наук, професор

Київ – 2020

## АНОТАЦІЯ

Кадикало І.О. Оптимізація перехідних режимів руху механізму повороту стрілового крана. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук зі спеціальності 05.05.05 – «Піднімально-транспортні машини». Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, 2020.

У дисертаційній роботі викладені дослідження, які присвячені підвищенню ефективності роботи стрілових кранів за рахунок оптимізації перехідних режимів руху механізму повороту.

У роботі визначено динамічні навантаження в елементах приводу механізму повороту стрілового крана. Наведена динамічна модель механізму повороту стрілового крана та система диференціальних рівнянь, яка отримана за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду та описує рух механізму повороту з вантажем. Для розв'язку рівнянь використано чисельне інтегрування, результатом якого стали графічні залежності кінематичних, динамічних та енергетичних характеристик руху системи. З аналізу результатів встановлено, що під час роботи механізму повороту стрілового крана мають місце значні динамічні навантаження як в приводі, так і в несучій конструкції, які передаються на вантаж і призводять до його розгойдування. Розгойдування вантажу – це небажаний процес, котрий погіршує роботу кранівнику, підвищує час та зменшує точність позиціонування, знижує надійність роботи механізму повороту та крана в цілому, а також може призвести до аварійної ситуації. Поставлена задача є актуальною і потребує глибшого вивчення та пошуку шляхів її вирішення. Таким чином, існує потреба в усуненні впливів, котрі перешкоджають нормальній роботі механізму повороту стрілового крана обумовлених руйнуваннями вантажу на гнучкому підвісі, а також від «втоми» матеріалу та динамічними перевантаженнями. Рішення цієї задачі полягає в тому, щоб розганяти привод механізму повороту на стадії пуску в такому режимі, який дозволить системі рухатись плавно без додаткових різких

коливань. Для вирішення цієї задачі доцільно провести оптимізацію, яка дозволить зменшити динамічні навантаження у елементах приводу та конструкції, тим самим підвищить продуктивність та надійність роботи механізму повороту та конструкції крана в цілому.

В дисертаційній роботі обґрунтована концепція динамічного аналізу механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі (канаті). Отримані основні рівняння руху механізму повороту з вантажем у неінерціальній системі відліку, пов'язаній з краном. Встановлені основні кінематичні характеристики руху вантажу та енергосилові параметри механізму повороту крана, що призводять до рівномірного та нерівномірного його обертання.

Запропонована ідея розв'язку задач про рух ланцюгів (так званих «кембриджських задач» про рух ланцюгів) А. Келі та Г. Букуа для проведення аналізу коливань канатів вантажопідйомних кранів у процесах підйому вантажу «з підхватом» на стадії вибору слабини вказаних пружних елементів.

При розв'язанні задач про рух ланцюгів використані схематизовані уявлення, широко відомі у науково – технічній літературі. Оскільки рухома частина ланцюга (канату) внаслідок приєднання елементів виявляється змінною величиною, подібні задачі слід розв'язувати, виходячи з залежностей, що відносяться до поступального руху тіл змінної маси («точки» змінної маси). Зазвичай у якості таких модельних рівнянь виступає рівняння Мещерського. Задача Г. Букуа (про складений у бухті/катку важкий ланцюг, що лежать на горизонтальній площині, і до якого прикладена спрямована вертикально вгору постійна сила  $P_0$ , котра залучає до руху за собою весь час збільшувану за розмірами частину ланцюга, закон руху кінця якого слід визначати) є, фактично моделлю для розгляду руху канату вантажопідйомного крану при підйомі вантажу «з підхватом».

У роботі проведений розв'язок відповідного модельного рівняння, враховані й виправлені припущення, які існують у оригінальній роботі Г. Букуа.

Наведені пояснення й обґрунтування миттєвого стрибка швидкості, що виникають при підйомі канату, виходячи з результатів розв'язку узагальненої задачі А. Келі.

У роботі у вигляді розрахункових таблиць та графіків подані: фазовий портрет руху кінця канату при виборі його слабини; основні характеристики процесу підйому вантажу (залежності переміщень та швидкості) для різних етапів підйому при різних значеннях кінцевої довжини канату.

Визначені основні кінематичні характеристики виникаючих коливань (поздовжнього типу) у канаті у процесі його підйому та значення підйомної сили, за якої при повному виборі слабини канату (перед моментом відриву від землі власне вантажу, закріпленого на канаті) швидкість коливань кінцівки канату (на яку діє підйомна сила) дорівнює нулю.

У дисертаційній роботі проведена оптимізація основних режимів руху механізмів обертання вантажопідйомних кранів. Використана класична еквівалентна схема механізму обертання при пуску й гальмуванні. Враховані дисипативні сили, обумовлені внутрішнім тертям у матеріалах пружних ланцюгів механізмів обертання. Використані методи класичного варіаційного числення задля отримання оптимальних (мінімальних) значень надлишкового моменту, діючого на поворотну частину системи, і встановлені закони руху механізму повороту, які дозволяють реалізувати при перехідних режимах руху мінімальні значення надлишкового моменту.

Подані спрощені аналітичні залежності моменту, що діє на поворотну частину системи, як функції часу. При цьому визначенні умови, за яких динамічний момент характеризується ефектом «биття». У аналітичній формі подані спрощені залежності динамічного моменту для різних співвідношень тривалості перехідного процесу (тобто тривалості пуску й гальмування, відповідно), а також у залежності від періоду затухання коливань системи, викликаних в'язким тертям. Вказані залежності представлені також у графічній формі.

Проведена оптимізації режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі. Представлений спосіб мінімізації коливань показує, як за допомогою методів варіаційного числення вирішується поставлена задача. Розв'язки задачі представлені у вигляді графічних залежностей, котрі характеризують суть оптимального закону руху – прикладання моментів та зусиль таким чином, щоб навантаження в приводі були мінімальними, що, в свою чергу, дає можливість підвищити продуктивність та надійність механізму повороту та конструкції крана в цілому.

Проведено оптимізацію за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі. Критерій оптимізації представлений у вигляді інтегрального функціоналу, що відображає небажані властивості системи - динамічні навантаження в приводному механізмі, тому його значення зводилось до мінімуму. Розв'язок варіаційної задачі, отриманий у вигляді функціональних залежностей режиму руху окремих ланок механізму повороту стрілового крана, представлений у вигляді графічних залежностей. Такий оптимальний режим руху механізму повороту крана дозволяє усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі під час роботи механізму повороту, а також зменшити динамічні навантаження в приводі та металоконструкції крана. При розв'язанні оптимізаційної варіаційної задачі руху механізму повороту крана обґрунтовано крайові умови руху, які до мінімуму зводять динамічні навантаження в приводному механізмі.

Розв'язана задача оптимізації режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі. Отримані режими повороту стрілової системи дозволили усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі після процесу пуску, а також зменшити до мінімуму динамічні навантаження в приводному механізмі та металоконструкції крана. Крім того, оптимальні режими пуску дають можливість підвищити продуктивність та надійність роботи крана. Для заданих конструктивних, кінематичних та динамічних

параметрів стрілової системи обґрунтовано найбільш доцільну тривалість процесу пуску.

Поставлена і розв'язана оптимізаційна задача вибору режиму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі.

Отримані закони руху за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі (режим 2) мають значні переваги порівняно з законами руху за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі (режим 1). В результаті проведеного аналізу було виявлено, що за режиму 2 максимальні та середньоквадратичні значення більшості кінематичних і силових характеристик приймають менші значення в порівнянні з режимом 1, по деяких показниках ці параметри рівнозначні. Однак характер зміни цих показників при режимі 2 має плавний вигляд. Реалізація отриманих оптимальних режимів руху здійснюється за допомогою мехатронних пристроїв системи керування приводним механізмом обертання крана.

В дисертації наведені результати вирішення оптимізаційної задачі, в якій за критерій оптимізації обрано комплексний інтегральний функціонал, що відображає відносне середньоквадратичне значенням пружного моменту в передавальному приводному механізмі та швидкість його зміни в часі. Обраний критерій відображає небажані властивості приводного механізму стрілової системи крана, тому його значення зводилось до мінімуму. Оскільки критерій оптимізації є інтегральним функціоналом, то для його мінімізації використані методи варіаційного числення. Розв'язок варіаційної задачі представлено в дискретному вигляді з використанням методу «бджолиного рою», за допомогою якого знайдено мінімальне значення критерію оптимізації та дискретні значення кінематичних, силових та енергетичних характеристик стрілової системи, які відповідають мінімуму цього критерію.

Використання оптимальних законів руху механізму повороту під час перехідних процесів дає можливість значно підвищити надійність та

продуктивність роботи крана і зменшити аварійні ситуації під час виконання розвантажувально-навантажувальних операцій. Реалізація отриманих оптимальних режимів руху здійснюється за допомогою розроблених мехатронних пристроїв системи керування приводним механізмом повороту крана.

Викладено програму та методику експериментальних досліджень механізму повороту стрілового крана. За теорією подібності розроблена фізична модель механізму повороту стрілового крана. Ця модель підготовлена для проведення експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту під час процесу пуску. При проведенні експериментальних досліджень на лабораторній установці підібрано необхідне вимірювально-реєструюче обладнання.

Для керування приводом механізму повороту використовувався частотний перетворювач. Збір даних здійснювався за допомогою аналого-цифрового перетворювача m-DAQ 14 та комп'ютера зі встановленим на нього розробленим програмним забезпеченням.

Для реалізації оптимальних режимів руху механізму повороту розроблено комп'ютерну програму «Optimal control of the jib crane turning mechanism», яка дозволяє змінювати швидкість обертання приводного двигуна за допомогою частотного перетворювача відповідно до отриманих оптимальних режимів руху.

Для реалізації оптимального керування запропонована схема керування механізмом повороту стрілового крана, яка складається з мікрокомп'ютера зі встановленим на нього програмним забезпеченням для керування рухом механізму повороту стрілового крана, частотного перетворювача для керування приводом механізму повороту за рахунок зміни швидкості обертання приводних двигунів та сам механізм повороту стрілового крана з вантажем на гнучкому підвісі. Використання запропонованої системи керування механізмом повороту стрілового крана дає можливість підвищити продуктивність крана за

рахунок зменшення тривалості циклу роботи механізму повороту, а також підвищити надійність його роботи.

**Ключові слова:** стріловий/баштовий кран, механізм повороту, привод, вантаж, режими руху, динамічні навантаження, оптимізація, мінімізація, коливання, пружний момент, обертання, оптимальне керування, середньоквадратичне значення, система керування.

## ANNOTATION

Kadykalo I.O. Optimization of transient modes of movement of the jib crane rotation mechanism. - Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the candidate of technical sciences on a specialty 05.05.05 – «Hoisting and Transport Machines». National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, 2020.

The dissertation work outlines the research devoted to increasing the efficiency of the jib cranes by optimizing the transient modes of movement of the turning mechanism.

The work determines the dynamic loads in the drive elements of the jib crane turning mechanism. The presented dynamic model of the jib crane turning mechanism and the system of differential equations obtained using the Lagrange equations of the second kind describe the movement of the turning mechanism with a load. Numerical integration used to solve the equations the result of which was the graphical dependencies of the kinematic, dynamic and energy characteristics of the system's motion. The analysis of the results revealed that during the operation of the jib crane turning mechanism there are significant dynamic loads both in the drive and in the supporting structure, transferred to the load and lead to its swinging. Swinging of the load is an undesirable process that impairs the work of the crane operator, increases the time and decreases the positioning accuracy, reduces the reliability of the turning mechanism and the crane as a whole, and can lead to an emergency. This task is urgent and requires further study and search for ways to resolve it. Thus, there



is a need to eliminate the influences that prevent the normal operation of the jib crane turning mechanism caused by the destruction of the load on the flexible suspension, as well as from the "fatigue" of the material and dynamic overloads. The solution of this problem is to accelerate the turning mechanism drive at the start-up stage in such a mode that will allow the system to move smoothly without additional sharp fluctuations. To solve this problem, it is advisable to carry out optimization, which will reduce the dynamic loads in the drive elements and structures, thereby increasing the productivity and reliability of the turning mechanism and the crane structure as a whole.

In the dissertation work, the concept of dynamic analysis of the mechanisms for turning cranes with a load on a flexible suspension (rope) substantiated. The obtained basic equations of motion of the turning mechanism with a load in a non-inertial frame of reference associated with the crane. The basic kinematic characteristics of the movement of the load and the power parameters of the crane turning mechanism established which lead to its uniform and uneven rotation.

The idea of solving chain motion problems (so-called "Cambridge chain motion problems") by A. Kelly and G. Buqua is proposed to analyze the oscillations of cranes in the process of lifting the load "with a pickup" at the stage of selecting the soft spot of these elastic elements.

Schematic representations, widely known in the scientific and technical literature, used in solving problems of chain motion. Since the moving part of the chain (rope) turns out to be a variable value as a result of joining the elements, such problems should be solved based on the dependencies related to the translational motion of bodies of variable mass ("points" of variable mass). Usually, the Meshchersky equation is used as such model equations. The problem of G. Buqua (about a heavy chain folded in a bunch/roll, lying on a horizontal plane, and to which is applied a constant force  $P_0$  directed vertically upwards, which attracts to the movement of an ever-increasing part of the chain, the law of motion of the end of which should be determined) is, in fact, a model for considering the movement of the crane rope when lifting a load "with a pickup".

The solution of the corresponding model equation carried out in the work; the assumptions that exist in G. Buqua's original work considered and corrected.

The explanations and substantiations of the instantaneous jump of speed, arising during the lifting of the rope, are given, proceeding from the results of the decoupling of the generalized problem of A. Kelly.

The work in the form of calculation tables and graphs presents: a phase portrait of the movement of the end of the rope when choosing its weakness; the main characteristics of the process of lifting a load (dependence of displacement and speed) for various stages of lifting at various values of the final length of the rope.

The main kinematic characteristics of the oscillations (longitudinal type) determined in the rope during its lifting and the value of the lifting force at which at full choice of the rope weakness (before the moment of separation from the ground of the load fixed on the rope) the speed of oscillations of the rope limb force) is zero.

In the dissertation work, the optimization of the basic modes of movement of turning mechanisms of cranes carried out. The classical equivalent scheme of the mechanism of turning at start-up and braking is used. The dissipative forces caused by internal friction in the materials of elastic chains of rotational mechanisms taken into account. The methods of classical variational calculus used to obtain the optimal (minimum) values of excess torque acting on the rotating part of the system, and the laws of motion of the turning mechanism established, which allow realizing the minimum values of excess torque in transient modes.

Simplified analytical dependences of the moment acting on the rotating part of the system as a function of time presented. In this definition, the conditions under which the dynamic moment is characterized by the effect of "beating". The analytical form presents simplified dependences of the dynamic moment for different ratios of the duration of the transient process (i.e. the duration of start-up and braking, respectively), as well as depending on the period of damping of system oscillations caused by viscous friction. These dependencies also presented in graphical form.

The optimization of the start-up mode of the jib crane turning mechanism according to the criterion of the root mean square value of the elastic moment in the

drive carried out. The presented method for minimizing fluctuations shows how the problem solved with the help of the calculus of variations. The solutions of the problem are presented in the form of graphical dependencies, which characterize the essence of the optimal law of motion - the application of moments and forces so that the loads in the drive were minimal, which, in turn, increases productivity and reliability of the crane mechanism and crane design.

Optimization carried out according to the criterion of the root mean square value of the rate of change of the elastic moment in the drive mechanism. The optimization criterion presented in the form of an integral functional, reflects the undesirable properties of the system - dynamic loads in the drive mechanism, therefore, its value was minimized. The solution of the variational problem, obtained in the form of functional dependencies of the mode of movement of individual links of the tower crane turning mechanism presented in graphical form.

The obtained optimal mode of movement of the crane turning mechanism allows to eliminate load oscillations on the flexible suspension during the operation of the turning mechanism, as well as to reduce the dynamic loads in the drive and the metal structure of the crane. When solving the optimization variation problem of the crane turning mechanism, the boundary conditions of the movement substantiated, which minimize the dynamic loads in the drive mechanism.

The problem of optimizing the starting mode of the jib crane turning mechanism solved by the criterion of the root mean square value of the rate of change of the elastic moment in the drive mechanism. The obtained modes of rotation of the jib system allowed to eliminate the oscillations of the load on the flexible suspension after the start-up process, as well as to minimize the dynamic loads in the drive mechanism and the metal structure of the crane. In addition, the optimal starting modes make it possible to increase the productivity and reliability of the crane. For the given design, kinematic and dynamic parameters of the jib system, the most expedient duration of the launch process is justified.

The optimization problem of the choice of the rotation mode of the jib crane by the criterion of the root mean square value of the acceleration of the change of force in the drive mechanism is set and solved.

The obtained laws of motion by the criterion of the root mean square value of the acceleration of the change in the force in the drive mechanism (mode 2) have significant advantages over the laws of motion by the criterion of the root mean square value of the rate of change of the elastic moment in the drive mechanism (mode 1). By the analysis, it was revealed that in mode 2, the maximum and root mean square values of most of the kinematic and power characteristics take smaller values compared to mode 1, for the certain indicators these parameters are equivalent. However, the nature of the change in these indicators in mode 2 is gradual. The implementation of the obtained optimal modes of movement carried out using mechatronic devices of the control system for the crane turning drive mechanism.

The dissertation presents the results of solving the optimization problem, in which the optimization criterion is a complex integrated functional that reflects the relative root mean square value of the elastic moment in the transmission drive mechanism and the rate of its change in time. The selected criterion reflects the undesirable properties of the drive mechanism of the jib crane system, so its value was minimized. Since the optimization criterion is an integral functional, the methods of variational calculus used to minimize it. The solution of the variational problem presented in a discrete form using the “bee swarm” method, with the help of which the minimum value of the optimization criterion and discrete values of the kinematic, power and energy characteristics of the jib system that meet the minimum of this criterion are found.

The use of optimal laws of motion of the turning mechanism during transient processes makes it possible to increase significantly the reliability and productivity of the crane and reduce emergencies when performing unloading and loading operations. The implementation of the obtained optimal modes of movement carried out using the developed mechatronic devices of the control system for the turning drive mechanism of the crane.

The program and a technique of experimental researches of the turning mechanism of the jib crane are stated. According to the theory of similarity, a physical model of the jib crane turning mechanism developed. This model prepared for experimental studies of the dynamics of the turning mechanism during the start-up process. When conducting experimental research on a laboratory installation, the necessary measuring and recording equipment was selected.

A frequency converter used to control the drive of the turning mechanism. Data collection carried out using an analog-to-digital converter m-DAQ 14 and a computer with the corresponding software.

To implement the optimal modes of movement of the turning mechanism, a computer program "Optimal control of the jib crane turning mechanism" developed. The program allows changing the speed of the drive motor using a frequency converter in accordance with the obtained optimal driving modes.

To implement optimal control, the control scheme of the jib crane turning mechanism proposed. The scheme consists of a microcomputer with software installed to control the movement of the jib crane turning mechanism, a frequency converter to control the turning mechanism drive by changing the speed of the drive motors and the turning mechanism of the jib crane with load on a flexible suspension. The use of the proposed control system of the turning mechanism of the jib crane makes it possible to increase the productivity of the crane by reducing the duration of the cycle of the turning mechanism, as well as increase the reliability of its operation.

**Keywords:** jib/tower crane, turning mechanism, drive, load, modes of movement, dynamic loads, optimization, minimization, oscillations, elastic moment, rotation, optimal control, root mean square value, control system.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### Статті у наукових фахових виданнях України, включених до міжнародних наукометричних баз даних:

1. Ловейкін В. С., Пилипака С. Ф., **Кадикало І. О.** Динамічний аналіз механізму повороту стрілового крана. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Техніка та енергетика АПК. Київ, 2017. Вип. 258. С. 192–202. *(Здобувачем проведено динамічний аналіз механізму повороту стрілового крана, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*
2. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Діктерук М. Г., **Кадикало І. О.** Концептуальні основи динамічного аналізу. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні. Київ, 2017. Вип. № 90. С. 19-23. *(Здобувачем проведено обґрунтування концепції динамічного аналізу механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*
3. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідійомних кранів. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Техніка та енергетика АПК. Київ, 2017. Вип. 262. С. 177–190. *(Здобувачем проведена оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідійомних кранів, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*
4. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. Київ, 2017. Вип. № 90. С. 34–41. *(Здобувачем проведена оптимізація режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*

5. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Обґрунтування крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана. Підйомно-транспортна техніка. Одеса, 2019. Вип. 2(61). С. 45-59. DOI: 10.15276/pidtt.2.61.2019.04 *(Здобувачем проведено обґрунтування крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*

6. Ловейкін В. С., Ловейкін Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму руху механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводі. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Техніка та енергетика АПК. Київ, 2017. Вип. 275. С. 10–22. *(Здобувачем проведена оптимізація режиму руху механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводі, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*

7. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Ловейкін А. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі. Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research. Kyiv, Ukraine. 2019, Vol. 10, No 3, P. 5-14. DOI: 10.31548/machenergy.2019.03.005-014 *(Здобувачем проведена оптимізація режиму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*

### **Статті у наукових виданнях України,**

#### **включених до міжнародних наукометричних баз даних:**

8. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.**, Діктерук М. Г. Використання розв'язків «кембріджських задач» про рух ланцюгів (А. Келі та Г. Букуа) у аналізі коливань канатів вантажопідйомних кранів при підйомі вантажу «з підхватом». Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія: «Механізація та автоматизація виробничих процесів». Вип.

10/3 (31). 2016. С. 181-187. *(Здобувачем проведений аналіз коливань канатів вантажопідйомних кранів, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*

### Статті у наукових виданнях іншої держави:

9. Loveikin, V. S., Loveikin, Ju. V., **Kadykalo, I. O.** Analysis of Modes of Motion of Rotation Mechanism of Jib Crane. TEKA. An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering. Lublin-Rzeszow, 2018. Vol. 18. No 1. P. 15-25. *(Здобувачем проведено порівняння оптимального і ручного керування механізму повороту стрілового крана, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку)*

10. Viatcheslav Loveikin, Yuriy Romasevych, **Ivan Kadykalo**, Anastasia Liashko. Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion. Journal of Theoretical and Applied Mechanics. Sofia, Bulgaria, 2019. Vol. 49. P. 285-296. *(Здобувачем проведена оптимізація режиму повороту стрілового крана за комплексним інтегральним критерієм, зроблено висновки та підготовлено статтю до друку). База SCOPUS/*

### Патенти

11. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.**, Патент на корисну модель №131788 Україна, МПК В66С 23/84. Спосіб керування рухом механізму повороту баштового крана. Заявник та власник Національний університет біоресурсів і природокористування України. № u201809028; заявлено 30.08.2018; опубліковано 25.01.2019; Бюл. №2/2019. *(Здобувачем удосконалено спосіб керування механізмом повороту баштового крана)*

12. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.**, Патент на корисну модель №138371 Україна, МПК В66С 23/84. Спосіб керування рухом механізму повороту стрілового крана. заявник та власник Національний університет біоресурсів і природокористування України. № u201905225; заявлено



17.05.2019; опубліковано 25.11.2019, Бюл. №22/2019. *(Здобувачем удосконалено спосіб керування механізмом повороту стрілового крана).*

### Монографія

13. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Динаміка й оптимізація підйомно-транспортних машин: монографія. К., 2019.. 292 с. *(Здобувачем підготовлено 1–3 розділи)*

### Тези наукових доповідей:

14. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Визначення оптимальних законів руху механізму повороту стрілового крана. Сучасні проблеми землеробської механіки: XVI Міжнародна наукова конференція, м. Київ, 17-19 жовтня 2015 року: тези доповіді. К., 2015. С. 51-54. *(Здобувачем вивчено питання аналізу та оптимізації механізму повороту на основі двохмасової моделі)*

15. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Морфологічний аналіз привода та оптимізація перехідних режимів руху механізму повороту баштового крана. Інженерія систем природокористування: I-ша Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 11 листопада 2015 року: тези доповіді. К., 2015. С. 56-58. *(Здобувачем вивчено питання морфологічного аналізу приводу та оптимізація перехідних режимів руху механізму повороту баштового крана на основі двохмасової моделі)*

16. **Кадикало І. О.** Аналіз коливань вантажу при зміні вильоту та повороту стрілового крана. Обуховські читання: XI Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 1 березня 2016 року: тези доповіді. К., 2016. С. 62-64.

17. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Динамічний аналіз перехідних процесів механізму повороту стрілового крана. Сучасні технології виробництва зернових культур 2016: Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 12 лютого 2016 року: тези доповіді. К., 2016. С. 68-70. *(Здобувачем вивчено*

*питання динамічного аналізу перехідних процесів механізма повороту стрілового крана на основі двохмасової моделі)*

18. Ловеїкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідіймальних кранів. Крамаровські читання: IV Міжнародна науково-технічна конференція. м. Київ, 16-17 лютого 2017 року: тези доповіді. К., 2017. С. 83-84. *(Здобувачем вивчено питання оптимізації режимів руху механізмів обертання вантажопідіймальних кранів)*

19. Ловеїкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режимів руху механізму обертання вантажопідійомних кранів при стопорінні та різкому гальмуванні. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XVII Міжнародна конференція науковопедагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів. м. Київ,

29-30 березня 2017 року: тези доповіді. К., 2017. С. 8-9. *(Здобувачем вивчено питання оптимізації режимів руху механізмів обертання вантажопідіймальних кранів при стопорінні та різкому гальмуванні)*

20. **Кадикало І. О.** Оптимізація перехідних режимів механізма повороту стрілового крана. Актуальні проблеми наук про життя та природокористування: IV Міжнародна конференція молодих вчених, м. Київ, 25-27 квітня 2018 року: тези доповіді. К., 2018. Ч.1. С. 229-231.

21. Ловеїкін В. С., **Кадикало І. О.** Динамічний аналіз і оптимізація режиму повороту баштового крана. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XVIII Міжнародна конференція науковопедагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів, м. Київ, 22-23 березня 2018 року: тези доповіді. К., 2018. С. 32-35. *(Здобувачем вивчено питання динамічного аналізу та оптимізації режиму повороту баштового/стрілового крана)*

22. Ловеїкін В. С., **Кадикало І. О.** Обґрунтування крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана. Крамаровські читання: V Міжнародна науково-технічна конференція з нагоди 111-ї річниці від дня

народження доктора технічних наук, професора, члена-кореспондента ВАСГНІЛ, віце-президента УАСГН Крамарова Володимира Савовича (1906-1987), м. Київ, 22-23 лютого 2018 року: тези доповіді. К., 2018. С. 155-156. *(Здобувачем вивчено питання обґрунтування крайових умов руху при вирішенні задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана)*

23. **Кадикало І. О.**, Ловеїкін В.С. Порівняльний аналіз оптимального і ручного керування механізмом повороту стрілового крана. Цілі сталого розвитку третього тисячоліття: виклики для університетів наук про життя: Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 23-25 травня 2018 року: тези доповіді. К., 2018. Т.5. С. 169-171. *(Здобувачем вивчено питання при порівнянні оптимального і ручного керування механізму повороту стрілового крана)*

24. Ловеїкін В. С., **Кадикало І. О.** Аналіз режимів руху механізму повороту стрілового крана. Сучасні проблеми землеробської механіки: ХІХ Міжнародна наукова конференція, м. Київ, 17-19 жовтня 2018 року: тези доповіді. К., 2018. С. 214-216. *(Здобувачем вивчено питання аналізу режимів руху механізму повороту стрілового крана)*

25. Ловеїкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму повороту стрілового крана за комплексним інтегральним критерієм. Крамаровські читання: VI Міжнародна науково-технічна конференція з нагоди 112-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, члена-кореспондента ВАСГНІЛ, віце-президента УАСГН Крамарова Володимира Савовича, м. Київ, 21-22 лютого 2019 року: тези доповіді. К., 2019. С. 63-65. *(Здобувачем вивчено питання оптимізації режиму повороту стрілового крана за комплексним інтегральним критерієм)*

26. Ловеїкін В. С., **Кадикало І. О.** Вимірювально-реєструюче обладнання для досліджень динаміки механізму повороту стрілового крана. Обуховські читання: ХІV Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 9 березня 2019 року: тези доповіді. К., 2019. С. 68-69. *(Здобувачем вивчено*

*питання підбору та розташування вимірювально-реєструючого обладнання для досліджень динаміки механізму повороту стрілового крана)*

27. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана. Сучасні проблеми землеробської механіки: XX Міжнародна наукова конференція, м. Київ, 17-19 жовтня 2019 року: тези доповіді. К., 2019. С. 127-128. *(Здобувачем вивчено питання підготовки до експериментального дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана)*

28. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Вибір критеріїв подібності для фізичної моделі механізму повороту стрілового крана. Агроінженерія: сучасні проблеми та перспективи розвитку: II Міжнародна науково-практична конференція, присвячена 90-й річниці з дня заснування механіко-технологічного факультету НУБіП України, м. Київ, 7-8 листопада 2019 року: тези доповіді. К., 2019. С. 215-218. *(Здобувачем вивчено питання вибору критеріїв подібності для фізичної моделі механізму повороту стрілового крана)*

29. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Лабораторні експериментальні дослідження динаміки механізму повороту баштового крана. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XIX Міжнародна конференція науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів, м. Київ, 20–22 березня 2019 року: тези доповіді. К., 2019. С. 105-107. *(Здобувачем вивчено питання дослідження динаміки руху механізму повороту баштового/стрілового крана на лабораторній установці)*

30. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Експериментальні дослідження відхилення вантажу під час роботи механізму повороту баштового крана. Крамаровські читання: VII Міжнародна науково-технічна конференція з нагоди 113-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, члена-кореспондента ВАСГНІЛ, віце-президента УАСГН Крамарова Володимира Савовича, м. Київ, 20-21 лютого 2020 року: тези доповіді. К., 2020.

С. 245-246. *(Здобувачем вивчено питання експериментальних досліджень відхилення вантажу під час роботи механізму повороту баштового/стрілового крана)*

31. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.**, Лендел Т. І. Експериментальні дослідження динаміки повороту стрілового крана. Обуховські читання: XV Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 10 березня 2020 року: тези доповіді. К., 2020. С. 65-69. *(Здобувачем вивчено питання експериментальних досліджень динаміки повороту стрілового крана)*

32. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Експериментальні дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана на лабораторній установці. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XX Міжнародна конференція науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів, м. Київ, 19–20 березня 2020 року: тези доповіді. К., 2020. С. 13-16. *(Здобувачем вивчено питання порівняння динаміки руху механізму повороту стрілового крана при теоретичних та експериментальних дослідженнях)*

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	25
РОЗДІЛ 1. СТАН ПИТАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМУ ПОВОРОТУ СТІЛОВОГО КРАНА.....	33
1.1. Особливості конструкції та режимів роботи механізма повороту стрілового крана.....	33
1.2. Аналіз досліджень щодо зниження динамічних навантажень при роботі стрілових кранів.....	46
1.3. Аналіз досліджень щодо усунення коливань вантажу стрілових кранів .....	51
Висновки та завдання досліджень.....	56
РОЗДІЛ 2. ДИНАМІЧНА ТА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕХАНІЗМУ ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА.....	59
2.1. Принципи побудови та розробка динамічної моделі механізму повороту стрілового крана.....	59
2.2. Побудова математичної моделі механізму повороту стрілового крана.....	63
2.3. Аналіз отриманих результатів розрахунку математичної моделі механізму повороту стрілового крана .....	65
2.4. Концептуальні основи динамічного аналізу механізму повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі.....	69
2.5. Використання розв'язків «кембріджських задач» у аналізі коливань канатів вантажопідйомних кранів.....	84
Висновки до другого розділу.....	96
РОЗДІЛ 3. ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ПОВОРОТУ ВАНТАЖУ БАШТОВИМ КРАНОМ.....	98
3.1. Обґрунтування застосування методів, критеріїв та оціночних показників оптимізації.....	98

	23
3.2. Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідійомних кранів.....	100
3.3. Визначення оптимальних режимів повороту стріловим краном.....	113
3.3.1. Оптимізація режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі.....	113
3.3.2. Обґрунтування крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана.....	122
3.3.3. Оптимізація режиму руху за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводі.....	137
3.3.4. Оптимізація режиму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі.....	145
3.4. Порівняння оптимізаційних критеріїв роботи стрілового крана.	158
3.5. Оптимізація режиму повороту стрілового крана за комплексним інтегральним критерієм.....	167
Висновки до третього розділу.....	175
РОЗДІЛ 4. ПРОГРАМА І МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ.....	177
4.1. Програма та опис об'єкту експериментальних досліджень.....	177
4.2. Побудова фізичної моделі механізму повороту стрілового крана..	178
4.3. Методика та планування проведення експериментальних досліджень режимів руху механізму повороту стрілового крана....	187
4.4. Розробка та впровадження програмного забезпечення для керування рухом механізму повороту.....	196
Висновки до четвертого розділу.....	198
РОЗДІЛ 5. РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РОБОТИ МЕХАНІЗМА ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА ТА ЕКОНОМІЧНА ЕФЕКТИВНІСТЬ ЙОГО ВПРОВАДЖЕННЯ.....	200

5.1. Результати експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту при ручному керуванні.....	200
5.2. Результати експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту при оптимальному керуванні.....	209
5.3. Порівняння експериментальних досліджень при ручному та оптимальному режимах керування механізмом повороту стрілового крана.....	218
5.4. Розробка алгоритму роботи контролера керування механізмом повороту стрілового крана.....	222
5.5. Економічна ефективність від впровадження розробленої системи керування механізмом повороту стрілового крана.....	226
Висновки до п'ятого розділу.....	233
ВИСНОВКИ.....	236
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	240
ДОДАТКИ.....	264



## ВСТУП

Робота підйомно-транспортних машин має циклічний характер роботи, при цьому перехідні режими руху їхніх механізмів займають значну долю від всієї тривалості робочого циклу (усталений рух може бути взагалі відсутнім). Одним з важливих резервів підвищення ефективності роботи вантажопідйомних кранів є оптимізація перехідних режимів руху механізму повороту. Варто відзначити, що продуктивність, надійність роботи, а також зручність експлуатації стрілових кранів багато в чому залежать від коливань вантажу підвішеного на гнучкому підвісі.

### **Актуальність теми.**

Стрілові крани відносяться до вантажопідйомних машин, які мають підвищену небезпеку під час виконання вантажних операцій. Вони набули широкого використання в різних галузях виробництва: будівництві, металургії, машинобудуванні, сільському господарстві, хімічній промисловості, енергетиці тощо. Ці машини виконують підйом та переміщення різних типів вантажів. Стрілові крани можуть розвантажувати та завантажувати транспортні засоби, піднімати та опускати вантажі, повертати їх за допомогою механізму повороту та здійснювати інші операції. В результаті чого полегшуються умови праці та підвищується продуктивність виконання вантажних та монтажних операцій.

Відомо, що при обертанні стріли та переміщенні вантажу в елементах привода механізму повороту, а також і в несучій конструкції протікають небажані процеси, які спричиняють виникнення динамічних навантажень. Проблема зменшення динамічних навантажень у приводі та металоконструкції крана зумовлена зростанням швидкостей робочих рухів і є актуальною сьогодні. Суть цієї проблеми полягає в зменшенні впливів, які заважають нормальній експлуатації кранів, зумовлених динамічними перевантаженнями

конструкції або її руйнуванням від «втоми» матеріалу. Слід відзначити, що найбільші динамічні навантаження виникають в процесах пуску та гальмування механізму повороту стрілового крана. Вони приводять систему до циклічних перевантажень та пошкоджень елементів приводу та конструкції. Також на зростання динамічних навантажень в елементах конструкції впливає коливання вантажу на гнучкому підвісі при роботі механізму повороту (ускладнюють прицільне наведення захватного пристрою на вантаж і позиціонування вантажу на вказане місце). Таким чином, зменшується продуктивність роботи крана, його надійність і, як наслідок, підвищується можливість виникнення під час його роботи аварійних ситуацій.

Враховуючи, що велика кількість кранів сьогодні експлуатується, а стріловий кран є найважливішим вантажопідйомним пристроєм на будівельному об'єкті будь-якого призначення, тому розв'язання оптимізаційної задачі в напрямі зниження динамічних навантажень та усунення коливань вантажу під час роботи механізму повороту стрілового крана є досить актуальним завданням, адже це дозволить не лише підвищити продуктивність та надійність роботи стрілових кранів, а й збільшити строк їхньої експлуатації.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Роботу виконано згідно з науково-дослідними тематиками кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природо-користування України: «Наукове обґрунтування і розробка методів динамічного моделювання та режимно-параметричної оптимізації сучасних вантажопідйомних машин» (номер державної реєстрації 0119U100848) та «Динамічна оптимізація вантажопідйомних та транспортуючих машин в агропромисловому виробництві» (номер державної реєстрації 0118U004170).

### **Мета та завдання дослідження.**

Мета дисертації – підвищення ефективності роботи стрілових кранів за

рахунок оптимізації перехідних режимів руху механізму повороту.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити такі завдання:

- проаналізувати результати досліджень стрілових кранів у напрямі зниження динамічних навантажень та усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі;
- провести динамічний аналіз реальних режимів руху механізму повороту стрілового крана;
- оптимізувати процес пуску механізму повороту стрілового крану;
- побудувати фізичну модель стрілового крана та експериментально в лабораторних умовах дослідити режими руху механізму повороту стріли крана під час перехідних процесів;
- розробити методику проведення експериментальних досліджень для підтвердження результатів теоретичних досліджень;
- розробити рекомендації щодо створення системи керування приводом механізму повороту стрілового крана і визначити її ефективність.

*Об'єкт дослідження* – процес повороту стрілового крана.

*Предмет дослідження* – закономірності руху механізму повороту стрілового крана, які мінімізують динамічні навантаження та коливання вантажу на гнучкому підвісі.

### **Методи дослідження.**

Теоретичні дослідження проводилися з використанням наступних методів: теоретичної та аналітичної механіки, теорії механізмів і машин, варіаційного, диференціального та інтегрального числення, математичного моделювання, теорії автоматичного керування, модифікованого метасеверистичного методу рою часточок ME-PSO. Для теоретичних розрахунків використано програмний продукт «Wolfram Mathematica v.11». При фізичному моделюванні застосовано теорію подібності технічних об'єктів.

Керування рухом механізму повороту крана відбувалося за створеною комп'ютерною програмою за допомоги компілятора «Borland Delphi v 6.0», а збір даних було проведено шляхом використання m-DAQ 14.

Експериментальні дослідження проводилися у лабораторних умовах на спроектованій і виготовленій моделі стрілового крана, яка знаходиться в лабораторії динаміки машин кафедри конструювання машин і обладнання Національного університету біоресурсів і природокористування України із застосуванням запроектованого вимірювального обладнання.

### **Наукова новизна одержаних результатів.**

Побудовано математичну модель динаміки руху механізму повороту, на основі якої вперше проаналізовано динамічні характеристики стрілової системи при повороті крана, що дало можливість встановити перспективні напрями удосконалення механізму повороту.

Оптимізовано режими повороту стрілового крана за одиничними інтегральними критеріями, які зменшують динамічні навантаження та коливання вантажу на гнучкому підвісі.

Розроблено безрозмірний комплексний інтегральний динамічний критерій для оцінки режиму повороту стрілового крана, який включає дію динамічних навантажень і швидкість їхньої зміни в часі, що дало можливість провести більш повну оптимізацію режиму руху механізму повороту крана.

Виявлено закономірності зміни рушійного моменту приводу механізму повороту стрілового крана в процесі пуску, які до мінімуму зводять дію динамічних навантажень.

Обґрунтовано та експериментально підтверджено використання оптимальних режимів руху для керування приводу механізму повороту стрілового крана.

### **Практичне значення одержаних результатів.**

Розроблено методику оптимізації режиму руху механізму повороту

стрілового крана під час перехідних процесів.

Розроблено конструкцію приводного механізму, що дозволяє реалізувати оптимальні режими руху механізму повороту стрілового крана.

Оптимальне керування рухом механізму повороту здійснюється за допомогою розробленої комп'ютерної програми «optimal control of the jib crane turning mechanism».

Результати досліджень використано в навчальному процесі при вивченні дисциплін «Підйомно-транспортні машини» під час проведення лабораторних робіт та «Динаміка і оптимізація машин» при розробленні лекційного курсу для магістрів дослідників зі спеціальності «Галузеве машинобудування».

### **Особистий внесок здобувача.**

Основні теоретичні та експериментальні дослідження за темою дисертації, що виконувалася здобувачем особисто, зокрема: проаналізовано зміст публікацій з обраної теми, проведено аналіз конструкцій механізму повороту баштових/стрілових кранів, проаналізовано режими роботи механізму повороту крана, вивчено методи керування приводом, визначено проблеми та цілі дослідження; проведено обґрунтування концепції динамічного аналізу механізмів повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі; проведено динамічний аналіз механізму повороту стрілового крана; вибрано метод оптимізації та визначено оптимальні режими руху механізму повороту стрілового крана, обґрунтовано крайові умови руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана; проведено оптимізацію режиму повороту стрілового крана за комплексним інтегральним критерієм; розроблено фізичну модель механізму повороту стрілового крана, на якій проводилися експериментальні дослідження режимів руху при ручному (не керованому) та оптимальному керуванні під час роботи механізму повороту стрілового крана, вибрано вимірювально реєструюче обладнання.

### **Апробація результатів дисертації.**

Основні результати дисертаційної роботи доповідались та отримали позитивну оцінку на: XVI Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми землеробської механіки» (17-19 жовтня 2015 року); I-й Міжнародній науково-практичній конференції «Інженерія систем природокористування» (11 листопада 2015 року); XVII Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми землеробської механіки» (17-18 жовтня 2016 року) присвячена 116-річчю з дня народження академіка Петра Мефодійовича Василенка; XI Міжнародній науково-практичній конференції «Обуховські читання» (1 березня 2016 року); Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні технології виробництва зернових культур 2016» (12 лютого 2016 року); II Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні технології аграрного виробництва» (09-10 листопада 2016 року); IV Міжнародній науково-технічній конференції «Крамаровські читання» (16-17 лют. 2017 р.); XVII Міжнародній конференції науковопедагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів «Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн» (29-30 березня 2017 року); IV Міжнародній конференції молодих вчених «Актуальні проблеми наук про життя та природокористування». (25 – 27 квітня 2018 року); XVIII Міжнародній конференції науковопедагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів «Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн» (22-23 березня 2018 року); V Міжнародній науково-технічній конференції «Крамаровські читання» з нагоди 111-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, члена-кореспондента ВАСГНІЛ, віце-президента УАСГН Крамарова Володимира Савовича (1906-1987) 22-23 лют. 2018 р., м. Київ; Міжнародній науково-практичній конференції: Цілі сталого розвитку третього тисячоліття: виклики для університетів наук про життя (23–25 травня

2018 року); XIX Міжнародній науковій конференції "Сучасні проблеми землеробської механіки" (17-19 жовтня 2018 року); VI Міжнародній науково-технічній конференції «Крамаровські читання» з нагоди 112-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, члена-кореспондента ВАСГНІЛ, віце-президента УАСГН Крамарова Володимира Савовича (21-22 лютого 2019 року); XIV Міжнародній науково-практичній конференції "Обуховські читання" (29 березня 2019 року); XX Міжнародній науковій конференції "Сучасні проблеми землеробської механіки" (17-19 жовтня 2019 року); II Міжнародній науково-практичній конференції "Агроінженерія: сучасні проблеми та перспективи розвитку", присвячена 90-й річниці з дня заснування механіко-технологічного факультету НУБіП України (7-8 листопада 2019 року); XIX Міжнародній конференції науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів "Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн» (20–22 березня 2019 року); VII Міжнародній науково-технічній конференції «Крамаровські читання» з нагоди 113-ї річниці від дня народження доктора технічних наук, професора, члена-кореспондента ВАСГНІЛ, віце-президента УАСГН Крамарова Володимира Савовича (20-21 лютого 2020 року); XV Міжнародній науково-практичній конференції "Обуховські читання" (10 березня 2020 року); XX Міжнародній конференції науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів "Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн" (19–20 березня 2020 року).

### **Публікації.**

Основні результати дисертаційних досліджень опубліковано у 32 наукових працях, з яких монографія, 7 статей у наукових фахових виданнях України, включених до міжнародних наукометричних баз даних, стаття у науковому виданні України, включеному до міжнародних наукометричних баз

даних, 2 статті у наукових виданнях іншої держави, 2 патенти України на корисні моделі та 19 тез наукових доповідей.

### **Структура та обсяг дисертації.**

Дисертація складається з анотацій, вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи складає 235 сторінок. Список використаних джерел налічує 190 найменувань. Дисертація містить 94 ілюстрації та 17 таблиць.



## РОЗДІЛ 1

### СТАН ПИТАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЗМУ ПОВОРОТУ СТРІЛОВОГО КРАНА

#### **1.1. Особливості конструкції та режимів роботи механізму повороту стрілового крана**

Підйомно-транспортні машини набули широкого використання в багатьох галузях виробництва: на будівництві, за їхньою допомогою здійснюють монтаж промислового обладнання, виконують роботи на складах, обслуговують виробничі процеси у цехах заводів тощо. Вони є основою комплексної механізації виробничих процесів будь-якого підприємства. На сучасних заводах і фабриках системи підйомних машин органічно пов'язані з технологічним обладнанням, яке забезпечує нормальну, безперебійну роботу всього виробництва. У різних галузях виробництва експлуатуються десятки тисяч стрілових, мостових та інших типів кранів [33,34].

Існує велика кількість різновидів кранів. Їх класифікують: за вантажопідйомністю; за типом приводу; за конструктивним рішенням; за машиною базою; залежно від кількості рухів, які надаються вантажу (париклад обертовий, поворот стріли навколо власної вертикальної осі); залежно від характеру зв'язку з зоною обслуговування; залежно від сполучення поворотного і поздовжньо-поступального руху; залежно від режиму експлуатації [34,35].

Отже, в дисертаційній роботі розглядається вантажопідйомна машина зі стрілою, що розташована у верхній частині вертикально закріпленої башні, що призначена для захоплення і переміщення вантажу в залежності від вантажопідйомності та габаритів конструкції та називається баштовим краном.

Будь-який баштовий кран характеризується наступними параметрами: вантажопідйомністю, швидкістю підйому і опускання вантажу, глибиною його

опускання, вильотом стріли, швидкістю переміщення, кутовою швидкістю повороту стріли тощо [36].



Рис. 1.1. Баштові крани.

Баштовий кран складається з наступних вузлів: башти, поворотної платформи зі стреловою та вантажною лебідками, опорно-поворотного механізму, пристрою підйому та опускання вантажу, механізму пересування машини, механізму зміни вильоту стріли і т.д [36,37].

Башта крана - основний елемент крана, який служить для утримування стріли на заданій висоті і для розподілу навантаження зі стріли на ходову частину та кранові шляхи. У більшості випадків башти кранів мають решітчасту будову. Є башти з телескопічною конструкцією, вони виконані з труби великого діаметру.

Башта крану може бути поворотною та неповотною. Поворотна башта являє собою опорно-поворотний пристрій з поворотною платформою, котра розміщена внизу (на порталі або опорній частини крана). У неповотних кранів платформа з вежею не повертається. Поворотний механізм у такого типу машин розташований у верхній частині. Для того, щоб кран міг повертатися, на башті закріплений поворотний оголовок з противагою для врівноваження стріли. Така конструкція баштового крана дозволяє переміщувати вантажі масою понад 10 тон. Головною перевагою неповотних баштових кранів є можливість їх переобладнання для використання в якості приставних баштових кранів (кріпляться до споруди) [36,38,39].

Останнім часом великої популярності набирають безбаштові крани. Для більшості виробників виробництво саме цього типу кранів є переважним. Плюсом таких кранів є те, що вони звільнені від металоємкого і габаритного вузла (оголовка башти і систем відтяжок, що підтримують стрілу). Ці крани легко монтуються і не вимагають особливих зусиль при транспортуванні. Головний модуль поворотної частини (кабіна, всі механізми крана і електрообладнання) збирається внизу, а монтаж даної конструкції відбувається за один підйом.

При цьому пошук необхідного обладнання або запчастин став ще простіше – залишаєте заявку і Вам перетелефонують [36,40].

Стріла баштового крана це елемент, за допомогою якого кран дістає до вантажу, що знаходиться від нього на певній відстані. Розрізняють підйомні, балкові і шарнірно-зчленовані стріли баштового крана.

До переваг підйомної стріли відносять те, що вони відрізняються малим розміром і масою. Вони легко монтуються та піддаються транспортуванню. До

недоліків таких стріл відноситься те, що для зміни вильоту гака неможливо перемістити вантаж горизонтально. Зустрічаються підвісні, підвісні зі стійками, підвісні з гуськом і молотовідніє варіанти [36,40].

Балковий тип стріл налічує два види: підвісні та молотовидні. Найбільше в будівництві застосовують підвісні балочні стріли. По нижній частині таких стріл, які представляють собою двотаврову балку, переміщаються колеса вантажного візка, що служить для захоплення і переміщення вантажу. Молотовидні балкові стріли не отримали широкого поширення через великі розміри та масу конструкції [36,40,41,42].

Шарнірно-зчленовані стріли складаються з двох частин (основної та головної) і відноситься до типу комбінованих стріл. Головна частина шарнірно-зчленованої стріли називається гуськом. Баштові крани з таким типом стріл володіють двома гаківими підвісками. Виліт шарнірно-зчленованою стріли може змінюватися двома варіантами: підйомом всієї стріли; поєднанням рухів підйому стріли і переміщенням по ній вантажного візка.

Застосування даного типу стріл зумовлено необхідністю у збільшенні висоти підйому крана і вильоту гака [36,41,43].

На протилежному боці стріли розташовані противаги, призначення яких полягає в забезпеченні стійкості крана. На кранах з поворотною баштою замість противаг застосовують спеціальні розпірки, за допомогою яких вітки стрілових канатів відводяться від башти. На кранах з неповоротною баштою противагу розміщують на кінці противагової консолі [36,37,40,44].

За можливістю пересування баштові крани поділяють на: пересувні (самохідні та причіпні), стаціонарні (приставні), самопіднімальні (монтуються на каркасі будівлі, що будується). Для того, щоб баштовий кран мав можливість переміщуватись, до нього застосовують різні шасі: автомобільні, пневмоколісні, гусеничні, крокуючі, рейкові [36,38,40,42].

У більшості випадків рух самохідних баштових кранів здійснюється шляхом переміщення ходових візків по кранових коліях (рейках). Для того, щоб розподілити навантаження на ходову частину крана, її об'єднують в балансирні.

Чотириколісний кран забезпечений механізмом пересування з приводом на два колеса. Візки, що володіють вісьмома і більше колесами, забезпечені індивідуальним приводом. Ведучий візок обладнаний двигуном і зубчастим редуктором, а з торця на нього встановлюють протиугінні пристрої. Протиугінні захвати запобігають руху крана поза робочим режимом за допомогою вітру. Також на одному з візків розміщується кнопка увімкнення та вимкнення обмежувача шляху, яка спрацьовує при наїзді крана на рейках за обмежуючу лінію [36,37,40,42,45].

Як же відбувається монтаж цих елементів у конструкцію? Зазначимо, на практиці використовують досить велику кількість способів монтажу баштових кранів. Для кожної конкретної ситуації застосовується свій метод. Основними факторами, що впливають на вибір того чи іншого способу, є: висота башти та довжина стріли, умови установки крана, тривалість стоянки. Коли ситуація вимагає частого перевезення баштового крана з одного будівельного майданчика на інший, використовують крани спеціальної конструкції, вони дозволяють скласти машину, не розбираючи її. Однак у такого крана є недолік, для його монтажу необхідне значне місце на будівельному майданчику.

Для поворотних кранів застосовують метод самостійного підйому башти разом зі стрілою за допомогою поліспасти.

Універсальний спосіб монтажу баштового крана передбачає застосування стаціонарної щогли. Окремі конструкції монтують частинами в потрібній послідовності. Коли використання щогли неможливо, монтаж виконується з використанням легкого повзучого крана.

Демонтаж баштових кранів здійснюється в зворотній послідовності монтажу [36,46,47,48].

У паспорті кожного баштового крана зазначено для роботи в якому вітровому районі він розрахований. Крім того, у паспорті наводиться припустима швидкість вітру при роботі крана (швидкість вітру робочого стану).

При швидкості вітру робочого стану вище припустимої, експлуатацію крана припиняють.

Режим роботи крана визначає ступінь завантаження крана його механізмів в умовах експлуатації. У даний час, згідно з Правилами будови і безпечної експлуатації вантажопідіймальних кранів [52], класифікація проводиться окремо для кранів і механізмів. Установлено вісім груп класифікації для кранів (A1-A8) та вісім груп класифікації для їх механізмів (M1-M8). Класифікація режимів роботи для кранів виконується згідно максимального числа циклів за заданий термін служби та режиму навантаження (легкий, середній, важкий та дуже важкий). Режим роботи механізмів крана визначається загальною тривалістю використання механізму (у годинах) та режимом навантаження [48,51,52].

Механізм повороту призначений для обертання поворотної частини крана навколо вертикальної осі.



Рис. 1.2. Схема роботи механізма повороту крана



Деякі конструкції наведені на (рис 1.3-1.6).

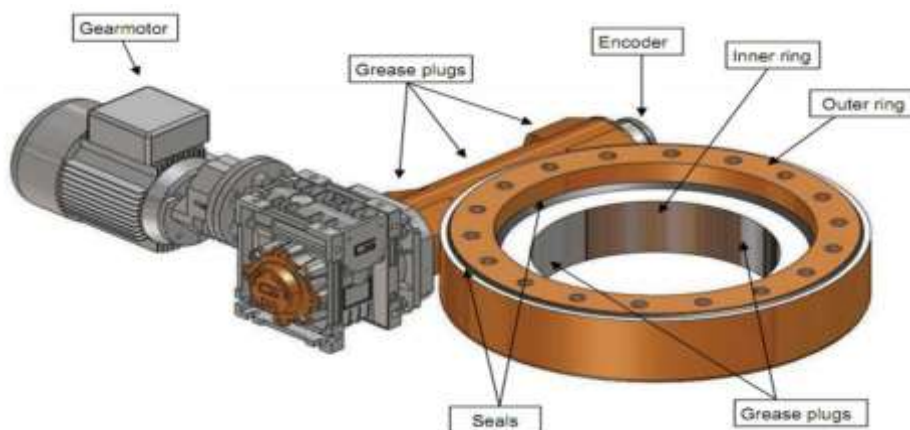


Рис. 1.3. Механізм повороту крана



Рис. 1.4. Механізм повороту крана серії SP-EL 0841



Рис. 1.5. Механізм повороту крана серії SP-HC 0755



Рис. 1.6. Механізм повороту крана серії SP-M

Основними елементами механізму повороту стрілового крана є: джерело енергії, з'єднувальні елементи валів, гальмівний механізм, механізм зміни частоти обертання, опорно-поворотний пристрій, утримуючий пристрій та система керування. Здійснюється поворот стріли (башти) за рахунок передачі крутного моменту від двигна через вали та інші елементи приводу до опорно-поворотного пристрою, який і приводить в рух конструкцію.

Особливістю механізмів повороту є малі швидкості обертання кранів, а отже, і великі передаточні числа редуктора. Тому доцільно встановлювати компактні передачі з великими передаточними числами - планетарні, хвильові, а також гідравлічні приводи, які характеризуються малими габаритними розмірами і масою та великою надійністю. Крім сил опору і вітрових навантажень, у розрахунках механізмів слід ураховувати також динамічні сили в несталому режимі руху, які можуть досягати великих значень [39,40].

Механізми служать для повороту стрілових кранів відносно вертикальної осі. Велике передаточне число (200... 1000) необхідне для обмеження лінійної швидкості вантажу з метою запобігання його розгойдуванню. Для реалізації великого передаточного числа в механізмах установлюють черв'ячні редуктори ( $u_p = 30...40$ ) і зубчасті



передачі ( $u_d = 10...25$ ). Лише останнім часом почали впроваджувати компактні планетарні та хвильові редуктори (рис 1.3-1.6) .

В основному механізми повороту однодвигунні, але для потужних кранів з великим вильотом застосовують багатодвигунні (рис. 1.5).

Якщо діаметри зубчастого вінця досить великі, то використовують цівкове зачеплення.

Для сучасних кранів найбільш раціональними є механізми повороту з вертикальним розміщенням двигуна та з планетарним або хвильовим редуктором, які характеризуються компактністю конструкції, легкістю та простотою обслуговування.

Дедалі більше застосовують гідравлічні приводи, які мають широке і плавне регулювання швидкості, компактні та надійні.

Механізми повороту з канатним приводом хоч і використовувався на кранах великої вантажопідйомну, недостатня точність зупинки), в нових сучасних кранах вони не застосовуються.

Конструкція механізму повороту залежить передусім від типу приводу. Механізми повороту кранів з багатомоторним приводом значно відрізняються від механізмів повороту кранів з одномоторним приводом (рис. 1.3 і рис. 1.5).

Редуктор механізму повороту призначений для зменшення частоти обертання гідронасоса і відповідно збільшення обертального моменту на виконавчому елементі механізму [49-51].

Розглянемо принцип роботи механізму повороту крана, схема якого зображена на (рис. 1.7).

Механізм повороту крана з двоступінчатим редуктором з циліндричними косозубими колесами. Корпус механізму чавунний, роз'ємний. Верхня частина корпусу 13 з нижньої частини 15 з'єднуються болтами. До торця корпусу 13 кріпляться болтами фланець 11 і гідромотор 12. На кінці вала гідромотора 12 встановлений гальмівний шків 10, зубчастий кінець якого разом з зубчастою втулкою 9 утворюють зубчасту муфту. Шків із зубчастою муфтою і деталями гальма розміщуються у верхній частині корпусу, що має спеціальне вікно для

доступу до зазначених деталей. У нижній частині редуктора розміщені два вали-шестерні 7 і 16, зубчасті колеса 5 і 20 і вихідний вал 4.

Обертання від гідромотора через зубчасту муфту, вал-шестерню 7, зубчасте колесо 20, проміжний вал-шестерню 16 і зубчасте колесо 5 передається на вихідний вал 4 і вихідну шестерню 2, яка знаходиться в постійному зачепленні з зубчастим вінцем поворотної опори.

Гальмо розташоване у верхній частині корпусу редуктора і складається з наступних основних частин: колодок 26, важелів 21 і 28, тяги 24, пружини 22 і гідроразмикача гальма 31.

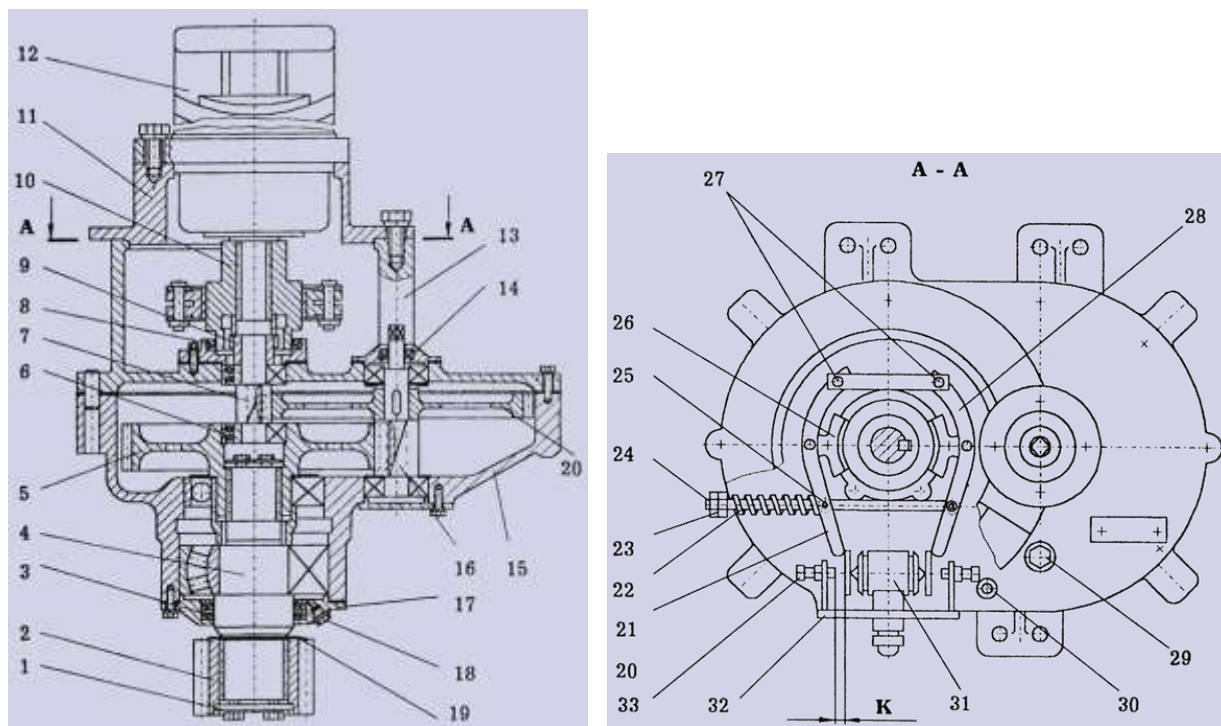


Рис. 1.7 Схема механізму повороту автокрана: 1 - шайба торцева; 2 - шестерня; 3,8,14 - манжети; 4 - вихідний вал; 5,20 - зубчасті колеса; 6 - підшипник; 7,16 - вали-шестерні; 9 - втулка зубчаста; 10 - шків; 11 - фланець; 12 - гідромотор; 13 - верхня частина корпусу; 15 - нижня частина корпусу; 17 - кришка; 18 - пробка зливна; 19 - шайба регулювальна; 21,28 - важелі; 22 - пружина; 23 - гайка; 24 - тяга; 25 - траверса; 26 - колодка; 27 - осі; 29 - пробка заливна; 30 - маслоуказатель; 31 - гідроразмикач гальма; 32 - кронштейн; 33 - болт регулювальний

При відключенні (розгальмовування) гальма плунжери гідророзмикача гальма 31, під тиском робочої рідини гідравлічної системи, повертають важелі 21 і 28, які, долаючи зусилля пружини 22, відводять колодки 26 від гальмівного шківів 10. При включенні гальма тиск під плунжером гідророзмикачем знижується і пружина 22 через тягу 24 і важелі 21 і 28 притискає колодки 26 до гальмівного шківів 10. Робоча довжина пружини встановлюється гайками 23. Рівномірний відхід колодок від шківів регулюється болтами 33. Олива в корпус редуктора заливається через отвір, закритий пробкою 29. Рівень оливи перевіряється оливоказівником (щупом) 30.

Для запобігання протікання оливи з редуктора по шийці вала 4 в кришку 17 вмонтовані дві манжети 3.

Для обертання поворотної частини крана вручну проміжний вал-шестерня 16 має квадратний хвостовик, виведений назовні. Обертання здійснюється за допомогою ключа, що надівається на квадратний хвостовик вал-шестерні 16 [23].

Кінематичні схеми механізмів повороту в залежності від їх типу, форми, конструкції показані на рис. 1.8-1.12 [56-61].

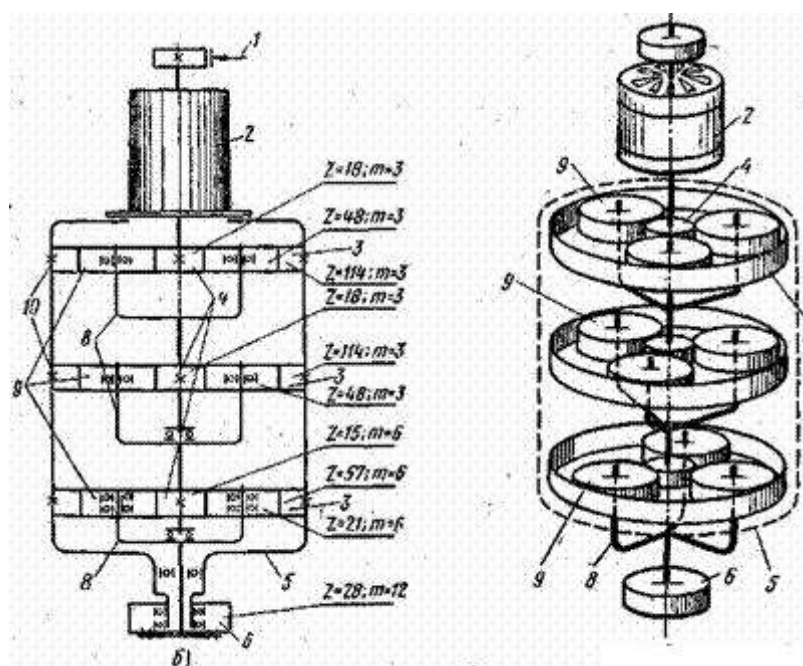


Рис. 1.8. Уніфікований механізм повороту(циліндричний)

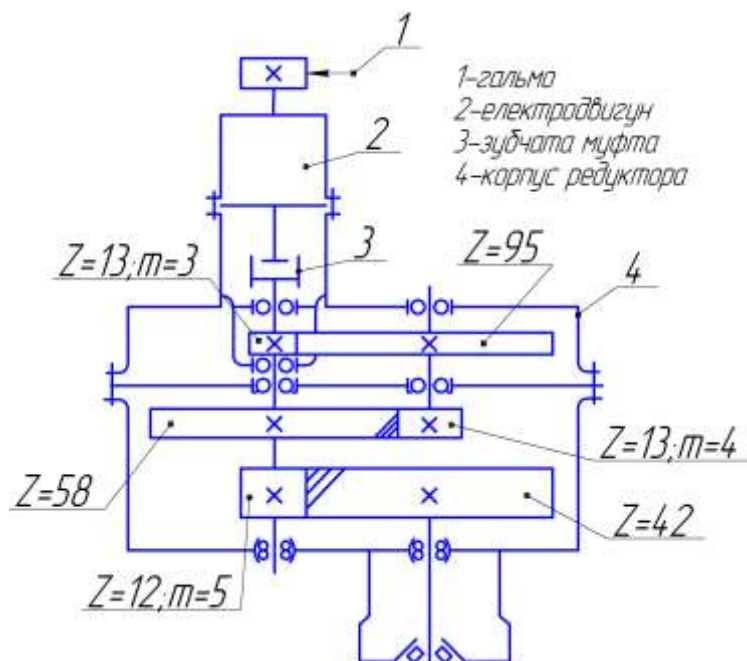


Рис. 1.9. Кінематична схема циліндричного механізму повороту

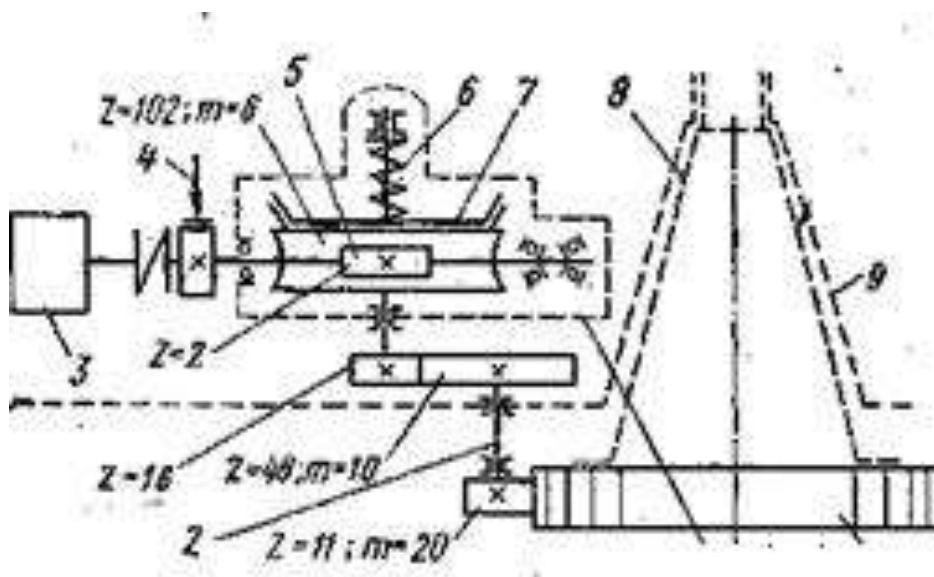


Рис.1.10. Кінематична схема механізму повороту крана К.СМ-5-5А :

1 - черв'ячний редуктор; 2 – вертикальний вал; 5 – двигун; 4 – гальмо;  
5 - черв'ячний вал; 6 – пружина; 7 – нажимной диск; 8 - неповоротний оголовок; 9 - поворотна частина оголовка

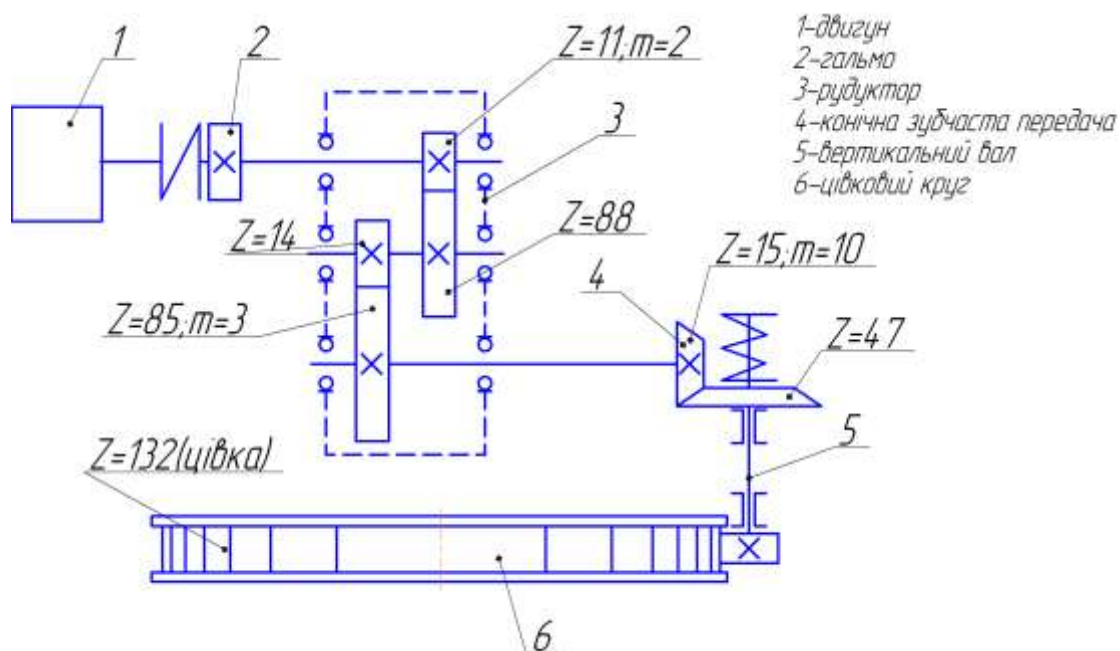


Рис. 1.11. Кінематична схема механізму повороту крана МСК- 5-20 з горизонтально розміщеним двигуном

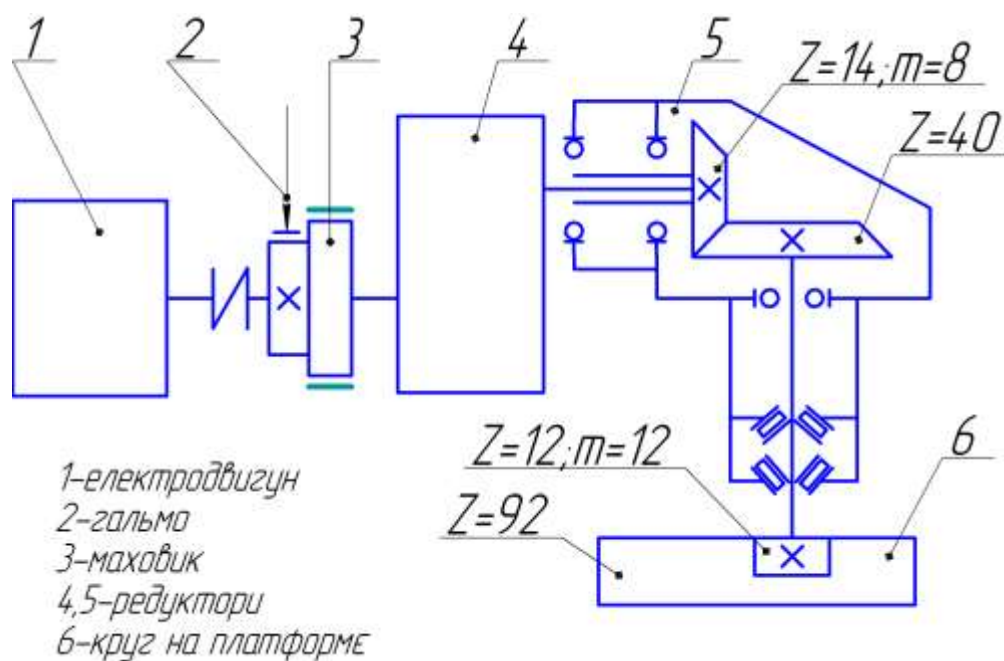


Рис. 1.12. Кінематична схема механізму повороту автобаштового крана АБКС- 5

## **1.2. Аналіз досліджень щодо зниження динамічних навантажень при роботі стрілових кранів**

Важливою проблемою, під час роботи вантажопідйомної техніки є виникнення коливань вантажу на гнучкому підвісі. Вони виникають протягом нестационарних періодів руху. Враховуючи значну довжину гнучкого підвісу стрілових кранів, коливання вантажу довго затухають. Вони знижують ефективність будівельних робіт, оскільки оператору крана необхідно постійно слідкувати за фазою коливань. Крім того, згідно з Правилами охорони праці під час виконання робіт на висоті, забороняється знімати вантажні стропи, якщо вантаж не закріплений надійно [34,62]. Щоб закріпити вантаж так, щоб недопустити можливості його падіння, сповзання або перекидання, треба щоб коливання вантажу були відсутні. Тому, коливання вантажу становлять загрозу безпеці праці на висоті.

Робочий процес будь-якого з механізмів вантажопідйомних машин чи то механізм підйому, механізм повороту стріли та вантажу або механізм зміни вильоту складається з циклів, які повторюються, а саме розгін, усталений рух і гальмування. Ці етапи супроводжуються динамічними навантаженнями в елементах, як приводу, так і конструкції крана, що в свою чергу приводить до зменшення строку служби елементів, швидшого виходу з ладу конструкції, що може призвести до аварійних ситуацій під час виконання вантажопідйомних робіт. Тому навіть мінімальне зниження динамічних навантажень на ділянках перехідних режимів приводить до покращення показників надійності роботи окремих механізмів і техніки в цілому [63,155 ].

Динамікою руху вантажопідйомних машин займалося багато дослідників та вчених. Ними були розглянуті різні способи дослідження коливань вантажу на гнучкому підвісі. Здебільшого ця увага була приділена для механізмів зміни вильоту та підйому вантажу різних типів кранів. Досліджували їхню динаміку руху багато вчених , зокрема: Казак С.А [64,69], Орлов О.М. [65], Герасимяк Р.П. [66,67], Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О. [72,74,75,76,77], конструкційні

особливості стрілових кранів наведені в роботах [67,68,70,71,33,78]. Досліджувався також і механізм повороту крана, як його динаміка [64-68,74,77,154], так і конструкційні особливості [67,68,70,71,33,78]. Звичайно кожним дослідником певного механізму було запропоновано свої методи покращення його роботи. Це були, як конструктивні зміни [67,68,70,71,33,78], так і більшою кількістю дослідників було запропоновано використовувати певні чисельні методи для аналізу та мінімізації динамічних навантажень в приводі, а також оптимізації режиму руху або керування приводом механізму [66-68,75,76,79,80]. Однак слід зазначити, що попри всі дослідження проведені з різними механізмами вантажопідйомних машин найменшої уваги було приділено механізму повороту баштового крана. Тому це питання є актуальним і, враховуючи розвиток будівельної сфери, потребує більш глибокої уваги.

В працях [35,91,72] безпосередньо наведено способи усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі. Також процес повороту крана та розгойдування вантажу на гнучкому підвісі досліджували автри [33, 81-90]. Роботи [92-96] присвячені елементам мехатронних систем керування приводом механізму повороту стріли крана. Дослідження [95, 97, 98, 99] присвячені проблемі стабілізації режимів руху крана. На думку авторів [100], математична модель нелінійних маятникових коливань вантажу на гнучкому підвісі та схема розрахунку мають бути такими, щоб в них були враховані всі основні параметри кранової системи, які забезпечують її безпечне функціонування з точки зору вимог правил безпечної експлуатації підйомно-транспортних машин.

При роботі механізму повороту крана до значних розгойдувань вантажу на гнучкому підвісі можуть призвести нелінійність маятникових коливань, тому у роботі [96] наведені рекомендації щодо уточнення та вдосконалення розрахункової схеми механізму повороту стрілового крана.

Дослідження закордонних авторів [140-146] показали, що за останні десятиліття були прийняті значні зусилля для вирішення задач оптимізації кранових механізмів, однак залишається відкритим питання недостатньої

деталізованості кранових систем, вивчення коливань в приводній системі обертального виконавчого механізму [146] та дослідження системи керування обертово-поступальними приводами [145-147].

В роботі [148] авторами проведено моделювання динаміки руху гідравлічних автокранів під час роботи механізму повороту. Дана робота [149] присвячена розробленій з використанням програмного забезпечення MATLAB програми для моделювання роботи крана. У роботі автори розробили метод динамічного розрахунку рухомих кранів. У цьому методі гнучка багатокорпусна модель структури поєднується з моделлю системи приводу. Таким чином в інтегрованій моделі можна визначити пружну деформацію, рух твердого тіла конструкцій і динамічну поведінку системи приводу [150]. Рішення проблеми, що довгий час викликала інтерес у проектуванні конструкцій [152]. Динамічний аналіз руху балки з вантажем [153].

У роботах [101-105] закладені математичні основи аналізу руху механічних систем, як у інерціальних, так й неінерціальних системах відліку. Проте детального аналізу руху механізму повороту крана з вантажем на гнучкому підвісі (канаті), зокрема, у перехідних режимах його роботи до сих пір не зроблено [75,106,107]. Саме цій проблемі й присвячена дана робота. Слід зазначити, що результати робіт [101,102] будуть частково використані у даному дослідженні.

У результатах наукових праць [101, 102] побудовані рівняння руху механічних систем різноманітних типів в неінерціальних системах відліку.

Хоча в останні десятиліття проблеми динаміки тіл змінної маси не зайняли чільного місця у підручниках з механіки, але це майже виключно у зв'язку з задачами ракетної динаміки. Зрозуміло, за своєю практичною значущістю з ними ніяк не можуть змагатись доволі «старі за модою» питання динаміки ланцюгів, але ці питання доволі своєрідні, повчальні й заслуговують більшої уваги, ніж та, котра їм приділяється у сучасній навчальній літературі



[113]. Нижче ми використаємо результати історико – наукових досліджень Г. К. Михайлова [114-116] щодо «кембриджських задач» про рух ланцюгів.

Розв’язок задач про вертикально рухомі важкі ланцюги (модель канату підйомного механізму крана) зазвичай спирається на наступні спрощені, але, взагалі кажучи, природні модельні уявлення: 1) під ланцюгом тут розумітимемо однорідну матеріальну лінію, котра не створює супротив щодо згину та стискування, але має абсолютну жорсткість при розтягуванні, тобто, по суті, використовується модель нерозтяжної нитки; 2) розглядаються тільки такі рухи, при котрих рухома частина ланцюга має форму прямої лінії; 3) та частина ланцюга, яка знаходиться у спокої, укладена таким чином, що елементи цієї частини здійснюють рух, тобто приєднуються до рухливої частини ланцюга, не одночасно, а по чергово (схема І.В. Мещерського [117]); 4) приєднання чергового елемента (ланки) до рухомої частини ланцюга здійснюється ударним чином – швидкість елемента миттєво змінюється від нуля до значення швидкості  $V$  рухомої частини ланцюга. У роботі [113] розв’язані задачі А. Келі (про вільно (без тертя) сповзаючий ланцюг зі стола за рахунок власної ваги ланцюга) та Г. Букуа (про складений у котку важкий ланцюг, що лежить на горизонтальній площині, до якого прикладена спрямована вертикально вгору постійна сила  $P_o$ , котра залучає до руху за собою весь час збільшувану за розмірами частину ланцюга; треба знайти рух кінця ланцюга, до якого прикладена сила ). Фактично, задача Г. Букуа є моделлю для розгляду руху канату при підйомі вантажу «з підхватом».

Автори [114-116] вказали, що у записах розв’язку задачі Г. Букуа припустився помилки. Тому, у даному дослідженні викладені результати розв’язку задачі Г. Букуа будуть з урахуванням цієї обставини.

У роботі [122] показано, що під час гальмування в процесі пуску вантажу коефіцієнт динамічності  $K_d$  в пружних елементах кранових механізмів досягає величини 2,5 й більше. Тому суттєве зменшення цього показника є актуальною задачею для конструювання і експлуатації сучасних вантажопідйомних механізмів.

Автори [75,85] пропонують кілька режимів руху приводного механізму для підйому вантажу на ділянці пуску, і обґрунтовують їх на оптимальність щодо динамічних навантажень на механізм підйому вантажу.

Як показують дослідження різних авторів [122,123,85,75,109], динамічні навантаження, визначені в пружному елементі за допомогою двомасової моделі, всього на 5-10% відрізняються від дійсних динамічних навантажень. Оскільки у цих роботах виявляється вплив різних режимів руху на величину динамічних навантажень, а не визначаються самі навантаження, то використання двомасової моделі є виправданим. Якщо ж виникне потреба визначення більш точного впливу режиму руху на динамічні навантаження в пружному елементі кранового механізму або конструкції, то можуть бути використані моделі з більшою кількістю мас. Так, наприклад, тримасова динамічна модель дає точність визначення динамічних навантажень у межах 2...3% [122]. Однак моделі з меншою кількістю мас дають можливість значно спростити математичні викладки і отримати розв'язки в аналітичній формі.

У роботах [75,85] зазначено, що одним із шляхів зменшення динамічних навантажень у пружних елементах вантажопідйомних машин є вибір необхідних режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів. Вплив різних режимів руху у вказаних вище роботах на динамічні навантаження у пружних елементах вантажопідйомних машин/кранів зазвичай розглядається на прикладі механізму підйому вантажу у межах двомасової моделі без врахування затухання коливань, оскільки в кранових механізмах і конструкціях воно здійснюється протягом значного проміжку часу [122].

У період неусталеного руху у механізмах підйому вантажу кранів постійно виникають динамічні навантаження коливного характеру [95]. Величина й характер цих навантажень залежать від степеня пружності з'єднуючих ланцюгів, величин і розподілу рухомих мас у системі, законів зміни зовнішніх навантажень – рушійних сил і сил опору. Вплив навантажень на пружну систему призводить й до коливань мас, і у пружних зв'язках виникають динамічні навантаження, особливо у механізмах пересування й повороту при

різких пусках і гальмуванні. Значний внесок у розробку питань динаміки вантажопідйомних машин внесли А.А. Вайнсон [131], М.П. Александров [132,133,136], С.А. Казак [62], М.М. Гохберг [71], М.С. Комаров [134], Б.С. Ковальський [137], О.В. Григоров [138], Гетцлінгера Ю., Джонсона С. [139] і др. У цитованих вище роботах розглянуті важливі аспекти функціонування вантажопідйомних кранів, наведені типові розрахункові схеми для моделювання динамічних процесів, що відбуваються у механізмах підйому вантажу, закріпленого на канатах, визначені динамічні коефіцієнти навантажень у пружних елементах тощо. Проте, на думку авторів даного дослідження, питанням оптимізації (мінімізації динамічних навантажень) режимів руху вантажопідйомних механізмів, що функціонують у перехідних (швидкоплинних) умовах, приділено недостатню увагу дослідників. Ці проблеми, задачі слід розв'язувати, використовуючи сучасні, науково обґрунтовані методи (наприклад, методи математичної фізики та класичного варіаційного числення), постійно уточнюючи й вдосконалюючи розрахункові схеми вказаних вище механізмів з наявними у них пружними елементами (канатами), які й приводять до виникнення небажаних коливних процесів у елементах вантажопідйомних кранів і, як наслідок, до динамічних перевантажень цих елементів й інших вузлів.

### **1.3. Аналіз досліджень щодо усунення коливань вантажу стрілових кранів**

У переважній більшості випадків кінематична схема механізму повороту вантажопідйомних кранів, що, у свою чергу, представляє собою певну сукупність механізмів, виявляється надто складною, що призводить до не менш складних розрахунків, а у багатьох випадках робить їх практично неможливими щодо виконання. Це примушує дослідників [67,106,109,157-163] спрощувати вихідні схеми шляхом виключення з них певного числа мас та ланцюгів, котрі їх з'єднують, скорочення кількості сил, які навантажують даний об'єкт

дослідження (механізм повороту вантажопідйомного крану), а також заміни дійсних мас об'єкту деякими умовними (або приведеними) масами, зв'язаними між собою ланцюгами, котрі також мають деяку умовну жорсткість. Отримані таким чином спрощені схеми зазвичай називають еквівалентними, оскільки результати розрахунків за їхньою допомогою повинні мало відрізнятись (чи бути еквівалентними) від результатів, котрі могли б бути отримані без прийнятих припущень. Крім того, такий підхід враховує лише зосереджені параметри механізму повороту вантажопідйомних кранів (так звана дискретна модель).

Для того, щоб результати розрахунку за еквівалентною схемою мало відрізнялись від дійсних, необхідно, по-перше, правильно побудувати еквівалентну схему, у якій число врахованих мас об'єкту відповідало б точності розрахунку, яка вимагається, і, по-друге, розрахувати значення приведених параметрів, виходячи з певних правил.

Розглянута схема механізму обертання вантажопідйомного крану [109] при пуску та гальмуванні.

Проблемою аналізу та усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі, а також зменшенням динамічних навантажень в елементах приводних механізмів та конструкції вантажопідйомних кранів займалось багато вчених. При вирішенні питань оптимізації більшість досліджень ґрунтуються на використанні математичних теорій оптимальних процесів, таких як принцип максимуму та варіаційне числення [73,75,85,107,164,165]. Слід зазначити, що в сучасних умовах усунення коливань вантажу пропонується реалізовувати за допомогою деякої керуючої дії на механізм повороту під час перехідних режимів руху розгону та гальмування.

В роботах [73, 158, 159] автори за керуючий параметр обирали силову дію на привідні механізми. Тобто, для того, щоб усунути коливання вантажу потрібно керувати моментом на валу електродвигуна механізму повороту крана. При цьому керуюча дія має, як правило, релейний характер, що призводить до додаткових динамічних навантажень на привід і конструкцію.

Таким чином, даний підхід є неприйнятним з точки зору зменшення динамічних навантажень і усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі.

За допомогою використання математичних теорій оптимальних процесів, а саме теорії варіаційного числення, принципу максимуму, динамічного програмування [85,168--176] розв'язувались задачі усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі. Такі методи забезпечують певну зміну кінематичних характеристик механізму повороту і зводять коливання вантажу на гнучкому підвісі до мінімуму. Разом з тим, виникає задача вибору крайових умов руху механізму повороту, при яких критерій оптимізації досягає глобального мінімуму.

Також значно зменшити динамічні навантаження в елементах конструкції та передавального механізму можна шляхом вибору режиму руху приводу механізму повороту крана на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування).

Необхідний режим обертання крана може бути вибраний шляхом оптимізації перехідних процесів з використанням тих або інших критеріїв в залежності від поставлених задач проектування крана або умов його використання [177]. Для зменшення динамічних навантажень в елементах механізму повороту крана необхідно вибирати критерії, які відображають дію цих навантажень протягом певного проміжку часу роботи крана. Такими критеріями можуть бути середньоквадратичні значення динамічних навантажень та їхніх похідних за часом протягом проходження перехідних процесів [170].

Особливо небезпечними є навантаження, які змінюються з часом і приводять до виникнення коливань в елементах механізму обертання, металоконструкцій крана та вантажу на гнучкому підвісі. Тому при оптимізації режиму повороту необхідно обирати в якості критеріїв оптимізації середньоквадратичні значення навантажень коливального характеру.

Покращення конструктивних та експлуатаційних характеристик механізму обертання і крана в цілому досягається за рахунок оптимізації [178,179]. В роботі [180] показані результати аналітичних та чисельних

досліджень керування плоскими коливаннями крана великої амплітуди. Пропонується та описується нова концепція, яка називається механічним фільтром. Інші підходи ґрунтуються на оптимізації режимів руху на ділянках пуску та гальмування [177]. В якості таких критеріїв використовувались критеріальні дії, які представляють собою інтегральні функціонали [165,172,175]. Також до інтегральних критеріїв відносяться середньоквадратичні значення діючих динамічних навантажень та їхні похідні за часом [172,175]

Для критеріїв, які відображають середньоквадратичні значення діючих навантажень та їхніх похідних за часом доцільно використовувати варіаційні методи оптимізації, оскільки вони забезпечують достатньо високий рівнянь плавності режимів руху елементів кранових механізмів [165,170,175].

В статті [181] розглянуті методи діагностики структурного (загального) стану баштового крана. Досліджено гальмівні закони відповідного ієрархічного відновлення, які можуть зменшити амплітуду вібрації крана та елементів його окремих механізмів [155]. В роботі [182] розглядається підхід, в якому стріла представляється, як безперервний ваговий промінь та враховується жорсткість башти.

Одним із шляхів вирішення проблеми оптимізації режимів роботи механізму повороту стрілового крана може бути використання «хмарних технологій» [183,184], зокрема методу «бджолиного рою» [185] чи інших аналогічних методів при мінімізації нелінійних функціоналів. Вирішення цієї проблеми дасть можливість широко використовувати методи оптимізації режимів руху нелінійних механічних систем, зокрема, механізму повороту стрілового крана.

Складність оптимізаційних задач зумовлює необхідність подальшого розвитку методів комбінаторної оптимізації та розробки нових математичних моделей оптимізаційних проблем, які можуть використовуватися в сучасних інформаційних технологіях при вирішенні задач удосконалення режимів руху кранових механізмів [183].

В працях [183, 184] наведені результати сучасних досліджень із розробки й упровадження прикладних методів комбінаторної оптимізації, питання формалізації, класифікації та оцінювання обчислювальної складності задач комбінаторної оптимізації, сучасні підходи до розв'язування зазначених задач. Основна увага приділена метаевристичним методам. Підтверджено, що методи комбінаторної оптимізації можуть застосовуватися для розв'язування широкого кола прикладних проблем, що виникають у науці, техніці, біології, економіці, на виробництві тощо. Оптимізація за допомогою природних (біологічних) методів дуже поширюється в багатьох областях людської діяльності [186].

Один із методів, який застосований у розв'язку даної задачі, є метод оптимізації роєм частинок, а саме алгоритм бджолиного рою (англ., Particle swarm optimization, PSO), що імітує поведінку бджіл під час пошуку найбільшого скупчення квітів [185]. Авторами праці [187] проведено аналіз генетичного алгоритму, алгоритму бджолиного рою та нейронно-генетичного методу при розв'язку задач. Метод рою частинок використовується для розрахунку різних зачач керування, розробки штучних нейронних мереж, обробки сигналу тощо [185, 188-191].

У роботі [192] запропоновано нову технологію на базі технології «оптимізації роєм частинок». Основна ідея полягає в повторній ініціалізації стагнаційного рою з низькою ефективністю розвідки. Як бачимо використання «хмарних технологій», методу «бджолиного рою» чи інших аналогічних методів та їх модифікацій [183-192] дає можливість широко використовувати методи оптимізації режимів руху нелінійних механічних систем. Для того щоб усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі одним із варіантів рішення є встановлення в конструкцію крана системи керування. Формування вхідних даних, схема, що широко використовується для автоматичного керування усунення коливань [193-196].

Також зменшення коливань можливе шляхом впровадження заздалегідь запланованого шляху роботи з використанням контролера зворотного зв'язку на основі нелінійної кінематичної та динамічної моделі крана, враховувати

обмеження приводу [197-199]. У роботах [200, 201], запропонована надійна стратегія управління поряд з нечіткими законами управління нестійким режимом для відстеження траєкторії руху та запобіганню виникнення коливань у відкритому просторі при роботі механізмів крана. У роботі [202], Fang Y. та інші проаналізували динаміку морського стрілового крана та запропонували високоефективний нелінійний контролер, тоді як Qian та інші [203], запропонували метод управління частковою зворотною реакцією лінеаризації на основі стратегії навчання для усунення періодичних перешкод, що діють на морський стріловий кран. У [204] інтегрована гнучка та загальна архітектура системи управління. У роботі [205] автори пропонують нелінійний контролер зворотного зв'язку для чотирьох ступенів свободи (4-DOF), встановлених на суднових баштових кранах.

Авторами [206] запропонована методика зменшення навантаження за допомогою намотування та розмотування підйомного троса тобто зміною довжини гнучкого підвісу та відповідного вибору швидкості намотування / розмотування. У роботі [207] описано використання модифікованого крана з поворотною стрілою з додатковим елементом, що протидіє коливанням.

Мета роботи [208] полягає в тому, щоб перемістити вантаж в бажане місце таким чином, щоб при завершенні операції коливання вантажу затухали як найшвидше, а у статті [209] автори пропонують метод керування, який ґрунтується на застосуванні періодичних сил балансування і моментів для гасіння коливань.

### **Висновки та завдання досліджень**

В результаті огляду вищевикладеного матеріалу розглянуто основні види вантажопідйомних машин, а саме конструкції кранів та їхніх механізмів, зокрема, механізму повороту. Ознайомились з призначенням, класифікацією, їхньою будовою, принципом дії та режимами роботи. Виявлено, що конструкції вантажопідйомних машин та їхніх механізмів відіграють важливу



роль при виконанні вантажопідйомних, монтажних та транспортних операцій.

1. Ознайомились з механізмами повороту баштових/стрілових кранів. виявили їхні типи та різновиди конструкцій, встановили основні елементи та особливості конструкції механізму повороту, принципи роботи, їх будову, режимами роботи та проблеми, які виникають в процесі їхньої експлуатації.

2. З проведеного аналізу теоретичних досліджень динаміки та оптимізації режимів руху механізму повороту стрілового крана встановлено, що для мінімізації динамічних навантажень в системі використовують конструктивні удосконалення та штучні режими руху приводу. Для отримання цих режимів руху використовують методи оптимізації (варіаційне числення, динамічне програмування, принцип максимуму Понтрягіна та ін.).

3. Отже, виходячи з вищенаведеного, питання покращення роботи механізмів вантажопідйомних машин, зокрема, роботи механізму повороту стрілового крана є відкритим на сьогоднішній день і потребує уточнення й вдосконалення.

4. Тут важливу роль повинні відігравати методи удосконалення режимів руху приводних механізмів на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування), зокрема, механізму повороту крана з вантажем на гнучкому підвісі.

Виходячи з проведеного аналізу, в дисертаційній роботі необхідно вирішити наступні задачі досліджень:

- проаналізувати результати досліджень стрілових кранів у напрямку зниження динамічних навантажень та усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі;
- провести динамічний аналіз реальних режимів руху механізму повороту стрілового крана;
- оптимізувати процес пуску механізму повороту стрілового крану;
- побудувати фізичну модель стрілового крана та експериментально в лабораторних умовах дослідити режими руху механізму повороту стріли крана під час перехідних процесів;

- розробити методику проведення експериментальних досліджень для підтвердження результатів теоретичних досліджень;
- розробити рекомендації щодо створення системи керування приводом механізму повороту стрілового крана і визначити її ефективність.

## РОЗДІЛ 2

### ДИНАМІЧНА ТА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕХАНІЗМУ ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА

#### **2.1. Принципи побудови та розробка динамічної моделі механізму повороту стрілового крана.**

Стрілові крани широко використовуються для переміщення різного типу вантажів в багатьох галузях виробництва: машинобудуванні, металургії, будівництві, енергетиці, хімічній промисловості, сільському господарстві, ремонтних майстернях тощо. Стрілові крани виконують різноманітні операції з вантажем: завантажують – розвантажують транспортні засоби, піднімають та опускають вантажі, піднімають та переміщують вантаж на потрібний кут за допомогою механізму повороту стрілового крана тощо.

Відомо, що при обертанні стріли та переміщенні вантажу в елементах привода механізму повороту, а також і в несучій конструкції мають місце небажані процеси, які приводять до виникнення динамічних навантажень. Проблема мінімізації динамічних навантажень у приводі та металоконструкції, зумовлена зростанням швидкостей робочих рухів і є досить актуальною на даний час. Суть цієї проблеми полягає в зменшенні впливів, які заважають коректній роботі (експлуатації), зумовлених динамічними перевантаженнями конструкції або її руйнуванням від «втоми» матеріалу.

Слід відзначити, що найбільші динамічні навантаження виникають в процесах пуску та гальмування механізму повороту стрілового крана, а також і в інших механізмах. Вони приводять систему до циклічних перевантажень та пошкоджень від «втоми» матеріалу. Також коливання вантажу, що виникає при повороті крана, сприяє зростанню динамічних навантажень, котрі впливають на роботу стрілового крана. Таким чином, при цьому зменшується продуктивність крана, його надійність і, як наслідок, підвищується можливість виникнення під час роботи аварійних ситуацій.

З позиції динамічного розрахунку стріловий кран являє собою єдину динамічну систему, що складається з механізмів, несучих металоконструкцій та приводів. Урахувати все різноманіття взаємодіючих елементів крана в динамічному розрахунку досить складно, а в багатьох випадках у цьому немає необхідності, оскільки не всі фактори однаково впливають на формування динамічних навантажень.

При переході від реальної машини до її розрахункової динамічної схеми нехтують тими фізичними факторами, які для даного розрахунку мають не суттєве значення. У кожному конкретному випадку динамічного розрахунку одні фізичні фактори є головними, визначальними, а інші другорядними.

Розрахункова динамічна схема, тобто модель реальної системи, повинна задовольняти двом головним вимогам: 1) вона повинна бути в достатній мірі адекватна реальній системі й, наскільки це можливо, відображати (відбивати) основні фізичні властивості досліджуваної системи механізму повороту; 2) вона повинна бути не дуже складною, щоб рішення динамічного завдання виявилось не занадто трудомістким [227]. Будь-яке ускладнення розрахункової схеми повинне бути виправдане одержанням більш точного рішення поставленої задачі. Водночас спрощення розрахункової схеми не повинно приводити до викривлення реального фізичного процесу при роботі механізму повороту з гнучким підвісом вантажу.

Критерієм достовірності прийнятої розрахункової схеми механізму повороту стрілового крану є відповідність результатів, отриманих теоретичним і експериментальним шляхами.

При зростаючих швидкостях робочих рухів на сучасних кранах актуальною є проблема зменшення динамічних навантажень. Рішення цієї задачі полягає в усуненні впливів, що перешкоджають нормальній експлуатації, обумовлених динамічними перенавантаженнями.

В процесах розгону і гальмування при повороті кранів і виникають значні динамічні навантаження, як в системі приводу, так і в несучій конструкції. Ці навантаження приводять до багатократних пошкоджень елементів від втоми

матеріалу. Розгойдування вантажу при повороті крана сприяє підвищенню динамічних навантажень, які діють на елементи крана. При цьому продуктивність крана зменшується та підвищується ймовірність виникнення аварійних ситуацій. Тому актуальною є задача вивчення динамічних процесів, які мають місце під час повороту стрілового крана.

За допомогою побудованої динамічної моделі можна створити математичну модель, яка дасть можливість визначити динамічні навантаження в елементах з інерційними пружними валами між двигуном і пружною муфтою, гальмівним шківом, колесами тощо. Одночасне визначення цих навантажень у рамках однієї математичної моделі приводить до значного ускладнення останньої.

У ряді випадків немає потреби розглядати таку складну математичну модель, її можна замінити рядом простих моделей, кожна з яких ураховує тільки одну інерційну ділянку вала. Так, якщо виникає потреба визначення динамічних навантажень у пружній муфті, то використовується динамічна модель, у якій усі ділянки валів вважаються жорсткими, а лише муфта – пружним елементом.

Отже, задача по вивченню динаміки руху елементів приводу під час повороту стрілового крана є досить актуальною.

Було розглянуто низку марок кранів та їх виробників, з яких для дослідження було обрано стріловий кран QTZ-80 китайського виробництва, загальний вигляд якого зображено на рис. 2.1.

Для динамічного аналізу механізму повороту стрілового крана обґрунтовано тримасову динамічну модель (рис.2.2) [1,17]. В цій моделі вважається, що всі елементи крана є абсолютно тверді тіла, крім елементів передавального механізму приводу та гнучкого підвісу вантажу.

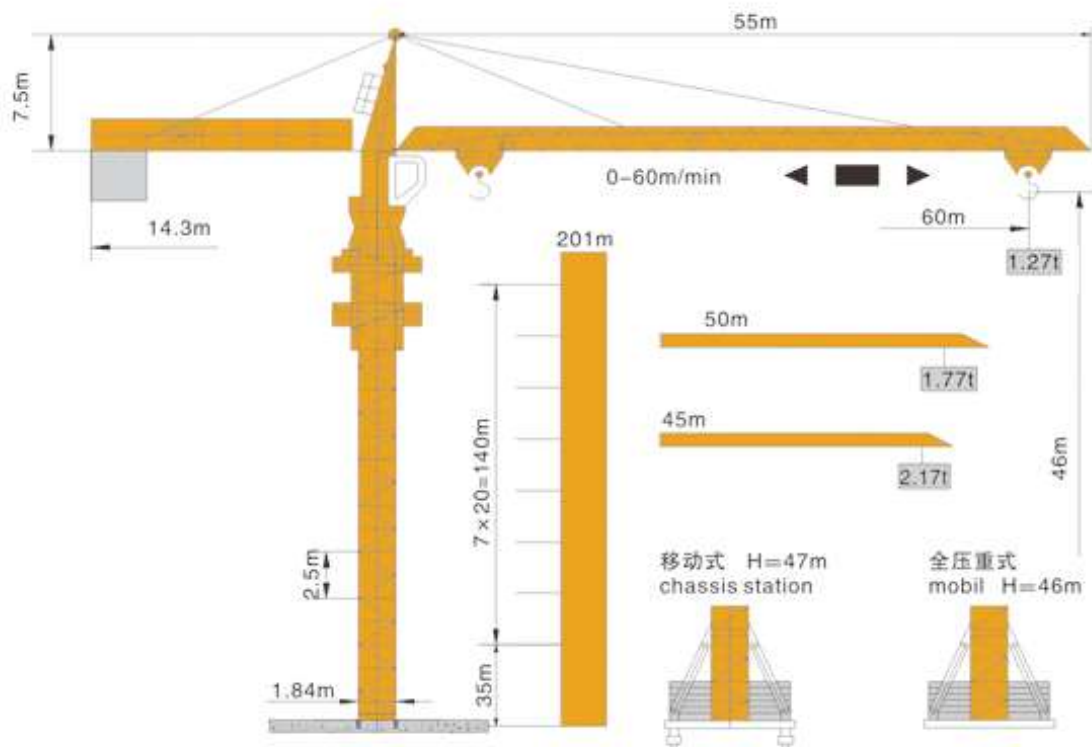


Рис.2.1. Загальний вигляд крана QTZ-80

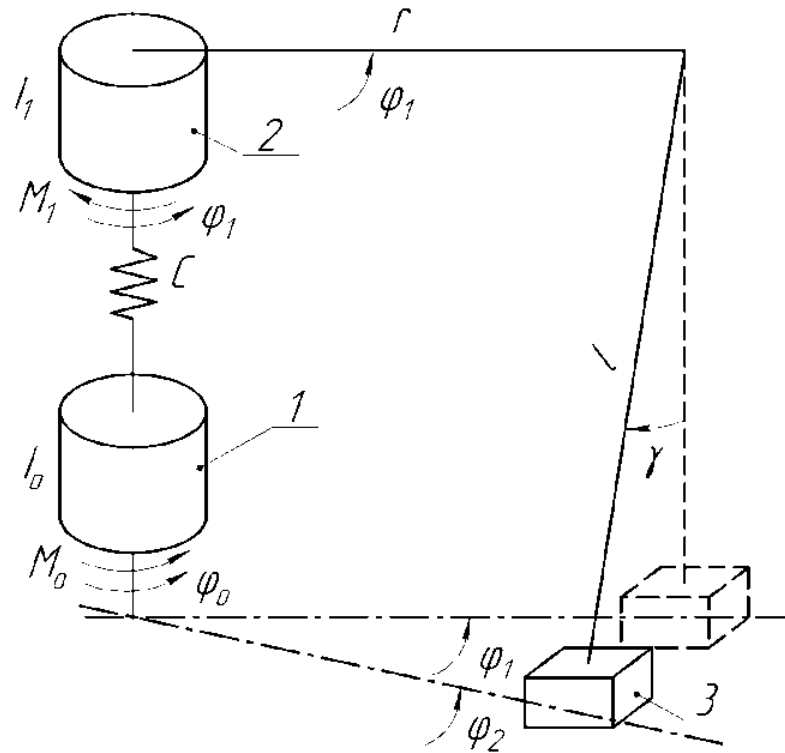


Рис. 2.2. Динамічна модель механізму повороту крана: 1 – привод;  
2 – поворотна частина; 3 – вантаж

В цій моделі прийняті наступні позначення:

$I_o$  – момент інерції приводного механізму, зведений до осі повороту крана;

$I_1$  – момент інерції башти та стріли, зведений до осі повороту крана;

$M_o$  – рушійний момент на валу приводного електродвигуна, зведений до осі повороту крана;

$M_1$  – момент сил статичного опору, зведений до осі повороту крана;

$l$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;

$r$  – виліт вантажу;

$C$  – коефіцієнт жорсткості приводного механізму, зведений до осі повороту крана.

За узагальнені координати динамічної моделі прийняті кутові координати повороту зведеної до осі поворота крана маси елементів приводу  $\varphi_o$ , поворотної башти зі стрілою відносно власної осі обертання  $\varphi_1$  та вантажу  $\varphi_2$ .

## **2.2. Побудова математичної моделі механізму повороту стрілового крана.**

На основі отриманої динамічної моделі формальними методами може бути побудована математична модель будь-якої механічної системи. Математичні моделі механічних систем становлять, як правило, диференціальні рівняння руху або взаємодії окремих елементів.

Для отримання диференціального рівнянь руху механічної системи при відомій динамічній моделі механізму повороту можуть бути використані різні методи: принцип д'Аламбера; принцип можливих переміщень; рівняння Лагранжа другого роду тощо.

Дана система має три ступені вільності. За узагальнені координати прийняті кутові координати повороту зведеної до осі поворота крана маси

елементів приводу  $\varphi_o$ , поворотної башти зі стрілою відносно власної осі обертання  $\varphi_1$  та повороту вантажу  $\varphi_2$ .

На основі обраної динамічної моделі (рис.2.2) за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду побудовано математичну модель, яка являє собою систему трьох диференціальних рівнянь другого порядку [1]:

$$\begin{cases} I_o \ddot{\varphi} = M_o - C(\varphi_o - \varphi_1); \\ I_1 \ddot{\varphi}_1 = C(\varphi_o - \varphi_1) - mr^2 g(\varphi_1 - \varphi_2)/l - M_1; \\ \ddot{\varphi}_2 = g(\varphi_1 - \varphi_2)/l, \end{cases} \quad (2.1)$$

де  $I_o$  – момент інерції приводного механізму, зведений до осі повороту крана;  $I_1$  – момент інерції башти та стріли, зведений до осі повороту крана;  $m$  – маса вантажу;  $M_o$  – рушійний момент на валу приводного електродвигуна, зведений до осі повороту крана;  $M_1$  – момент сил статичного опору, зведений до осі повороту крана;  $l$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;  $r$  – виліт вантажу;  $C$  – коефіцієнт жорсткості приводного механізму, зведений до осі повороту крана;  $g$  – прискорення вільного падіння.

В системі рівнянь (1) рушійний момент приводного механізму визначається зі статичної механічної характеристики за допомогою формули Клосса

$$M_o = \frac{2M_{кр} \cdot u \cdot \eta}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s}}, \quad (2.2)$$

де  $M_{кр}$  – критичний момент на валу електродвигуна;  $u$  – передаточне число приводного механізму;  $\eta$  – коефіцієнт корисної дії приводного механізму;



$s$ ,  $s_{кр}$  – відповідно ковзання і критичне ковзання асинхронного електродвигуна, які визначаються залежностями:

$$s=1-\frac{\dot{\phi}_1 u}{\omega_o}; \quad s_{кр}=s_n \left( \lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \right). \quad (2.3)$$

Тут:  $s_n=1-\omega_n/\omega_o$  – номінальне ковзання електродвигуна;  $\omega_n$ ,  $\omega_o$  – відповідно номінальна і синхронна кутові швидкості ротора електродвигуна;  $\lambda=M_{кр}/M_n$  – перевантажувальна здатність електродвигуна;  $M_n$  – номінальний момент на валу електродвигуна.

Підставивши залежності (2) і (3) в систему рівнянь (1), отримаємо кінцевий вигляд математичної моделі для дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана, яка являє собою систему нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Такі рівняння не вдається аналітично проінтегрувати, тому для їхнього розв'язку необхідно використовувати чисельні методи, наприклад, з використанням програмного продукту «Mathematica».

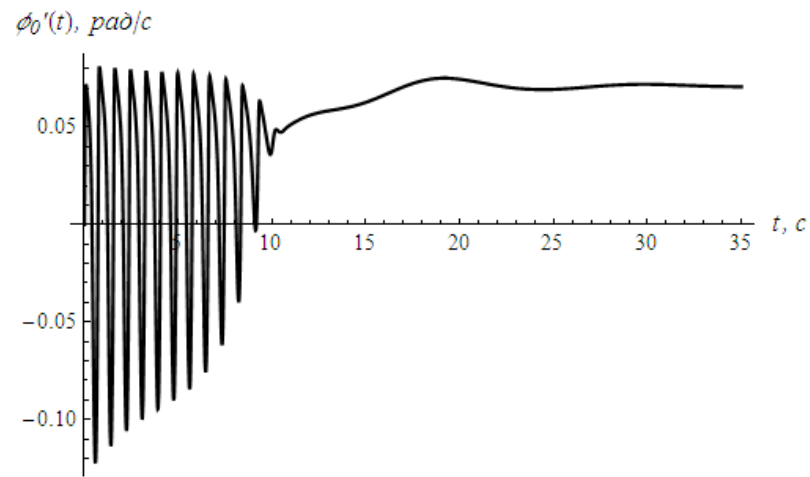
### 2.3. Аналіз отриманих результатів моделювання механізму повороту стрілового крана

Розрахунки побудованої математичної моделі механізму повороту стрілового крана (2.1), які представлені у вигляді графічних залежностей (рис. 2-5) [1,9], проводились у програмному середовищі «Wolfram Mathematica 9» за наступними параметрами механізму повороту стрілового крана:

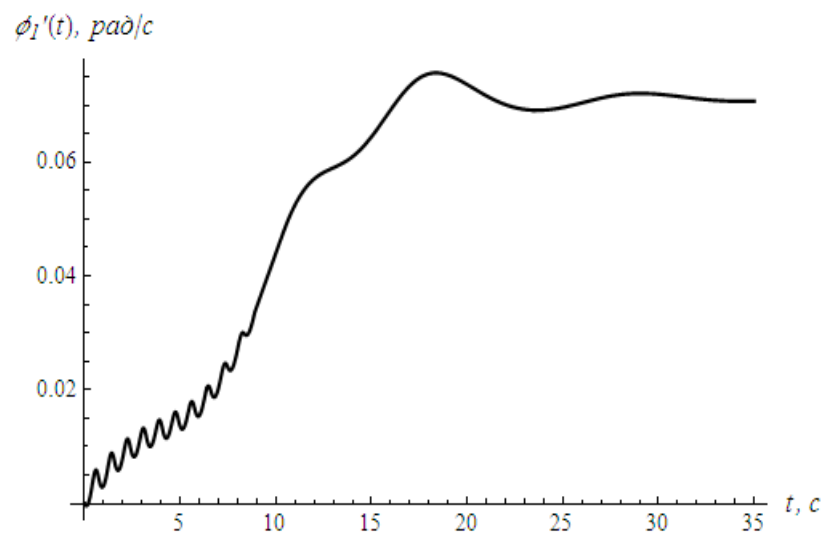
$$I_o = 71626,115 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad I_1 = 4920738,85 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad C = 6626669,045 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{рад};$$

$$m = 2000 \text{ кг}; \quad r = 40 \text{ м}; \quad l = 30 \text{ м}; \quad M_{кр} = 85 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad M_n = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad u = 1355,2; \quad \eta = 0,86;$$

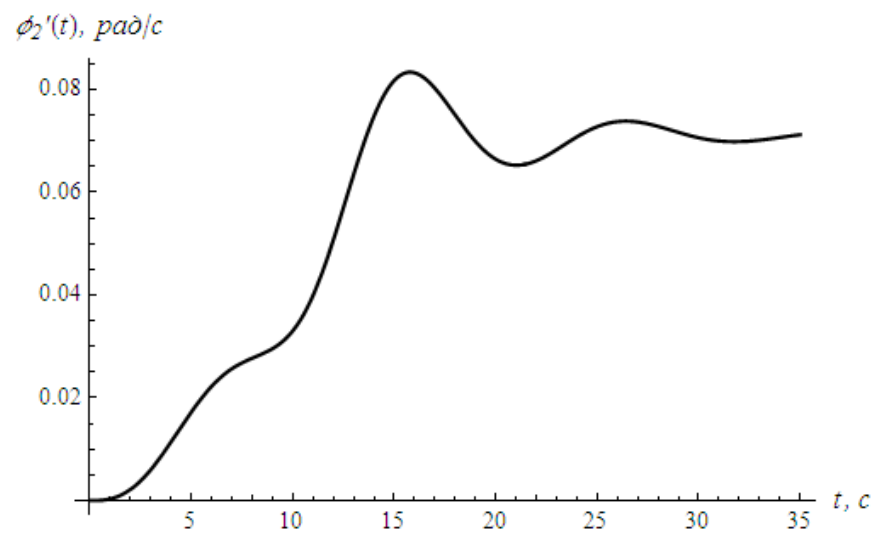
$$\omega_o = 104,67 \text{ рад} / \text{с}; \quad \omega_n = 95,04 \text{ рад} / \text{с}; \quad \lambda = 2,8; \quad g = 9,81 \text{ м} / \text{с}^2$$



а)

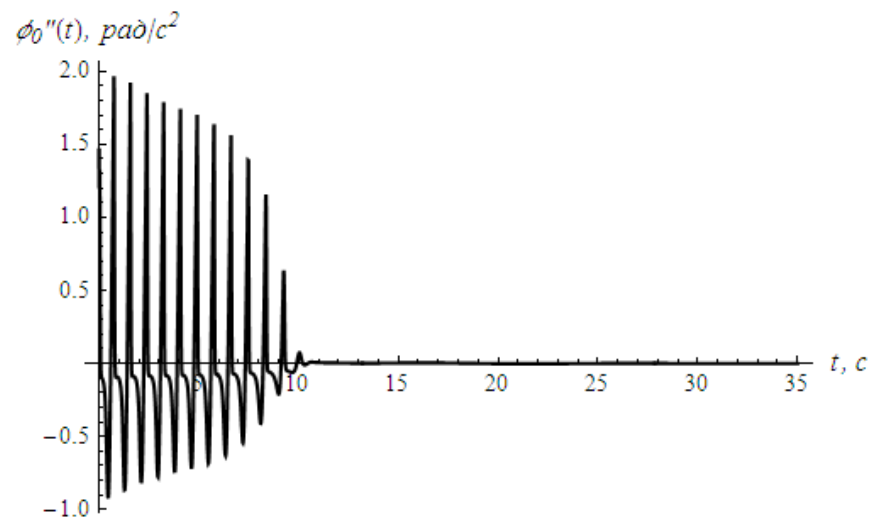


б)

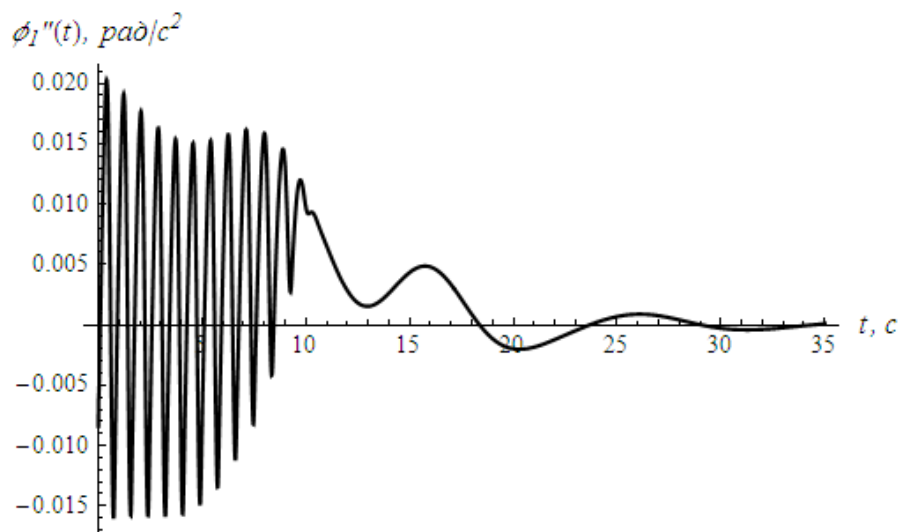


в)

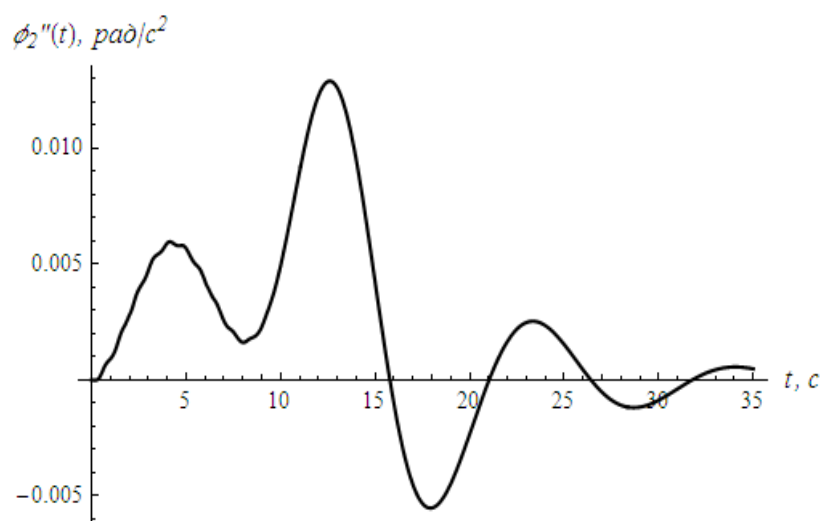
Рис. 2. 3. Графіки зміни кутової швидкості: а) – приводу; б) – поворотної башти; в) – вантажу.



а)



б)



в)

Рис. 2.4 . Графіки зміни кутового прискорення: а) – приводу;  
б) – поворотної башти; в) – вантажу.

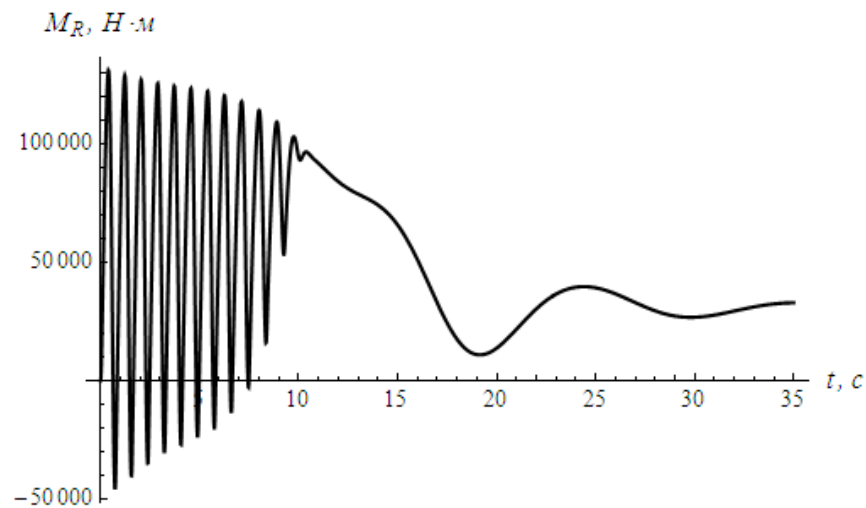


Рис. 2.5. Графік зміни пружного моменту в приводі від часу

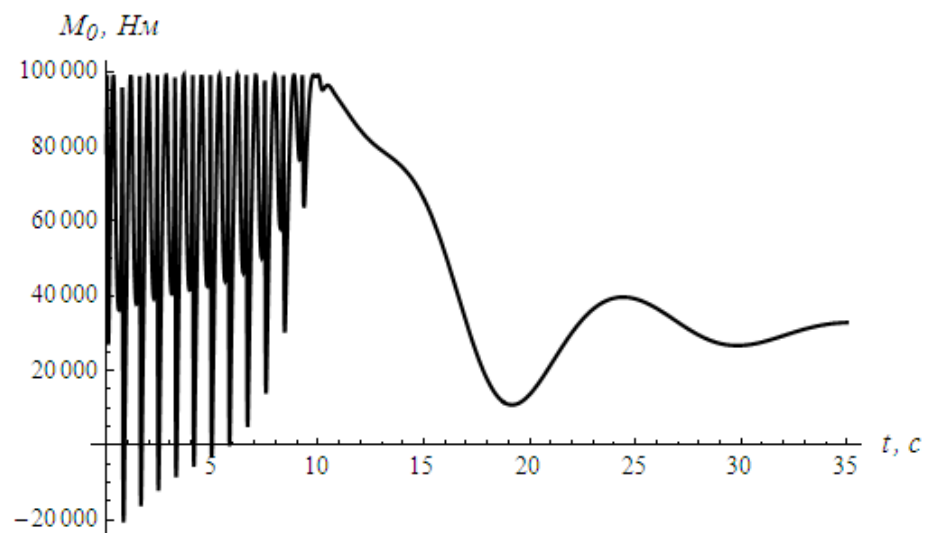


Рис. 2.6. Графік зміни рушійного моменту приводу від часу

Проаналізуємо отримані графічні залежності кінематичних характеристик при тривалості руху  $t=35\text{c}$ . Графіки функції кутової швидкості: а) – приводу; б) – поворотної башти; в) – вантажу (рис. 2.3) показують, що система виходить на усталений рух починаючи з  $t=25\text{c}$ , а початок руху характеризується значними коливальними процесами кутової швидкості приводу механізму повороту, поворотна башта плавніше набирає швидкість, однак коливні процеси присутні на стадії розгону, вантаж також набирає плавно швидкість і слідує за стріловою системою.

Графіки кутового прискорення: а) – приводу; б) – поворотної башти;

в) – вантажу (рис. 2.4), характеризуються значними коливними процесами на початку руху, котрі в момент зародження у 2 рази перевищують усталені значення, які в приводі стабілізуються починаючи з  $t \approx 12c$ , а прискорення поворотної частини стабілізується лише на  $t \approx 25c$ , а вантаж в свою чергу маючи відносно невелику частоту коливань, яка становить  $t \approx 5c^{-1}$ , має значну амплітуду відхилень, яка з часом загасає.

Аналізуючи графічну залежність зміни динамічного зусилля в пружному елементі (рис. 2.5), видно, що значні динамічні навантаження набирають силу на початку руху системи. Коливні процеси в пружному елементі досягають свого пікового значення  $M_{R\max} \cong 130000 \text{ Н} \cdot \text{м}$  і протягом  $t = 10 \text{ с}$  незначно зменшуються. Потім протягом наступних  $t = 10 \text{ с}$  момент плавно зменшує своє значення і наближається до номінального, яке становить  $M_R \cong 30000 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Отже динамічні зусилля в пружному елементі в 4,3 рази перевищують номінальні навантаження.

Рушійний момент на валу приводного електродвигуна, зведений до осі повороту крана (рис. 2.6) має схожий характер зміни з моментом, що описує динамічне зусилля в пружному елементі (рис. 2.5). Відзначимо, що максимальне значення приведенного моменту у 2,9 разів перевищує усталене значення.

#### **2.4. Концептуальні основи динамічного аналізу механізму повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі**

Зазвичай, розглядаючи рух будь-якої механічної системи, завжди її відносять до інерціальної системи відліку. Тільки у інерціальних системах відліку функція Лагранжа, наприклад, для одного матеріального тіла у зовнішньому полі є різницею його кінематичної та потенціальної енергій. Проте рівняння руху тіла у неінерціальній системі відліку (якщо зв'язати систему відліку координат з механізмом повороту вантажопідйомного крана,

що утримує на пружному канаті вантаж) суттєво змінюється. Відправним пунктом при вирішенні цього питання є принцип найменшої дії, застосування якого не обмежене ніяким вибором системи відліку. Разом з тим, залишаються у силі й класичні рівняння Лагранжа, хоча сама функція Лагранжа  $L$  суттєво змінюється, а для її знаходження необхідно здійснити відповідні перетворення функції Лагранжа  $L_0$  (у інерціальній системі відліку). Так, наприклад, у сенсі свого впливу на рівняння руху тіла (вантаж на канаті) поступальний рух системи відліку еквівалентний появі однорідного силового поля, причому діюча у цьому полі сила дорівнює добутку маси тіла на прискорення  $\vec{W}$  й спрямована у протилежну цьому прискоренню сторону. Якщо ввести ще одну систему відліку, котра має загальну (спільну) з системою, що рухається поступально і прискорено, точку початку, але обертається відносно неї з кутовою швидкістю  $\dot{\vec{\Omega}}(t)$ , тоді по відношенню до нерухомої (лабораторної системи координат) системи відліку остання здійснює як поступальний, так і обертальний рух. Швидкість тіла відносно системи координат, яка здійснює як поступальний, так і обертальний рух, складається зі швидкості руху відносно лабораторної системи координат й швидкості її обертання  $[\vec{\Omega} \times \vec{r}]$  разом з неінерціальною системою у нерухомій системі координат. Сама ж функція Лагранжа (у довільній неінерціальній системі відліку) крім різниці кінетичної та потенціальної енергій тіла доповнюється ще й трьома членами, один з котрих має особливий вид – він лінійний за швидкістю тіла. Остаточно, шукане рівняння руху у неінерціальній системі відліку, крім традиційних членів (які входять до рівняння Ньютона) ще утримує силу, викликану поступальним прискоренням рухом цієї системи й трьох «сил інерції»: а) сили  $m \cdot [\vec{r} \times \dot{\vec{\Omega}}]$  – зв'язаної з нерівномірністю обертання (за наявності у неінерціальній системі перехідних процесів); б) сили Коріоліса –  $2m \cdot [\vec{V} \times \vec{\Omega}]$ , котра залежить від швидкості тіла  $\vec{V}$ ; в) сили  $m \cdot [\vec{\Omega} \times [\vec{r} \times \vec{\Omega}]]$  – відцентрової. Подібний підхід, слід використати для динамічного аналізу механізму повороту

кранів з вантажем на гнучкому підвісі, функціонуючих у перехідних режимах (пуску, гальмування, реверсування тощо).

Спочатку розглянемо кілька окремих механічних задач [2,13]. Зазвичай такі задачі включаються у курси класичної механіки традиційно, у зв'язку з тим, що вони розв'язані Ейлером та Лагранжем, а також завдяки тому, що ми живемо у тривимірному евклідовому просторі й більшість механічних систем зі скінченною кількістю степенів вільності руху, з котрими мають справу, складається з твердих тіл.

### *Переміщення у рухомій системі координат.*

У цьому пункті визначимо поняття кутової швидкості.

#### *Рух системи координат.*

Розглянемо Лагранжеву систему, котра у координатах  $(\vec{q}, t)$  описується функцією Лагранжа  $L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t)$ . Часто буває корисно перейти до рухомої системи координат  $\vec{Q} = Q(\vec{q}, t)$ .

Щоб записати рівняння руху у рухомій системі, достатньо виразити через нові координати функцію Лагранжа.

Якщо траєкторія руху  $\gamma: \vec{q} = \vec{\Phi}(t)$  рівнянь Лагранжа  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{q}}} = \frac{\partial L}{\partial \vec{q}}$  записується у локальних координатах  $(\vec{Q}, t)$  ( $\vec{Q} = \vec{Q}(\vec{q}, t)$ ), у вигляді  $\gamma: \vec{Q} = \vec{\Phi}(t)$ , тоді функція  $\vec{\Phi}(t)$  задовольняє рівняння Лагранжа  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{\vec{Q}}} = \frac{\partial L'}{\partial \vec{Q}}$ , де  $L'(\vec{Q}, \dot{\vec{Q}}, t) = L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t)$ .

#### *Рух обертання та поступальні рухи.*

Розглянемо далі, зокрема, важливий випадок, коли  $\vec{q}$  – декартів радіус-вектор точки відносно інерціальної системи координат  $K$  (котру ми будемо вважати нерухомою), а  $\vec{Q}$  – декартів радіус-вектор цієї точки відносно рухомої системи координат  $K'$ .

Нехай  $k, K$  – орієнтовані лінійні евклідові простори. Рухом  $K$  відносно  $k$  назвемо гладко залежне від  $t$  відображення  $D_t : K \rightarrow k$ , яке зберігає метрику та орієнтацію (рис. 1).

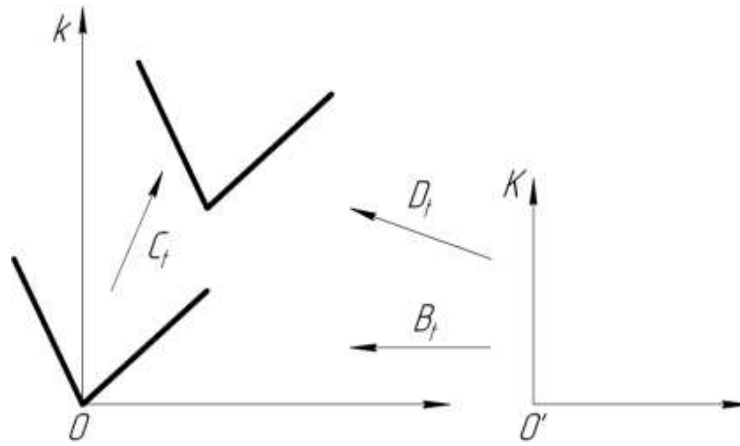


Рисунок 2.7. Рух  $D_t$  розкладається у добуток обертання  $B_t$  й зсуву  $C_t$ .

Рух  $D_t$  будемо називати обертанням, якщо він переводить початок координат  $K$  (точку  $O'$ ) у початок координат  $k$  (точку  $O$ ), тобто, якщо  $D_t$  – лінійний оператор.

Зрозуміло, що будь-який рух  $D_t$  однозначно може бути розкладений у добуток обертання  $B_t : K \rightarrow k$  й зсуву  $C_t : k \rightarrow k$ :  $D_t = C_t \cdot B_t$ , де  $C_t \cdot \vec{q} = \vec{q} + \vec{r}(t)$ ,  $(\vec{q}, \vec{r} \in k)$ . При цьому рух  $D_t$  будемо називати поступальним, якщо відповідне йому відображення  $B_t : K \rightarrow k$  від  $t$  не залежить:  $B_t = B_o = B$ ,  $D_t \cdot \vec{Q} = B \cdot \vec{Q} + \vec{r}(t)$ .

Будемо називати  $k$  нерухомою системою координат,  $K$  – рухомою,  $\vec{q}(t) \in k$  – радіусом-вектором рухомої точки відносно нерухомої системи;  $\vec{Q}(t)$  назвемо радіусом-вектором точки відносно рухомої системи, якщо (рис. 2.8):

$$\vec{q}(t) = D_t \cdot \vec{Q}(t) = B_t \vec{Q}(t) + \vec{r}(t). \quad (2.4)$$



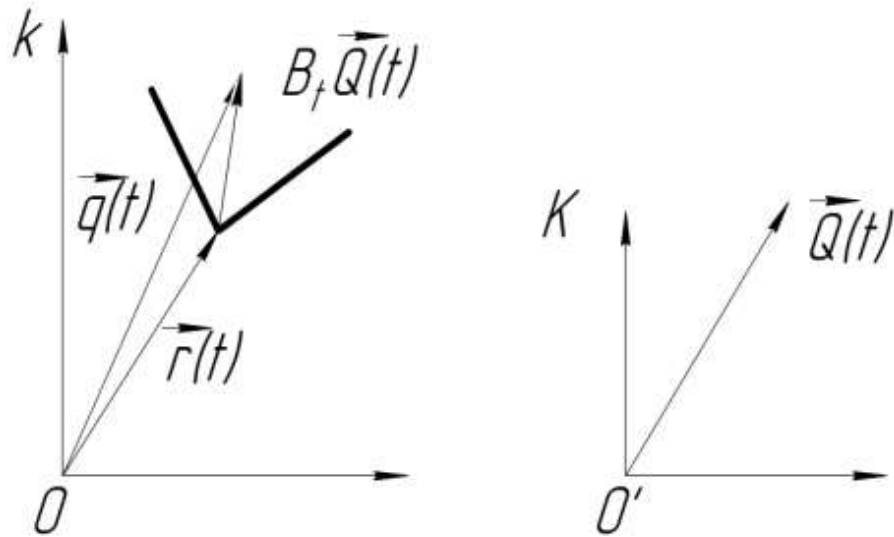


Рис. 2.8. Радіус-вектор точки відносно нерухомої ( $\vec{q}$ ) й рухомої ( $\vec{\bar{Q}}$ ) системи координат

#### Складання швидкостей.

Виражаємо тепер «абсолютну швидкість»  $\dot{\vec{q}}$  через відносний рух  $\vec{\bar{Q}}(t)$  й рух системи координат системи  $D_t$ . З формули (1) знаходимо, диференціюючи по  $t$ , формулу складання швидкостей:

$$\dot{\vec{q}} = \dot{\vec{B}} \cdot \vec{\bar{Q}} + \vec{B} \cdot \dot{\vec{\bar{Q}}} + \dot{\vec{r}}. \quad (2.5)$$

Щоб з'ясувати зміст складових формули (2.5), розглянемо спочатку частинні випадки.

Випадок поступального руху ( $\dot{\vec{B}} = 0$ ). У цьому випадку рівняння (2.5) дає  $\dot{\vec{q}} = \vec{B} \cdot \dot{\vec{\bar{Q}}} + \dot{\vec{r}}$ . Інакше кажучи, якщо рухома система  $K$  рухається відносно  $k$  поступально, тоді абсолютна швидкість дорівнює сумі відносної швидкості й швидкості руху системи  $K$ :

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_o, \quad (2.6)$$

де  $\vec{V} = \dot{\vec{q}} \in k$  – абсолютна швидкість,  $\vec{V}' = B \cdot \dot{\vec{Q}} \in k$  – відносна швидкість (не плутати з  $\dot{\vec{Q}} \in K$ !),  $\vec{V}_o = \dot{\vec{r}} \in k$  – швидкість руху рухомої системи координат.

*Кутова швидкість.*

У випадку обертання системи  $K$  зв'язок між відносною та абсолютною швидкостями ускладнюється. Розглянемо спочатку випадок, коли точка знаходиться у стані спокою відносно  $K$  (тобто  $\dot{\vec{Q}} = 0$ ), а система  $K$  обертається (тобто  $\vec{r} = 0$ ). У цьому випадку рух точки  $\vec{q}(t)$  є переносним обертанням.

Обертання з постійною кутовою швидкістю  $\vec{\omega} \in k$ . Нехай  $U(t): k \rightarrow k$  поворот простору  $k$  навколо вісі  $\vec{\omega}$  на кут  $|\vec{\omega}| \cdot t$ . Тоді  $B(t) = U(t) \cdot B(0)$  є рівномірним обертанням  $K$  з кутовою швидкістю  $\vec{\omega}$ . Зрозуміло, що у цьому випадку швидкість переносного руху точки  $\vec{q}$  дається формулою (рис.3):  $\dot{\vec{q}} = [\vec{\omega}, \vec{q}]$ .

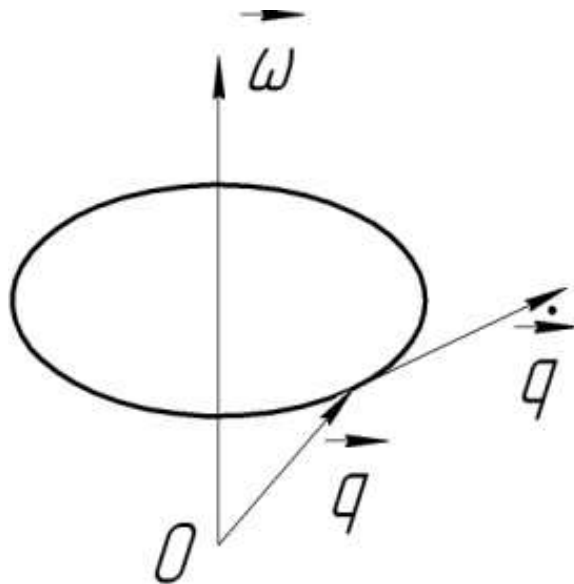


Рис. 2.9. Кутова швидкість

*Загальний випадок обертання  $K$  ( $\vec{r} = 0$ ,  $\dot{\vec{Q}} = 0$ ).*

У кожний момент часу  $t$  існує вектор  $\vec{\omega}(t) \in k$ , через котрий переносна швидкість виражається по формулі

$$\dot{\vec{q}} = [\vec{\omega}, \vec{q}] \cdot \vec{q} \in k. \quad (2.7)$$

Вектор  $\vec{\omega}$  є миттєвою кутовою швидкістю (у цьому випадку); зрозуміло, що він визначений рівністю (2.7) однозначно.

Нехай тверде тіло  $K$  обертається навколо нерухомої точки  $O$  простору  $k$ . Тоді у кожний момент часу  $t$  існує миттєва вісь обертання – така пряма у тілі, що проходить через  $O$ , для якої швидкості її точок у даний момент дорівнюють нулю. Швидкості інших точок перпендикулярні до цієї прямої та пропорціональні відстані до неї.

Миттєва вісь обертання у просторі  $k$  задається своїм вектором  $\vec{\omega}$ ; у  $K$  відповідний вектор позначають через  $\vec{\Omega} = B^{-1} \cdot \vec{\omega} \in K$ ;  $\vec{\Omega}$  зазвичай називають вектором кутової швидкості у тілі.

*Переносна швидкість. Випадок суто обертального руху.*

Нехай тепер система  $K$  обертається ( $\vec{r} = 0$ ), а точка у системі  $K$  рухається ( $\dot{\vec{Q}} \neq 0$ ). З (2.5) знаходимо (рис. 2.9):  $\dot{\vec{q}} = \dot{B} \cdot \vec{Q} + B \cdot \dot{\vec{Q}} = [\vec{\omega}, \vec{q}] + \vec{V}'$ . Отже, якщо рухома система  $K$  обертається відносно  $O \in k$ , тоді абсолютна швидкість дорівнює сумі відносної й переносної швидкості обертання:

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_\Pi, \quad (2.8)$$

де  $\vec{V} = \dot{\vec{q}} \in k$  – абсолютна швидкість,  $\vec{V}' = B \cdot \dot{\vec{Q}} \in k$  – відносна швидкість,  $\vec{V}_\Pi = \dot{B} \cdot \vec{Q} = [\vec{\omega}, \vec{q}] \in k$  – переносна швидкість обертання.

Насамкінець, загальний випадок можна звести до двох попередніх, розглядаючи допоміжну рухома систему  $K_1$ , яка рухається поступально відносно  $k$  й відносно котрої  $K$  рухається, обертаючись навколо  $O \in K_1$ .

Можна також з формули (2) побачити, що:  $\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_\Pi + \vec{V}_o$ , де  $\vec{V} = \dot{\vec{q}} \in k$  –

абсолютна швидкість,  $\vec{V}' = B \cdot \dot{\vec{Q}} \in k$  – відносна швидкість,  $\vec{V}_H = \dot{B} \cdot \vec{Q} = [\vec{\omega}, \vec{q} - \vec{r}] \in k$  – переносна швидкість обертання,  $\vec{V}_o = \dot{\vec{r}} \in k$  – швидкість руху рухомої системи координат.

Можна показати, що кутова швидкість твердого тіла не залежить від вибору початку координат рухомої системи  $K$  у тілі. Крім того, можна встановити, що найбільш загальне переміщення твердого тіла є гвинтове переміщення, тобто добуток повороту на кут  $\phi$  навколо деякої вісі й зсуву на величину  $h$  подовж неї.

### ***Сили інерції. Сила Кореоліса.***

У цьому пункті розглянемо рівняння руху у неінерціальній системі координат, які суттєво відрізняються від рівнянь руху у інерціальній системі додатковими складовими, що називаються силами інерції.

#### *Система координат, що рухається поступально.*

У системі координат  $K$ , яка рухається поступально відносно інерціальної  $k'$ , рух механічних систем відбувається так, якби система координат була інерціальною, але на кожну точку маси  $m$  діє додаткова «сила інерції»  $\vec{F} = -m \cdot \ddot{\vec{r}}$ , де  $\ddot{\vec{r}}$  – прискорення системи  $K$ . Наприклад, якщо точка підвісу маятника рухається з прискоренням  $\vec{W}(t)$ , тоді маятник рухається так, якби прискорення сили тяжіння  $\vec{g}$  було змінним і дорівнювало б  $(\vec{g} - \vec{W}(t))$ .

#### *Система координат, що обертається.*

Нехай  $B_t : K \rightarrow k$  – обертання (поворот) системи координат  $K$  відносно нерухомої системи координат  $k$ . Будемо позначати через  $\vec{Q}(t) \in K$  радіус-вектор рухомої точки у рухомій системі координат, а через  $\vec{q}(t) = B_t \cdot \vec{Q}(t) \in k$  – у нерухомій. Вектор кутової швидкості обертання у рухомій системі координат позначимо, як і вище, через  $\vec{\Omega}$ .

Припустимо, що у системі координат  $k$  рух точки  $\vec{q}$  описує рівняння Ньютона  $m\ddot{\vec{q}} = \vec{f}(\vec{q}, \dot{\vec{q}})$ . У системі координат, що обертається, рух відбувається

таким чином, що нібито на кожну рухому точку  $\vec{Q}$  маси  $m$  діють три додаткові «сили інерції». Сила інерції обертання  $-m \cdot [\dot{\vec{\Omega}}, \vec{Q}]$ , сила Коріоліса  $-2m \cdot [\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}]$ , відцентрова сила  $-m \cdot [\vec{\Omega}, [\vec{\Omega}, \vec{Q}]]$ . Таким чином,

$$m \cdot \ddot{\vec{Q}} = \vec{F} - m \cdot [\dot{\vec{\Omega}}, \vec{Q}] - 2m [\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}] - m \cdot [\vec{\Omega}, [\vec{\Omega}, \vec{Q}]] \quad (2.9)$$

де:  $B \cdot \vec{F}(\vec{Q}, \dot{\vec{Q}}) = \vec{f}(B\vec{Q}, (B\dot{\vec{Q}}))$

Перша з трьох сил інерції спостерігається лише у випадку нерівномірного обертання; друга і третя присутні при рівномірному обертанні.

Відцентрова сила (рис. 2.9) спрямована завжди від миттєвої вісі обертання  $\vec{\Omega}$ , й дорівнює за величиною  $|\vec{\Omega}|^2 \cdot r$ , де  $r$  – відстань до цієї вісі. Ця сила не залежить від швидкості відносного руху й діє навіть на тіла, які у системі координат  $K$  тіла знаходяться у стані спокою.

Сила Коріоліса залежить від швидкості  $\dot{\vec{Q}}$ .

Доведення співвідношення (2.9) наведене нижче. Зазначимо, що для будь-якого вектора  $\vec{X} \in K$  маємо  $\dot{B}\vec{X} = B \cdot [\vec{\Omega}, \vec{X}]$ . Дійсно, згідно з співвідношенням зазначеним вище, у п.1,  $\dot{B}\vec{X} = [\vec{\omega}, \vec{X}] = [B\vec{\Omega}, B\vec{X}]$ . Це дорівнює  $B \cdot [\vec{\Omega}, \vec{X}]$ , оскільки оператор  $B$  зберігає метрику та орієнтацію, а тому й векторний добуток.

З  $\vec{q} = B \cdot \vec{Q}$  можемо сказати, що  $\dot{\vec{q}} = \dot{B} \cdot \vec{Q} + B \cdot \dot{\vec{Q}} = B(\dot{\vec{Q}} + [\vec{\Omega}, \vec{Q}])$ . Диференціюючи ще один раз, матимемо:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{q}} &= \dot{B}(\dot{\vec{Q}} + [\vec{\Omega}, \vec{Q}]) + B(\ddot{\vec{Q}} + [\dot{\vec{\Omega}}, \vec{Q}] + [\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}]) = B \cdot ([\vec{\Omega}, (\dot{\vec{Q}} + [\vec{\Omega}, \vec{Q}])] + \ddot{\vec{Q}} + [\dot{\vec{\Omega}}, \vec{Q}] + [\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}]) = \\ &= B \cdot (\ddot{\vec{Q}} + 2[\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}] + [\vec{\Omega}, [\vec{\Omega}, \vec{Q}]] + [\dot{\vec{\Omega}}, \vec{Q}]), \end{aligned} \quad (2.10)$$

що й треба було довести. (Ми ще один раз використали співвідношення  $\dot{B}\vec{X} = B \cdot [\vec{\Omega}, \vec{X}]$ ; на цей раз  $\vec{X} = \dot{\vec{Q}} + [\vec{\Omega}, \vec{Q}]$ ).

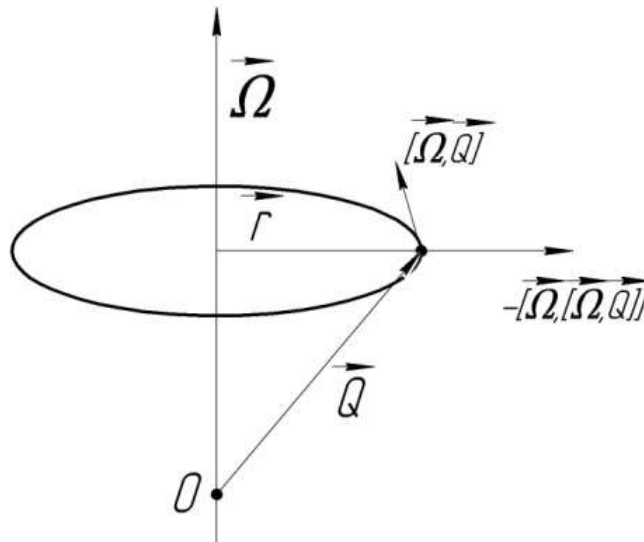


Рис. 2.10. Відцентрова сила інерції

Розглянемо кілька прикладів, у яких використовуються отримані вище співвідношення.

1. Обґрунтуємо математичну модель коливань вантажу на канаті при обертанні крану у перехідному процесі (пуску) функціонування його механізму повороту. При цьому вважатимемо, що обертання має нерівномірний характер ( $\dot{\Omega} \neq 0$ ), а також врахуємо відцентрову силу. Виходячи з рівнянь типу (2.9), (2.10) матимемо (у системі координат, яка супроводжує кран, що обертається):

$$\ddot{\vec{Q}} = \frac{\vec{F}}{m} - [\dot{\vec{\Omega}}, \vec{Q}] - 2 \cdot [\vec{\Omega}, \dot{\vec{Q}}] - [\vec{\Omega}, [\vec{\Omega}, \vec{Q}]] = \frac{\vec{F}}{m} + [\vec{Q}, \dot{\vec{\Omega}}] + 2 \cdot [\dot{\vec{Q}}, \vec{\Omega}] + [[\vec{\Omega}, \vec{Q}], \vec{\Omega}], \quad (11)$$

$$\text{де: } m = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)}; \quad \frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = \{a_x; a_y; a_z\}, \quad a_x = -\omega^2 \cdot x, \quad a_y = -\omega^2 \cdot y, \quad a_z = -\omega^2 \cdot z;$$

$$\omega^2 = \frac{(m_1 + m_2)}{m_1} \cdot \frac{g}{l}; \quad \vec{\Omega} = \{\Omega_x; \Omega_y; \Omega_z\}, \quad \Omega_x = |\vec{\Omega}| \cdot \cos \lambda_o \cdot \cos \varphi,$$

$$\Omega_y = |\vec{\Omega}| \cdot \cos \lambda_o \cdot \sin \varphi, \quad \Omega_z = |\vec{\Omega}| \cdot \sin \lambda_o; \quad \dot{\vec{\Omega}} = \{\dot{\Omega}_x; \dot{\Omega}_y; \dot{\Omega}_z\}, \quad \vec{Q} = \{x; y; z\};$$

$$\dot{\vec{Q}} = \{\dot{x}; \dot{y}; \dot{z}\}.$$

Кути  $\lambda_o$  й  $\varphi$  вказані на рис. 5.

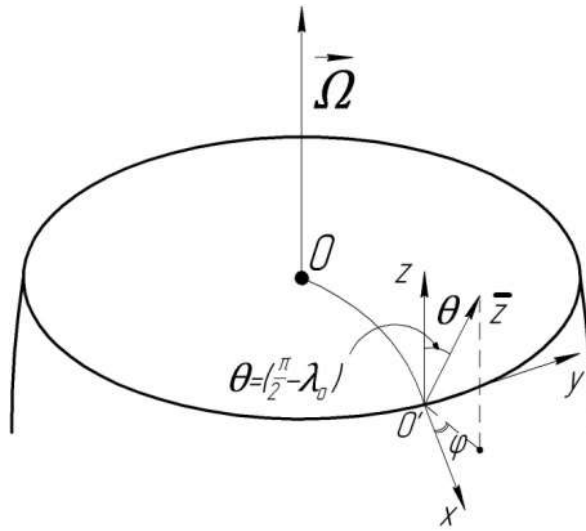


Рис. 2.11. Система координат для дослідження руху механізму повороту крана з вантажем на канаті (у найбільш загальному випадку):  $\vec{z}$  – миттєва вісь обертання

Спочатку подаємо векторні добутки, які стоять у правій частині (8) у розгорнутому вигляді:

$$\begin{aligned} [\vec{Q}, \dot{\vec{\Omega}}] &= \begin{bmatrix} \vec{l}_x & \vec{l}_y & \vec{l}_z \\ x & y & z \\ \dot{\Omega}_x & \dot{\Omega}_y & \dot{\Omega}_z \end{bmatrix} = \vec{l}_x \cdot (y \cdot \dot{\Omega}_z - z \cdot \dot{\Omega}_y) - \\ &= \vec{l}_y \cdot (x \cdot \dot{\Omega}_z - z \cdot \dot{\Omega}_x) + \vec{l}_z \cdot (x \cdot \dot{\Omega}_y - y \cdot \dot{\Omega}_x) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} [\dot{\vec{Q}}, \vec{\Omega}] &= \begin{bmatrix} \vec{l}_x & \vec{l}_y & \vec{l}_z \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \end{bmatrix} = \vec{l}_x \cdot (\dot{y} \cdot \Omega_z - \dot{z} \cdot \Omega_y) - \\ &= \vec{l}_y \cdot (\dot{x} \cdot \Omega_z - \dot{z} \cdot \Omega_x) + \vec{l}_z \cdot (\dot{x} \cdot \Omega_y - \dot{y} \cdot \Omega_x) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} [\vec{\Omega}, \vec{Q}] &= \begin{bmatrix} \vec{l}_x & \vec{l}_y & \vec{l}_z \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \\ x & y & z \end{bmatrix} = \vec{l}_x \cdot (\Omega_y \cdot z - \Omega_z \cdot y) - \\ &\vec{l}_y \cdot (\Omega_x \cdot z - \Omega_z \cdot x) + \vec{l}_z \cdot (\Omega_x \cdot y - \Omega_y \cdot x) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}
[[\vec{\Omega}, \vec{Q}], \vec{\Omega}] &= \begin{bmatrix} \vec{l}_x & \vec{l}_y & \vec{l}_z \\ (\Omega_y \cdot z - \Omega_z \cdot y) & (\Omega_z \cdot x - \Omega_x \cdot z) & (\Omega_x \cdot y - \Omega_y \cdot x) \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \end{bmatrix} = \\
&= \vec{l}_x \cdot (\Omega_z \cdot (\Omega_z \cdot x - \Omega_x \cdot z) - \Omega_y \cdot (\Omega_x \cdot y - \Omega_y \cdot x)) - \\
&\quad - \vec{l}_y \cdot (\Omega_z \cdot (\Omega_y \cdot z - \Omega_z \cdot y) - \Omega_x \cdot (\Omega_x \cdot y - \Omega_y \cdot x)) + \\
&\quad + \vec{l}_z \cdot (\Omega_y \cdot (\Omega_y \cdot z - \Omega_z \cdot y) - \Omega_x \cdot (\Omega_z \cdot x - \Omega_x \cdot z))
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Отже, у загальному вигляді система рівнянь, що описує рух вантажу на канаті при обертанні вантажопідйомного крана у період його пуску (закон  $\vec{\Omega}(t)$  заданий, а, значить, закон  $\dot{\vec{\Omega}}(t)$  – відомий) має наступний розгорнутий вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 \cdot x + (y \cdot \dot{\Omega}_z - z \cdot \dot{\Omega}_y) + 2 \cdot \{ \dot{y} \cdot \Omega_z - \dot{z} \cdot \Omega_y \} + \\ + \{ (\Omega_z^2 + \Omega_y^2) \cdot x - \Omega_x \Omega_z \cdot z - \Omega_x \Omega_y \cdot y \} \\ \ddot{y} = -\omega^2 \cdot y + (z \cdot \dot{\Omega}_x - x \cdot \dot{\Omega}_z) + 2 \cdot \{ \dot{z} \cdot \Omega_x - \dot{x} \cdot \Omega_z \} + \\ + \{ (\Omega_x^2 + \Omega_z^2) \cdot y - \Omega_y \Omega_z \cdot z - \Omega_x \Omega_y \cdot x \} \\ \ddot{z} = -\omega^2 \cdot z + (x \cdot \dot{\Omega}_y - y \cdot \dot{\Omega}_x) + 2 \cdot \{ \dot{x} \cdot \Omega_y - \dot{y} \cdot \Omega_x \} + \\ + \{ (\Omega_y^2 + \Omega_x^2) \cdot z - \Omega_y \Omega_z \cdot y - \Omega_x \Omega_z \cdot x \} \end{cases} \tag{2.16}$$

У наближенні малих коливань  $\dot{z} \ll (\dot{x}; \dot{y})$ ;  $\dot{\Omega}_z \rightarrow 0$ , тобто нехтуємо нерівномірністю обертання вповдовж вісі  $O_z$ , система (2.16) суттєво спрощується і приймає наступний вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 \cdot x + (-z \cdot \dot{\Omega}_y) + 2 \cdot \dot{y} \Omega_z + \\ + \{ (\Omega_z^2 + \Omega_y^2) \cdot x - \Omega_x \Omega_z \cdot z - \Omega_x \Omega_y \cdot y \} \\ \ddot{y} = -\omega^2 \cdot y + (z \cdot \dot{\Omega}_x) + 2 \cdot (-\dot{x} \cdot \Omega_z) + \\ + \{ (\Omega_x^2 + \Omega_z^2) \cdot y - \Omega_y \Omega_z \cdot z - \Omega_x \Omega_y \cdot x \} \\ \ddot{z} = -\omega^2 \cdot z + (x \cdot \dot{\Omega}_y - y \cdot \dot{\Omega}_x) + 2 \cdot \{ \dot{x} \cdot \Omega_y - \dot{y} \cdot \Omega_x \} + \\ + \{ (\Omega_y^2 + \Omega_x^2) \cdot z - \Omega_y \Omega_z \cdot y - \Omega_x \Omega_z \cdot x \} \end{cases} \tag{2.17}$$



Зрозуміло, що при заданих законах  $\vec{\Omega}(t), \dot{\vec{\Omega}}(t)$  системи (2.16) або (2.17) треба розв'язувати чисельно за допомогою ПЕОМ.

При рівномірному обертанні  $\dot{\vec{\Omega}} = 0$  система (2.16) може бути розв'язана аналітично. Запишемо систему рівнянь для цього випадку. При цьому вважаємо  $(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$  є константами, незалежними від часу  $t$ .

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 \cdot x + 2 \cdot \{\dot{y} \cdot \Omega_z - \dot{z} \cdot \Omega_y\} + \\ + \{(\Omega_z^2 + \Omega_y^2) \cdot x - \Omega_x \Omega_z \cdot z - \Omega_x \Omega_y \cdot y\}; \\ \ddot{y} = -\omega^2 \cdot y + 2 \cdot \{\dot{z} \cdot \Omega_x - \dot{x} \cdot \Omega_z\} + \\ + \{(\Omega_x^2 + \Omega_z^2) \cdot y - \Omega_y \Omega_z \cdot z - \Omega_x \Omega_y \cdot x\}; \\ \ddot{z} = -\omega^2 \cdot z + 2 \cdot \{\dot{x} \cdot \Omega_y - \dot{y} \cdot \Omega_x\} + \\ + \{(\Omega_y^2 + \Omega_x^2) \cdot z - \Omega_y \Omega_z \cdot y - \Omega_x \Omega_z \cdot x\}. \end{cases} \quad (2.18)$$

Характеристичне рівняння, яке визначає власні корені (власні частоти коливань системи) визначається з наступного рівняння:

$$\begin{vmatrix} [\lambda^2 + \omega^2 - (\Omega_z^2 + \Omega_y^2)] & [-2\lambda\Omega_z + \Omega_x\Omega_y] & [2\lambda\Omega_y + \Omega_x\Omega_z] \\ [\lambda\Omega_z + \Omega_x\Omega_y] & [\lambda^2 + \omega^2 - (\Omega_x^2 + \Omega_z^2)] & [-2\lambda\Omega_x + \Omega_y\Omega_z] \\ [-2\lambda\Omega_y + \Omega_x\Omega_z] & [2\lambda\Omega_x + \Omega_y\Omega_z] & [\lambda^2 + \omega^2 - (\Omega_y^2 + \Omega_x^2)] \end{vmatrix} = 0 \quad (2.19)$$

Аналіз коренів (2.19) у зв'язку з симетрією рівняння (2.19) показує, що їх шість й вони попарно комплексно спряжені, тобто маємо:

$$\begin{cases} \lambda_1, \lambda_1^*, \lambda_2, \lambda_2^*, \lambda_3, \lambda_3^*, \\ de: \lambda_1^* = \text{Re } \lambda_1 - i \cdot I_m \lambda_1; \\ \lambda_1 = \text{Re } \lambda_1 + i \cdot I_m \lambda_1; \lambda_2^* = \text{Re } \lambda_2 - i \cdot I_m \lambda_2; \\ \lambda_2 = \text{Re } \lambda_2 + i \cdot I_m \lambda_2; \\ \lambda_3^* = \text{Re } \lambda_3 - i \cdot I_m \lambda_3; \lambda_3 = \text{Re } \lambda_3 + i \cdot I_m \lambda_3; \end{cases} \quad (2.20)$$

Для кожної пари  $(\lambda_1, \lambda_1^*), (\lambda_2, \lambda_2^*), (\lambda_3, \lambda_3^*)$  розшукуємо розв'язки системи (15) у вигляді  $(j = \overline{1,3})$ :

$$\begin{cases} x(t) = A_1^{(j)} \cdot e^{\lambda_j t} + A_2^{(j)} \cdot e^{\lambda_j^* t}; \\ y(t) = B_1^{(j)} \cdot e^{\lambda_j t} + B_2^{(j)} \cdot e^{\lambda_j^* t}; \\ z(t) = C_1^{(j)} \cdot e^{\lambda_j t} + C_2^{(j)} \cdot e^{\lambda_j^* t}. \end{cases} \quad (2.21)$$

При цьому використовуємо наступні початкові умови (при  $t = 0$ ) для визначення констант  $A_1^{(j)}, A_2^{(j)}, B_1^{(j)}, B_2^{(j)}, C_1^{(j)}, C_2^{(j)}$ :

$$\begin{aligned} x|_{t=0} = x_o; \quad \dot{x}|_{t=0} = \dot{x}_o; \quad y|_{t=0} = y_o; \\ \dot{y}|_{t=0} = \dot{y}_o; \quad z|_{t=0} = z_o; \quad \dot{z}|_{t=0} = \dot{z}_o \end{aligned} \quad (2.22)$$

2. Розглянемо малі коливання квазіматематичного маятника із врахуванням сили Коріоліса та відцентрової сили.

Вихідні диференціальні рівняння у цьому випадку мають вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 \cdot x + 2\dot{y} \cdot \Omega_z - |\vec{\Omega}|^2 \cdot l \cdot \cos \lambda_o \cdot \cos \varphi; \\ \ddot{y} = -\omega^2 \cdot y - 2\dot{x} \cdot \Omega_z - |\vec{\Omega}|^2 \cdot l \cdot \cos \lambda_o \cdot \sin \varphi, \end{cases} \quad (2.23)$$

де  $l$  – довжина підвісу маятника. Оскільки  $|\Omega_z| = |\vec{\Omega}| \cdot \sin \lambda_o$ , тоді (2.23) можна подати наступним чином:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 \cdot x + 2\dot{y} \cdot |\vec{\Omega}| \cdot \sin \lambda_o - |\vec{\Omega}|^2 \cdot l \cdot \cos \lambda_o \cdot \cos \varphi; \\ \ddot{y} = -\omega^2 \cdot y - 2\dot{x} \cdot |\vec{\Omega}| \cdot \sin \lambda_o - |\vec{\Omega}|^2 \cdot l \cdot \cos \lambda_o \cdot \sin \varphi. \end{cases} \quad (2.24)$$

Для випадку  $\varphi = const$ .

Маємо для  $W = x + iy$ :

$$\begin{aligned}
 W(t) = & \exp\{-i \cdot \Omega_z \cdot t\} \cdot \{\bar{C}_1 \cdot \exp(i \cdot \Omega \cdot t) + \\
 & + \bar{C}_2 \cdot \exp(-i \cdot \Omega \cdot t)\} + \left( -\frac{|\bar{\Omega}|^2 \cdot l}{\omega^2} \cdot \cos \lambda_o \cdot e^{i\varphi} \right), \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_z^2 + \omega^2},$$

де константи  $\bar{C}_1$  та  $\bar{C}_2$  можна знайти зі співвідношень:

$$\begin{cases}
 \bar{C}_1 + \bar{C}_2 = W(t)|_{t=0} + \frac{|\bar{\Omega}|^2 \cdot l}{\omega^2} \cdot \cos \lambda_o \cdot e^{i\varphi} = \\
 = x(t)|_{t=0} + i \cdot y(t)|_{t=0} + \frac{|\bar{\Omega}|^2 \cdot l}{\omega^2} \cdot \cos \lambda_o \cdot e^{i\varphi}; \\
 \bar{C}_1 \cdot (i\Omega - i\Omega_z) + \bar{C}_2 \cdot (-i\Omega - i\Omega_z) = \\
 = \dot{W}(t)|_{t=0} = \dot{x}(t)|_{t=0} + i \cdot \dot{y}(t)|_{t=0}.
 \end{cases} \quad (2.26)$$

Динамічний аналіз механізму повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі проведений у межах механіки Лагранжа, котра описує рух вказаної механічної системи за допомогою конфігураційного простору. Конфігураційний простір механічної системи має структуру диференційованого розмаїття. На диференційованому розмаїтті діє група дифеоморфізмів. Основні поняття й теореми механіки Лагранжа (навіть якщо вони й сформульовані у термінах локальних координат) інваріантні відносно цієї групи. Механіка Лагранжа (як й механічна система Лагранжа) задається розмаїттям («конфігураційним простором») та функцією на його дотичному розташуванні («функцією Лагранжа»). Кожна однопараметрична група дифеоморфізмів конфігураційного простору, яка залишає незмінною функцію Лагранжа, визначає закон збереження (тобто перший інтеграл рівнянь руху).

Потенціальна система Ньютона — частинний випадок лагранжевої (конфігураційний простір у цьому випадку евклідов, а функція Лагранжа

дорівнює різниці кінематичної та потенціальної енергій). Лагранжева точка зору дозволяє дослідити до кінця низку важливих задач механіки механізму повороту вантажопідйомного крана, пов'язаних з наявними у ньому малими коливаннями вантажу на канаті та у динаміці твердого тіла.

## **2.5. Використання розв'язків «кембріджських задач» у аналізі коливань канатів вантажопідйомних кранів**

Розв'язок задач про вертикально рухомі важкі ланцюги (модель канату підйомного механізму крана) зазвичай спитається на наступні спрощені, але, взагалі кажучи, природні модельні уявлення: 1) під ланцюгом тут розумітимемо однорідну матеріальну лінію, котра не створює супротив щодо згину та стискування, але має абсолютну жорсткість при розтягуванні, тобто, по суті, використовується модель нерозтяжної нитки; 2) розглядаються тільки такі рухи, при котрих рухома частина ланцюга має форму прямої лінії; 3) та частина ланцюга, яка знаходиться у спокої, укладена таким чином, що елементи цієї частини здійснюють рух, тобто приєднуються до рухливої частини ланцюга, не одночасно, а по чергово (схема І.В. Мещерського [85]); 4) приєднання чергового елемента (ланки) до рухомої частини ланцюга здійснюється ударним чином – швидкість елемента миттєво змінюється від нуля до значення швидкості  $V$  рухомої частини ланцюга. (Якщо  $ds$  – довжина елемента ланцюга,  $q$  – вага одиниці довжини ланцюга,  $g$  – прискорення вільного падіння, тоді за час  $dt$  елемент, що приєднався, набуває кількості руху / імпульсу  $q \cdot V \cdot \frac{ds}{g}$ ; відбувається це під дією елементарного імпульсу сили  $N$ , прикладеної до елемента з боку рухомої частини ланцюга. Таким чином, можна записати  $q \cdot V \cdot \frac{ds}{g} = N \cdot dt$ . Звідси випливає, що у акті приєднання на елемент діє сила  $N = q \cdot V^2 / g$ , яка спрямована у бік руху ланцюга. Така ж за значенням, але зворотно спрямована сила діє на рухому частину ланцюга з боку приєданого

елементу (за сучасною термінологією – це реактивна сила). Зрозуміло, що у будь – який інший момент часу внутрішні сили  $\pm N$  діють у іншому «матеріальному перерізі», а саме у тому, котрий у даний момент знаходиться на границі між рухомою та нерухомою частиною ланцюга. Схема дії сил наведена на рис. 1, окремо показані: площина а) ; елемент, що приєднується б); рухома частина ланцюга в)).

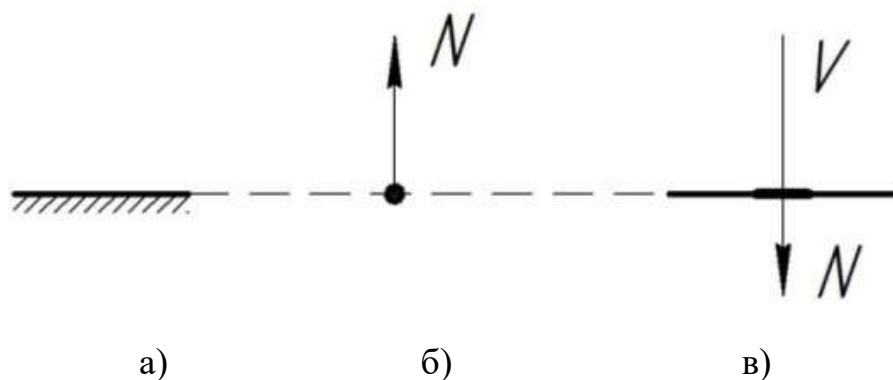


Рис. 2.12. Ланцюг/канат, який захоплюється й рухається вгору: а) рухома частина ланцюга на опорі не діє; б) на черговий приєднаний елемент ланцюга діє сила  $N$  з боку рухомої частини ланцюга; в) на рухома частину ланцюга діє реалізація  $N$  приєднаного елемента.

Такими є схематизовані уявлення, котрими зазвичай користуються при розв’язуванні задач про рух ланцюгів. Саме внаслідок приєднання елементів довжина рухомої частини ланцюга (канату) виявляється змінною величиною, й названі задачі слід розв’язувати, виходячи з залежностей, що відносяться до поступального руху тіл змінної маси («точки» змінної маси).

Для розв’язку можна використати теорему про зміну кількості руху, але ми будемо у даному дослідженні у подальшому виходити з рівняння Мещерського [85]; у проекції на вісь, вдовж котрої відбувається рух, це рівняння стосовно нашої задачі (перший етап підйому вантажу «з підхватом») можна записати наступним чином:

$$m \frac{dV}{dt} = P - \frac{dm}{dt} \cdot V, \quad (2.27)$$

де  $m$  – змінна маса рухомого тіла (канату),  $P$  – проекція прикладеної до тіла зовнішньої сили,  $V$  – проекція швидкості тіла,  $t$  – час.

Задача Г. Букуа є моделлю для розгляду руху канату при підйомі вантажу «з підхватом». Схема до задачі Г. Букуа зображена на рис. 2.

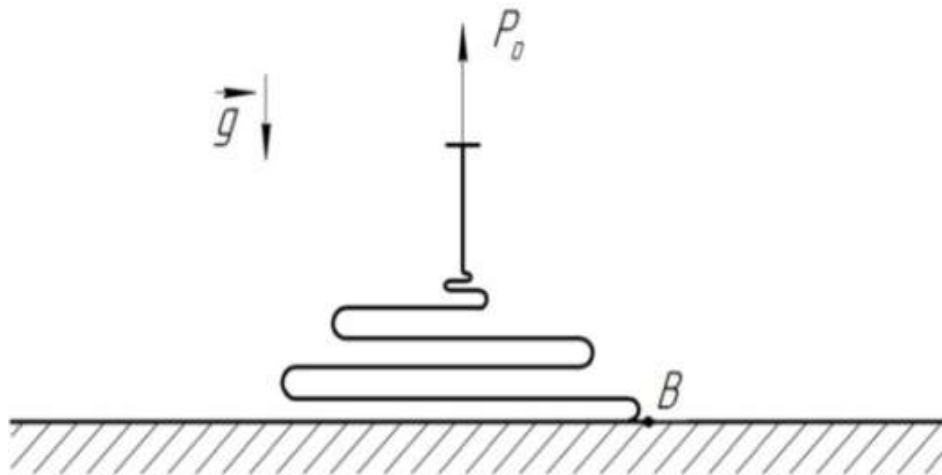


Рис. 2.13. Схема до задачі Г. Букуа

Аналітичний розв’язок задачі Г. Букуа в уточненій постановці [8,13].

Схема задачі Г. Букуа, яка моделює рух канату при підйомі вантажу «з підхватом», зображена на рис. 2.13. Формулювання (постановка) задачі Г. Букуа зводиться до наступного. На горизонтальній площині поблизу точки  $B$  складений у кут у важкий однорідний ланцюг (модель канату вантажопідйомного механізму крана). До одного з його кінців миттєво прикладена спрямована вертикально вгору постійна сила  $P_0$ , яка захоплює за собою частину ланцюга, яка весь час збільшується у розмірах. Слід знайти рух кінця ланцюга (канату), до якого прикладена сила. (Фактично слід визначити закон руху кінця канату вантажопідйомного крана, котрий з’єднаний з крюковим виском, і працює на підйом вантажу «з підхватом» на стадії вибору слабини канату).

Використаємо рівняння Мещерського (1), поклавши  $m = \frac{q}{g} \cdot x$  – маса рухомої частини ланцюга,  $P_o - q \cdot x$  – рівнодіюча сил ваги й заданої сили,  $x$  – координата, що відраховується вгору від названої нерухомої площини, і співпадає з кінцем ланцюга/канату, який рухається,  $V$  – швидкість кінця ланцюга,  $q$  – вага одиниці довжини ланцюга. Зробивши заміну  $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot V$ , матимемо з (2.27) диференціальне рівняння, яке зв'язує швидкість  $V$  й координату  $x$ :

$$x \cdot \left( V \cdot \frac{dV}{dx} + g \right) + V^2 = \frac{P_o \cdot g}{q}. \quad (2.28)$$

Інтегрування (2.28) дає наступний результат [81-84]:

$$V = \sqrt{A + B \cdot x + \frac{C}{x^2}}. \quad (2.29)$$

Введемо заміну:  $Z = V^2$ , тоді матимемо:  $\frac{dV}{dx} \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \frac{dZ}{dx}$ ; при цьому замість (2.28) матимемо лінійне рівняння:

$$\frac{dZ}{dx} + \frac{2Z}{x} = \frac{2P_o \cdot g}{q \cdot x} - 2g. \quad (2.30)$$

Розв'язком відповідного (4) однорідного рівняння є:

$$Z^* = \frac{C}{x^2}, \quad C = const, \quad (2.31)$$

а частинний розв'язок (2.30) має вид:

$$Z^{**} = \frac{P_o \cdot g}{q} - \frac{2gx}{3}. \quad (2.32)$$

Остаточно загальний розв'язок (2.28) записується у формі:

$$V = \sqrt{Z^* + Z^{**}} = \sqrt{\frac{P_o \cdot g}{q} - \frac{2gx}{3} + \frac{C}{x^2}}, \quad (2.33)$$

що відповідає (2.29).

Для визначення постійної  $C$  слугує умова обмеженості значення  $V$  на початку руху, коли  $x = 0$ . Звідси випливає, що  $C = 0$ , і остаточно для швидкості руху матимемо:

$$V = \left\{ \frac{P_o \cdot g}{q} - \frac{2gx}{3} \right\}^{1/2}. \quad (2.34)$$

Слід зазначити, що початкова швидкість (відповідає  $x = 0$ ) дорівнює не нулю, а значенню:

$$V_o = \left( \frac{P_o \cdot g}{q} \right)^{1/2}. \quad (2.35)$$

Пояснення цього миттєвого стрибка швидкості можна отримати з наступних міркувань щодо розв'язку узагальненої задачі А. Келі [81]. Справа у тому, що нескінченно малий імпульс зовнішньої сили  $P_o \cdot dt$ , який відповідає першому нескінченно малому проміжку часу  $dt$ , діє тільки на нескінченно малу масу першого («головного») елементу ланцюга і тому викликає скінчений приріст його швидкості. Можна сказати, що вже у першу мить відбувається



удар – у самому прямому сенсі цього слова, – але цей удар сприймає лише нескінченно малий елемент ланцюга. Справді, кількість руху названого елемента ланцюга після його приєднання визначається виразом  $q \cdot dx \cdot V_o / g = q \cdot V_o^2 \cdot dt / g$ , тоді згідно з теоремою про зміну кількості руху можна записати, що  $P_o \cdot dt = q \cdot V_o^2 \cdot dt / g$ . Звідси випливає формула (2.35).

Далі, з (2.34) можна визначити, що зі зростанням координати  $x$  швидкість буде поступово зменшуватись від початкового значення (2.35) й при  $x = x_1 = 3 \cdot P_o / (2q)$  перетвориться у нуль. На цьому закінчується перший етап руху ланцюга/канату.

Але при  $x = x_1$  вага вертикальної ділянки ланцюга у півтора рази перевищує значення сили  $P_o$ , і тому одразу після завершення першого етапу починається другий етап – зворотній рух ланцюга вниз (по суті, це вже рух у задачі А. Келі для ланцюга змінної довжини). Зрозуміло, що на цьому етапі рух описується вже не рівнянням (2.28), а рівнянням:

$$m = \frac{dV}{dt} = P_o - qy, \quad (2.36)$$

що описує падіння ланцюга під дією власної ваги і сили  $P_o$  (задача А. Келі).

Знову, підставляючи сюди  $m = \frac{q}{g} \cdot x$ ,  $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot V$ , прийдемо до рівняння:

$$V \cdot \frac{dV}{dx} = \frac{P_o \cdot g}{q \cdot x} - g. \quad (2.37)$$

Звідси при умові, що  $V = 0$  при  $x = x_1$ , знаходимо:

$$V = -2 \cdot \sqrt{\frac{P_o \cdot g}{q}} \cdot \sqrt{\ln \frac{x}{x_1} + \frac{3}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{x_1}\right)}. \quad (2.38)$$

Закінчується другий етап (зупинка верхнього кінця ланцюга/канату) у момент, коли  $x = x_2$ , де  $x_2$  – корінь трансцендентного рівняння:

$$\ln \frac{x}{x_1} + \frac{3}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{x_1}\right) = 0 \quad (2.39)$$

(перший корінь  $x = x_1$ ). З (2.39) знаходимо координату  $x_2$ , яка відповідає закінченню другого етапу:  $x_2 = 0,4172 \cdot x_1 = 0,6258 \cdot P_o / q$ . У цей момент вага вертикальної ділянки ланцюга менше сили  $P_o$  і, відповідно, починається третій етап – рух ланцюга вгору.

Для третього етапу можна знову використати рівняння (2.28) і його розв’язок (7). З умови, що  $V = 0$  при  $x = x_2$ , отримаємо  $C = \frac{2}{3} \cdot g \cdot x_2^3 - \frac{P_o \cdot g}{q} \cdot x_2^2$  і далі утворимо вираз для швидкості на третьому етапі:

$$V = \sqrt{\frac{P_o \cdot g}{q}} \cdot \sqrt{1 - \frac{x_2^2}{x^2} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{x_1}\right) - \frac{x}{x_1}}. \quad (2.40)$$

Покладаючи тут  $V = 0$ , знайдемо для координати  $x_3$  у кінці третього етапу руху  $x_3 = 1,2962 \cdot P_o / g$ . Аналогічно розраховуються і наступні етапи руху. Для непарних індексів  $n$ , які відповідають моментам закінчення етапів руху вгору, справедлива наступна рекурентна формула [81]:

$$x_n = \frac{(x_1 - x_{n-1})}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot x_{n-1}}{x_1 - x_{n-1}}}\right), \quad (2.41)$$

а для парних індексів  $n$ , які відповідають моментам закінчення етапів руху канату вниз, – рекурентне співвідношення [81]:

$$\ln \left\{ \frac{x_n}{x_{n-1}} \right\} + \frac{3x_{n-1}}{2x_1} \cdot \left( 1 - \frac{x_n}{x_{n-1}} \right) = 0. \quad (2.42)$$

Знайдені результати можна схематично подати на діаграмі (у вигляді фазової діаграми) (рис. 2.14) й у наступній таблиці 2.1 (Слід зазначити, що мінімальне зусилля  $P_o$ , при якому  $x_1 = l_k$ , де  $l_k$  – довжина канату безпосередньо після вибору його всієї слабину і у момент відриву вантажу від основи при підйомі «з підхватом», складає:

$$P_o = \frac{q \cdot l_k}{1,5}, \quad (2.43)$$

де:  $q = \rho \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot g$ ,  $H/м$ ,  $\rho$  – щільність матеріалу канату,  $кг/м^3$ ;  $D$  – діаметр його поперечного перерізу).

Для сталевго канату діаметром  $D = 5 \cdot 10^{-2} м$ ,  $\rho = 8 \cdot 10^3 кг/м^3$ ,  $s = \frac{\pi D^2}{4} \approx 1,963 \cdot 10^{-3} м^2$ ,  $q = 154,1 Н/м$ . У таблиці 1 подані значення  $P_o$  для різних значень  $l_k, м$  сталевго канату ( $D = 5 \cdot 10^{-2} м$ ,  $\rho = 8 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$ ).

Таблиця 2.1

Значення  $P_o, H$ , для різних значень  $l_k, м$

$l_k, м$	10	20	50
$q \cdot l_k = 1,5 P_o, H$	1541	3082	7705
$P_o, H$	1027,3	2054,7	5136,7

Таблиця 2. 2

Значення  $x_n/l_k$  для  $P_o = \frac{q \cdot l_k}{1,5}$ .

$n$	$x_n/l_k$	$n$	$x_n/l_k$
1	1,0000	7	0,7764
2	0,4172	8	0,5678
3	0,8641	9	0,7566
4	0,5019	10	0,5842
5	0,8076	11	0,7428
6	0,5432	12	0,5954

Як видно з таблиці 2 у даній задачі кінець канату здійснює затухаючі коливання біля рівноважного рівня:

$$x_{cm} = \frac{P_o}{q} = \frac{q \cdot l_k}{1,5 \cdot q} = \frac{l_k}{1,5}. \quad (18)$$

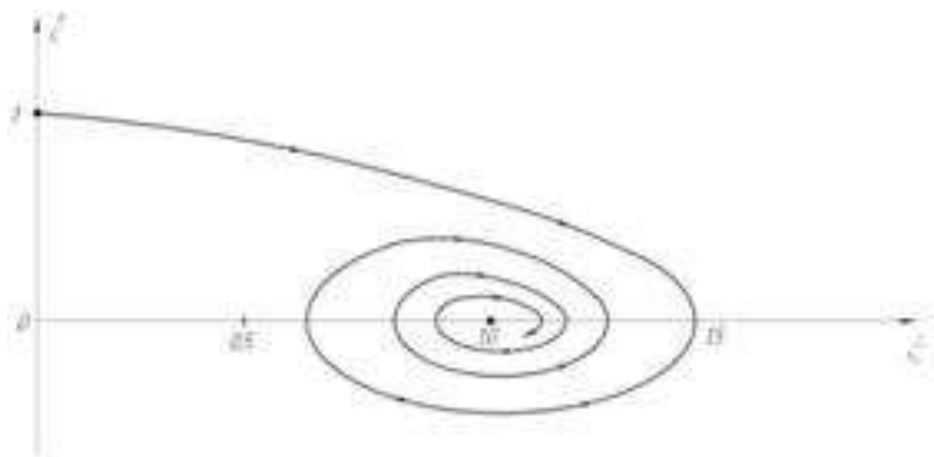


Рис. 2.14. Фазова діаграма руху канату при виборі його слабини

Інтегрування отриманих вище виразів для швидкості дозволяє знайти деталі руху на кожному з розглянутих етапів, зокрема, їх тривалості.

На рис. 2.15 – 2.21 зображені основні характеристики процесу підйому «вантажу» – власне елементів канату ( $x$  й  $\dot{x}$ ), а також портрет ( $x, \dot{x}$ ) для різних етапів підйому та різних значень  $l_k$ .

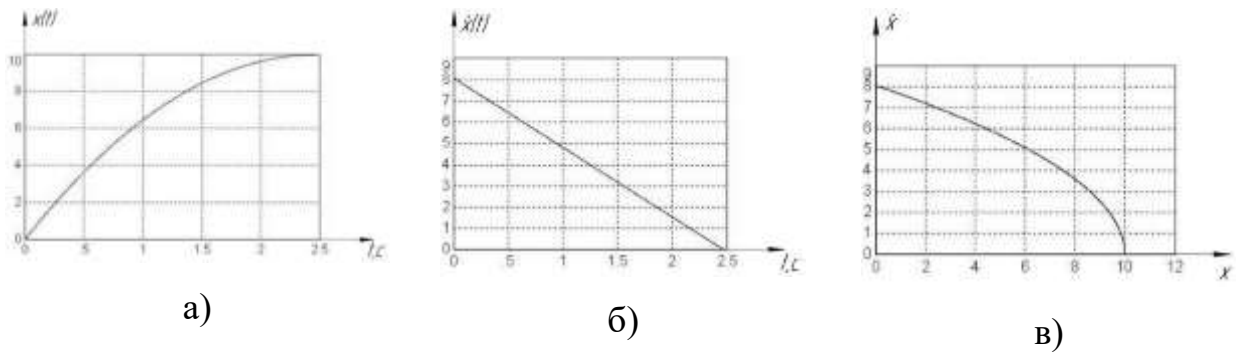


Рис. 2.15. Перший етап підйому «вантажу» ( $l_k = 10\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет ( $x, \dot{x}$ ).

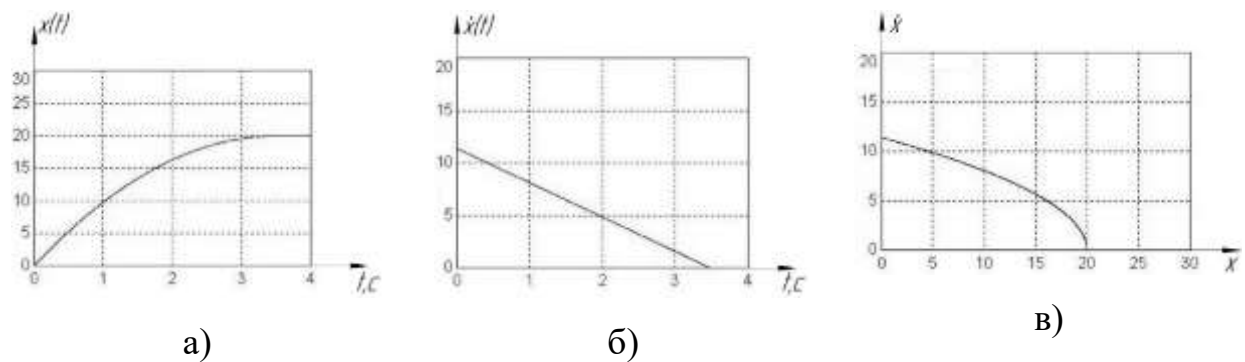


Рис. 2.16. Перший етап підйому «вантажу» ( $l_k = 20\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет ( $x, \dot{x}$ )

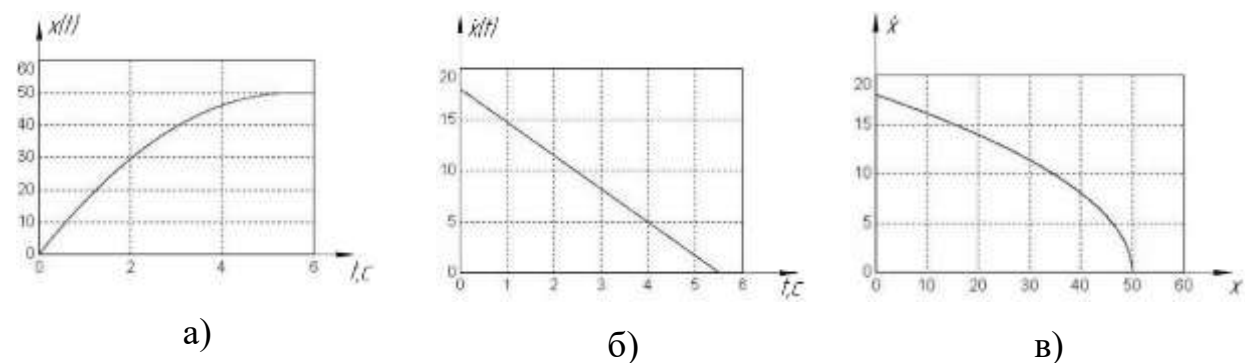


Рис. 2.17. Перший етап підйому «вантажу» ( $l_k = 50\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет ( $x, \dot{x}$ )

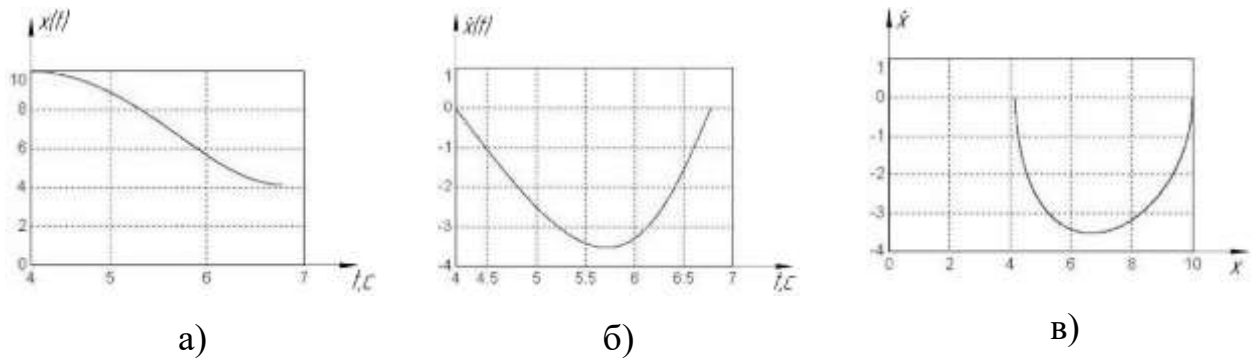


Рис. 2.18. Другий етап підйому «вантажу» ( $l_k = 10\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$

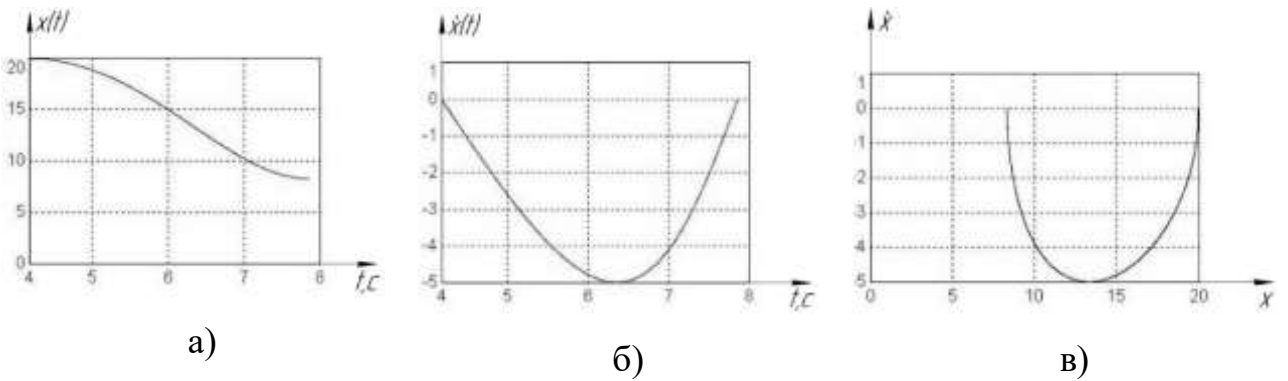


Рис. 2.19. Другий етап підйому «вантажу» ( $l_k = 20\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$

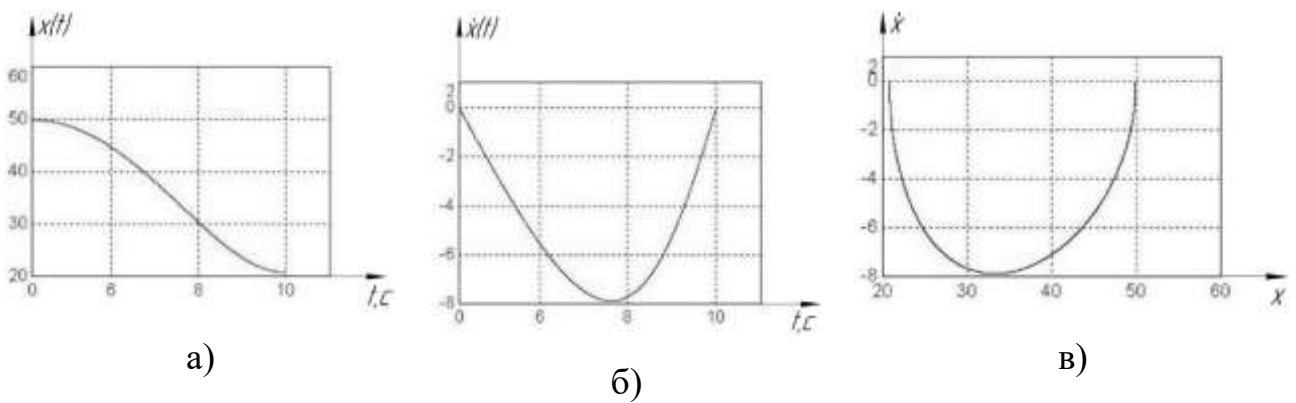


Рис.2.20. Другий етап підйому «вантажу» ( $l_k = 50\text{м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$

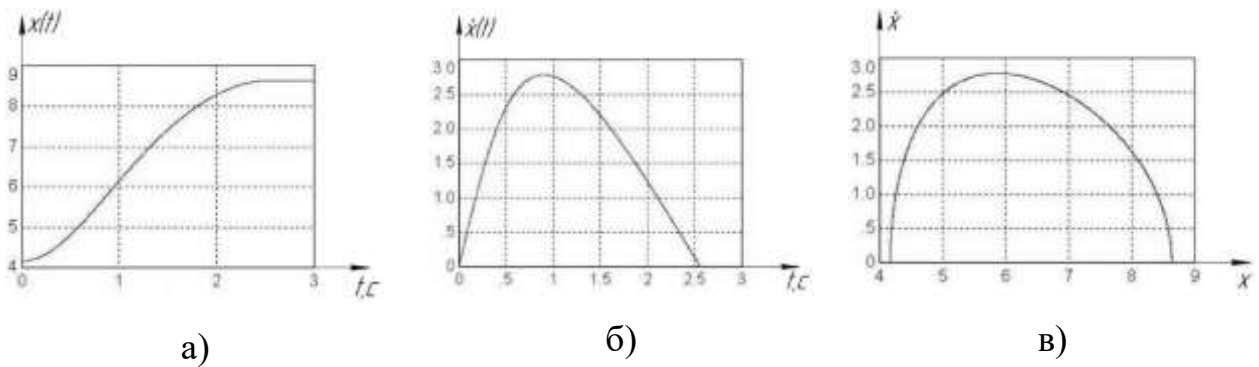


Рис. 2.21. Третій етап підйому «вантажу» ( $l_k = 10\text{ м}$ ): а)  $x(t)$ ; б)  $\dot{x}(t)$ ; в) фазовий портрет  $(x, \dot{x})$

Для аналізу функціонування шахтних підйомників шахт з глибиною залягання у таблиці 2.3 наведені значення  $P_o, \text{кН}$ .

Таблиця 2.3.

Значення  $P_o, H$ , для  $l_k \geq 300\text{ м}$ .

$l_k, \text{м}$	$P_o, \text{кН}$	$l_k, \text{м}$	$P_o, \text{кН}$
300	30,82	5000*	513,67
500	513,67	6000*	616,40
1000	102,73	7000*	719,13
2000	205,47	8000*	821,87
3000	308,20	10000*	10273,33
4000	410,93		

## Висновки до другого розділу.

1. Побудовано тримасову динамічну модель (рис. 2.2) механізму повороту стрілового крана, а також виведено для неї математичну модель (2.1) за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду, які стали основою для проведення динамічного аналізу механізму повороту крана.

2. Розв'язано систему диференціальних рівнянь руху механізму повороту крана за допомогою програмного забезпечення «Wolfram Mathematica». У результаті розв'язку рівнянь руху механізму повороту отримані графічні залежності, в результаті аналізу яких встановлено, що динамічні зусилля в пружному елементі в 4,3 рази перевищують номінальні навантаження, а максимальне значення рушійного моменту у 2,9 разів перевищує усталене значення.

3. Встановлено, що пікові (максимальні) значення навантажень зароджуються на початку руху, тобто в період пуску системи механізму повороту стрілового крана, що характеризуються значною амплітудою та частотою коливань, які затухають з часом. Ці динамічні навантаження є небажаними при роботі механізму повороту баштового крана, тому їх необхідно мінімізувати. Вони призводять до зниження продуктивності, надійності та швидшого виходу з ладу приводу та конструкції, і, як наслідок, можуть призвести до аварійних ситуацій під час роботи.

4. Обґрунтована концепція динамічного аналізу механізму повороту кранів з вантажем на гнучкому підвісі. Отримані основні рівняння руху вантажу у неінерціальній системі відліку, пов'язаній з механізмом повороту крана. Встановлені основні кінематичні характеристики руху вантажу та енергосилові параметри механізму, що призводять до рівномірного та нерівномірного обертання.

5. Обґрунтована модель для аналізу коливань канатів вантажопідійомних кранів при підйомі вантажу «з підхватом», коли відбувається вибір слабини канату й виникають небажані коливання власне



самого канату. Визначені основні кінематичні характеристики вказаних коливань та значення підйомної сили  $P_o$ , за якої при повному виборі слабини канату (перед моментом підняття вантажу), швидкість коливань кінцівки канату, на яку діє сила  $P_o$ , дорівнює нулю.

6. Отже, існує потреба в мінімізації чинників, котрі діють на механізм повороту та призводять до виникнення динамічних навантажень, які, в свою чергу, негативно впливають на роботу стрілового крана. Для зменшення динамічних навантажень виникає потреба в оптимізації режиму повороту крана, яка дозволить зменшити навантаження у елементах приводу та конструкції і тим самим дасть можливість підвищити продуктивність та надійність роботи механізму повороту та конструкції крана в цілому.

## РОЗДІЛ 3

### ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ПОВОРОТУ ВАНТАЖУ БАШТОВИМ КРАНОМ

#### 3.1. Обґрунтування застосування методів, критеріїв та оціночних показників оптимізації

Отримана у розділі 2 математична модель руху механізму повороту стрілового крана [1] використана для оптимізації її перехідних процесів (режимів руху). Аналіз системи рівнянь (2.1) показує, що керувати перехідними процесами можна змінюючи прикладені зовнішні зусилля (зусилля привода). Це можна робити різними способами. Для того, щоб із усієї множини можливих способів зміни приводного зусилля отримати один, необхідно поставити додаткову умову. Цією умовою є критерій оптимальності. У даній роботі використаємо критерій оптимальності інтегрального типу, який оцінює режим руху кранового механізму протягом певного проміжку часу, наприклад, на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування).

Існує значна різновидність критеріїв, за якими може бути проведена оптимізація, наприклад: коефіцієнт нерівномірності руху, коефіцієнт динамічності, максимальні значення ривків елементів машин та механізмів, час згасання перехідних процесів, максимальні значення швидкостей та прискорень тощо. Значний вклад у розвиток критеріальної бази оптимізації режимів руху різноманітних динамічних систем внесли Б.Є. Горський та В.С. Ловейкін. Вони, у різних працях, отримали найзагальніші динамічні критерії – «критеріальні дії» [228-230].

В даній роботі використовуватимемо інтегральні критерії виду:

$$I_n[q_k(t)] = \int_{t_0}^{t_1} P_n(t, q_k, \dot{q}_k, \dots, q_k^{(n)}) dt, \quad k=1 \dots s, \quad (3.1)$$

де  $q_k, \dot{q}_k, \dots, q_k^{(n)}$  ( $k=1 \dots s$ ) – узагальнені координати динамічних систем, що описується системою рівнянь (2.1) та їх похідні включно до  $n$ -го порядку;

$s$  – кількість узагальнених координат;

$t_0, t_1$  – моменти часу початку та завершення перехідного режиму руху, відповідно початковий та кінцевий (початковий момент часу будемо вважати завжди нульовим);

$P_n$  – підінтегральний вираз відповідного критерію  $n$ -го порядку.

Критерій (3.1) – це число, величина якого залежить від того, які функції входять до виразу  $P_n$ . Обираючи ту чи іншу функцію, яка не суперечить початковим умовам та математичній моделі (2.1), отримаємо значення критерію (3.1). Таким чином, з'являється можливість порівнювати між собою «корисність» того чи іншого закону руху механізму, який входить у вираз (3.1). Крім того, вираз  $P_n$  повинен бути квадратичним, оскільки функції, які в нього входять можуть мати як додатні так і від'ємні значення, і функціонал, при від'ємних значеннях функцій, буде зменшуватись, однак при цьому процес може бути неоптимальним.

Для розв'язання задач оптимального керування використовуються різноманітні математичні методи: варіаційного числення, принцип максимуму Л.С. Понтрягіна, динамічне програмування Белмана та наближені методи.

Для розв'язання задачі оптимального керування, що буде поставлена у подальшому, використаємо метод варіаційного числення, який дозволяє отримувати неперервні функції фазових координат системи та керування, що особливо важливо при мінімізації динамічних навантажень у елементах крана.

Важливим моментом при розв'язанні задач оптимального керування є вибір кінцевих умов, оскільки знайдений при цьому оптимальний процес буде передбачати відсутність коливань елементів крана [199].

### 3.2. Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідйомних кранів

Еквівалентна схема механізму обертання вантажопідйомного крану (у межах моделі зі зосередженими параметрами) представлені на рис. 1 [109].

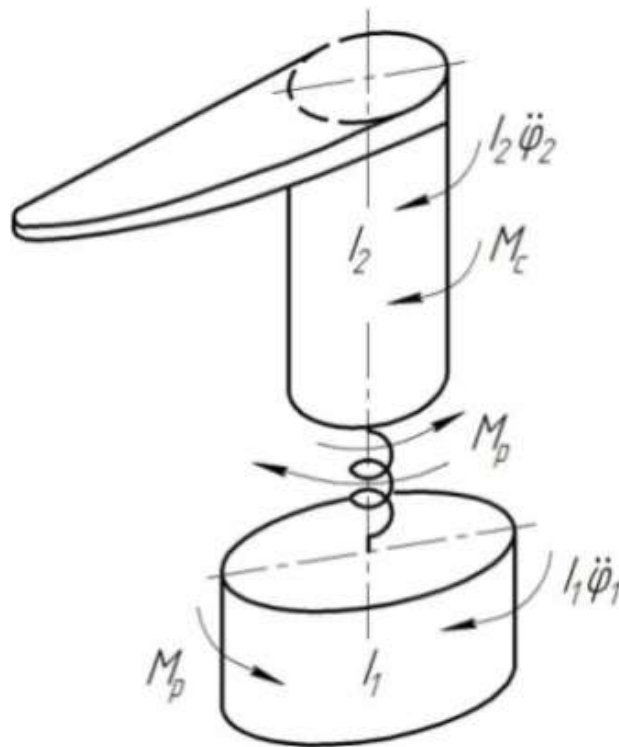


Рис.3.1. Еквівалентна схема механізму обертання вантажопідйомного крану при пуску і гальмуванні

Тут введені наступні позначення:  $I_1$  – приведений момент інерції привода механізму;  $I_2$  – момент інерції поворотної частини машини (крана);  $M_p$  – приведений крутний момент привода, котрий рівний  $M_{надл} + M_{оп}$ , де  $M_{надл}$  – надлишковий момент обертання привода, а  $M_{оп}$  – момент опору обертанню поворотної частини;  $\varphi_1$  й  $\varphi_2$  – незалежні переміщення мас привода й поворотної частини, обумовлені пружною деформацією елементів системи, що обертаються;  $I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1$  й  $I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2$  – момент від сил інерції, прикладені до відповідних мас.

Використовуючи принцип д'Аламбера, матимемо наступні рівняння динаміки для даної системи [3]:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + C'(\varphi_1 - \varphi_2) + \beta_r \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = M_{\text{надл}} + M_{\text{оп}}; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - C'(\varphi_1 - \varphi_2) - \beta_r \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = -M_{\text{оп}}, \end{cases} \quad (3.1)$$

де  $C'$  – крутна жорсткість;  $\beta_r$  – коефіцієнт пропорційності (коефіцієнт демпфування). (У моделі, що описується (3.1), вважаємо сили опору/сили демпфування пропорційними швидкості крутної деформації пружного ланцюга, тобто  $R_r = \beta_r \cdot \dot{\varphi} = \beta_r \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)$ , де  $R_r$  – сили демпфуючого опору).

Введемо нову змінну  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  (при цьому  $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2$ ;  $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2$ ), тоді систему (1) можна подати таким чином:

$$\ddot{\varphi} + \frac{\beta_r \cdot (I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} \cdot \dot{\varphi} + \frac{C' \cdot (I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} \cdot \varphi = \frac{I_2 \cdot (M_{\text{надл}} + M_{\text{оп}}) + I_1 \cdot M_{\text{оп}}}{I_1 \cdot I_2}. \quad (3.2)$$

Введемо позначення:

$$2n = \frac{\beta_r \cdot (I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2}. \quad (3.3)$$

Постійний множник при  $\varphi$  замінюємо через  $k^2$ , тобто:

$$k^2 = \frac{C' \cdot (I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2}. \quad (3.4)$$

Тоді остаточно замість (2) маємо:

$$\ddot{\varphi} + 2n \cdot \dot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi = \frac{I_2 \cdot (M_{\text{надл}} + M_{\text{оп}}) + I_1 \cdot M_{\text{оп}}}{I_1 \cdot I_2}. \quad (3.5)$$

Рівняння (3.5) описує вимушені коливання системи, які виникають під дією прикладених до неї зовнішніх змінних сил (вони стоять у правій частині рівняння). При відсутності вимушених впливів ззовні рівняння (3.5) має вид:

$$\ddot{\varphi} + 2n \cdot \dot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi = 0. \quad (3.6)$$

Рівняння (3.6) описує затухаючі власні коливання системи, які відбуваються у вигляді крутих коливань з частотою  $k$ , величина котрої для даної системи визначається формулою (3.4). Розв'язок (3.6) має наступний вид:

$$\varphi(t) = \varphi_{одн}(t) = C_1 \cdot \exp(-nt) \cdot \sin(\Omega t) + C_2 \exp(-nt) \cdot \cos(\Omega t), \quad (3.7)$$

де  $\Omega = \sqrt{k^2 - n^2}$ ,  $k > n$ ,  $(C_1, C_2)$  – невизначені константи.

Будемо вважати у подальшому, що  $(M_{надл}, M_{он})$  є константами, незалежними від часу  $t$ . Тоді частинний розв'язок (3.5) має вид:

$$\varphi_{част}(t) = \frac{I_2(M_{надл} + M_{он}) + I_1 \cdot M_{он}}{I_1 \cdot I_2 \cdot k^2}. \quad (3.8)$$

Загальний розв'язок (5) має вид:

$$\varphi(t) = \varphi_{одн}(t) + \varphi_{част}(t) = \exp(-nt) \cdot \{C_1 \sin \Omega t + C_2 \cos \Omega t\} + \frac{I_2(M_{надл} + M_{он}) + I_1 \cdot M_{он}}{I_1 \cdot I_2 \cdot k^2}. \quad (3.9)$$

Початкові умови для рівняння (3.5) наступні:

$$t = 0: \varphi|_{t=0} = \frac{M_{он}}{C'}; \dot{\varphi}|_{t=0} = 0. \quad (3.10)$$

Звідси випливає, що:

$$C_1 = 0; \quad C_2 = -\frac{I_2(M_{\text{надл}} + M_{\text{он}}) + I_1 \cdot M_{\text{он}}}{I_1 \cdot I_2 \cdot k^2} + \frac{M_{\text{он}}}{C'}. \quad (3.11)$$

(По суті, початковою умовою для  $\varphi(t)|_{t=0}$  визначається статична крутна деформація пружного елемента системи під дією моменту опору  $M_{\text{он}}$ ).

Тоді загальний розв'язок (3.9) при умовах (3.10) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{M_{\text{надл}}}{I_1 \cdot k^2} \cdot \{1 - \exp(-nt) \cdot \cos \Omega t\} + \frac{(I_1 + I_2) \cdot M_{\text{он}}}{I_1 \cdot I_2 \cdot k^2} = \\ &= \frac{M_{\text{надл}}}{I_1 \cdot k^2} \cdot \{1 - \exp(-nt) \cdot \cos \Omega t\} + \frac{M_{\text{он}}}{C'}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Динамічний момент  $M_F$ , що діє на поворотну частину системи, має вид:

$$M_F(t) = C' \cdot \varphi(t) = \frac{I_2 \cdot M_{\text{надл}}}{(I_1 + I_2)} \cdot \{1 - \exp(-nt) \cdot \cos \Omega t\} + M_{\text{он}}. \quad (3.13)$$

При  $n \ll k$ ,  $\Omega \rightarrow k$ , тоді з (13) маємо:

$$M_F(t) = \frac{I_2 \cdot M_{\text{надл}}}{(I_1 + I_2)} \cdot \{1 - \cos kt\} + M_{\text{он}}. \quad (3.14)$$

Цей результат співпадає з отриманим у [77].

Максимальне значення моменту  $M_F$  наступне:

$$M_{F \max} = \frac{I_2 \cdot M_{\text{надл}}}{(I_1 + I_2)} \cdot \{1 + \exp(-nt)\} + M_{\text{он}}. \quad (3.15)$$

При  $t = 0$   $M_{F \max}$  приймає значення:

$$M_{F \max} |_{t=0} = \frac{2I_2 \cdot M_{\text{надл}}}{(I_1 + I_2)} + M_{\text{он}}. \quad (3.16)$$

З плином часу,  $t \rightarrow \infty$ ,  $M_F$  зменшується до значення:

$$M_{F \max} |_{t \rightarrow \infty} = \frac{I_2 \cdot M_{\text{надл}}}{(I_1 + I_2)} + M_{\text{он}}. \quad (3.17)$$

Графік залежності  $M_{F \max}(t)$  наведений на рис. 3. 2.

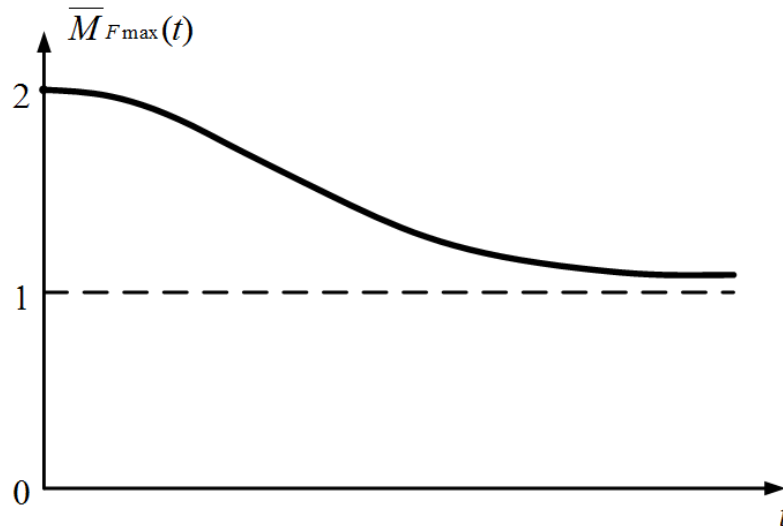


Рис. 3.2. Залежність  $\bar{M}_{F \max}(t)$ :  $\bar{M}_{F \max}(t) = \frac{(M_{F \max}(t) - M_{\text{он}})}{\left\{ \frac{I_2}{(I_1 + I_2)} \cdot M_{\text{надл}} \right\}}.$

Величиною  $\varepsilon = \frac{M_{\text{надл}}}{(I_1 + I_2)}$  визначається кутове прискорення системи.

Чим більше число  $n$ , тим швидше  $\bar{M}_{F \max}$  спадає до 1.

Залежність  $M_F(t)$  (3.13) наведена на рис. 3.3. При цьому  $\bar{M}_F$  визначається співвідношенням:



$$\overline{M}_F = \frac{\{M_F - M_{on}\}}{\left\{ \frac{I_2 \cdot M_{надл}}{(I_1 + I_2)} \right\}} = 1 - \exp(-nt) \cdot \cos \Omega t. \quad (3.18)$$

Слід зазначити, що при  $n \ll k$  співвідношення (3.18) приймає вид:

$$\overline{M}_F(t) = 2 \cdot \sin^2\left(\frac{kt}{2}\right). \quad (3.19)$$

Тобто величина  $\overline{M}_F(t)$  у цьому випадку характеризує «биття» моменту  $M_F$ , які виникають у часі (рис. 3.4). Максимальні значення  $\overline{M}_F(t)$  (3.19) спостерігаються у моменти часу  $t^*$ :

$$t_n^* = \frac{\pi \cdot (2n-1)}{k}, \quad n \in N. \quad (3.20)$$

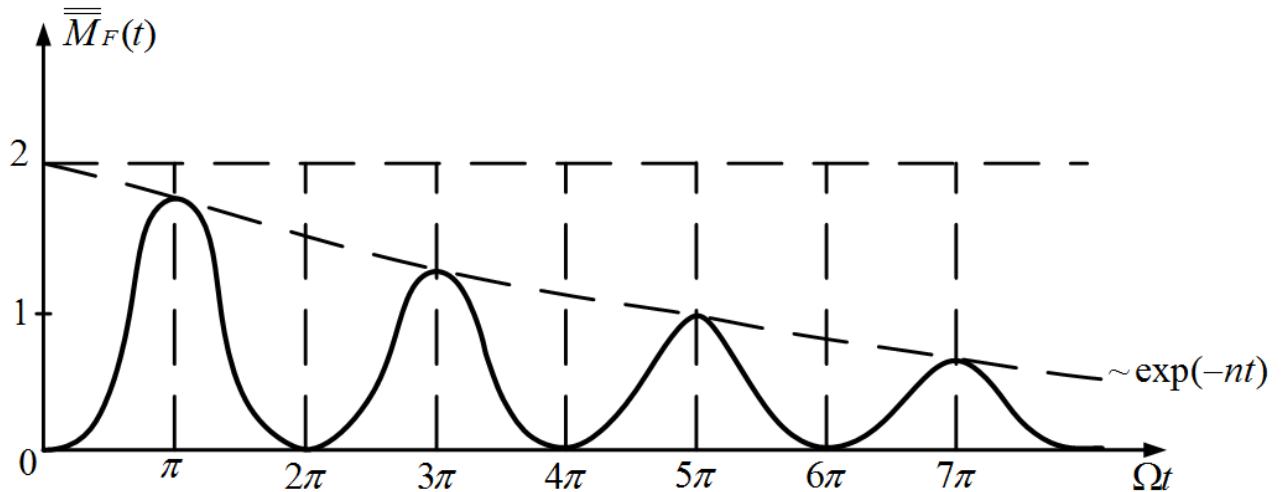


Рис. 3.3. Залежність  $\overline{M}_F(t)$  (3.18).

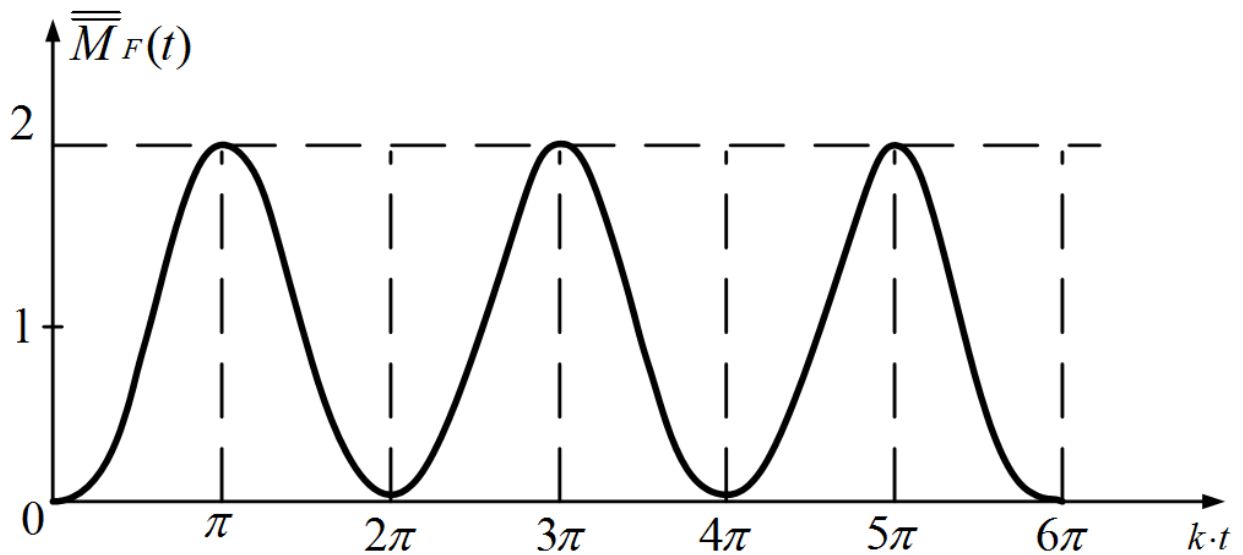


Рис. 3.4. Залежність  $\overline{M}_F(t)$  (3.19) при  $n \ll k$ .

Еквівалентні схеми різних систем для режимів пуску (розгону) й робочого гальмування обертального механізму крана відрізняється лише напрямком моментів чи сил, прикладених до ведучого (гальмівного) елементу системи. Виключення з цього правила складають лише режими різкого гальмування й стопоріння, котрі супроводжуються ударом.

Вище розглянутий за еквівалентною схемою рис. 3.1, а процес розгону/пуску механізму обертання крана. Якщо розглядати, наприклад, процес робочого гальмування механізму обертання, тоді можна знову використати еквівалентну схему, зображену на рис. 3.1, замінюючи у ній рушійний момент  $M_p$  гальмівним моментом  $M_T$ , спрямованим у бік моменту опору  $M_{on}$ , й приймаючи кут скрутки пружної ланки:  $\varphi = -(\varphi_2 - \varphi_1)$ .

Диференціальні рівняння руху такої системи мають вид:

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 - C'(\varphi_2 - \varphi_1) - \beta_r \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) = -M_T; \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + C'(\varphi_2 - \varphi_1) + \beta_r \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) = -M_{on}. \end{cases} \quad (3.21)$$

Після перетворень, аналогічних до проведених з системою (3.1), матимемо:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \cdot \varphi + 2n \cdot \dot{\varphi} = \frac{M_T}{I_1} - \frac{M_{on}}{I_2}. \quad (3.22)$$

Для початкових умов виду (3.10) розв'язок (3.22) приймає вид:

$$\varphi(t) = \frac{I_2(M_T + M_{on})}{C'} \cdot \{1 - \exp(-nt) \cdot \cos \Omega t\} - \frac{M_{on}}{C'}. \quad (3.23)$$

Помноживши величину  $\varphi(t)$  на кутову жорсткість  $C'$  пружного ланцюга, знайдемо діюче на цей ланцюг динамічне навантаження:

$$M_F = \frac{I_2 \cdot (M_T + M_{on})}{(I_1 + I_2)} \cdot \{1 - \exp(-nt) \cdot \cos \Omega t\} - M_{on}. \quad (3.24)$$

Максимальне значення момент  $M_F$  приймає при:

$$\cos \Omega t = -1 \Leftrightarrow \Omega t = \pi(2n - 1), \quad n \in N. \quad (3.25)$$

При цьому

$$M_{F \max} = \frac{I_2 \cdot (M_T + M_{on})}{(I_1 + I_2)} \cdot \{1 + \exp(-nt) \cdot \cos \Omega t\} - M_{on}. \quad (3.26)$$

Зазвичай гальма розраховують, виходячи з моменту, котрий повинен бути забезпечений на валу, котрий слід загальмувати. Із врахуванням коефіцієнту  $\beta_T$  запасу щодо гальмування цей момент [109] має значення:

$$M_T = \beta_T \cdot M_{CT}, \quad (3.27)$$

де  $M_{CT}$  – статистичний момент від сил опору при гальмуванні. (Для вантажопідйомних машин у залежності від режимів роботи  $\beta_T = 1,5 \dots 2,0$ ). Тоді, із врахуванням (3.27), приймаючи  $M_{on} = M'_{CT}$ , знаходимо з (3.26) ( $n \ll k$ ):

$$M_{F \max} = \frac{[I_2 \cdot (2\beta_T + 1) - I_1]}{(I_1 + I_2)} \cdot M_{on}. \quad (3.28)$$

Більш точний вираз, справедливий при ( $n < k$ ), має вигляд:

$$M_{F \max} = \left\{ \frac{I_2 \cdot (1 + \beta_T)}{(I_1 + I_2)} \cdot [1 + \exp(-nt)] - 1 \right\}. \quad (3.29)$$

Розглянемо далі еквівалентну схему механізму повороту крану при пуску й гальмуванні у межах досліджуваної моделі (за наявності в'язкого тертя), які здійснюють оптимальний рух, тобто мінімізують динамічний момент  $M_F$ , діючий на поворотну частину системи. Для цього спочатку встановимо критерій оптимальності такого руху у вигляді:

$$\int_0^{t_p} M_F^2 dt \Rightarrow \min. \quad (3.30)$$

Далі визначимо для кожної еквівалентної схеми механізму повороту крану закон його руху, що реалізує критерій (3.30). При цьому застосовуємо всі припущення, які були введені вище.

1. Режим оптимального пуску механізму повороту крана.

Критерій (3.30) у цьому випадку набуває вигляду:

$$\int_0^{t_p} \left[ \frac{C'}{k^2} \right]^2 \cdot \left[ -\ddot{\phi} - \frac{\beta_r}{C'} \cdot k^2 \cdot \dot{\phi} + \frac{M_{на\ddot{o}л} + M_{on}}{I_1} + \frac{M_{on}}{I_2} \right]^2 dt \Rightarrow \min. \quad (3.31)$$

Необхідною умовою реалізації критерію (3.31) є рівняння Ейлера – Пуассона виду:

$$\varphi^{(IV)} - \left( \frac{\beta_r}{C'} \cdot k^2 \right)^2 \cdot \ddot{\varphi} = 0. \quad (3.32)$$

Введемо позначення:

$$\frac{\beta_r}{C'} \cdot k^2 = \beta. \quad (3.33)$$

Тоді (3.32) можна записати наступним чином:

$$\varphi^{(IV)} - \beta^2 \cdot \ddot{\varphi} = 0. \quad (3.34)$$

Початкові умови (при  $t = 0$ ) для рівняння (3.34) наступні:

$$\varphi|_{t=0} = \frac{M_{on}}{C'}; \quad \dot{\varphi}|_{t=0} = 0; \quad \ddot{\varphi}|_{t=0} = -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + (M_{on}) \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right); \quad (3.35)$$

Для  $\ddot{\varphi}(0)$  маємо після диференціювання по  $t$  рівняння для  $\varphi(t)$ :

$$\ddot{\varphi}|_{t=0} = -\frac{\beta_r}{C'} \cdot k^2 \cdot \ddot{\varphi}(0) = -\beta \cdot \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\}. \quad (3.36)$$

Розв'язок (3.34) розшукуємо у вигляді:

$$\varphi(t) = C_1 + C_2 \cdot t + C_3 \cdot e^{\beta t} + C_4 \cdot e^{-\beta t}. \quad (3.37)$$

Виходячи з початкових умов даної задачі (3.35), (3.36) для визначення  $C_i$ ,  $i = \overline{(1,4)}$ , маємо наступні співвідношення:

$$\begin{cases} C_1 + C_3 + C_4 = \frac{M_{on}}{C'}; & C_2 + \beta C_3 - \beta C_4 = 0; \\ \beta^2(C_3 + C_4) = -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right); \\ \beta^3(C_3 - C_4) = -\beta \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\}. \end{cases} \quad (3.38)$$

Розв'язок лінійної системи (3.38) для коефіцієнтів  $C_i$ ,  $i = \overline{(1,4)}$ , наступні:

$$\begin{cases} C_3 = 0; & C_4 = \frac{1}{\beta^2} \cdot \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\}; \\ C_2 = \beta C_4 = \frac{1}{\beta} \cdot \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\}; & C_1 = -C_4. \end{cases} \quad (3.39)$$

Остаточно, режим руху поворотної системи крану при його пуску, який реалізує критерій (3.30), (3.31), має вид:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\beta^2} \cdot \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\} \cdot \{ -1 + \beta t + e^{-\beta t} \} \quad (3.40)$$

Для самого  $M_F(t)$  на ділянці пуску  $t \in [0, t_p]$  маємо:

$$M_F(t) = C' \cdot \varphi(t) = \frac{C'}{\beta^2} \cdot \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\} \cdot \{ -1 + \beta t + e^{-\beta t} \} \quad (3.41)$$

При цьому у початковий момент часу  $M_F|_{t=0} = 0$ , а у кінці розгону  $M_F|_{t=t_p}$  набуває наступного значення:

$$M_F(t_p) = \frac{C'}{\beta^2} \cdot \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\} \cdot \left\{ 1 + \beta \cdot t_p + e^{-\beta t_p} \right\} \quad (3.42)$$

Якщо  $\beta \cdot t_p \ll 1$ , тоді можна з (3.42) отримати наближене значення  $M_F(t_p)$  наступного виду:

$$M_F(t_p) = \frac{C'}{2} \cdot t_p^2 \cdot \left\{ -k^2 \cdot \frac{M_{on}}{C'} + \frac{M_{надл}}{I_1} + M_{on} \cdot \left( \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \right\}. \quad (3.43)$$

Отже, при умові  $\beta t_p \ll 1$  або  $\frac{\beta_r}{C'} \cdot k^2 \cdot t_p \ll 1$   $M_F(t_p)$  при оптимальному режимі розгону механізму повороту вантажопідйомного крана  $\sim t_p^2$ .

## 2. Режим оптимального гальмування механізму повороту крана.

Отримані вище результати для режиму пуску легко записати й для режиму гальмування поворотного механізму вантажопідйомного крана. Треба лише у формулах (3.30) – (3.43) зробити заміну  $M_{надл} \Rightarrow (-M_{гальм} - M_{on})$ , де  $M_{гальм}$  – гальмівний момент. Крім того,  $t_p \Rightarrow t_z$ , де  $t_z$  – тривалість гальмування системи.

Отже, для цього режиму маємо:

а) оптимальний закон гальмування  $\varphi(t)$  –

$$\varphi(t) = \left( -\frac{1}{\beta^2} \right) \cdot \frac{1}{I_1} \cdot (M_{гальм} + M_{on}) \cdot \left\{ 1 + \beta t + e^{-\beta t} \right\}, \quad (3.44)$$

б) оптимальний закон  $M_F(t)$  при гальмуванні:

$$M_F(t) = \frac{C'}{\beta^2} \left\{ \left( -\frac{1}{I_1} \right) (M_{гальм} + M_{on}) \right\} \cdot \left\{ 1 + \beta t + e^{-\beta t} \right\} \quad (3.45)$$

При  $\beta \cdot t_r \ll 1$  або  $\frac{\beta_r}{C'} \cdot k^2 \cdot t_z \ll 1$   $M_F(t_z)$  має вид:

$$M_F(t_z) \approx \frac{C'}{2} \cdot t_z^2 \cdot \left\{ \left( -\frac{1}{I_1} \right) (M_{зальм} + M_{он}) \right\}. \quad (3.46)$$

Слід зазначити, що й у формулах (3.40), (3.41), (3.42) і (43) можна зробити спрощення, використовуючи визначення коефіцієнта  $k$   $\left( k^2 = \frac{C' \cdot (I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} \right)$ .

Введемо позначення:

$$\frac{M_{надл}}{I_1} \cdot \frac{C'}{\beta^2} = M_{оп}; \quad \frac{(M_{зальм} + M_{он})}{(-I_1)} \cdot \frac{C'}{\beta^2} = M_{оз}. \quad (3.47)$$

Тоді залежність  $M_F(t)$  для етапу розгону набуває виду:

$$M_F^{(розг)}(t) = M_{оп} \cdot \left\{ -1 + \beta t + e^{-\beta t} \right\}, \quad (3.48)$$

а для етапу гальмування системи повороту крана (у оптимальному режимі):

$$M_F^{(зальм)}(t) = M_{оз} \cdot \left\{ -1 + \beta t + e^{-\beta t} \right\}, \quad (3.49)$$

Вирази  $M_F^{(розг)}(t)$  й  $M_F^{(зальм)}(t)$  можна об'єднати єдиним записом:

$$\overline{M}_F(t) = \left\{ \begin{array}{l} M_F^{(розг)}(t) / M_{оп} \\ M_F^{(зальм)}(t) / M_{оз} \end{array} \right\} \cdot \left\{ -1 + \beta t + e^{-\beta t} \right\}, \quad (3.50)$$



Замість  $\overline{M}_F(t)$  для обох етапів функціонування досліджуваної системи визначається (з точністю до нормованого множника) виразом  $\{-1 + \beta t + e^{-\beta t}\} \equiv \overline{M}_F(t)$ . На рис. 3.5 наведені основні варіанти графічного зображення цієї залежності для різних співвідношень між  $\beta$  й  $t_{p(z)}$ .

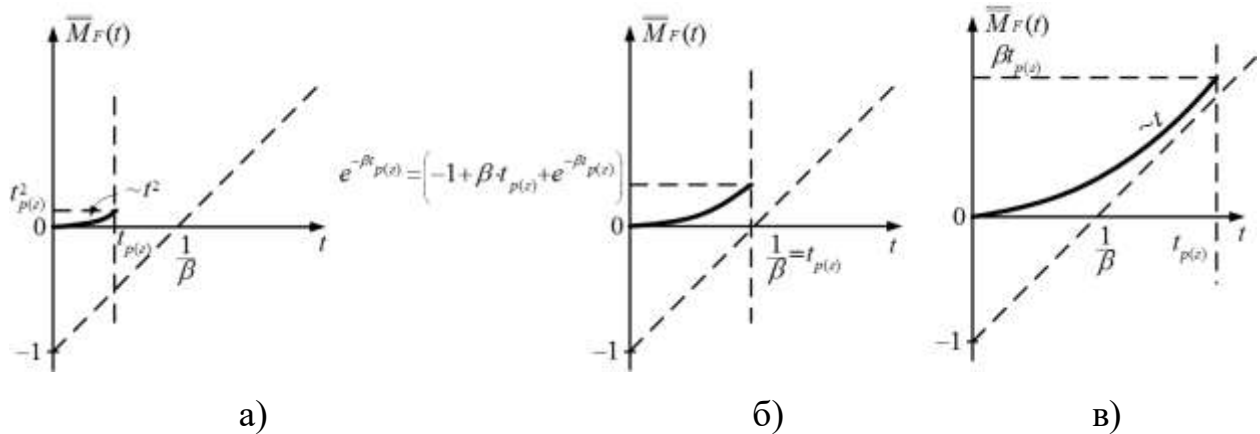


Рис. 3.5. Залежність  $\overline{M}_F(t)$  для різних співвідношень  $\beta$  й  $t_{p(z)}$ :

а) –  $\beta \cdot t_{p(z)} \ll 1$ ; б) –  $\beta \cdot t_{p(z)} \approx 1$ ; в)  $\beta \cdot t_{p(z)} \gg 1$ .

### 3.3. Визначення оптимальних режимів механізму повороту стрілового крана

В пункті розглянемо ряд розв'язаних у ході дослідження задач по усуненню коливань вантажу на гнучкомі підвісі під час роботи механізму повороту стрілового крана.

#### 3.3.1. Оптимізація режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі

Для проведення досліджень прийнято тримасову динамічну модель механізму повороту крана (рис. 3.6) [1].

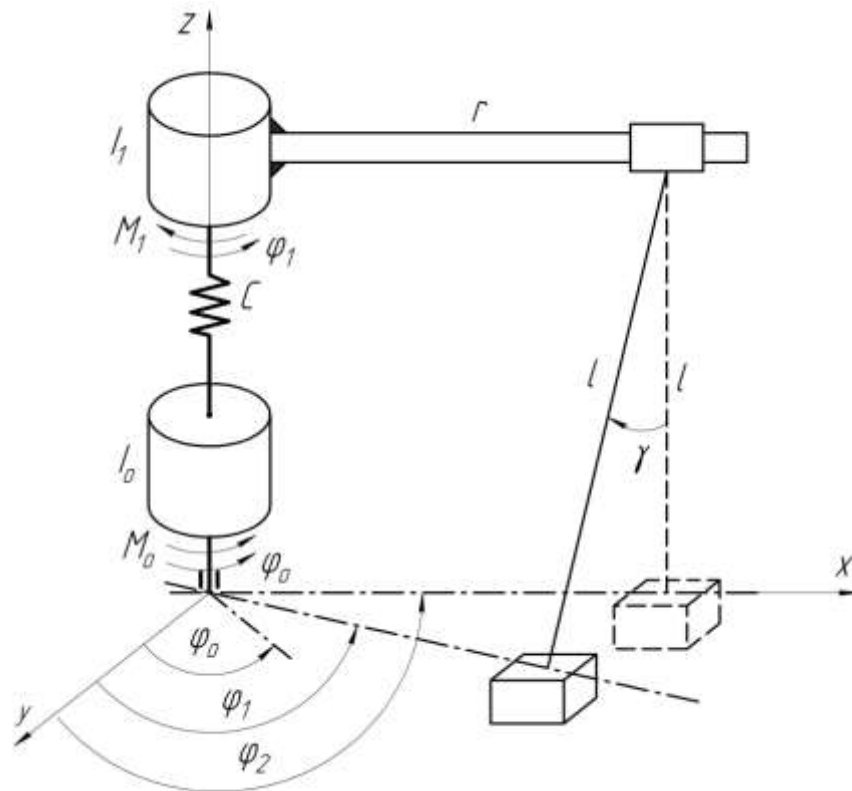


Рис. 3.6. Динамічна модель механізму повороту стрілового крана

В цій моделі прийняті наступні припущення:

- підвішений вантаж подібний до вільно висячого маятника;
- припускаємо відцентрові коливання вантажу в порівнянні з радіальними незначними і їх дію не враховуємо;
- усі елементи механізму повороту вважаємо абсолютно твердими тілами, окрім передавального механізму приводу.

Перераховані припущення дають досить малу похибку, що підтверджується практичними дослідженнями конструкцій механізму повороту реальних кранів [34].

Для динамічної моделі, представленій на рис. 3.6, отримані рівняння руху, які складаються з трьох диференціальних рівнянь другого порядку [4]:

$$\begin{cases} I_o \ddot{\varphi} = M_o - C(\varphi_o - \varphi_1); \\ I_1 \ddot{\varphi}_1 = C(\varphi_o - \varphi_1) - m r^2 g(\varphi_1 - \varphi_2)/l - M_1; \\ \ddot{\varphi}_2 = g(\varphi_1 - \varphi_2)/l, \end{cases} \quad (3.51)$$

З рівнянь системи (3.51) знаходимо кінематичні характеристики башти, виражені через характеристики вантажу:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2 + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2; \\ \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2; \\ \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 + \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^{(IV)}. \end{cases} \quad (3.52)$$

Тоді пружний момент в привідному механізмі визначається за такими залежностями:

$$M_{o1} = I_1 \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^{(IV)} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (3.53)$$

За критерій оптимізації процесу пуску механізму повороту крана прийнято середньоквадратичне значення пружного моменту в приводі, оскільки саме цей момент в значній мірі визначає динамічні навантаження [4]:

$$M_{o1ck} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} M_{o1}^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min; \quad (3.54)$$

$$f = M_{o1}^2 = \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^{(IV)} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 + M_1 \right]^2. \quad (3.55)$$

Умова мінімуму критерію (3.54) з урахуванням виразу (3.55) визначається із рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{\varphi}_2} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_2} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_2} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f}{\partial \varphi_2} = 0. \quad (3.56)$$

Для механізму повороту крана складові рівняння (3.56) мають наступний вигляд:

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} = \frac{\partial f}{\partial \dot{\varphi}_2} = \frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_2} = 0;$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_2} = 2 \left( I_1 + mr^2 \right) \left[ I_1 \frac{l}{g} \varphi_2^{(IV)} + \left( I_1 + mr^2 \right) \ddot{\varphi}_2 + M_1 \right];$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_2} = 2 I_1 \frac{l}{g} \left[ I_1 \frac{l}{g} \varphi_2^{(IV)} + \left( I_1 + mr^2 \right) \ddot{\varphi}_2 + M_1 \right];$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{\varphi}_2} = 2 \left( I_1 + mr^2 \right) \left[ I_1 \frac{l}{g} \varphi_2^{(VI)} + \left( I_1 + mr^2 \right) \varphi_2^{(IV)} \right];$$

$$\frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f}{\partial \varphi_2} = 2 I_1 \frac{l}{g} \left[ I_1 \frac{l}{g} \varphi_2^{(VIII)} + \left( I_1 + mr^2 \right) \varphi_2^{(VI)} \right]. \quad (3.57)$$

Після підстановки виразів (3.57) в рівняння (3.56) маємо

$$\left( I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \varphi_2^{(VIII)} + 2 I_1 \frac{l}{g} \left( I_1 + mr^2 \right) \varphi_2^{(VI)} + \left( I_1 + mr^2 \right)^2 \varphi_2^{(IV)} = 0. \quad (3.58)$$

Розділяємо всі члени рівняння (3.58) на коефіцієнт біля найстаршої похідної, в результаті чого отримуємо

$$\overset{(VIII)}{\varphi^2} + 2 \cdot \overset{(VI)}{k^2} \cdot \overset{(IV)}{\varphi^2} + k^4 \cdot \varphi^2 = 0, \quad (3.59)$$

де  $k = \sqrt{\frac{(I_1 + mr^2)}{I_1 l/g}}$  – частота власних коливань системи.

Для розв'язку диференціального рівняння (3.59) складаємо характеристичне рівняння:

$$r^4 \cdot (r^4 + 2 \cdot k^2 \cdot r^2 + k^4) = 0; \quad (3.60)$$

$$r^4 = 0 \rightarrow r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0; \quad (3.61)$$

Зробимо заміну

$$r^2 = p. \quad (3.62)$$

Тоді

$$p^2 + 2 \cdot k^2 \cdot p + k^4 = 0;$$

$$p_{1,2} = -k^2 \pm \sqrt{k^4 - k^4} = -k^2;$$

$$r_{5,6} = \sqrt{-k^2} = \pm k_i, \quad (3.63)$$

$$r_{7,8} = \sqrt{-k^2} = \pm k_i, \quad (3.64)$$

Відповідно до розв'язків (3.61), (3.63) і (3.64) характеристичного рівняння (3.60) розв'язок диференціального рівняння 3.5(9) має вигляд

$$\varphi_2 = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3 + (C_5 + C_6 t) \cdot \sin kt + (C_7 + C_8 t) \cdot \cos kt \quad (3.65)$$

де  $C_1, C_2, \dots, C_8$  – постійні, які визначаються з крайових умов руху. Для процесу пуску ці умови мають вигляд:

$$\begin{cases} t = 0: & \varphi_2 = \varphi_1 = 0; \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = 0; \\ t = t_1: & \varphi_2 = \varphi_1 = \omega_y t_1 / 2; \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = \omega_y. \end{cases} \quad (3.66)$$

Виразимо крайові умови  $\varphi_1$  і  $\dot{\varphi}_1$  через координату  $\varphi_2$  та її похідні за часом. Для цього скористаємося залежностями (3.52), які дають:

$$\begin{cases} t = 0: & \varphi_2 = 0, \quad \dot{\varphi}_2 = 0, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0; \\ t = t_1: & \varphi_2 = \omega_y t_1 / 2; \quad \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0. \end{cases} \quad (3.67)$$

Для визначення постійних  $C_1, C_2, \dots, C_8$  візьмемо похідні від залежності (3.65) включно до третього порядку, в результаті чого отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_2 &= C_2 + 2 \cdot C_3 t + 3 \cdot C_4 t^2 + (C_6 - C_7 k - C_8 k t) \cdot \sin kt + (C_8 + C_5 k + C_6 k t) \cdot \cos kt; \\ \ddot{\varphi}_2 &= 2 \cdot C_3 + 6 \cdot C_4 t - (2C_8 + C_5 k + C_6 k t) \cdot k \cdot \sin kt + (2C_6 - C_7 k - C_8 k t) \cdot k \cdot \cos kt; \\ \ddot{\varphi}_2 &= 6 \cdot C_4 - (3C_6 - C_7 k - C_8 k t) \cdot k^2 \sin kt - (3C_8 + C_5 k + C_6 k t) \cdot k^2 \cdot \cos kt \end{aligned} \quad (3.68)$$

Після підстановки крайових умов (3.67) в залежності (3.65) і (3.68) будемо мати:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 + C_7 = 0; C_2 + C_8 + C_5 k = 0; \\ 2C_3 + (2C_6 - C_7 k)k = 0; 6C_4 - (3C_8 + C_5 k)k^2 = 0; \\ C_1 + C_2 t_1 + C_3 t_1^2 + C_4 t_1^3 + (C_5 + C_6 t_1) \sin kt_1 + \\ + (C_7 + C_8 t_1) \cos kt_1 = \frac{\omega_y t_1}{2}; \\ C_2 + 2C_3 t_1 + 3C_4 t_1^2 + C_4 t_1^3 + (C_6 - C_7 k - C_8 kt_1) \cdot \\ \cdot \sin kt_1 + (C_8 + C_5 k + C_6 kt_1) \cos kt_1 = \omega_y; \\ 2C_3 + 6C_4 t_1 - (2C_8 + C_5 k + C_6 kt_1) \cdot \\ \cdot k \sin kt_1 + (2C_6 - C_7 k - C_8 kt_1)k \cos kt_1 = 0; \\ 6C_4 - (3C_6 - C_7 k - C_8 kt_1)k^2 \sin kt_1 - \\ - (3C_8 + C_5 k + C_6 kt_1)k^2 \cos kt_1 = 0. \end{array} \right. \quad (3.69)$$

Розв'язавши систему (3.69), знайдемо постійні  $C_1, C_2, \dots, C_8$ . Підставивши їх в (3.65) та (3.68), отримаємо оптимальний режим повороту крана. Після цього за допомогою залежності (3.52) може бути визначений оптимальний режим повороту крана.

З системи (3.51) може бути визначений режим руху привідного механізму, який відповідає оптимальному режиму повороту крана:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_o = \varphi_1 + \frac{I_1}{C} \ddot{\varphi}_1 + \frac{mr^2}{C} \ddot{\varphi}_2 + \frac{M_1}{C}; \\ \dot{\varphi}_o = \dot{\varphi}_1 + \frac{I_1}{C} \ddot{\varphi}_1 + \frac{mr^2}{C} \ddot{\varphi}_2; \\ \ddot{\varphi}_o = \ddot{\varphi}_1 + \frac{I_1}{C} \varphi_1^{IV} + \frac{mr^2}{C} \varphi_2^{IV}. \end{array} \right. \quad (3.70)$$

Для механізму повороту стрілової системи крана QTZ – 80 з параметрами

$$I_0 = 71626,115 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_1 = 4920738,85 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; C = 6626669,045 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{рад}; m = 2000 \text{ кг};$$

$$r = 40 \text{ м}; l = 30 \text{ м}; M_{кр} = 85 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_H = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}; u = 1355,2; \eta = 0,86; \omega_0 = 104,67 \text{ рад} / \text{с};$$

$\omega_H = 95,04 \text{ рад} / \text{с}; \lambda = 2,8; g = 9,81 \text{ м} / \text{с}^2$  побудовано кінематичні характеристики повороту вантажу, крана та привідного механізму (рис. 3.7 - рис. 3.9), а також пружного та рушійного моментів приводу (рис. 3.10).

З побудованих графіків кінематичних характеристик приводу, поворотної башти та вантажу, а також пружного та рушійного моментів приводу, отриманих в результаті оптимізації за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі бачимо, що отриманий режим руху приводить до зниження динамічних навантажень в приводі та металоконструкції за рахунок того, що виконується плавний рух протягом перехідного процесу. Отриманий оптимальний закон керування буде у подальшому реалізований і експериментальним шляхом перевіреним для механізму повороту стрілового крана.

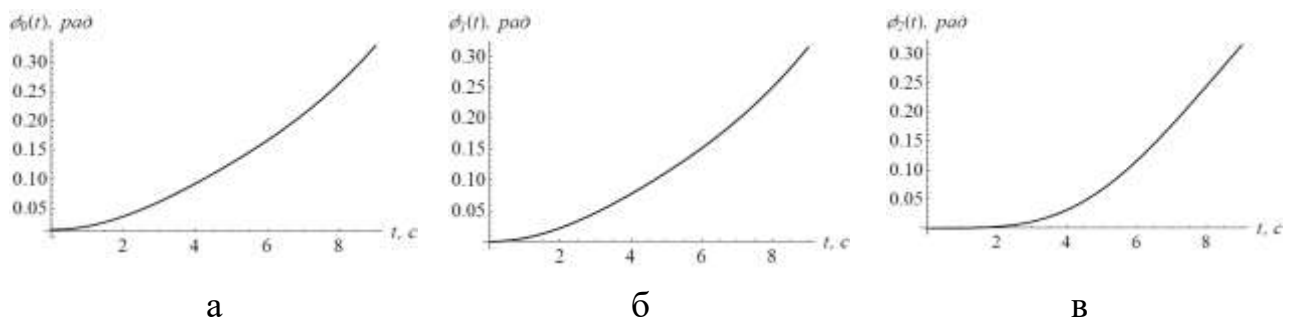


Рис. 3.7. Графіки зміни кутових координат ланок крана: *а* – приводу; *б* – поворотної башти; *в* – вантажу

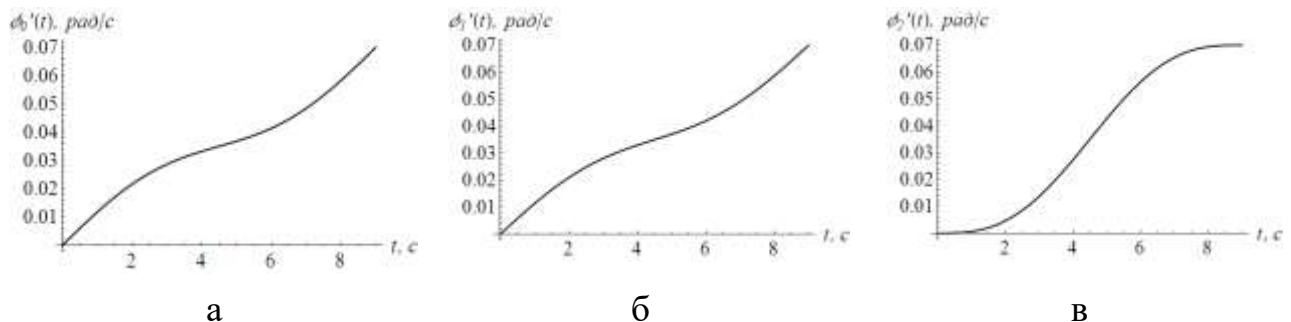


Рис. 3.8. Графіки зміни кутових швидкостей ланок крана: *а* – приводу; *б* – поворотної башти; *в* – вантажа



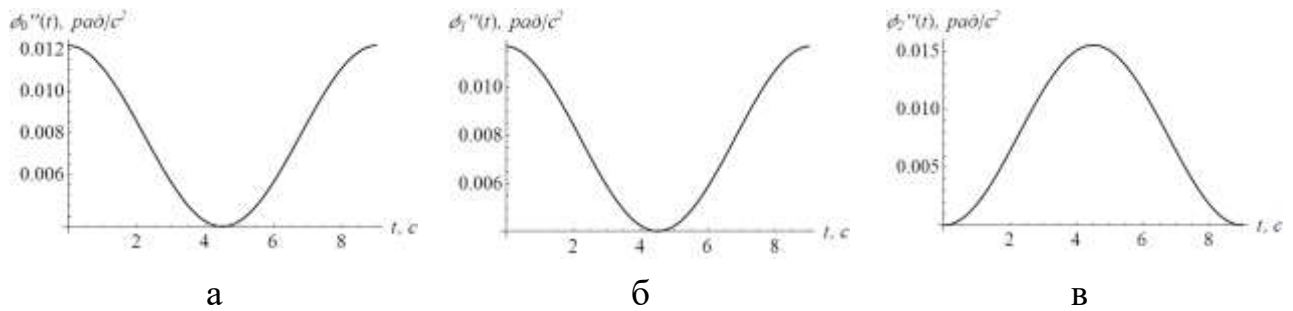


Рис. 3.9. Графіки зміни кутових прискорень ланок крана: *а* – приводу; *б* – поворотної башти; *в* – вантажу

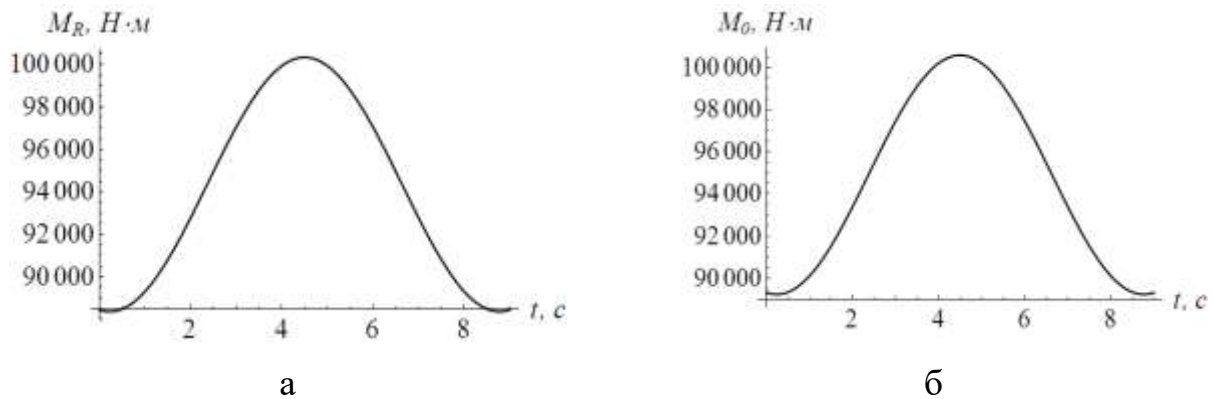


Рис. 3.10. Графіки зміни пружного моменту (*а*) та рушійного моменту (*б*) в приводі від часу при оптимальному режимі пуску

В результаті проведеного дослідження на основі тримасової динамічної моделі та математичної моделі руху баштового крана була проведена оптимізація перехідних режимів руху за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі.

Встановлено, що задачу зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі доцільно вирішувати шляхом варіаційного числення, оскільки знайдена керуюча дія на механізм повороту задовольняє умови поставленої задачі. Обраний критерій оптимізації режиму руху механізму повороту дозволяє зменшити динамічні навантаження в приводі та конструкції за рахунок плавного прикладання пускового моменту при перехідних режимах руху. Реалізувати отримані оптимальні закони руху можна за допомогою мехатронної системи керування механізмом повороту стрілового крана.

### 3.3.2. Обґрунтування крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана

За критерій оптимізації режиму повороту стрілового крана оберемо середньоквадратичне значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі [5]. Для визначення цього критерію спочатку з другого рівняння системи (3.51) визначимо величину пружного моменту в приводному механізмі

$$M_{o1} = C \cdot (\varphi_o - \varphi_1) = I_1 \ddot{\varphi}_1 + mr^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (3.71)$$

Залежність (3.71) зведемо лише до узагальненої координати  $\varphi_2$  та її похідних за часом. Для цього скористаємось останньою залежністю системи (3.52), в результаті чого отримаємо

$$M_{o1} = I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^{IV} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (3.72)$$

Взявши похідні за часом від виразу (3.72), знайдемо швидкість зміни пружного моменту в приводному механізмі

$$\dot{M}_{o1} = I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^V + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2. \quad (3.73)$$

Тоді критерій оптимізації режиму повороту крана матиме вигляд [5]

$$\dot{M}_{o1ck} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \dot{M}_{o1}^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (3.74)$$

де  $t$  – час;  $t_1$  – тривалість перехідного процесу (пуску, гальмування).

Зробимо заміну

$$f = \dot{M}_{o1}^2 = \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right]^2. \quad (3.75)$$

Умовою мінімуму критерію (3.74) з урахуванням виразу (3.75) є рівняння Пуассона

$$\sum_{i=3}^5 (-1)^i \frac{d^i}{dt^i} \frac{df}{d \varphi_2^{(i)}} = 0. \quad (3.76)$$

Візьмемо похідні від виразу (3.75) відповідно до рівняння (3.76)

$$\frac{df}{d \ddot{\varphi}_2} = 2 \cdot (I_1 + mr^2) \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right];$$

$$\frac{df}{d \varphi_2^{IV}} = 0;$$

$$\frac{df}{d \varphi_2^V} = 2 \cdot I_1 \cdot \frac{l}{g} \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right];$$

$$\frac{d^3}{dt^3} \frac{df}{d \ddot{\varphi}_2} = 2 \cdot \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{VIII}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \overset{VI}{\ddot{\varphi}_2} \right] \cdot (I_1 + mr^2);$$

$$\frac{d^5}{dt^5} \frac{df}{d\varphi_2} = 2 \cdot I_1 \frac{l}{g} \cdot \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^X + (I_1 + mr^2) \cdot \varphi_2^{VIII} \right]. \quad (3.77)$$

Після підстановки виразів (3.77) в рівняння (3.76) будемо мати

$$\left( I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \cdot \varphi_2^X + 2 \cdot I_1 \frac{l}{g} \cdot (I_1 + mr^2) \cdot \varphi_2^{VIII} + (I_1 + mr^2)^2 \cdot \varphi_2^{VI} = 0. \quad (3.78)$$

Розділяємо всі члени рівняння (3.78) на коефіцієнт біля найстаршої похідної і зробимо заміну

$$k = \sqrt{\left( 1 + \frac{mr^2}{I_1} \right) \frac{g}{l}}, \quad (3.79)$$

в результаті чого отримаємо наступне рівняння

$$\varphi_2^X + 2 \cdot k^2 \cdot \varphi_2^{VIII} + k^4 \cdot \varphi_2^{VI} = 0. \quad (3.80)$$

Тут  $k$  – частота власних коливань системи.

Для розв'язку диференціального рівняння (3.80) складемо характеристичне рівняння

$$r^{10} + 2 \cdot k^2 \cdot r^8 + k^4 \cdot r^6 = 0. \quad (3.81)$$

З рівняння (3.81) маємо:

$$r^6 = 0 \rightarrow r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 0; \quad (3.82)$$

$$r^4 + 2 \cdot k^2 \cdot r^2 + k^4 = 0. \quad (3.83)$$

В рівнянні (3.83) зробимо заміну  $r^2 = p$ .

Тоді отримаємо квадратне рівняння

$$p^2 + 2 \cdot k^2 \cdot p + k^4 = 0,$$

розв'язок якого дає:

$$p_1 = r_{7,8} = \sqrt{-k^2} = \pm ki; \quad (3.84)$$

$$p_2 = r_{9,10} = \sqrt{-k^2} = \pm ki. \quad (3.85)$$

Відповідно до розв'язків (3.82), (3.84) і (3.85) характеристичного рівняння (3.81) розв'язок диференціального рівняння (3.80) має вигляд

$$\varphi_2 = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3 + C_5 t^4 + C_6 t^5 + (C_7 + C_8 t) \cdot \sin kt + (C_9 + C_{10} t) \cdot \cos kt, \quad (3.86)$$

де  $C_1, C_2, \dots, C_{10}$  – постійні, які визначаються з крайових умов руху. Для процесу пуску механізму повороту стрілового крана маємо такі крайові умови:

$$\begin{cases} t = 0: & \varphi_2 = \varphi_1 = 0; \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = 0; \\ t = t_1: & \varphi_2 = \varphi_1; \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = \omega_y, \end{cases} \quad (3.87)$$

де  $\omega_y$  – усталена швидкість повороту крана.

Виразимо крайові умови  $\varphi_1$  та  $\dot{\varphi}_1$  через координату  $\varphi_2$  та її похідні за часом. Для цього скористаємось залежностями (3.52), які дають:

$$\begin{cases} t = 0: & \varphi_2 = 0, \quad \dot{\varphi}_2 = 0, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0, \quad \ddot{\ddot{\varphi}}_2 = 0; \\ t = t_1: & \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0, \quad \ddot{\ddot{\varphi}}_2 = 0. \end{cases} \quad (3.88)$$

Розв'язок рівняння (3.80) містить десять довільних постійних  $C_i (i = 1, 2, \dots, 10)$  і для їхнього визначення заданих крайових умов (3.88) недостатньо. Тому відповідно вищенаведеному, знаходимо варіацію функціонала (3.74) з урахуванням (3.75) [5]

$$\begin{aligned}
 \delta \dot{M}_{олск}[\varphi_2] &= \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi_2} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] \delta \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi_2} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] dt = \\
 &= \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left\{ I_1 \frac{l}{g} \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi_2} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] \delta \overset{V}{\varphi_2} + (I_1 + mr^2) \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi_2} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] \delta \ddot{\varphi}_2 \right\} dt = \\
 &= \frac{1}{t_1} \left( I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \int_0^{t_1} \left\{ \left[ \overset{V}{\varphi_2} + \frac{I_1 + mr^2}{I_1 l/g} \ddot{\varphi}_2 \right] \delta \overset{V}{\varphi_2} + \frac{I_1 + mr^2}{I_1 l/g} \left[ \overset{V}{\varphi_2} + \frac{I_1 + mr^2}{I_1 l/g} \ddot{\varphi}_2 \right] \delta \ddot{\varphi}_2 \right\} dt = \\
 &= \frac{1}{t_1} \left( I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \left\{ \int_0^{t_1} \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{V}{\varphi_2} dt + \int_0^{t_1} k^2 \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt \right\}. \quad (3.89)
 \end{aligned}$$

Проінтегруємо по частинах кожний з інтегралів, що входять у вираз (3.89)

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \int_0^{t_1} \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{V}{\varphi_2} dt = \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{IV}{\varphi_2} \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \overset{IV}{\varphi_2} dt = \\
 &= \left[ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{IV}{\varphi_2} - \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} + \int_0^{t_1} \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = \\
 &= \left[ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{IV}{\varphi_2} - \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = \\
 &= \left[ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{IV}{\varphi_2} - \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{VI}{\varphi_2} \right) \delta \dot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} + \int_0^{t_1} \left( \overset{VIII}{\varphi_2} + k^2 \overset{VI}{\varphi_2} \right) \delta \dot{\varphi}_2 dt = \\
 &= \left[ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{IV}{\varphi_2} - \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \left( \overset{VIII}{\varphi_2} + k^2 \overset{VI}{\varphi_2} \right) \delta \dot{\varphi}_2 + \left( \overset{IX}{\varphi_2} + k^2 \overset{VII}{\varphi_2} \right) \delta \varphi_2 \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left( \overset{IX}{\varphi_2} + k^2 \overset{VII}{\varphi_2} \right) \delta \varphi_2 dt; \\
 A_2 &= k^2 \int_0^{t_1} \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt = k^2 \left\{ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \ddot{\varphi}_2 \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 dt \right\} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= k^2 \left\{ \left[ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \dot{\varphi}_2 - \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \dot{\varphi}_2 \right]_0^{t_1} + \int_0^{t_1} \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \dot{\varphi}_2 dt \right\} = \\
&= k^2 \left\{ \left[ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \dot{\varphi}_2 - \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \dot{\varphi}_2 + \left( \overset{VII}{\varphi_2} + k^2 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \varphi_2 \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left( \overset{VIII}{\varphi_2} + k^2 \overset{VI}{\varphi_2} \right) \delta \varphi_2 dt \right\}.
\end{aligned}$$

Після цього складемо вирази  $A_1$  та  $A_2$ , в результаті чого отримаємо

$$\begin{aligned}
A_1 + A_2 = & \left[ \left( \overset{V}{\varphi_2} + k^2 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \overset{IV}{\varphi_2} - \left( \overset{VI}{\varphi_2} + k^2 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \ddot{\varphi}_2 + \left( \overset{VII}{\varphi_2} + 2k^2 \overset{V}{\varphi_2} + k^4 \ddot{\varphi}_2 \right) \delta \ddot{\varphi}_2 - \right. \\
& \left. - \left( \overset{VIII}{\varphi_2} + 2k^2 \overset{VI}{\varphi_2} + k^4 \overset{IV}{\varphi_2} \right) \delta \dot{\varphi}_2 + \left( \overset{IX}{\varphi_2} + 2k^2 \overset{VII}{\varphi_2} + k^4 \overset{V}{\varphi_2} \right) \delta \varphi_2 \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \left( \overset{X}{\varphi_2} + 2k^2 \overset{VIII}{\varphi_2} + k^4 \overset{VI}{\varphi_2} \right) \delta \varphi_2 dt. \quad (3.90)
\end{aligned}$$

Вираз (3.90) повинен перетворитись в нуль на екстремалі  $\varphi_2(t)$  функціонала (3.74) з урахуванням виразу (3.75). З довільності функції  $\delta \varphi_2(t)$  випливає, що

$$\overset{X}{\varphi_2}(t) + 2k^2 \overset{VIII}{\varphi_2}(t) + k^4 \overset{VI}{\varphi_2}(t) = 0.$$

Це є рівняння Пуассона функціонала (3.74) з урахуванням виразу (3.75). Оскільки інтеграл в лівій частині (3.90) перетворюється в нуль, то крайовий вираз

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left[ \overset{V}{\varphi_2}(t) + k^2 \ddot{\varphi}_2(t) \right] \delta \overset{IV}{\varphi_2} - \left[ \overset{VI}{\varphi_2}(t) + k^2 \overset{IV}{\varphi_2}(t) \right] \delta \ddot{\varphi}_2 + \left[ \overset{VII}{\varphi_2}(t) + 2k^2 \overset{V}{\varphi_2}(t) + k^4 \ddot{\varphi}_2(t) \right] \delta \ddot{\varphi}_2 - \right. \\
& \left. - \left[ \overset{VIII}{\varphi_2}(t) + 2k^2 \overset{VI}{\varphi_2}(t) + k^4 \overset{IV}{\varphi_2}(t) \right] \delta \dot{\varphi}_2 + \left( \overset{IX}{\varphi_2}(t) + 2k^2 \overset{VII}{\varphi_2}(t) + k^4 \overset{V}{\varphi_2}(t) \right) \delta \varphi_2(t) \right\} \Big|_0^{t_1}
\end{aligned}$$

також повинен перетворюватись в нуль тотожно

Оскільки  $\delta\varphi_2(0) = \delta\dot{\varphi}_2(0) = \delta\ddot{\varphi}_2(0) = \delta\ddot{\varphi}_2(0) = \delta\dot{\varphi}_2(t_1) = \delta\ddot{\varphi}_2(t_1) = \delta\ddot{\varphi}_2(t_1) = 0$ , то повинна виконуватись рівність

$$\left[ \varphi_2(t_1) + k^2 \ddot{\varphi}_2(t_1) \right] \delta \varphi_2(t_1) - \left[ \varphi_2(0) + k^2 \ddot{\varphi}_2(0) \right] \delta \varphi_2(0) + \left[ \varphi_2(t_1) + 2k^2 \ddot{\varphi}_2(t_1) + k^4 \ddot{\varphi}_2(t_1) \right] \delta \varphi_2(t_1) = 0.$$

В силу довільності  $\delta\varphi_2(t_1)$ ,  $\delta \varphi_2(t_1)$  та  $\delta \varphi_2(0)$  отримуємо:

$$\begin{aligned} \varphi_2(0) + k^2 \ddot{\varphi}_2(0) &= 0; \\ \varphi_2(t_1) + k^2 \ddot{\varphi}_2(t_1) &= 0; \\ \varphi_2(t_1) + 2k^2 \ddot{\varphi}_2(t_1) + k^4 \ddot{\varphi}_2(t_1) &= 0. \end{aligned} \quad (3.91)$$

Умови (3.91) разом з крайовими умовами (3.88) однозначно визначають екстремаль з сімейства (3.86).

Оскільки в умови (3.88) та (3.91) входять похідні за часом від функції (3.86) виключно до дев'ятого порядку, то продиференціюємо цю функцію до дев'ятого порядку включно:

$$\dot{\varphi}_2 = C_2 + 2 \cdot C_3 t + 3 \cdot C_4 t^2 + 4 \cdot C_5 t^3 + 5 \cdot C_6 t^4 + (C_8 - C_9 k - C_{10} k t) \cdot \sin kt + (C_{10} + C_7 k + C_8 k t) \cdot \cos kt;$$

$$\ddot{\varphi}_2 = 2 \cdot C_3 + 6 \cdot C_4 t + 12 \cdot C_5 t^2 + 20 \cdot C_6 t^3 - (2C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k \sin kt + (2C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k \cdot \cos kt;$$

$$\ddot{\varphi}_2 = 6 \cdot C_4 + 24 \cdot C_5 t + 60 \cdot C_6 t^2 - (3C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k^2 \sin kt - (3C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k^2 \cdot \cos kt;$$

$$\varphi_2^{IV} = 24 \cdot C_5 + 120 \cdot C_6 t + (4C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k^3 \sin kt - (4C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k^3 \cdot \cos kt;$$

$$\varphi_2^V = 120 \cdot C_6 t + (5C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k^4 \sin kt + (5C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k^8 \cdot \cos kt;$$

$$\varphi_2^{VI} = -(6C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k^5 \sin kt - (6C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k^5 \cdot \cos kt;$$



$$\begin{aligned}
& \text{VII} \\
& \Phi_2 = -(7C_8 - C_9k - C_{10}kt)k^6 \sin kt - (7C_{10} + C_7k + C_8kt)k^6 \cdot \cos kt; \\
& \text{VIII} \\
& \Phi_2 = (8C_{10} + C_7k + C_8kt)k^7 \sin kt - (8C_8 - C_9k - C_{10}kt)k^7 \cdot \cos kt; \quad (3.92) \\
& \text{IX} \\
& \Phi_2 = (9C_8 - C_9k - C_{10}kt)k^8 \sin kt + (9C_{10} + C_7k + C_8kt)k^8 \cdot \cos kt.
\end{aligned}$$

Умови (3.89 та (3.92) з урахуванням виразів (3.86) і (3.92) дають систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення постійних  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ):

$$\begin{aligned}
& C_1 + C_9 = 0; C_2 + C_{10} + C_7k = 0; 2 \cdot C_3 + 2C_8k - C_9k^2 = 0; 6 \cdot C_4 - 3C_{10}k^2 - C_7k^3 = 0; \\
& 120 \cdot C_6k^4 = 0 \rightarrow C_6 = 0; 120 \cdot C_6 + 6C_4k^2 + 2C_{10}k^4 = 0; \\
& 120C_6 + (6C_4 + 24C_5t_1 + 60C_6t_1)k^2 + 2 \cdot C_8k^4 \sin kt_1 + 2C_{10}k^4 \cos kt_1 = 0; \\
& C_2 + 2 \cdot C_3t_1 + 3C_4t_1^2 + 4C_5t_1^3 + 5C_6t_1^4 + (C_8 - C_9k - C_{10}kt_1) \cdot \sin kt_1 + \\
& + (C_{10} + C_7k + C_8kt_1) \cdot \cos kt_1 = \omega_y; \\
& 2 \cdot C_3 + 6 \cdot C_4t_1 + 12C_5t_1^2 + 20C_6t_1^3 - (2 \cdot C_{10} + C_7k + C_8kt_1) \cdot k \sin kt_1 + \\
& + (2 \cdot C_8 - C_9k - C_{10}kt_1) \cdot k \cdot \cos kt_1 = 0; \quad (3.93) \\
& 6 \cdot C_4 + 24 \cdot C_5t_1 + 60C_6t_1^2 - (3 \cdot C_8 - C_9k - C_{10}kt_1) \cdot \\
& \cdot k^2 \cdot \sin kt_1 - (3 \cdot C_{10} + C_7k + C_8kt_1) \cdot k^2 \cdot \cos kt_1 = 0.
\end{aligned}$$

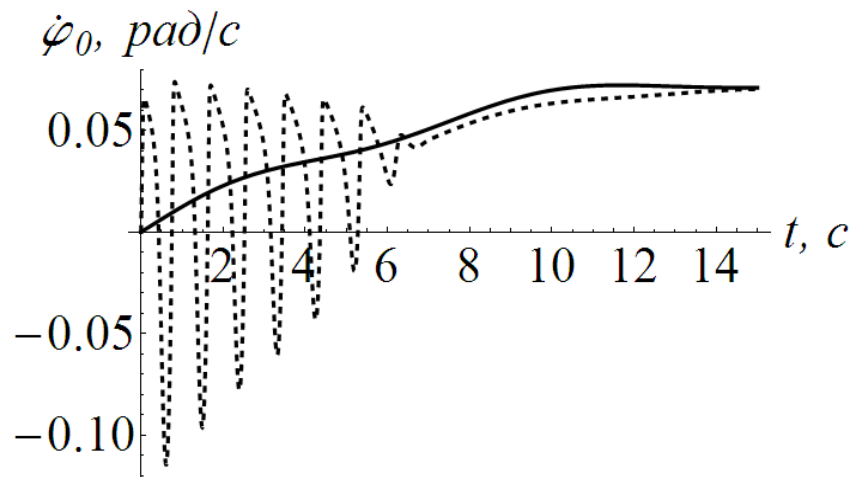
Для механізму повороту стрілового крана QTZ-80 з параметрами

$$I_o = 71626,115 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_1 = 4920738,85 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; C = 6626669,045 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{рад}; m = 2000 \text{ кг};$$

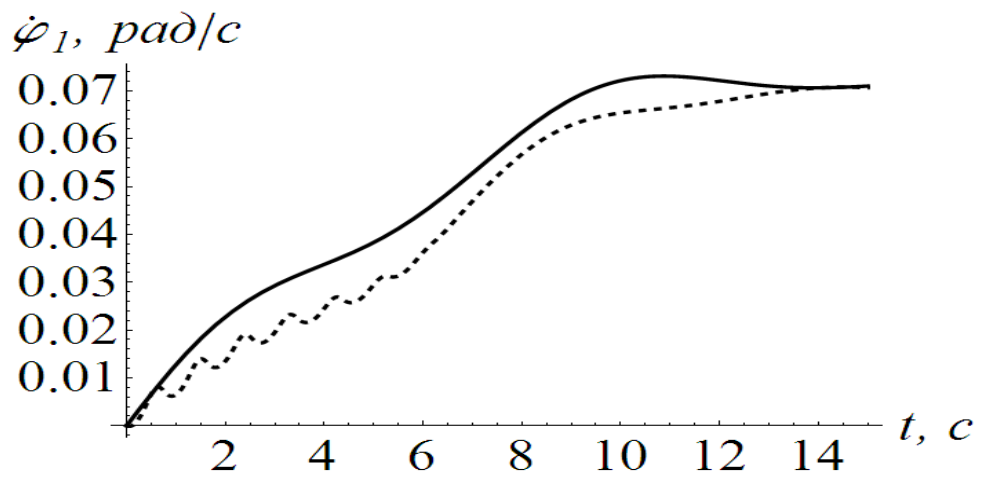
$$r = 40 \text{ м}; l = 30 \text{ м}; M_1 = 1288,79 \text{ Н} \cdot \text{м}; M_H = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}; u = 1355,2; \eta = 0,86;$$

$$\omega_y = 0,071 \text{ рад/с}; t_1 = 15 \text{ с}; \omega_o = 95 \text{ рад/с}; \omega_H = 95,04 \text{ рад/с}; \lambda = 2,8; g = 9,81 \text{ м/с}^2 \quad \text{в}$$

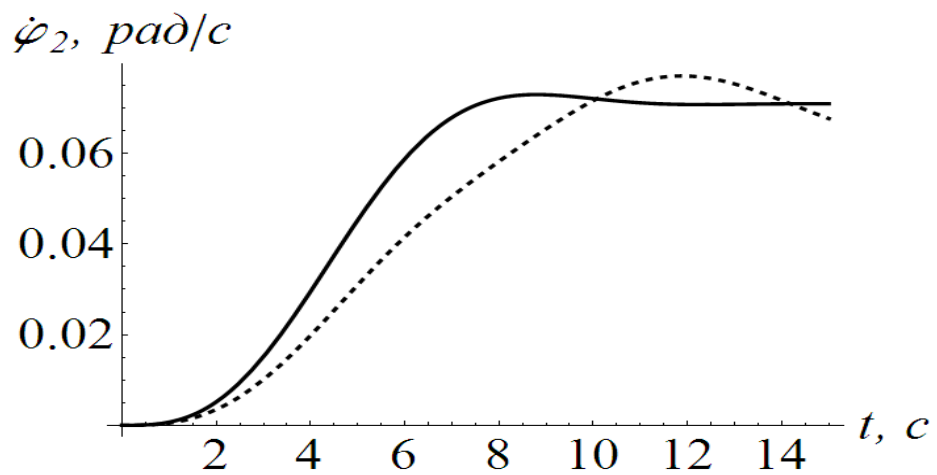
результаті розв'язку системи (3.94) визначені постійні  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ), на основі яких встановлено оптимальний(—)режим повороту крана та побудовано наступні графічні залежності (рис.3.11)[6], котрі порівняно з режимом руху при ручному(---)керуванні.



а)

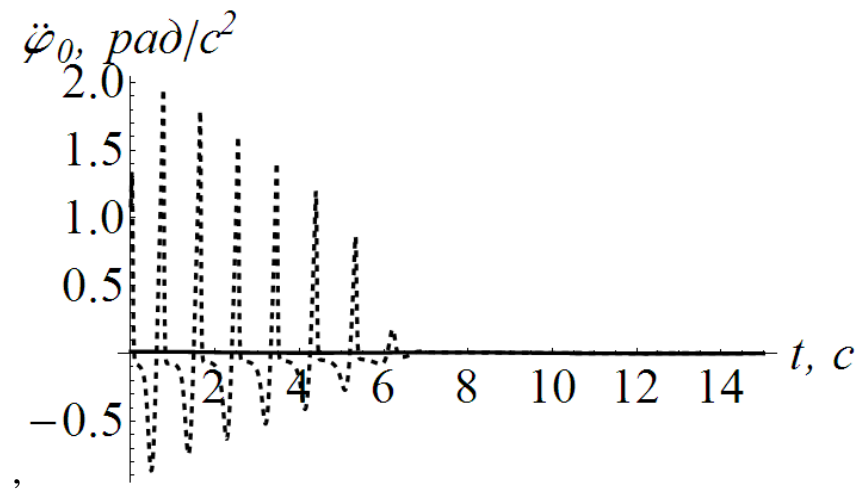


б)

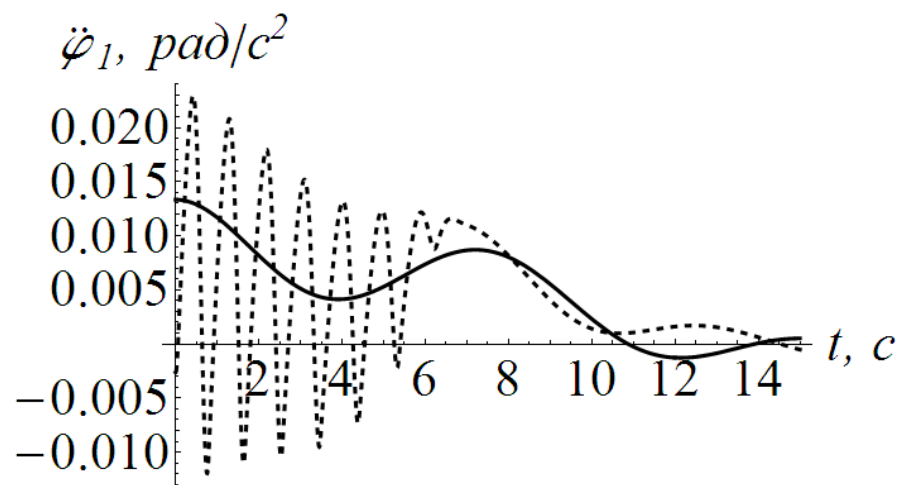


в)

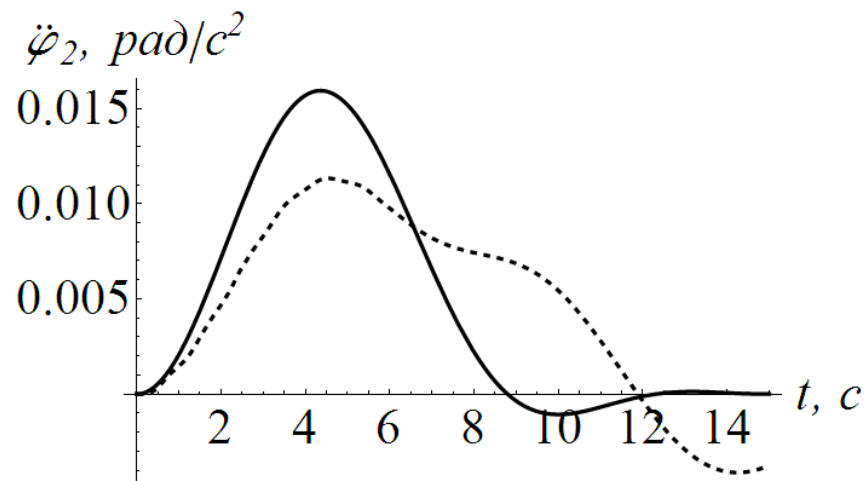
Рис. 3.11. Залежності зміни кутових швидкостей: а) ротора двигуна; б) поворотної частини; в) вантажу при ручному (---) та оптимальному (—) керуванні



а)

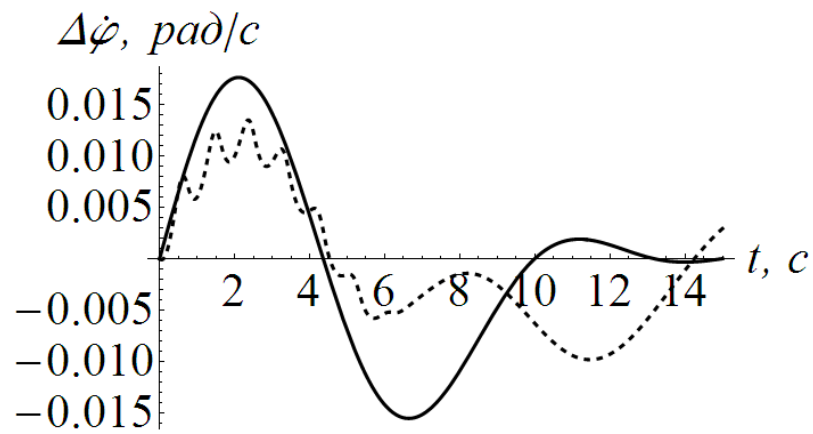


б)

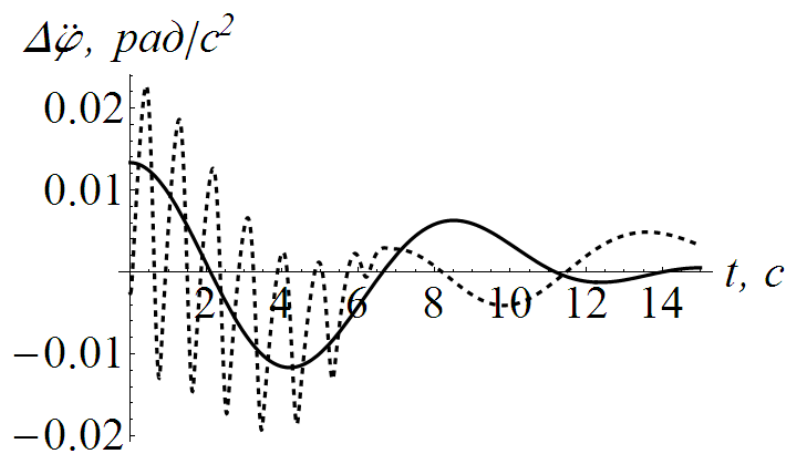


в)

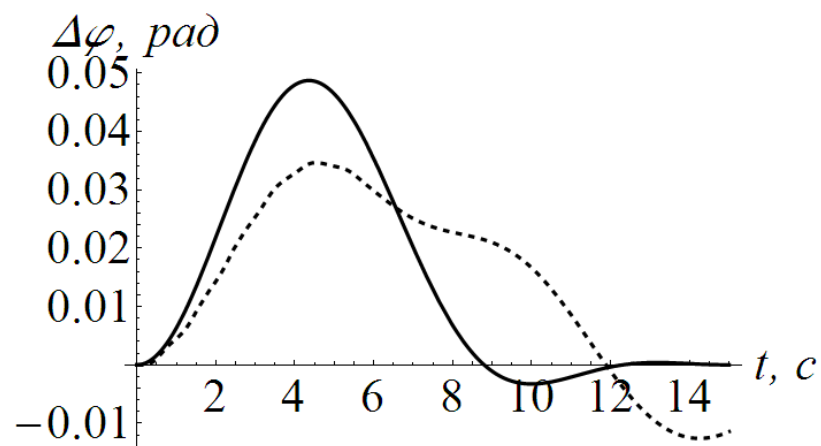
Рис. 3.12. Залежності зміни кутових прискорень: а) ротора двигуна; б) поворотної частини; в) вантажу при ручному (---) та оптимальному (—) керуванні



а)

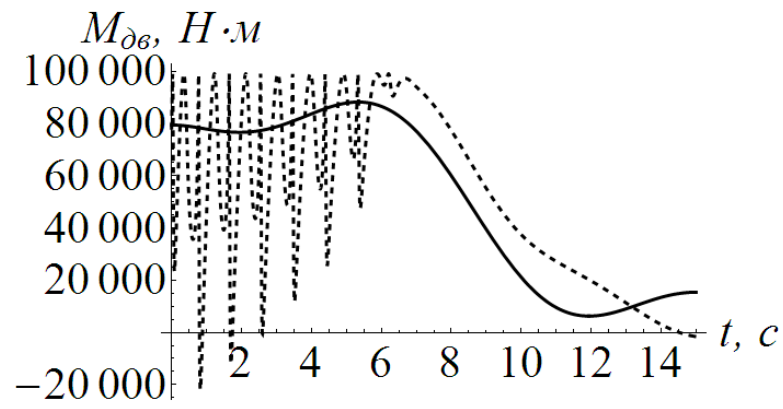


б)

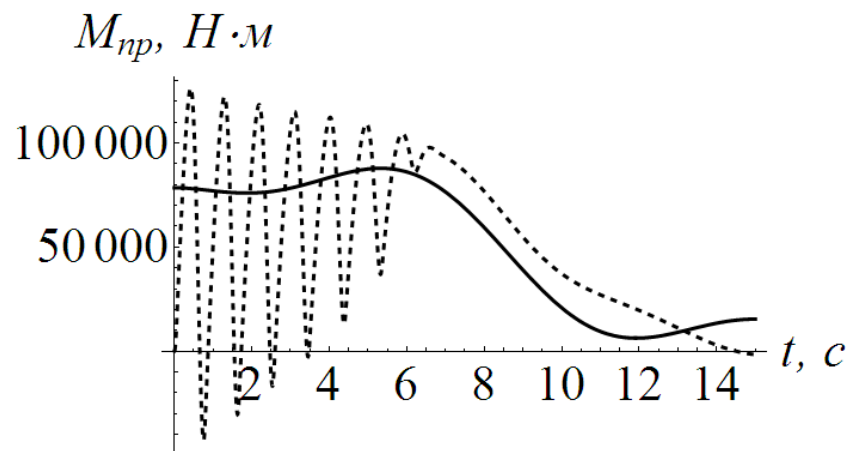


в)

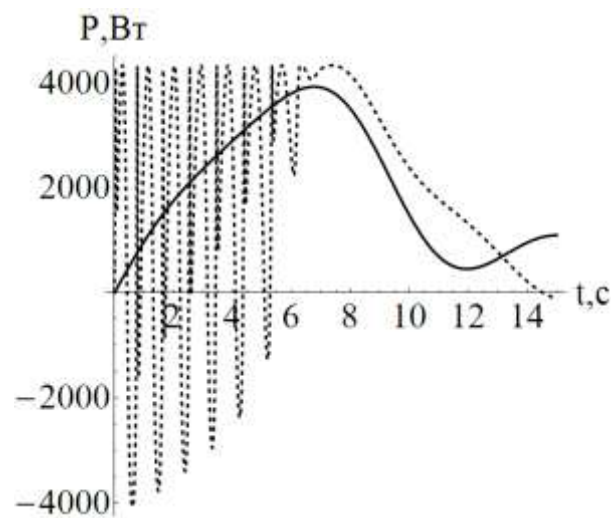
Рис. 3.13. Залежності зміни кута а) швидкості кута; б) прискорення кута; в) відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі при ручному (---) та оптимальному (—) керуванні



а)

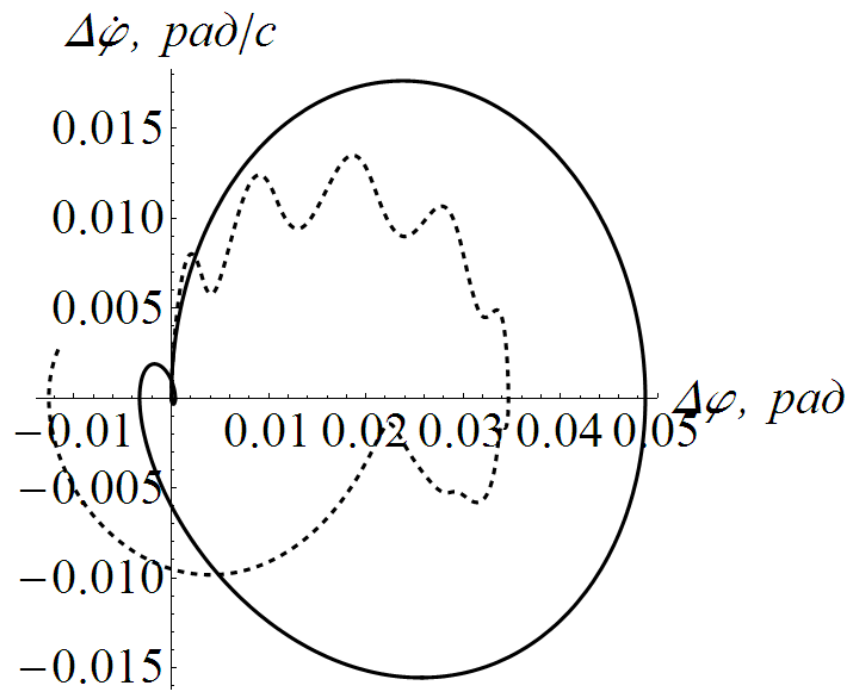


б)

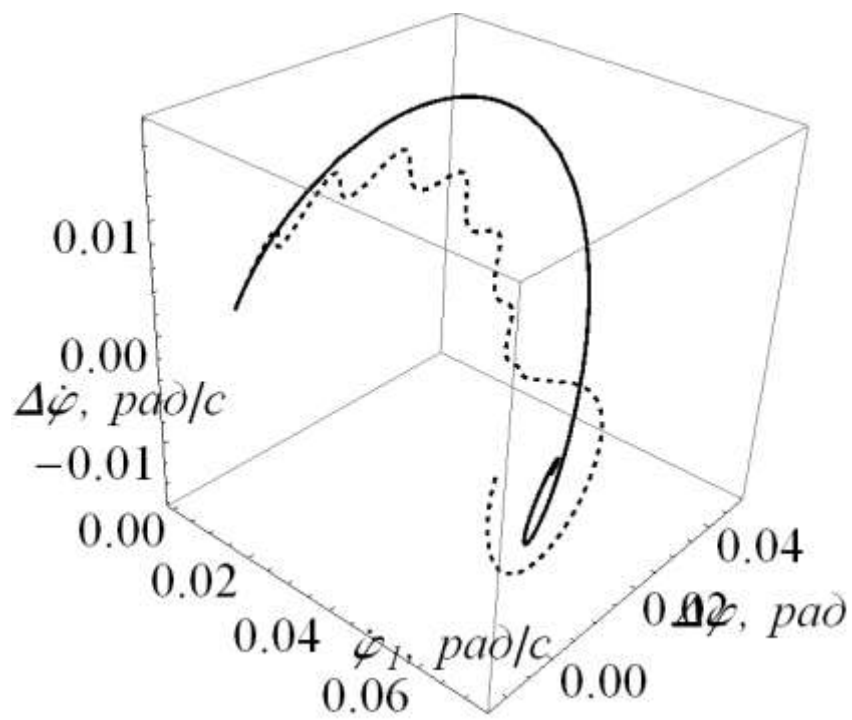


в)

Рис. 3.14. Залежності зміни: а) рушійного моменту двигуна; б) пружного моменту в приводі; в) потужності при ручному (---) та оптимальному (—) керуванні



а)



б)

Рис. 3.15. Фазові портрети: а) плоский; б) об'ємний при ручному (---) та оптимальному (—) керуванні

Аналіз отриманих залежностей (рис. 3.11- 3.15) показав, що при оптимальному режимі руху в порівнянні з ручним керуванням покращуються практично всі кінематичні, силові та енергетичні характеристики механізму повороту баштового крана (табл.3. 1).

Таблиця 3.1.

## Характеристики механізму повороту

Характеристики		Максимальні значення		Зменшення характеристик
		Ручне керування	Оптимальне керування	
Кутова швидкість, $рад/с$	ротора двигуна,	0,115	0,071	1,62
	поворотної частини	0,071	0,072	0,99
	вантажу	0,078	0,072	1,08
	відхилення вантажу	0,013	0,0175	0,74
Кутове прискорення, $рад/с^2$	ротора двигуна	1,92	0,013	147,69
	поворотної частини	0,023	0,013	1,77
	вантажу	0,011	0,016	0,69
	Відхилення вантажу	0,022	0,013	1,69
Момент, $кН\cdot м$	двигуна	99,6	90,1	1,11
	в приводі	126,1	90,1	1,40
Потужність привода, $кВт$		4,25	4,00	1,06
Відхилення вантажу, $рад$		0,034	0,048	0,71

Оптимальне керування приводним механізмом в порівнянні з ручним керуванням дало можливість зменшити максимальні значення: кутових швидкостей ротора двигуна на 62% та вантажу на 8%; кутових прискорень

поворотної частини на 23% та відхилення вантажу на 31%; моменту на валу електродвигуна на 11% і в приводному механізмі на 40%; потужності приводу на 6%. Спостерігається значне зменшення (у 147 разів) кутового прискорення ротора електродвигуна при оптимальному керуванні. Разом з тим, при оптимальному керуванні збільшились максимальні значення: кутового прискорення вантажу на 31%, кутової швидкості відхилення вантажуна 26%, відхилення вантажу на 29% та кутової швидкості поворотної частинина 1%. Однак не зважаючи на те, що при оптимальному керуванні деякі параметри зросли, всі вони характеризуються плавним виходом на усталену швидкість чого не можна сказати про ручне керування. Таким чином, головною особливістю оптимального керування рухом механізму повороту баштового крана є те, що усі характеристики руху мають плавний характер зміни на відміну від ручного керування, де спостерігаються високо- та низькочастотні коливання елементів механізму повороту.

Фазові портрети (рис.3.15) при оптимальному та ручному керуванні показують, що при оптимальному керуванні при виході на усталений рух коливання вантажу та інших елементів усуваються. Разом з тим, цього не можна сказати про ручне керування приводним механізмом повороту крана, де коливання не усуваються.

Отже, проведена оптимізація режиму повороту баштового крана за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі дозволила забезпечити плавний без коливань рух механізму повороту, який дозволяє до мінімуму зменшити динамічні навантаження в приводі та елементах конструкції крана. Отримані оптимальні режими руху механізму повороту баштового крана можуть бути реалізовані за допомогою мехатронної системи керування приводним електродвигуном.



### 3.3.3. Оптимізація режиму руху за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводі

Пружний момент в приводному механізмі виражається залежностями:

$$M_{o1} = C \cdot (\varphi_o - \varphi_1) = I_1 \ddot{\varphi}_1 + mr^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + M_1;$$

$$M_{o1} = I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^{IV} + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (3.94)$$

Швидкість зміни пружного моменту в приводному механізмі

$$\dot{M}_{o1} = I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^V + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2. \quad (3.95)$$

За критерій оптимізації процесу пуску механізму повороту баштового крана прийнято середньоквадратичне значення швидкості зміни пружного моменту в приводі, оскільки саме цей момент в значній мірі визначає динамічні навантаження [6]:

$$\dot{M}_{o1ck} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \dot{M}_{o1}^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min; \quad (3.96)$$

$$f = \dot{M}_{o1}^2 = \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \varphi_2^V + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right]^2. \quad (3.97)$$

Умова мінімуму критерію (3.96) з урахуванням виразу (3.97) є рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\sum_{i=3}^5 (-1)^i \frac{d^i}{dt^i} \frac{df}{d\varphi_2} = 0; \quad (3.98)$$

$$\frac{df}{d\ddot{\varphi}_2} = 2 \cdot \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right] \cdot (I_1 + mr^2);$$

$$\frac{df}{d\varphi_2} = 0;$$

$$\frac{df}{d\varphi_2} = 2 \cdot I_1 \cdot \frac{l}{g} \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{V}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \ddot{\varphi}_2 \right];$$

$$\frac{d^3}{dt^3} \frac{df}{d\ddot{\varphi}_2} = 2 \cdot \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{VIII}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \cdot \overset{VI}{\varphi}_2 \right] \cdot (I_1 + mr^2);$$

$$\frac{d^5}{dt^5} \frac{df}{d\varphi_2} = 2 \cdot I_1 \frac{l}{g} \cdot \left[ I_1 \frac{l}{g} \cdot \overset{X}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2)^2 \cdot \overset{VIII}{\varphi}_2 \right]. \quad (3.99)$$

Після підстановки виразів (3.99) в рівняння (3.98) маємо:

$$\left( I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \cdot \overset{X}{\varphi}_2 + 2 \cdot I_1 \frac{l}{g} \cdot (I_1 + mr^2) \cdot \overset{VIII}{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2)^2 \cdot \overset{VI}{\varphi}_2 = 0. \quad (3.100)$$

Розділяємо всі члени рівняння (3.100) на коефіцієнт біля найвищої похідної, в результаті чого отримаємо:

$$\overset{X}{\varphi_2} + 2 \cdot k^2 \cdot \overset{VIII}{\varphi_2} + k^4 \cdot \overset{VI}{\varphi_2} = 0, \quad (3.101)$$

де  $k = \sqrt{\left(1 + \frac{mr^2}{I_1}\right) \frac{g}{l}}$  – частота власних коливань системи.

Для розв'язку диференціального рівняння (10) складемо характеристичне рівняння

$$r^{10} + 2 \cdot k^2 \cdot r^8 + k^4 \cdot r^6 = 0;$$

$$r^6 \cdot (r^4 + 2 \cdot k^2 \cdot r^2 + k^4) = 0. \quad (3.102)$$

З рівняння (3.102) маємо

$$r^6 = 0 \rightarrow r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 0; \quad (3.103)$$

$$r^4 + 2 \cdot k^2 \cdot r^2 + k^4 = 0. \quad (3.104)$$

З рівняння (3.104) зробимо заміну  $r^2 = p$ .

Тоді отримаємо квадратне рівняння

$$p^2 + 2 \cdot k^2 \cdot p + k^4 = 0,$$

розв'язок якого дає

$$p_1 = r_{7,8} = \sqrt{-k^2} = \pm k_i, \quad (3.105)$$

$$p_2 = r_{9,10} = \sqrt{-k^2} = \pm k_i. \quad (3.106)$$

Відповідно до розв'язків (3.103), (3.105) і (3.106) характеристичного рівняння (3.102) розв'язок диференціального рівняння (3.101) має вигляд:

$$\varphi_2 = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3 + C_5 t^4 + C_6 t^5 + (C_7 + C_8 t) \cdot \sin kt + (C_9 + C_{10} t) \cdot \cos kt, \quad (3.107)$$

де  $C_1, C_2, \dots, C_{10}$  – постійні, які визначаються з крайових умов руху. Для процесу пуску ці умови мають вигляд:

$$\begin{cases} t = 0: & \varphi_2 = \varphi_1 = 0; \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = 0; \quad \ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_1; \\ t = t_1: & \varphi_2 = \varphi_1 = \omega_y t_1 / 2; \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 = \omega_y; \quad \ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_1. \end{cases} \quad (3.108)$$

Виразимо крайові умови  $\varphi_1$ ,  $\dot{\varphi}_1$  та  $\ddot{\varphi}_1$  через координату  $\varphi_2$  та її похідні за часом. Для цього скористаємось залежностями (3.52), які дають:

$$\begin{cases} t = 0: & \varphi_2 = 0, \quad \dot{\varphi}_2 = 0, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0, \quad \overset{IV}{\ddot{\varphi}_2} = 0, \quad \overset{IV}{\varphi_2} = 0; \\ t = t_1: & \varphi_2 = \omega_y t_1 / 2; \quad \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \quad \ddot{\varphi}_2 = 0, \quad \overset{IV}{\ddot{\varphi}_2} = 0, \quad \overset{IV}{\varphi_2} = 0. \end{cases} \quad (3.109)$$

Для визначення постійних  $C_1, C_2, \dots, C_{10}$  візьмемо похідні за часом від залежності (3.107) включно до четвертого порядку:

$$\dot{\varphi}_2 = C_2 + 2 \cdot C_3 t + 3 \cdot C_4 t^2 + 4 \cdot C_5 t^3 + 5 \cdot C_6 t^4 + (C_8 - C_9 k - C_{10} k t) \cdot \sin kt + (C_{10} + C_7 k + C_8 k t) \cdot \cos kt;$$

$$\ddot{\varphi}_2 = 2 \cdot C_3 + 6 \cdot C_4 t + 12 \cdot C_5 t^2 + 20 \cdot C_6 t^3 - (2C_{10} + C_7 k + C_8 k t) / \sin kt + (2C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k \cdot \cos kt;$$

$$\overset{IV}{\ddot{\varphi}_2} = 6 \cdot C_4 + 24 \cdot C_5 t + 60 \cdot C_6 t^2 - (3C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k^2 \sin kt - (3C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k^2 \cdot \cos kt;$$

$$\overset{IV}{\varphi_2} = 24 \cdot C_5 + 120 \cdot C_6 t + (4C_{10} + C_7 k + C_8 k t) k^3 \sin kt - (4C_8 - C_9 k - C_{10} k t) k^3 \cdot \cos kt. \quad (3.110)$$

Після підстановки крайових умов (3.109) в залежності (3.107) і (3.110) отримаємо:

$$C_1 + C_9 = 0;$$

$$C_2 + C_{10} + C_7k = 0;$$

$$2 \cdot C_3 + 2C_8k - C_9k^2 = 0;$$

$$6 \cdot C_4 - 3C_{10}k^2 - C_7k^3 = 0;$$

$$24 \cdot C_5 - 4C_8k^3 + C_9k^4 = 0;$$

$$C_1 + C_2t_1 + C_3t_1^2 + C_4t_1^3 + C_5t_1^4 + C_6t_1^5(C_7 + C_8t_1) \cdot \sin kt_1 + (C_9 + C_{10}t_1) \cdot \cos kt_1 = \frac{\omega_y t_1}{2};$$

$$C_2 + 2 \cdot C_3t_1 + 3 \cdot C_4t_1^2 + 4C_5t_1^3 + 5C_6t_1^4 + (C_8 - C_9k - C_{10}kt_1) \cdot \sin kt_1 + (C_{10} + C_7k + C_8kt_1) \cdot \cos kt_1 = \omega_y;$$

$$2 \cdot C_3 + 6 \cdot C_4t_1 + 12C_5t_1^2 + 20C_6t_1^3 - (2 \cdot C_{10} + C_7k + C_8kt_1) \cdot k \cdot \sin kt_1 + (2 \cdot C_8 - C_9k - C_{10}kt_1) \cdot k \cdot \cos kt_1 = 0;$$

$$6 \cdot C_4 + 24 \cdot C_5t_1 + 60C_6t_1^2 - (3 \cdot C_8 - C_9k - C_{10}kt_1) \cdot k^2 \cdot \sin kt_1 - (3 \cdot C_{10} + C_7k + C_8kt_1) \cdot k^2 \cdot \cos kt_1 = 0;$$

$$24 \cdot C_5 + 120 \cdot C_6t_1 + (4 \cdot C_{10} + C_7k + C_8kt_1) \cdot k^3 \cdot \sin kt_1 - (4 \cdot C_8 - C_9k - C_{10}kt_1) \cdot k^3 \cdot \cos kt_1 = 0. \quad (3.111)$$

Розв'язавши систему (3.111), знайдемо постійні  $C_1, C_2, \dots, C_8$ , підставивши які в (3.107) та (3.110), отримаємо оптимальний режим повороту вантажу. Після чого за допомогою залежності (3.52) визначаємо оптимальний режим повороту крана.

З системи (3.51) визначаємо режим руху приводного механізму, який відповідає оптимальному режиму повороту крана

$$\begin{cases} \varphi_o = \varphi_1 + \frac{I_1}{C} \ddot{\varphi}_1 + \frac{mr^2}{C} \ddot{\varphi}_2 + \frac{M_1}{C}; \\ \dot{\varphi}_o = \dot{\varphi}_1 + \frac{I_1}{C} \ddot{\varphi}_1 + \frac{mr^2}{C} \ddot{\varphi}_2; \\ \ddot{\varphi}_o = \ddot{\varphi}_1 + \frac{I_1}{C} \ddot{\varphi}_1 + \frac{mr^2}{C} \ddot{\varphi}_2. \end{cases} \quad (3.112)$$

Для механізму повороту стрілової системи крана QTZ-80 з параметрами  $I_o = 71626,115 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $I_1 = 4920738,85 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $C = 6626669,045 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ ;  $m = 2000 \text{ кг}$ ;  $r = 40 \text{ м}$ ;  $l = 30 \text{ м}$ ;  $M_{кр} = 85 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $M_H = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $u = 1355,2$ ;  $\eta = 0,86$ ;  $\omega_o = 104,67 \text{ рад/с}$ ;  $\omega_H = 95,04 \text{ рад/с}$ ;  $\lambda = 2,8$ ;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  на основі залежностей (3.52), (3.110), (3.112) побудовано графічні залежності зміни кінематичних характеристик приводного механізму при різних тривалостях процесу пуску [6]: графіки зміни кутових швидкостей повороту башти (рис. 3.16) та вантажу (рис. 3.17); графіки зміни кутових прискорень повороту башти (рис. 3.18) та вантажу (рис. 3.19). Крім того, побудовано графіки зміни пружного моменту передавального механізму (рис. 3.20) та потужності приводу при оптимальному режимі пуску (рис. 3.21).

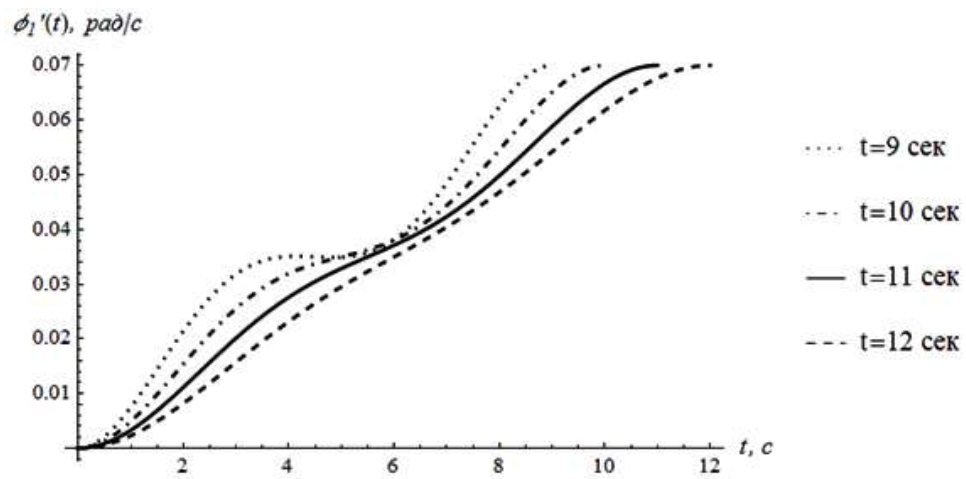


Рис. 3.16. Графіки зміни кутових швидкостей повороту башти

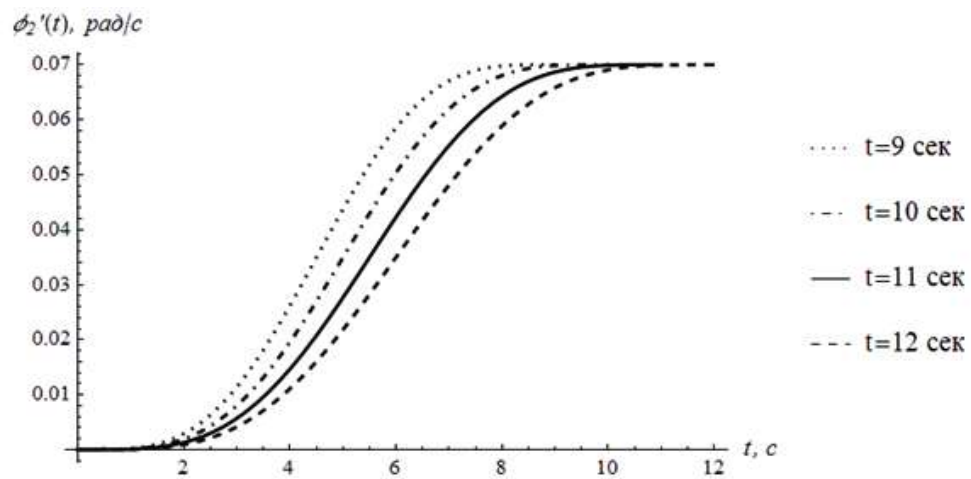


Рис. 3.17. Графіки зміни кутових швидкостей повороту вантажу

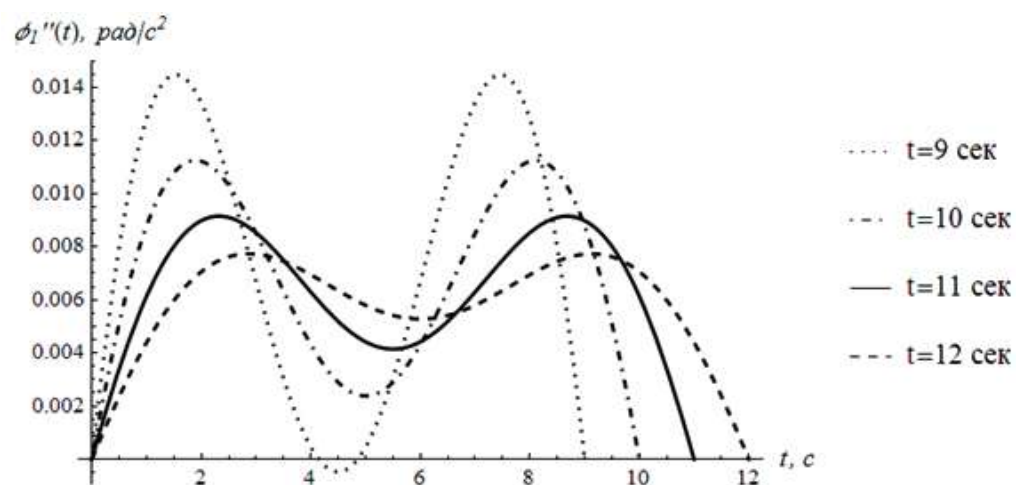


Рис. 3.18. Графіки зміни кутових прискорень повороту башти

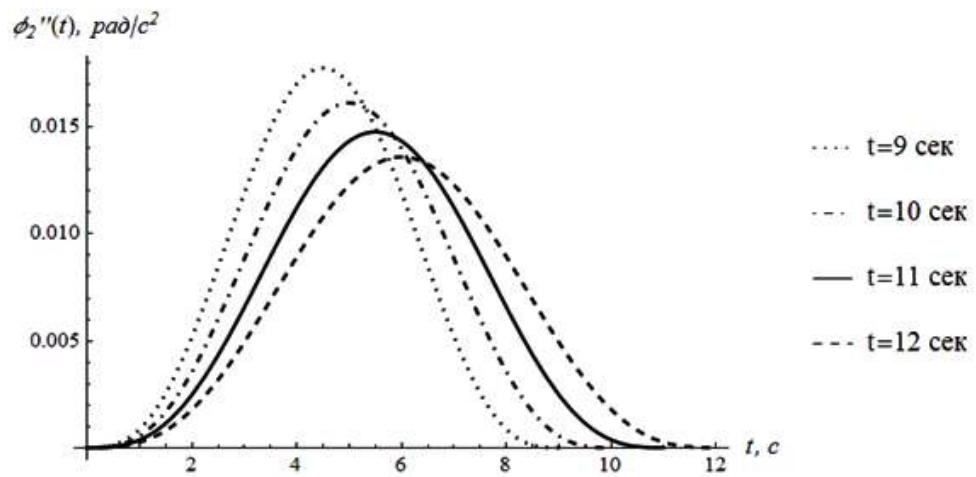


Рис. 3.19. Графіки зміни кутових прискорень повороту вантажу

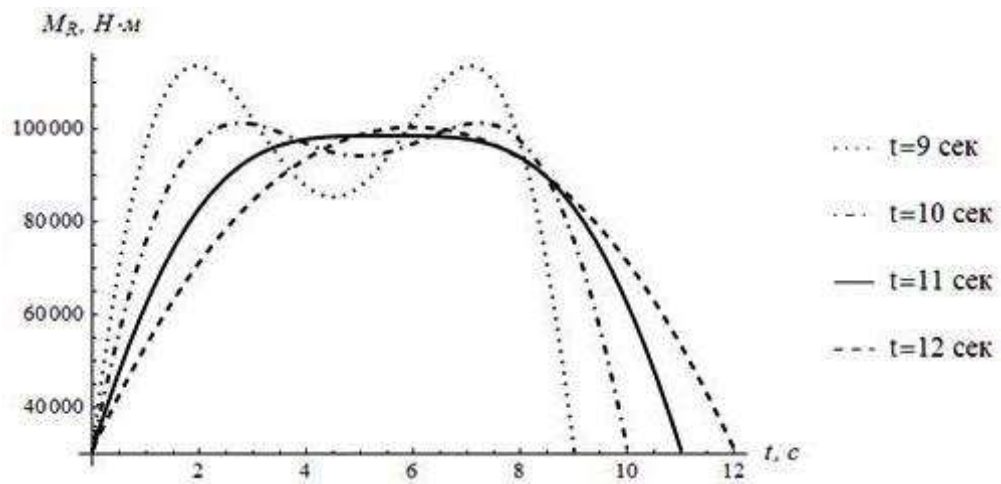


Рис. 3.20. Графіки зміни пружного моменту в приводі при оптимальному режимі пуску

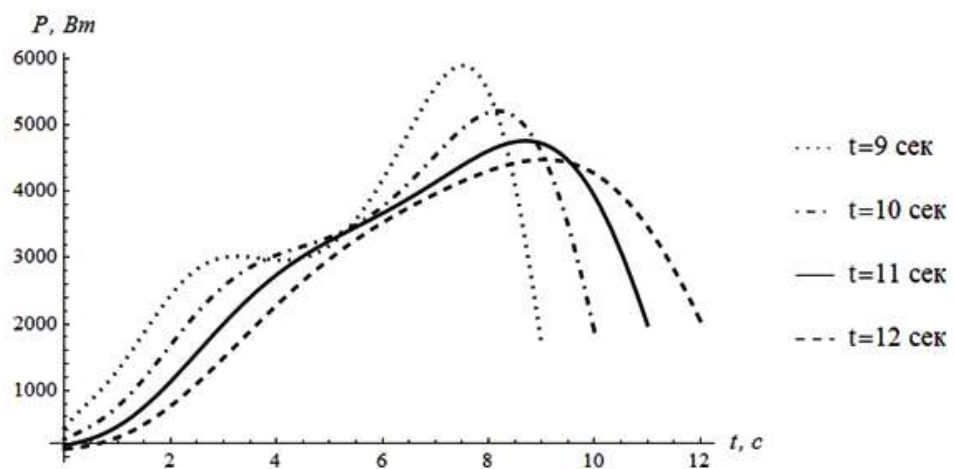


Рис. 3.21. Графіки зміни потужності приводу при оптимальному режимі пуску



Аналізуючи графічні залежності, отримані в результаті розв'язку оптимізаційної задачі, яка проводилася за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводі, можна бачити, що один і той же критерій оптимізації при різній тривалості процесу пуску дає можливість отримати різні закони руху (рис. 3.20). Розглянуто різну тривалість процесу пуску (9 сек, 10 сек, 11 сек, 12 сек). З отриманих графічних залежностей (рис. 3.16 – 3.21) видно, що всі ці результати мають плавний характер зміни кінематичних, силових та енергетичних характеристик. Однак, проаналізувавши графічні залежності за різними тривалостями пуску механізму повороту, робимо висновок, що оптимальною тривалістю розгону, при якій навантаження на елементи приводу найменші, є тривалість пуску 11 сек.

В результаті розв'язку оптимізаційної задачі виявлено, що при зміні тривалості розгону є можливість отримати різні оптимальні режими руху. Проаналізувавши різну тривалість пуску (9 сек – 12 сек), виявлено, що оптимальним є закон руху, при якому тривалість розгону становить 11 сек. Саме протягом цієї тривалості розгону на привод діють найменші динамічні навантаження. Отже, обраний критерій оптимізації режиму руху механізму повороту при тривалості розгону 11 сек дозволяє зменшити динамічні навантаження в приводі та конструкції, за рахунок плавного прикладання пускового моменту при перехідних режимах руху. Реалізувати отримані оптимальні закони руху можна за допомогою мехатронної системи керування механізмом повороту стрілового крана.

#### **3.3.4. Оптимізація режиму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі**

За критерій оптимізації режиму повороту стрілового крана оберемо значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі [7]. Виконавши

певні математичні дії над виразом (3.95), знайдемо пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі повороту крана

$$\ddot{M}_{01} = I_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot \left( \overset{VI}{\varphi}_2 + k^2 \cdot \overset{IV}{\varphi}_2 \right), \quad (3.113)$$

де  $k = \sqrt{\left( \frac{I_1 + mr^2}{I_1 \cdot l/g} \right)}$  – частота власних коливань системи.

Тоді критерій оптимізації режиму повороту крана матиме вигляд [7]

$$\ddot{M}_{01ck} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \ddot{M}_{01}^2 dt \right]^{1/2},$$

$$\ddot{M}_{01ck} = \left[ \frac{1}{t_1} \left( I_1 \frac{l}{g} \right)^2 \int_0^{t_1} \left( \overset{VI}{\varphi}_2 + k^2 \overset{IV}{\varphi}_2 \right)^2 dt \right]^{1/2} \rightarrow \min, \quad (3.114)$$

де  $t$  – час;  $t_1$  – тривалість перехідного процесу (пуску, гальмування).

Мінімум критерію (3.114) визначається мінімумом наступного інтеграла

$$\dot{I} = \int_0^{t_1} \left( \overset{VI}{\varphi}_2 + k^2 \overset{IV}{\varphi}_2 \right)^2 dt. \quad (3.115)$$

Якщо позначити

$$f = \left( \overset{VI}{\varphi}_2 + k^2 \overset{IV}{\varphi}_2 \right)^2, \quad (3.116)$$

то умовою мінімуму інтеграла (3.115) буде рівняння Пуассона

$$\frac{d^4}{dt^4} \frac{df}{d \overset{IV}{\varphi}_2} + \frac{d^6}{dt^6} \frac{df}{d \overset{VI}{\varphi}_2} = 0. \quad (3.117)$$

Після знаходження необхідних похідних для (3.117)

$$\begin{aligned}\frac{df}{d\varphi_2} &= 2k^2 \left( \varphi_2^{VI} + k^2 \cdot \varphi_2^{IV} \right); \quad \frac{df}{d\varphi_2} = 2 \left( \varphi_2^{VI} + k^2 \cdot \varphi_2^{IV} \right); \\ \frac{d^4}{dt^4} \frac{df}{d\varphi_2} &= 2k^2 \left( \varphi_2^X + k^2 \cdot \varphi_2^{VIII} \right); \quad \frac{d^6}{dt^6} \frac{df}{d\varphi_2} = 2 \left( \varphi_2^{XII} + k^2 \cdot \varphi_2^X \right)\end{aligned}$$

отримаємо умову мінімуму для критерію (3.114)

$$\varphi_2^{XII} + 2k^2 \varphi_2^X + k^4 \varphi_2^{VIII} = 0. \quad (3.118)$$

Розв'язок диференційного рівняння (3.118) має вигляд

$$\varphi_2 = C_1 + C_2 t + C_3 t^2 + C_4 t^3 + C_5 t^4 + C_6 t^5 + C_7 t^6 + C_8 t^7 + (C_9 + C_{10} t) \sin kt + (C_{11} + C_{12} t) \cos kt, \quad (3.119)$$

де  $C_i (i=1,2,...,12)$  – постійні, які визначаються з крайових умов руху.

Для визначення постійних  $C_i (i=1,2,...,12)$  використаємо крайові умови руху:

$$\begin{cases} t=0: \quad \varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = 0; \quad \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0; \\ t=t_1: \quad \varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\omega_y t_1}{2}; \quad \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \end{cases} \quad (3.120)$$

де  $\omega_y$  – усталена швидкість повороту крана.

Зведемо умови (3.120) до координати  $\varphi_2$  та її похідних за часом, в результаті чого отримаємо:

$$\begin{cases} t=0: \quad \varphi_2 = \dot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_2 = \overset{V}{\ddot{\varphi}_2} = \varphi_2^V = 0, \quad \varphi_2^{IV} = -\frac{M_1 g}{I_1 l}; \\ t=t_1: \quad \varphi_2 = \frac{\omega_y t_1}{2}, \quad \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \quad \ddot{\varphi}_2 = \overset{V}{\ddot{\varphi}_2} = \varphi_2^V = 0, \quad \varphi_2^{IV} = -\frac{M_1 g}{I_1 l}. \end{cases} \quad (3.121)$$

Розв'язок (3.119) рівняння (3.118) містить 12 довільних сталих  $C_i (i=1,2,...,12)$  і для їхнього визначення заданих крайових умов (3.121) достатньо.

Крайові умови (3.121) визначають бажану залежність  $\varphi_2(t)$  з сімейства (3.119).

Оскільки в умови (3.121) входять похідні за часом від функції (3.119) включно до п'ятого порядку, то запишемо ці залежності:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_2 &= C_2 + 2C_3t + 3C_4t^2 + 4C_5t^3 + 5C_6t^4 + 6C_7t^5 + 7C_8t^6 + \\ &+ (C_{10} - C_{11}k - C_{12}kt)\sin kt + (C_{12} + C_9k + C_{10}kt)\cos kt; \\ \ddot{\varphi}_2 &= 2C_3 + 6C_4t + 12C_5t^2 + 20C_6t^3 + 30C_7t^4 + 42C_8t^5 - \\ &- (2C_{12} + C_9k + C_{10}kt)k \sin kt + (2C_{10} - C_{11}k - C_{12}kt)k \cos kt; \\ \ddot{\varphi}_2 &= 6C_4 + 24C_5t + 60C_6t^2 + 120C_7t^3 + 210C_8t^4 - \\ &- (3C_{10} - C_{11}k - C_{12}kt)k^2 \sin kt - (3C_{12} + C_9k + C_{10}kt)k^2 \cos kt;\end{aligned}\quad (3.122)$$

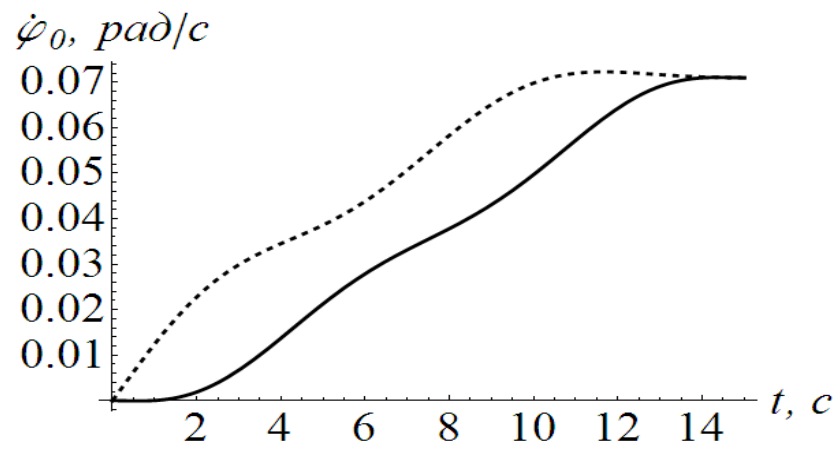
$$\begin{aligned}IV \\ \varphi_2 &= 24C_5 + 120C_6t + 360C_7t^2 + 840C_8t^3 + \\ &+ (4C_{12} + C_9k + C_{10}kt)k^3 \sin kt - (4C_{10} - C_{11}k - C_{12}kt)k^3 \cos kt;\end{aligned}$$

$$V \\ \varphi_2 = 120C_6 + 720C_7t + 2520C_8t^2 + (5C_{10} - C_{11}k - C_{12}kt)k^4 \sin kt + (5C_{12} + C_9k + C_{10}kt)k^4 \cos kt.$$

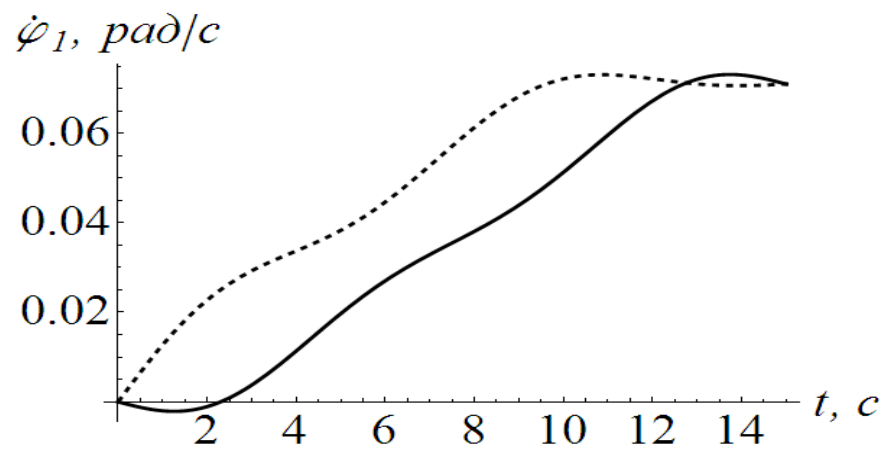
Підставляючи крайові умови (3.121) в залежності (3.119) та (3.122), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення постійних  $C_i (i=1,2,...,12)$ , які забезпечують оптимальний режим повороту стрілової системи крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зусилля в пружній системі приводного механізму

$$\begin{aligned}
C_1 + C_{11} &= 0; C_2 + C_{12} + C_9 k = 0; 2C_3 + (2C_{10} - C_{11} k) k = 0; 6C_4 - (3C_{12} + C_9 k) k^2 = 0; \\
24C_5 - (4C_{10} - C_{11} k) k^3 &= -\frac{M_1 g}{I_1 l}; 120C_6 + (5C_{12} + C_9 k) k^4 = 0; \\
C_1 + C_2 t_1 + C_3 t_1^2 + C_4 t_1^3 + C_5 t_1^4 + C_6 t_1^5 + C_7 t_1^6 + C_8 t_1^7 + \\
+ (C_9 + C_{10} t_1) \sin kt_1 + (C_{11} + C_{12} t_1) \cos kt_1 &= \frac{\omega_y t_1}{2}; \\
C_2 + 2C_3 t_1 + 3C_4 t_1^2 + 4C_5 t_1^3 + 5C_6 t_1^4 + 6C_7 t_1^5 + 7C_8 t_1^6 + \\
+ (C_{10} - C_{11} k - C_{12} k t_1) \sin kt_1 + (C_{12} + C_9 k + C_{10} k t_1) \cos kt_1 &= \omega_y; \\
2C_3 + 6C_4 t_1 + 12C_5 t_1^2 + 20C_6 t_1^3 + 30C_7 t_1^4 + 42C_8 t_1^5 - \\
- (2C_{12} + C_9 k + C_{10} k t_1) k \sin kt_1 + (2C_{10} - C_{11} k - C_{12} k t_1) k \cos kt_1 &= 0; \\
6C_4 + 24C_5 t_1 + 60C_6 t_1^2 + 120C_7 t_1^3 + 210C_8 t_1^4 - \\
- (3C_{10} - C_{11} k - C_{12} k t_1) k^2 \sin kt_1 - (3C_{12} + C_9 k + C_{10} k t_1) k^2 \cos kt_1 &= 0; \\
24C_5 + 120C_6 t_1 + 360C_7 t_1^2 + 840C_8 t_1^3 + (4C_{12} + C_9 k + C_{10} k t_1) k^3 \sin kt_1 - \\
- (4C_{10} - C_{11} k - C_{12} k t_1) k^3 \cos kt_1 &= -\frac{M_1 g}{I_1 l}; \\
120C_6 + 720C_7 t_1 + 2520C_8 t_1^2 + (5C_{10} - C_{11} k - C_{12} k t_1) k^4 \sin kt_1 + \\
+ (5C_{12} + C_9 k + C_{10} k t_1) k^4 \cos kt_1 &= 0.
\end{aligned} \tag{3.123}$$

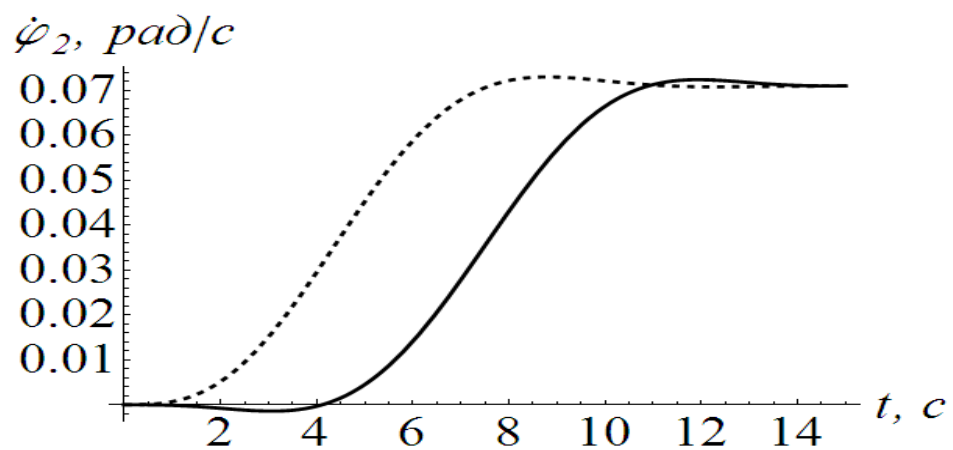
Для механізму повороту стрілового крана QTZ-80 з параметрами  $I_O = 71626,115 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $I_1 = 4920738,85 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $C = 6626669,045 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ ;  $m = 2000 \text{ кг}$ ;  $r = 40 \text{ м}$ ;  $l = 30 \text{ м}$ ;  $M_{кр} = 85 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $M_H = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $u = 1355,2$ ;  $\eta = 0,86$ ;  $\omega_O = 104,67 \text{ рад/с}$ ;  $\omega_H = 95,04 \text{ рад/с}$ ;  $\lambda = 2,8$ ;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  в результаті розв'язку системи (3.123) визначені постійні  $C_i (i=1,2,...,12)$ , на основі яких встановлено оптимальний режим повороту крана та побудовано графічні залежності [7], котрі порівняно з оптимальним режимом повороту за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі (рис. 2 – рис. 6) на цих рисунках прийняті позначення: (--) оптимальне керування 1 (критерій середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі); (—) оптимальне керування 2 (критерій середньоквадратичного значення пришвидження зміни зусилля в приводному механізмі).



a)

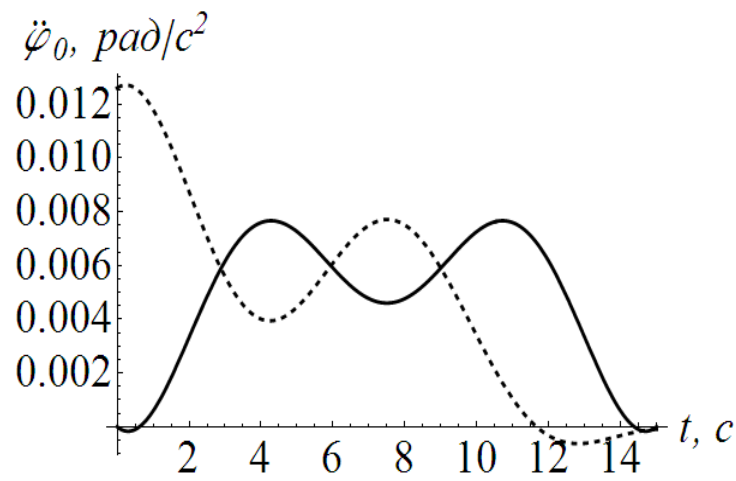


б)

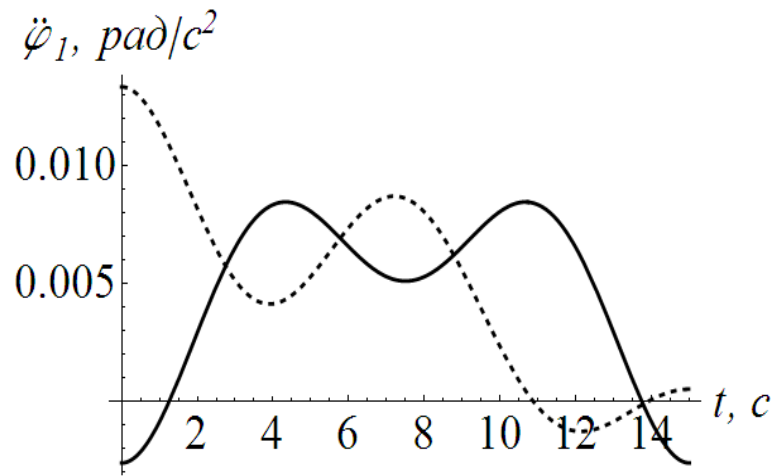


в)

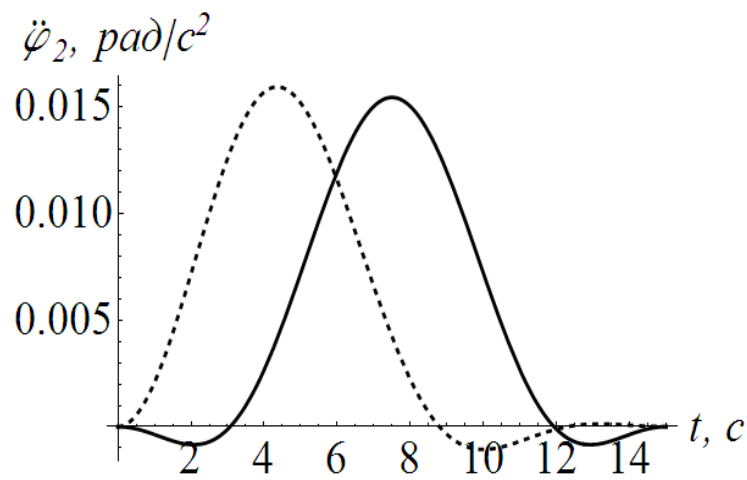
Рис.3.22. Залежності зміни кутових швидкостей: а) ротора двигуна; б) поворотної частини крана; в) вантажу



а)

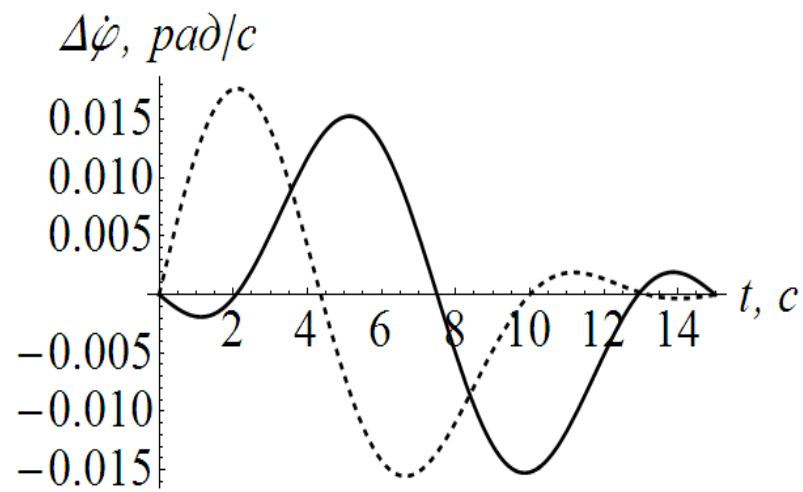


б)

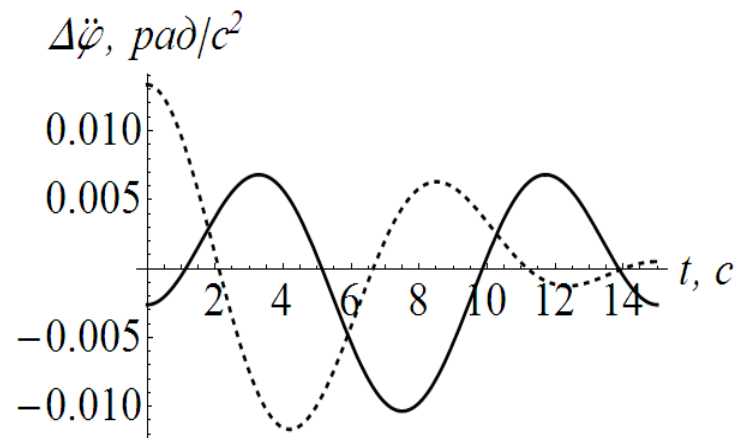


в)

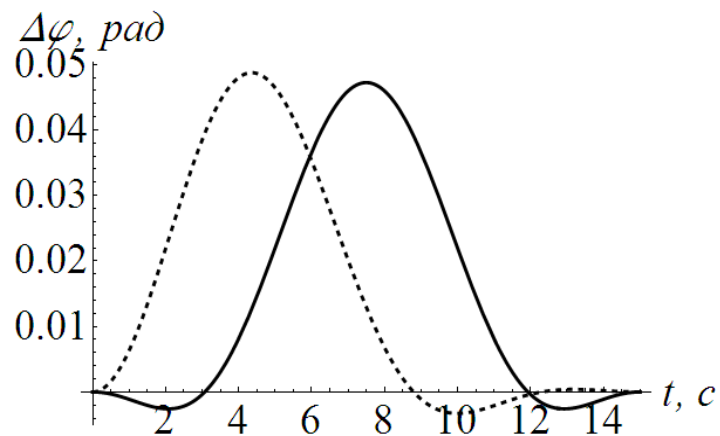
Рис. 3.23 Залежності зміни кутових прискорень: а) ротора двигуна;  
б) поворотної частини крана; в) вантажу



а)



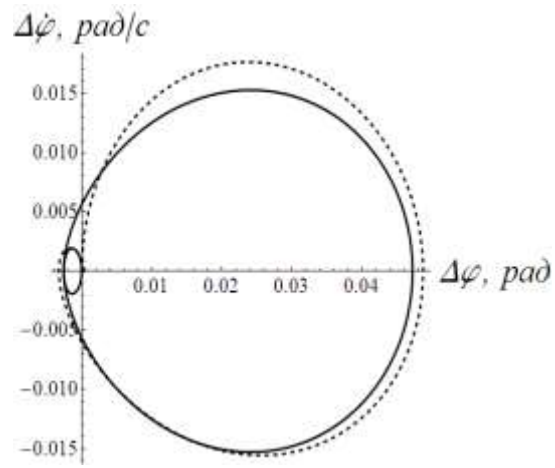
б)



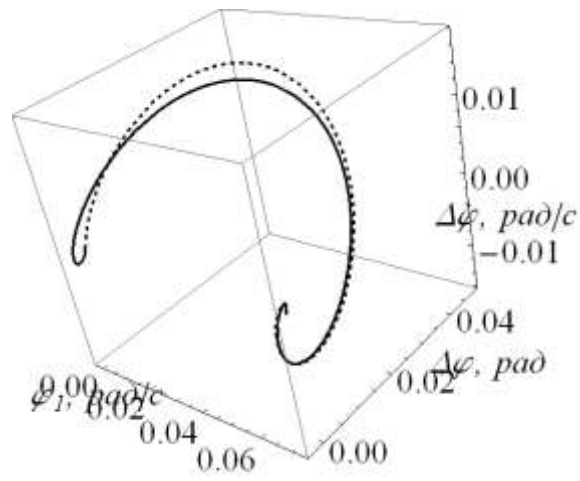
в)

Рис. 3.24. Залежності зміни: а) кутової швидкості; б) кутового прискорення; в) кутової координати відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі

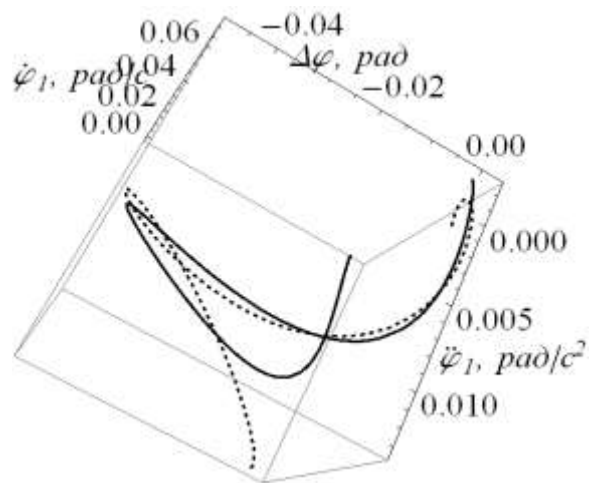




а)

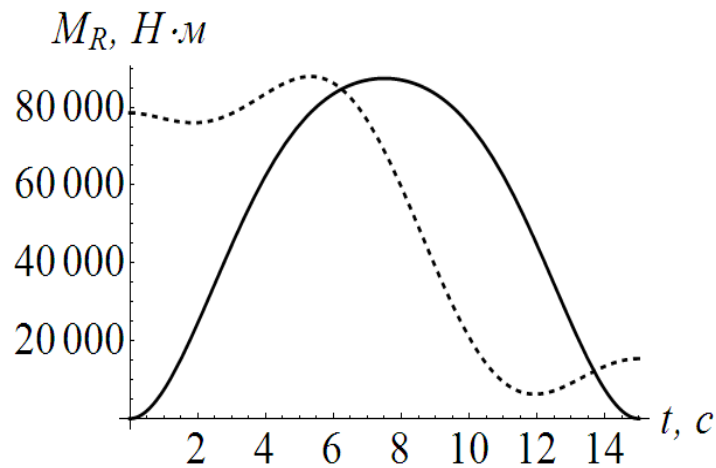


б)

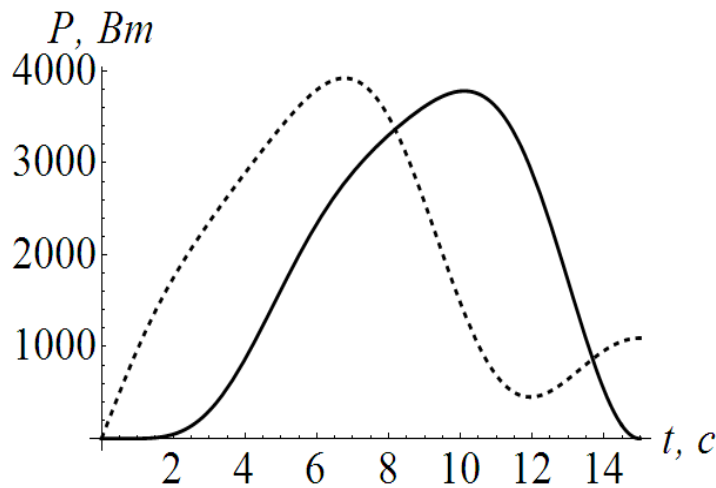


в)

Рис.3.25. Фазові портрети: а) плоский; б) і в) об'ємні



а)



б)

Рис. 3.26. Залежності зміни: а) пружного моменту в приводі; б) потужності приводу

З отриманих графічних залежностей (рис. 3.22 – рис. 3.26) можна бачити, що практично усі кінематичні, силові та енергетичні характеристики стрілової системи на ділянці пуску механізму повороту при першому та другому оптимальних режимах руху мають плавний характер зміни, що вказує на відсутність значних динамічних навантажень.

Здійснено порівняння отриманих оптимальних режимів руху за середньоквадратичними (табл. 3.2) та максимальними (табл. 3.3) значеннями кінематичних, силових та енергетичних характеристик стрілової системи.

Таблиця 3.2.

Характеристики механізму повороту за середньоквадратичним  
відхиленням

Характеристики		Середньоквадратичне відхилення		Зменшення характеристик
		Оптимальне керування 1	Оптимальне керування 2	
Кутова швидкість, $рад/с$	ротора двигуна,	0,054	0,043	1,26
	поворотної частини	0,055	0,044	1,25
	вантажу	0,058	0,047	1,23
	відхилення вантажу	0,009	0,009	0
Кутове прискорення, $рад/с^2$	ротора двигуна	0,006	0,005	1,2
	поворотної частини	0,006	0,006	0
	вантажу	0,008	0,008	0
	відхилення вантажу	0,006	0,005	1,2
Момент, $Н\cdot м$	двигуна	60883,9	60118,1	1,013
	в приводі	60482,9	59751,9	1,012
Потужність привода, $Вт$		2348,89	2312,24	1,016
Відхилення вантажу, $рад$		0,023	0,023	0

Аналіз середньоквадратичних значень показників з табл. 3.2 показує, що кінематичні характеристики стрілової системи при використанні критерію середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в приводному механізмі є дещо кращими в порівнянні з використанням критерію середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в

приводному механізмі. Оптимальний режим 2 в порівнянні з режимом 1 дав можливість зменшити показники середньоквадратичних значень швидкостей ротора двигуна на 26%, поворотної частини крана на 25% та вантажу на 23%, а кутових пришвидшень ротора двигуна та відхилення вантажу на 20%. При цьому відхилення середньоквадратичних значень моментів на валу електродвигуна та приводному механізмі, а також потужності приводу є незначними і складають відповідно 1,3%, 1,2%, 1,6%.

Таблиця 3.3.

## Характеристики механізму повороту за максимальними значеннями

Характеристики		Максимальні значення		Зменшення характеристик
		Оптимальне керування 1	Оптимальне керування 2	
Кутова швидкість, $рад/с$	ротора двигуна	0,0725	0,071	1,02
	поворотної частини	0,073	0,073	0
	вантажу	0,073	0,072	1,014
	відхилення вантажу	0,0165	0,0151	1,093
Кутове прискорення, $рад/с^2$	ротора двигуна	0,0127	0,0077	1,65
	поворотної частини	0,0135	0,0085	1,59
	вантажу	0,016	0,0154	1,039
	відхилення вантажу	0,013	0,010	1,3
Момент, $кН\cdot м$	двигуна	89	88	1,011
	в приводі	89	88	1,011
Потужність приводу, $кВт$		3,9	3,8	1,026
Відхилення вантажу, $рад$		0,049	0,047	1,043

Аналіз максимальних значень характеристик з табл. 3.3 також показує деяке покращення показників при використанні критерію середньоквадратичного значення пришвидшення зміни пружного моменту в приводному механізмі в порівнянні з критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни цього моменту. Так, наприклад, покращились значення кутових швидкостей ротора двигуна на 2,0%, відхилення вантажу на 9,3%, а також кутових пришвидшень ротора двигуна на 65%, поворотної частини крана на 59% та відхилення вантажу на 30%.

Разом з тим, такі показники як максимальні значення моментів на валу двигуна та в приводному механізмі, а також потужності двигуна практично є ідентичними при обох оптимальних режимах руху механізму повороту. Відхилення цих показників знаходиться в межах 1,1%...2,6%.

З отриманого аналізу можна зробити висновок, що практично за всіма показниками оптимізація режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни пружного моменту в приводному механізмі має переваги перед оптимізацією за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни моменту в приводі. Деякі з показників оцінки режимів руху є рівнозначними. До цих показників відносяться як максимальні, так і середньоквадратичні значення силових та енергетичних характеристик.

Наведені фазові портрети (рис. 3.25) показують, що контури фазових траєкторій як першого, так і другого оптимальних режимів руху є замкненими, що вказує на відсутність коливань в елементах приводу та вантажу на гнучкому підвісі після процесів пуску.

В результаті динамічного аналізу механізму повороту стрілового крана встановлено, що в елементах приводу та металоконструкцій з вантажем на гнучкому підвісі під час процесу пуску виникають динамічні навантаження, які значно перевищують навантаження в процесі усталеного руху.

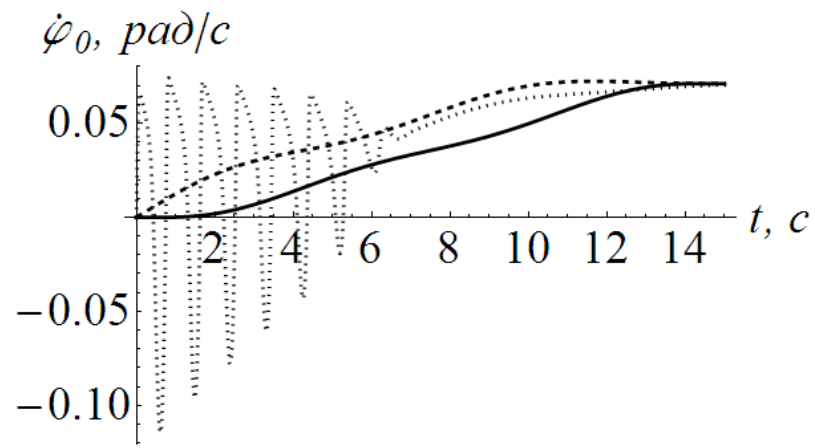
Для зменшення динамічних навантажень в елементах приводу та металоконструкцій проведено оптимізацію режиму руху в процесі пуску за

інтегральними динамічними критеріями (середньоквадратичними значеннями швидкості та пришвидження зміни пружного моменту в приводному механізмі). Проведена оптимізація дозволила усунути коливання в елементах приводу та вантажу на гнучкому підвісі, а також значно зменшити величину навантажень.

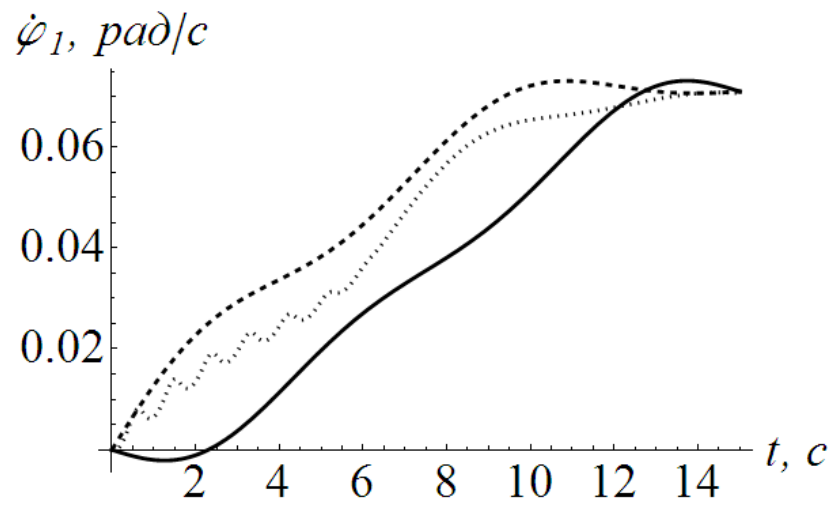
Проведено порівняльний аналіз оптимальних режимів руху за критеріями середньоквадратичних значень швидкості та пришвидження зміни пружного моменту приводу. З проведеного аналізу встановлено, що кожний з оптимальних режимів руху значно зменшує динамічні навантаження в елементах приводу та конструкції крана в порівнянні зі звичайним «ручним» керуванням. З двох оптимальних режимів руху в процесі пуску слід віддати перевагу режиму руху за критерієм середньоквадратичного значення пришвидження зміни моменту в приводі, оскільки практично усі кінематичні, силові та енергетичні характеристики є кращими в порівнянні з режимом за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни моменту в приводі.

### **3.4. Порівняння оптимізаційних режимів руху стрілового крана за різними критеріями**

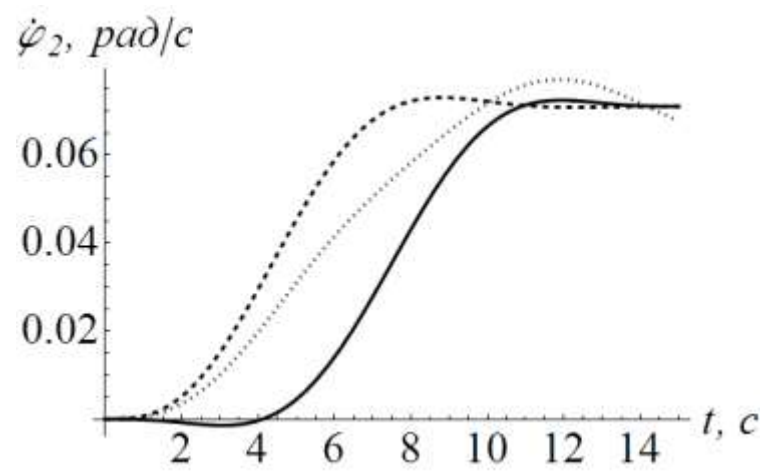
Проведемо порівняльний аналіз режимів повороту крана з ручним керуванням за механічною характеристикою двигуна в процесі пуску, оптимізацію за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі, яка представлена режимом (оптимальне керування 1) та за критерієм середньоквадратичного значення пришвидження зміни зусилля в приводному механізмі – режимом (оптимальне керування 2) [23]. Результати порівняльного аналізу наведені на рис. 3.26 – 3.30 та в тал. 3.4 і табл. 3.5.



а)

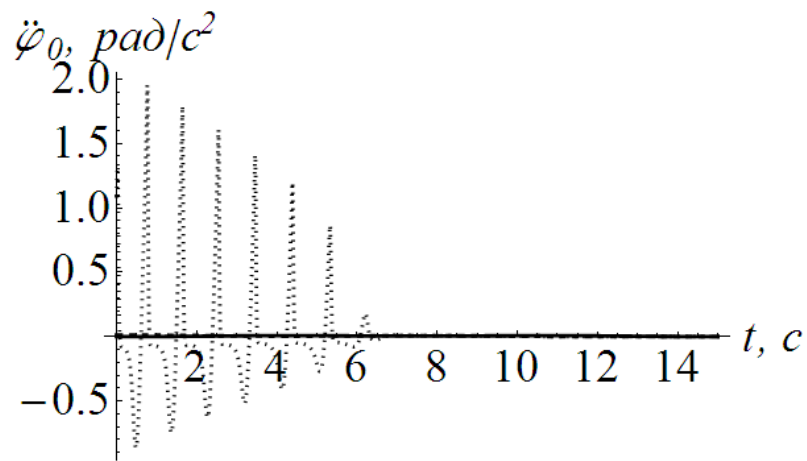


б)

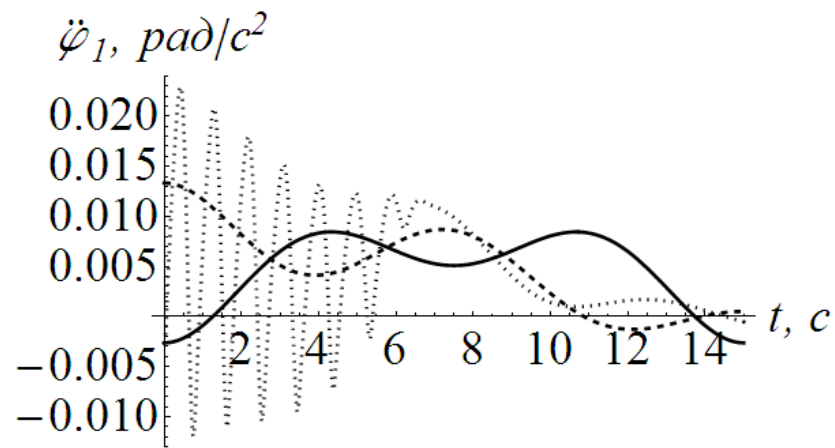


в)

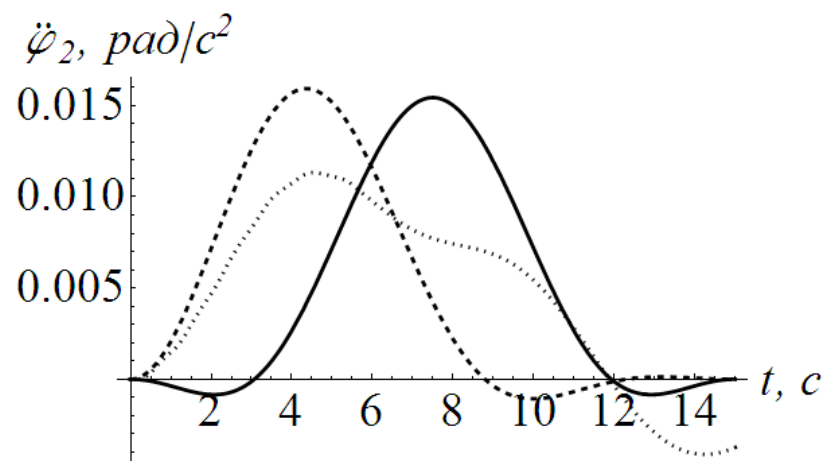
Рис. 3.26. Залежності зміни кутових швидкостей: а) ротора двигуна; б) поворотної частини крана; в) вантажу



а)



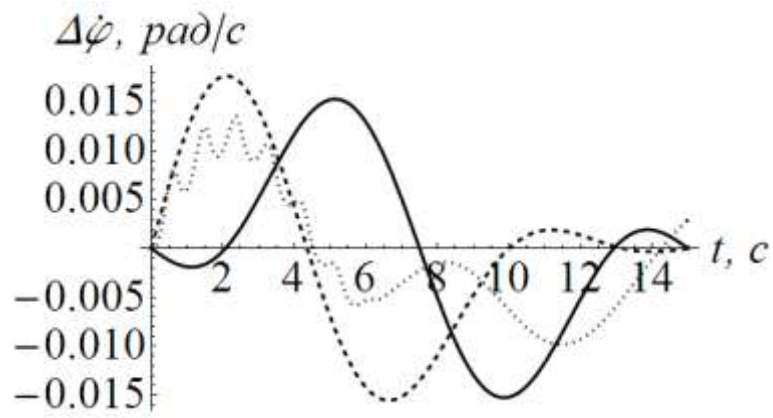
б)



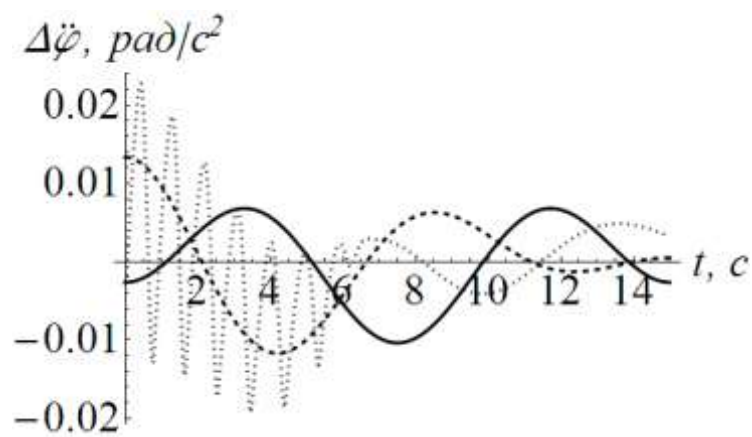
в)

Рис. 3.27. Залежності зміни кутових прискорень: а) ротора двигуна; б) поворотної частини крана; в) вантажу

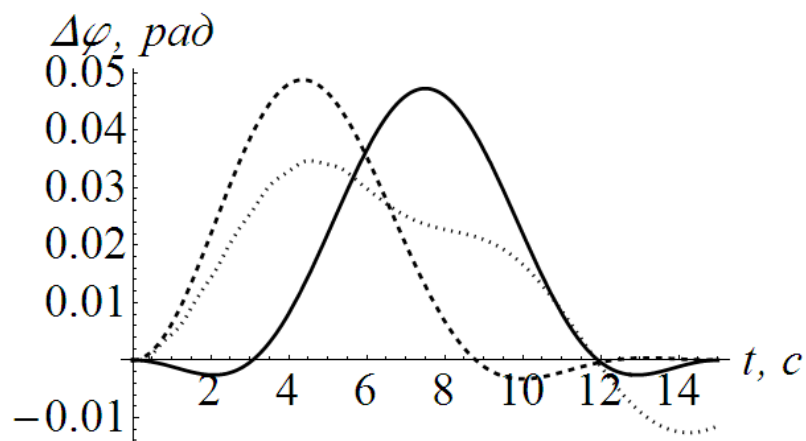




а)

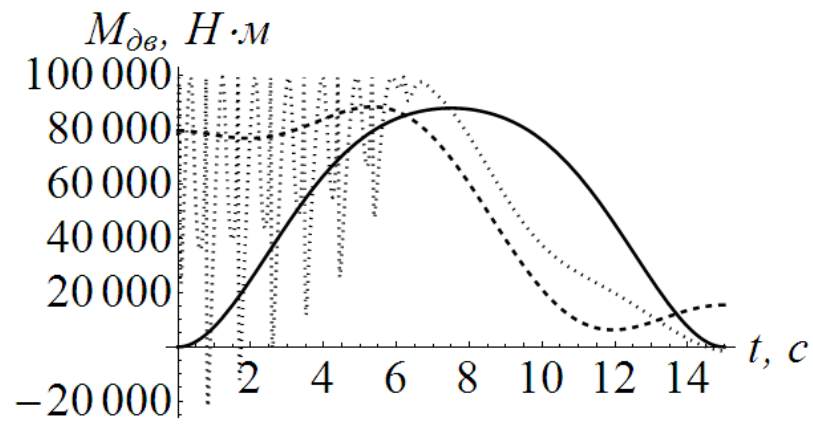


б)

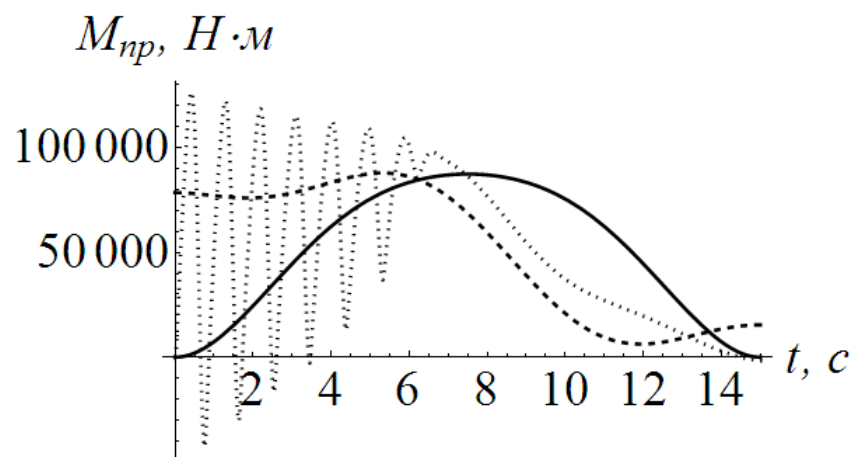


в)

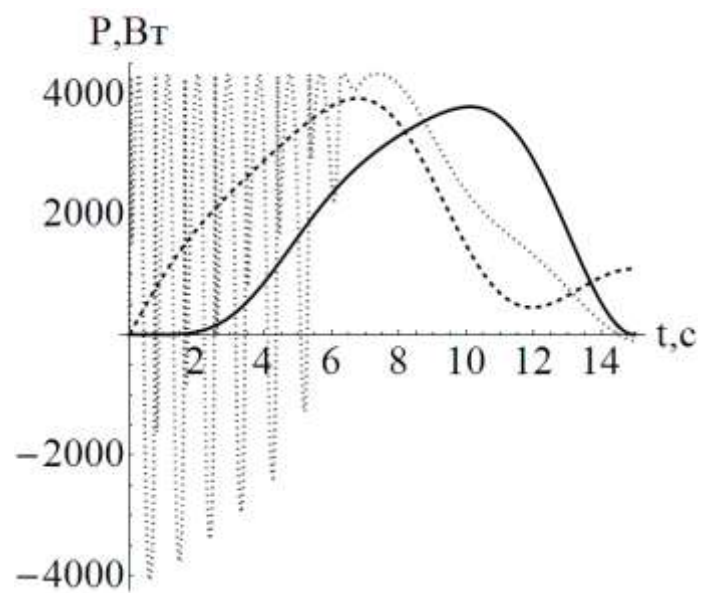
Рис. 3.28. Залежності зміни: а)кутової швидкості; б)кутового прискорення; в)кутової координати відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі



а)

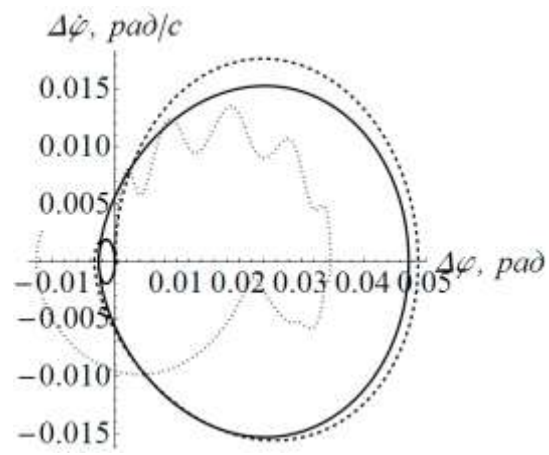


б)

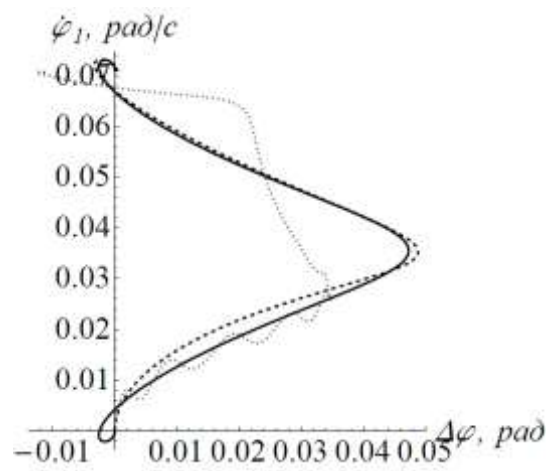


в)

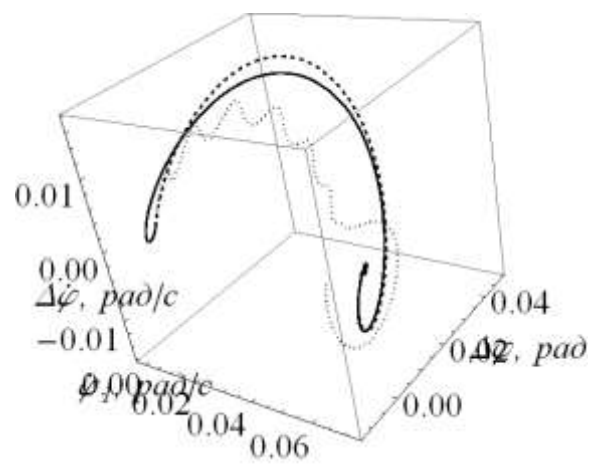
Рис. 3.29. Залежності зміни: а) рушійного моменту двигуна; б) пружного моменту в приводі; в) потужності



а)



б)



в)

Рис. 3.30. Фазові портрети: а) і б) плоский; в) об'ємний

З графічних залежностей (рис. 3.26 – 3.30), отриманих в результаті розв’язку оптимізаційних задач, можна бачити, що кінематичні, силові та енергетичні характеристики стрілової системи на ділянці пуску механізму повороту при оптимальних режимах руху першому та другому в порівнянні з ручним керуванням мають плавний характер зміни, що вказує на відсутність значних динамічних навантажень в приводі.

Здійснено порівняння отриманих результатів динамічного аналізу при ручному керуванні з отриманими оптимальними режимами руху за середньоквадратичними (табл. 3.41) та максимальними (табл. 3.5) значеннями кінематичних, силових та енергетичних характеристик стрілової системи.

Таблиця 3.4.

Характеристики механізму повороту за середньоквадратичним  
відхиленням

Характеристики		Середньоквадратичне відхилення			Зменшення характеристик
		Ручне керу- вання	Опти- мальне керу- вання 1	Опти- мальне керу- вання 2	
Кутова швидкість, <i>рад/с</i>	ротора двигуна,	0,058	0,054	0,043	1,35
	поворотної частини	0,051	0,055	0,044	1,16
	вантажу	0,054	0,058	0,047	1,15
	відхилення вантажу	0,007	0,009	0,009	0,77
Кутове приско- рення, <i>рад/с<sup>2</sup></i>	ротора двигуна	0,291	0,006	0,005	58,2
	поворотної частини	0,008	0,006	0,006	1,33

	Продовження таблиці 3.4				
	вантажу	0,007	0,008	0,008	0,88
	відхилення вантажу	0,007	0,006	0,005	1,4
Момент, $кН\cdot м$	двигуна	60584,1	60883,9	60118,1	1,008
	в приводі	63640,4	60482,9	59751,9	1,065
Потужність привода, $кВт$		2806,06	2348,89	2312,24	1,2
Відхилення вантажу, $рад$		0,02	0,023	0,023	0,87

З аналізу середньоквадратичних показників, зведених до табл. 3.4, видно, що кінематичні характеристики стрілової системи при застосуванні оптимальних режимів руху (оптимальне керування 1 та оптимальне керування 2) в порівнянні з використанням ручного керування є дещо кращими. Оптимальне керування 2 в порівнянні з ручним керуванням дало можливість зменшити показники середньоквадратичних значень швидкостей ротора двигуна на 35%, поворотної частини крана на 16% та вантажу на 15%, а кутових пришвидшень ротора двигуна в 58 разів, поворотної частини на 33% та відхилення вантажу на 40%. Відхилення середньоквадратичних значень моменту на валу електродвигуна зменшилось на 0,8%, в приводному механізмі на 6,5%, а потужності приводу на 20%.

З аналізу максимальних значень характеристик, зведених до табл. 3.5, також має місце покращення характеристик при використанні оптимальних режимів пуску, а саме середньоквадратичного значення пришвидшення зміни пружного моменту в приводному механізмі в порівнянні з ручним керуванням. Покращились значення кутових швидкостей ротора двигуна на 62%, швидкість вантажу на 8%, а також кутових пришвидшень ротора двигуна в 249 разів, поворотної частини крана в 2,7 разів та відхилення вантажу в 2,2 рази. Також значно покращились максимальні значення моментів на валу двигуна на 13%, приводному механізмі на 43%, а потужності двигуна на 12%.

Таблиця 3.5.

## Характеристики механізму повороту за максимальними значеннями

Характеристики		Максимальні значення			Зменшення характеристик
		Ручне керування	Оптимальне керування 1	Оптимальне керування 2	
Кутова швидкість, <i>рад/с</i>	ротора двигуна	0,115	0,0725	0,071	1,62
	поворотної частини	0,071	0,073	0,073	0,97
	вантажу	0,078	0,073	0,072	1,08
	відхилення вантажу	0,013	0,0165	0,0151	0,86
Кутове прискорення, <i>рад/с<sup>2</sup></i>	ротора двигуна	1,92	0,0127	0,0077	249,35
	поворотної частини	0,023	0,0135	0,0085	2,7
	вантажу	0,011	0,016	0,0154	0,7
	відхилення вантажу	0,022	0,013	0,010	2,2
Момент, <i>кН·м</i>	двигуна	99,6	89	88	1,13
	в приводі	126,1	89	88	1,43
Потужність привода, <i>кВт</i>		4,25	3,9	3,8	1,12
Відхилення вантажу, <i>рад</i>		0,034	0,049	0,047	0,72

Слід зазначити, що відхилення деяких показників погіршилися: максимальні значення стали дещо більшими, однак характер зміни цих характеристик став кращим, оскільки вони мають плавний характер зміни, що

забезпечує зменшення динамічних навантажень в стріловій системі та приводному механізмі.

З проведеного аналізу можна зробити висновок, що практично за всіма показниками оптимальні режими пуску механізму повороту стрілового крана, а саме за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни пружного моменту в приводному механізмі та за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни моменту в приводі мають переваги перед ручним керуванням. Покращуються як максимальні, так і середньоквадратичні значення показників кінематичних, силових та енергетичних характеристик.

З наведених фазових портретів (рис. 3.30) видно, що контури фазових траєкторій як оптимального керування 1, так оптимального керування 2 режимів руху є замкненими, що вказує на відсутність коливань в елементах приводу та вантажу на гнучкому підвісі після процесу пуску на відміну від ручного керування, в якого контур не замкнений, що вказує на присутність коливань вантажу після процесу пуску.

### **3.5. Оптимізація режиму повороту стрілового крана за комплексним інтегральним критерієм**

За критерій оптимізації обрано комплексний безрозмірний інтегральний динамічний критерій, який враховує відносне середньоквадратичне значення пружного моменту в приводному механізмі та швидкість його зміни в часі і представляється наступною залежністю [10]

$$K = \left\{ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left[ \delta \left( \frac{M_{01}}{M_H} \right)^2 + (1 - \delta) \left( \frac{\dot{M}_{01}}{M_H} t_1 \right)^2 \right] dt \right\}^{1/2}, \quad (3.124)$$

де  $t$  – час;  $t_1$  – тривалість перехідного процесу (пуску, гальмування);  $M_{01}, \dot{M}_{01}$  – відповідно пружний момент в приводному механізмі та швидкість його зміни в часі зведені до вісі повороту крана;  $M_n$  – номінальний момент на валу приводного двигуна, зведений до вісі повороту крана;  $\delta$  – безрозмірний ваговий коефіцієнт, який враховує долю пружного моменту і може змінюватись від 0 до 1.

Визначимо складові критерію (2). Спочатку з другого рівняння системи (1) знайдемо залежність пружного моменту в приводному механізмі

$$M_{01} = C(\varphi_0 - \varphi_1) = I_1 \ddot{\varphi}_1 + mr^2 \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (3.125)$$

Залежність (3) зведемо лише до узагальненої координати  $\varphi_2$  та її похідних за часом. Для цього з останнього рівняння системи (1) виразимо координату  $\varphi_1$  через координату  $\varphi_2$  та її похідні, в результаті чого отримаємо

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2. \quad (3.126)$$

Взявши похідні за часом від виразу (4), будемо мати:

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2; \quad (3.127)$$

$$\ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_2 + \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2. \quad (3.128)$$

Підставивши вираз (6) в залежність (3), знайдемо

$$M_{01} = I_1 \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2 + \left( I_1 + mr^2 \right) \ddot{\varphi}_2 + M_1. \quad (3.129)$$



Взявши похідну за часом від виразу (3.94), знайдемо швидкість зміни пружного моменту в приводному механізмі

$$\dot{M}_{01} = I_1 \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \ddot{\varphi}_2. \quad (3.130)$$

Підставивши вирази (3.94) та (3.130) в критерій (3.129) і зробивши деякі перетворення, будемо мати [10]

$$K = \left\{ \left\{ \frac{1}{M_H^2 t_1} \int_0^{t_1} \left\{ \delta \left[ I_1 \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \ddot{\varphi}_2 \right]^2 + (1-\delta) t_1^2 \left[ I_1 \frac{l}{g} \ddot{\varphi}_2 + (I_1 + mr^2) \ddot{\varphi}_2 \right]^2 dt \right\} \right\} \right\}^{1/2} \quad (3.131)$$

Для динамічної моделі стрілової системи, наведеної на рис. 3.6, визначимо крайові умови в процесі пуску:

$$\begin{cases} t=0: & \varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0; \\ t=t_1: & \varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \omega_y t_1 / 2, \quad \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \end{cases} \quad (3.132)$$

де  $\omega_y$  – усталена кутова швидкість повороту крана.

Зведемо систему крайових умов (3.132) до координати  $\varphi_2$  та її похідних за часом. Для цього з другого рівняння системи (3.51) виразимо кутову координату ротора двигуна, зведену до осі повороту крана

$$\varphi_0 = \varphi_1 + \frac{I_1}{C} \ddot{\varphi}_1 + \frac{mr^2}{C} \ddot{\varphi}_2. \quad (3.133)$$

Використовуючи залежності (3.126) і (3.127), вираз (3.133) набуде наступного вигляду

$$\varphi_0 = \varphi_2 + \left( \frac{l}{g} + \frac{I_1 + mr^2}{C} \right) \ddot{\varphi}_2 + \frac{I_1}{C} \frac{l}{g} \varphi_2^{IV} + \frac{M_1}{C}. \quad (3.134)$$

Взявши похідні за часом від виразу (3.134), будемо мати:

$$\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_2 + \left( \frac{l}{g} + \frac{I_1 + mr^2}{C} \right) \ddot{\varphi}_2 + \frac{I_1}{C} \frac{l}{g} \varphi_2^V; \quad (3.135)$$

$$\ddot{\varphi}_0 = \ddot{\varphi}_2 + \left( \frac{l}{g} + \frac{I_1 + mr^2}{C} \right) \varphi_2^{IV} + \frac{I_1}{C} \frac{l}{g} \varphi_2^{VI}. \quad (3.136)$$

Після підстановки виразів (3.126), (3.133), (3.134) і (3.135) в умови (3.132) маємо крайові умови процесу пуску стрілової системи виражені через координату  $\varphi_2$  та її похідні за часом:

$$\begin{cases} t = 0: \varphi_2 = 0, \dot{\varphi}_2 = 0, \ddot{\varphi}_2 = 0, \ddot{\ddot{\varphi}}_2 = 0, \varphi_2^{IV} = -\frac{M_1 g}{I_1 l}, \varphi_2^V = 0; \\ t = t_1: \varphi_2 = \frac{\omega_y t_1}{2}, \dot{\varphi}_2 = \omega_y, \ddot{\varphi}_2 = 0, \ddot{\ddot{\varphi}}_2 = 0, \varphi_2^{IV} = -\frac{M_1 g}{I_1 l}, \varphi_2^V = 0. \end{cases} \quad (3.137)$$

Умовою мінімуму критерію (3.131) при крайових умовах (3.137) є рівняння Пуассона, які розв'язати аналітично не представляється можливим. Тому для розв'язання такої крайової задачі використаємо наближені методи «хмарних технологій», зокрема метод «бджолиного рою». Для цього інтервал руху стрілової системи  $[0, t_1]$  розіб'ємо на дискретні точки з інтервалом  $\Delta t = (t_n - t_0)/n$ , де  $t_0$  і  $t_n$  – початкова та кінцева точки розчленування інтервалу руху,  $n$  – кількість інтервалів.

В залежностях (3.130),..., (3.137) зробимо заміну  $\varphi_2 = \varphi$ ,  $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}$ ,  $\ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}$ ,  $\overset{IV}{\ddot{\varphi}}_2 = \overset{IV}{\ddot{\varphi}}$ ,  $\overset{IV}{\varphi}_2 = \overset{IV}{\varphi}$ ,  $\overset{V}{\varphi}_2 = \overset{V}{\varphi}$  і неперервність цих функцій замінемо наближеними дискретними значеннями, наприклад, неперервну координату  $\varphi$  будемо представляти дискретними значеннями  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}, \varphi_n$ . Тут  $\varphi_0$  – початкове значення функції  $\varphi$ , а  $\varphi_n$  її кінцеве (крайове) значення. Аналогічно замінюються функції  $\dot{\varphi}$ ,  $\ddot{\varphi}$ ,  $\overset{IV}{\ddot{\varphi}}$ ,  $\overset{IV}{\varphi}$ ,  $\overset{V}{\varphi}$  на дискретні значення.

Тоді крайові умови (3.132) запишемо в наступному вигляді:

$$\begin{cases} t = t_0 = 0: \varphi = \varphi_0 = 0, \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 = 0, \ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_0 = 0, \overset{IV}{\ddot{\varphi}} = \overset{IV}{\ddot{\varphi}}_0 = 0, \overset{IV}{\varphi} = \overset{IV}{\varphi}_0 = -\frac{M_1 g}{I_1 l}, \overset{V}{\varphi} = \overset{V}{\varphi}_0 = 0; \\ t = t_n: \varphi = \varphi_n = \frac{\omega_y t_n}{2}, \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_n = \omega_y, \ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}_n = 0, \overset{IV}{\ddot{\varphi}} = \overset{IV}{\ddot{\varphi}}_n = 0, \overset{IV}{\varphi} = \overset{IV}{\varphi}_n = -\frac{M_1 g}{I_1 l}, \overset{V}{\varphi} = \overset{V}{\varphi}_n = 0. \end{cases} \quad (3.138)$$

В середині інтервалу  $[t_0, t_n]$  без крайових значень задамо дискретні значення функції  $\varphi$  від  $\varphi_1, \varphi_2$  і тд. до  $\varphi_{n-1}$ , як це показано на рис. 3.31.

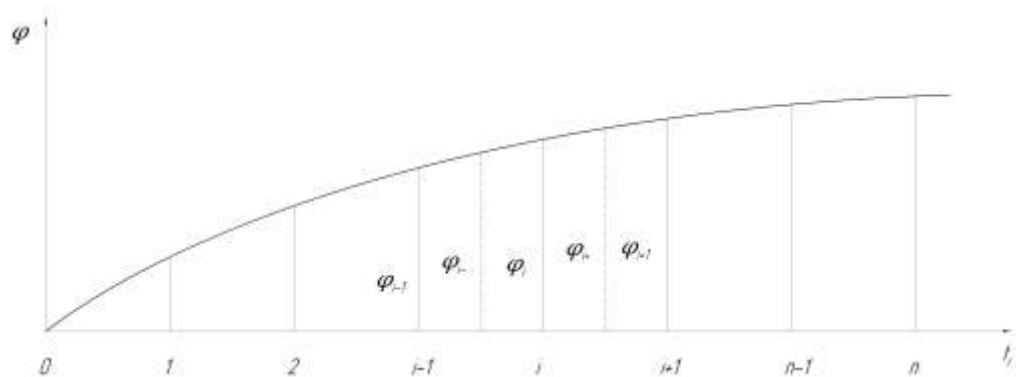


Рис. 3.31. Представлення функції дискретними значеннями

В середині інтервалу дискретні значення функції визначаються залежностями:

$$\varphi_{i-} = (\varphi_{i-1} + \varphi_i)/2; \quad \varphi_{i+} = (\varphi_i + \varphi_{i+1})/2. \quad (3.139)$$

За дискретними значеннями функції  $\varphi_{i-1}$ ,  $\varphi_{i-}$ ,  $\varphi_i$ ,  $\varphi_{i+}$ ,  $\varphi_{i+1}$ , коли  $i$  змінюється від 1 до  $n-1$  розраховуються дискретні значення похідних за часом від цієї функції, що входять у вираз критерію:

$$\dot{\varphi}_{i-} = \frac{\varphi_i - \varphi_{i-1}}{\Delta t}; \quad \dot{\varphi}_{i+} = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta t}; \quad \dot{\varphi}_i = \frac{\dot{\varphi}_{i-} + \dot{\varphi}_{i+}}{2}; \quad (3.140)$$

$$\ddot{\varphi}_i = \frac{\dot{\varphi}_{i+} - \dot{\varphi}_{i-}}{\Delta t}; \quad (3.141)$$

$$\ddot{\varphi}_{i-} = \frac{\ddot{\varphi}_i - \ddot{\varphi}_{i-1}}{\Delta t}; \quad \ddot{\varphi}_{i+} = \frac{\ddot{\varphi}_{i+1} - \ddot{\varphi}_i}{\Delta t}; \quad \ddot{\varphi}_i = \frac{\ddot{\varphi}_{i-} + \ddot{\varphi}_{i+}}{2}; \quad (3.142)$$

$$\overset{IV}{\varphi}_i = \frac{\ddot{\varphi}_{i+} - \ddot{\varphi}_{i-}}{\Delta t}; \quad (3.143)$$

$$\overset{V}{\varphi}_{i-} = \frac{\overset{IV}{\varphi}_i - \overset{IV}{\varphi}_{i-1}}{\Delta t}; \quad \overset{V}{\varphi}_{i+} = \frac{\overset{IV}{\varphi}_{i+1} - \overset{IV}{\varphi}_i}{\Delta t}; \quad \overset{V}{\varphi}_i = \frac{\overset{V}{\varphi}_{i-} + \overset{V}{\varphi}_{i+}}{2}. \quad (3.144)$$

Використовуючи крайові умови (3.138) та дискретні значення функції  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}$ , а також залежності (3.139), ..., (3.144) можна визначити величину критерію оптимізації

$$K = \frac{1}{M_H \sqrt{t_n}} \left\{ \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \delta \left[ \left( I_1 + mr^2 \right) \ddot{\varphi}_i + I_1 \frac{l}{g} \overset{IV}{\varphi}_i \right]^2 + (1-\delta) \Delta t^2 \left[ \left( I_1 + mr^2 \right) \ddot{\varphi}_i + I_1 \frac{l}{g} \overset{V}{\varphi}_i \right]^2 \right\} \Delta t_i \right\} \right\}^{1/2}. \quad (3.145)$$

Визначення нових значень  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}$  за допомогою методу «бджолиного рою» здійснюється до тих пір, поки критерій (3.145) не досягне найменшого значення. Кінцеві дискретні значення функції будуть відповідати оптимальному режиму повороту стрілової системи на ділянці пуску.

Для розв'язку цієї задачі використано програмний продукт «Mathematica».

Розрахунки проводилися для механізму повороту стрілового крана QTZ–80 з параметрами  $I_O = 71626,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $I_1 = 4920738 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $C = 6626669 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ ;  $m = 2000 \text{ кг}$ ;  $r = 40 \text{ м}$ ;  $l = 30 \text{ м}$ ;  $M_H = 36,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $u = 1355,2$ ;  $\eta = 0,86$ ;  $\omega_y = 0,07 \text{ рад/с}$ ;  $t_1 = 6 \text{ с}$ ;  $\omega_O = 95 \text{ рад/с}$ ;  $\omega_H = 95,04 \text{ рад/с}$ ;  $\lambda = 2,8$ ;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  та за умови, що  $M_1 = 0$ . В результаті розв'язку поставленої задачі отримано оптимальний режим руху, який представлений у графічному вигляді (рис. 3.32 – рис. 3.34) [10,25].

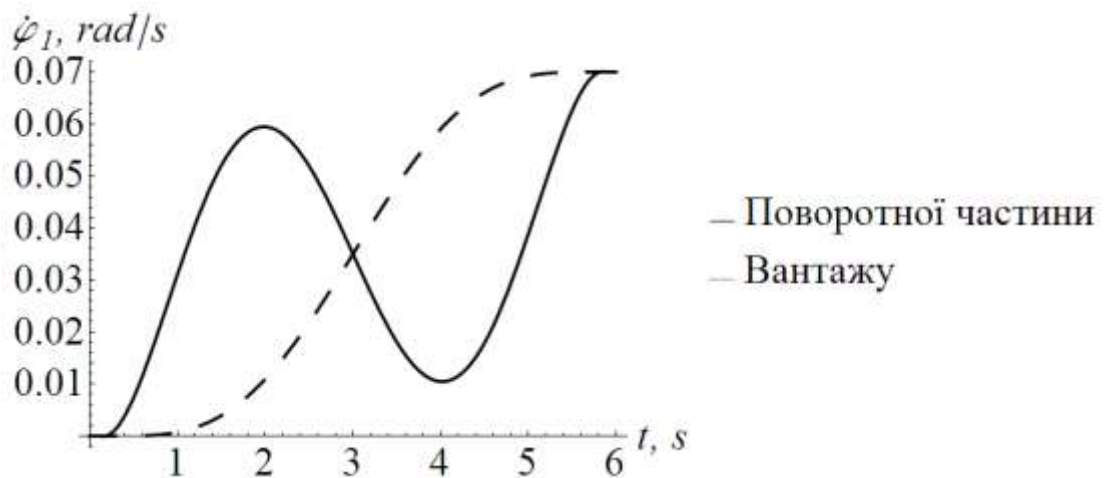


Рис. 3.32. Залежності зміни кутових швидкостей

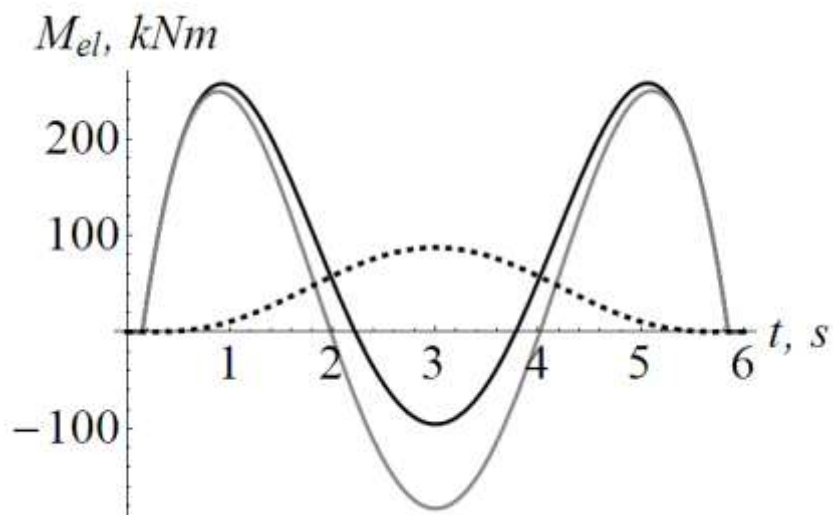


Рис. 3.33. Залежності зміни моментів: момент в колоні, чорна (—); момент спричинений інерційними зусиллями (- - -); момент спричинений маятниковими коливаннями вантажу на гнучкому підвісі, сіра (—)

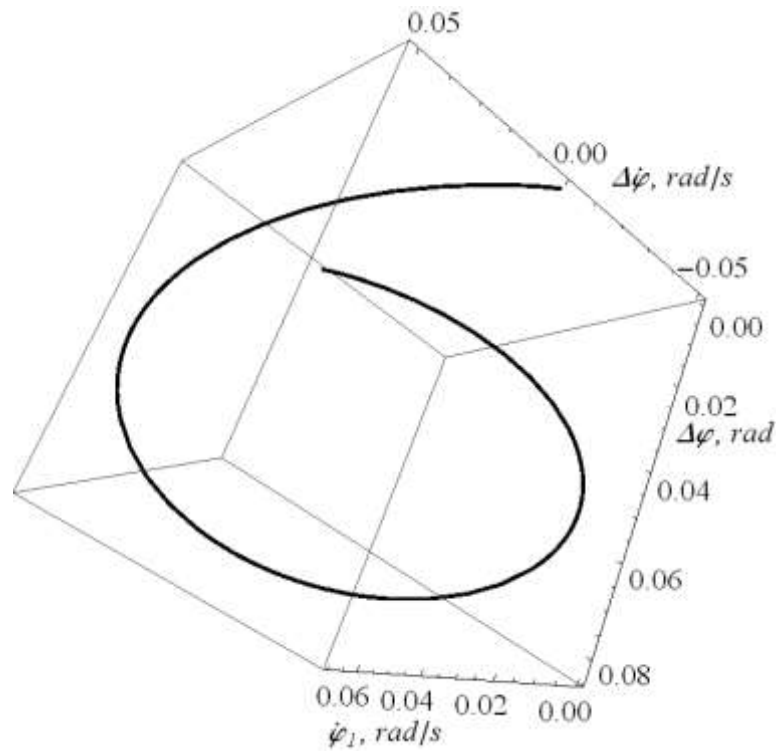


Рис. 3.34. Об'ємний фазовий портрет

З графічних залежностей зміни кутових швидкостей поворотної частини та вантажу (рис. 3.32), отриманих в результаті розв'язку оптимізаційної задачі за комплексним безрозмірним інтегральним динамічним критерієм, що враховує відносне середньоквадратичне значення пружного моменту в приводному механізмі та швидкість його зміни в часі бачимо, що швидкість вантажу на визначеному нами інтервалі руху 6 сек. розганяється до усталеного (номінального) значення 0,07 рад/с плавно, без коливань в стріловій системі «кран-вантаж». На відміну від пуску стрілової системи на «природній» (некерованій) характеристиці, як це показано у роботах [35,36], де мають місце значні коливання вантажу. Це дає можливість значно зменшити, як зусилля в колоні (рис. 3.33) під час перехідних процесів, так і коливання вантажу (рис. 3.34).

## Висновки до третього розділу

1. Обґрунтовано динамічні моделі функціонування механізму повороту вантажопідійомного крана як механічної системи із зосередженими масами для оптимізації режимів пуску й гальмування.

2. Встановлено закони руху механізму повороту  $\varphi(t)$ , які забезпечують оптимальне (мінімальне) значення динамічного моменту ( $M_F$ ), що діє на поворотну частину крана, у аналітичному вигляді, як залежності  $M_F(t)$ . Подані спрощені залежності  $M_F(t)$  для різних співвідношень тривалості перехідного процесу (пуску й гальмування), також періоду затухання коливань системи, викликаних в'язким тертям, у аналітичній формі й у вигляді графічних залежностей.

3. На основі тримасової динамічної моделі механізму повороту стрілового крана проведена оптимізація перехідних режимів руху за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі. Встановлено, що задачу зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі доцільно вирішувати шляхом варіаційного числення, оскільки знайдена керуюча дія на механізм повороту задовольняє умови поставленої задачі. Обраний критерій оптимізації режиму руху механізму повороту дозволяє зменшити динамічні навантаження в приводі та конструкції за рахунок плавного прикладання рушійного моменту при перехідних режимах руху.

4. Проведена оптимізація режиму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводному механізмі дозволила забезпечити плавний без коливань рух механізму повороту, який дозволяє до мінімуму зменшити динамічні навантаження в приводі та елементах конструкції крана.

5. Оптимізовано режим руху в процесі пуску за інтегральним динамічним критерієм у вигляді середньоквадратичного значення пришвидшення зміни пружного моменту в приводному механізмі. Проведена оптимізація дозволила усунути коливання в елементах приводу та вантажу на

гнучкому підвісі, а також значно зменшити величину навантажень та енергетичних витрат.

6. Обґрунтовано комплексний інтегральний динамічний критерій оптимізації режиму повороту крана, який представлено у вигляді нелінійного інтегрального функціонала, що відображає дію пружного моменту в приводі та швидкість його зміни в часі. За цим критерієм оптимізовано процес пуску механізму повороту, Оптимізація дозволила значно зменшити динамічні навантаження в приводному механізмі та усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі.. Для розв'язування цієї оптимізаційної задачі використано наближений модифікований авторами метод «бджолиного рою», який дозволяє здійснювати оптимізацію режимів руху нелінійних механічних систем.

7. Знайдені оптимальні режими повороту стрілового крана рекомендовано реалізовувати за допомогою мехатронної системи керування приводним електродвигуном.



## РОЗДІЛ 4

### ПРОГРАМА І МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

#### 4.1. Програма та опис об'єкту експериментальних досліджень

Отримані теоретичні результати в попередніх розділах (2 і 3) потребують підтвердження та експериментальної перевірки, тому виникла потреба в проведенні експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту стрілового крана при різних режимах керування.

Мета експериментальних досліджень полягає у вимірі фактичних параметрів та залежностей кінематичних, динамічних та енергетичних характеристик під час роботи механізму повороту стрілового крана, а також коливань вантажу на гнучкому підвісі.

Оскільки, використання натурної моделі реального стрілового крана з ряду певних причин є складним і практично неможливим, то експериментальні дослідження рекомендовано проводити на фізичній моделі стрілового крана, яка відтворюватиме процес повороту крана. За прототип було обрано стріловий кран QTZ-80 [183]. На основі теорії подібності були визначені коефіцієнти подібності до реального стрілового крана і була побудована його фізична модель.

Програма проведення експериментальних досліджень поділена на декілька кроків:

побудова фізичної моделі стрілового крана та визначення коефіцієнтів подібності;

- виготовлення фізичної моделі стрілового крана для проведення експериментальних досліджень;

- планування проведення експериментів для дослідження динаміки механізму повороту стрілового крана при різних режимах керування (ручному та оптимальному);

- підбір вимірювально-реєструючого обладнання для дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана при різних режимах керування;
- написання програми та підбір обладнання, що забезпечує реалізацію оптимальних режимів руху під час керування механізмом повороту стріловим краном.

#### **4.2. Побудова фізичної моделі механізму повороту стрілового крана**

Фізичне моделювання – це створення матеріальної моделі, що має таку саму фізичну природу (такий самий фізичний зміст), як і дійсне явище, що вивчається, на основі критеріїв геометричного, кінематичного й динамічного моделювання[216].

Завданням фізичного моделювання є визначення характеристик натурного об'єкту за характеристиками фізичної моделі. Особливістю фізичного моделювання є те, що для визначення характеристик натурного об'єкту не потрібно математичного опису процесів, досить лише мати уявлення про механізм (фізичну природу) явищ, щоб правильно розрахувати параметри натурного об'єкту за даними випробування фізичної моделі. При фізичному моделюванні фізична природа явищ, що протікають в натурному об'єкті і моделі, є незмінною. Основою фізичного моделювання служить теорія подібності. Окремими видами фізичної подібності є: геометричне (схожість подібних геометричних елементів); кінематичне (схожість полів швидкостей для двох розглянутих рухів); динамічне (схожість систем діючих сил або силових полів різної фізичної природи - сили тяжіння, сили тиску і т. п.); механічне (передбачає наявність геометричної, кінематичної і динамічної схожості); схожість теплових процесів; електродинамічне.

Фізичне моделювання складається з двох етапів:

- теоретичне відтворення на моделі досліджуваного фізичного явища або технічного пристрою (включаючи конструкції і споруди) подібного натурному зразку;

- виготовлення моделей і виконання на них необхідних спостережень і вимірювань.

Теорія моделювання заснована на теорії подібності [217, 218, 219].

«Подібними називаються фізичні явища одного класу, у яких подібні всі характерні величини, тобто всі векторні величини геометрично подібні, а всі скалярні – відповідно пропорційні.

Необхідні й достатні умови подібності:

явища, які є подібними в тому чи іншому розумінні (повно, наближено, фізично, математично тощо), мають певні комбінації параметрів, які називаються критеріями подібності, і які є чисельно однаковими для подібних явищ;

будь-яке повне рівняння фізичного процесу, яке записане в певній системі одиниць, може бути зображенням функціональною залежністю між критеріями подібності, які формуються з параметрів, що характеризують процес;

необхідними й достатніми умовами для подібності явищ, які зіставляються між собою, є пропорційність відповідних параметрів, що входять в умови однозначності математичних моделей цих явищ, а також рівність критеріїв подібності цих явищ» [220].

Для проведення експериментальних досліджень була побудована фізична модель механізму повороту стрілового крана [28], 3D модель якої наведена на рис.4.1 та схема стрілового крана (рис. 4.2).

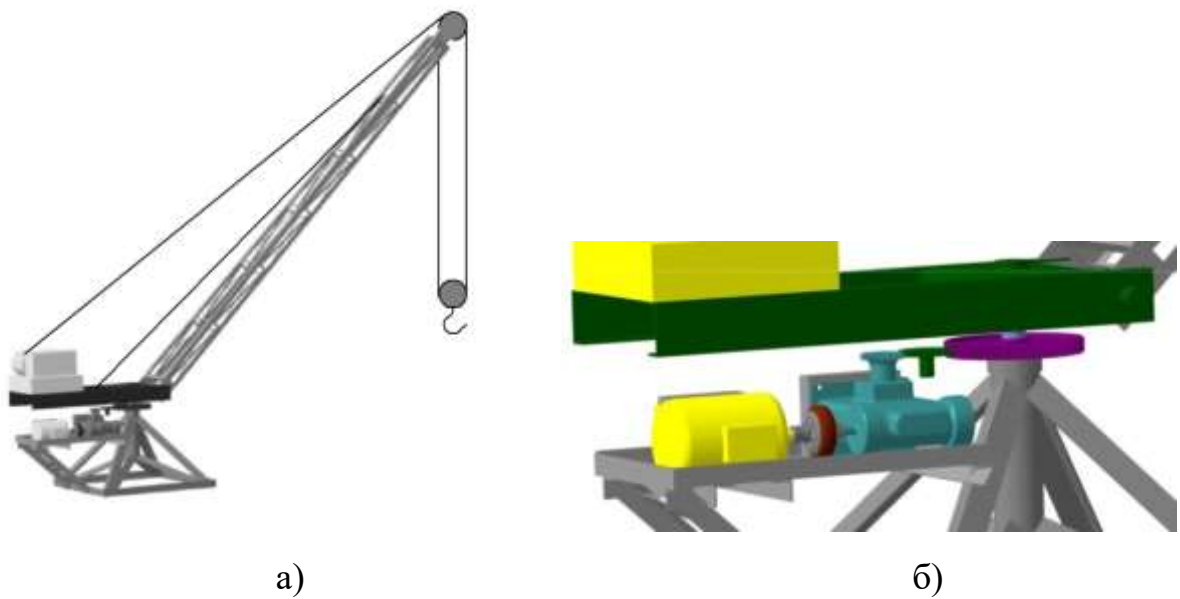


Рис. 4.1. Схема лабораторної установки стрілового крана: а) загальний вигляд крана; б) механізм повороту стрілового крана

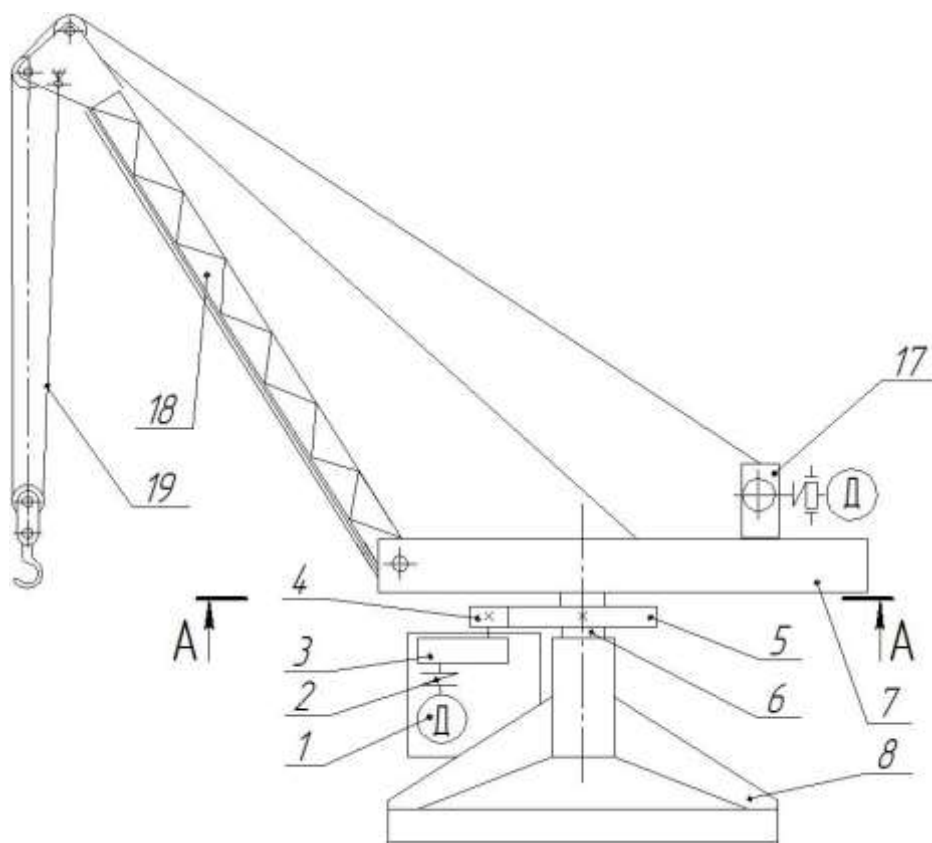


Рис. 4.2. Стріловий кран: 1 – двигун; 2 – пружна муфта; 3 – редуктор; 4 – шестерня; 5 – опорно-поворотний круг; 6 – поворотний вал; 7 – поворотна частина; 8 – рама.

Для дослідження обрано реальний кран QTZ-80, який відрізняється від лабораторної установки (фізичної моделі) механізму повороту стрілового крана конструктивними, силовими та енергетичними параметрами, тому в експериментальних дослідженнях використано фізичне моделювання, яке зазвичай змінює масштаб та залишає фізичну природу явищ. Тому для визначення характеристик фізичної моделі застосовано теорію подібності.

При цьому використано тримасову динамічну модель механізму повороту стрілового крана (рис.4.3).

В цій моделі прийняті такі позначення:  $m$  – маса вантажу на гнучкому підвісі;  $I_o$ ,  $I_1$  – моменти інерції приводного механізму та поворотної частини зведені до осі повороту крана;  $M_o$ ,  $M_1$  – рушійний момент на валу двигуна та момент сил опору зведені до осі повороту крана;  $\varphi_o$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , – кутові координати повороту ротора електродвигуна, поворотної частини крана та вантажу, які прийняті за узагальнені координати;  $C$  – коефіцієнт жорсткості приводного механізму, зведений до вісі повороту крана;  $r$  – виліт вантажу;  $l$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;  $\gamma$  – кутова координата відхилення вантажного каната від вертикалі;  $g$  – прискорення вільного падіння.

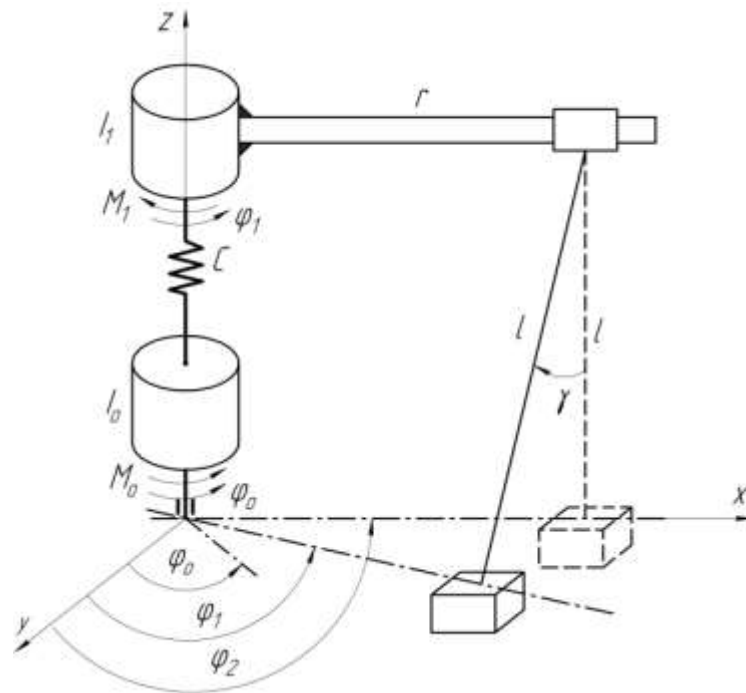


Рис.4.3. Динамічна модель механізму повороту

На основі динамічної моделі складено математичну модель, яка являє собою систему трьох диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\begin{cases} I_0 \frac{d^2 \varphi_0}{dt^2} = \frac{M_n \lambda u \eta}{2} - c(\varphi_0 - \varphi_1); \\ I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = c(\varphi_0 - \varphi_1) - m r^2 \frac{g}{l} (\varphi_1 - \varphi_2) - M_1; \\ \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = \frac{g}{l} (\varphi_1 - \varphi_2). \end{cases} \quad (4.1)$$

Параметри в системі рівнянь позначені наступними індексами для реального крана "n", для фізичної моделі "m".

Виразивши параметри реальної системи через відповідні параметри її фізичної моделі та коефіцієнти подібності, отримано:

$$\begin{cases} I_{0n} = v_I I_{0m}; I_{1n} = v_I I_{1m}; \\ M_{nn} = v_M M_{nm}; M_{1n} = v_M M_{1m}; \\ m_n = v_m m_m; l_n = v_l m_l; r_n = v_l r_m; \\ \lambda_n = v_\lambda \lambda_m; u_n = v_u u_m; \eta_n = v_\eta \eta_m; c_n = v_c c_m; t_n = v_t t_m; \\ \varphi_{0n} = v_\varphi \varphi_{0m}; \varphi_{1n} = v_\varphi \varphi_{1m}; \varphi_{2n} = v_\varphi \varphi_{2m}. \end{cases} \quad (4.2)$$

де  $v_I; v_m; v_M; v_\lambda; v_u; v_\eta; v_c; v_l; v_t; v_\varphi$  – коефіцієнти подібності;  $I_{0n}; I_{1n}; m_n; M_{nn}; M_{1n}; \lambda_n; u_n; \eta_n; c_n; l_n; r_n; t_n; \varphi_{0n}; \varphi_{1n}; \varphi_{2n}$  – параметри реального крана;  $I_{0m}; I_{1m}; m_m; M_{nm}; M_{1m}; \lambda_m; u_m; \eta_m; c_m; m_l; r_m; t_m; \varphi_{0m}; \varphi_{1m}; \varphi_{2m}$  – параметри моделі крана.

Рівняння (4.1) з урахуванням виразів (4.2) для натурального зразка та фізичної моделі механізму повороту мають вигляд:

$$\begin{cases} I_{0n} \frac{d^2 \varphi_{0n}}{dt_n^2} = \frac{1}{2} M_{nn} \lambda_n u_n \eta_n - c_n (\varphi_{0n} - \varphi_{1n}); \\ I_{0m} \frac{d^2 \varphi_{0m}}{dt_m^2} = \frac{1}{2} M_{nm} \lambda_m u_m \eta_m - c_m (\varphi_{0m} - \varphi_{1m}). \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} I_{1n} \frac{d^2 \varphi_{1n}}{dt_n^2} = c_n (\varphi_{0n} - \varphi_{1n}) - m_n r_n^2 \frac{g}{l_n} (\varphi_{1n} - \varphi_{2n}) - M_{1n}; \\ I_{1m} \frac{d^2 \varphi_{1m}}{dt_m^2} = c_m (\varphi_{0m} - \varphi_{1m}) - m_m r_m^2 \frac{g}{l_m} (\varphi_{1m} - \varphi_{2m}) - M_{1m}. \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \varphi_{2n}}{dt_n^2} = \frac{g}{l_n} (\varphi_{1n} - \varphi_{2n}); \\ \frac{d^2 \varphi_{2m}}{dt_m^2} = \frac{g}{l_m} (\varphi_{1m} - \varphi_{2m}). \end{cases} \quad (4.5)$$

Розділемо складові рівнянь (4.3), (4.4) і (4.5) для реального механізму та фізичної моделі і прирівняємо їх між собою, в результаті чого будемо мати:

$$\begin{cases} \frac{I_{0n} \frac{d^2 \varphi_{0n}}{dt_n^2}}{I_{0m} \frac{d^2 \varphi_{0m}}{dt_m^2}} = \frac{\frac{1}{2} M_{nn} \lambda_n u_n \eta_n}{\frac{1}{2} M_{nm} \lambda_m u_m \eta_m} = \frac{c_n (\varphi_{0n} - \varphi_{1n})}{c_m (\varphi_{0m} - \varphi_{1m})}; \\ \frac{I_{1n} \frac{d^2 \varphi_{1n}}{dt_n^2}}{I_{1m} \frac{d^2 \varphi_{1m}}{dt_m^2}} = \frac{c_n (\varphi_{0n} - \varphi_{1n})}{c_m (\varphi_{0m} - \varphi_{1m})} = \frac{m_n r_n^2 \frac{g}{l_n} (\varphi_{1n} - \varphi_{2n})}{m_m r_m^2 \frac{g}{l_m} (\varphi_{1m} - \varphi_{2m})} = \frac{M_{1n}}{M_{1m}}; \\ \frac{\frac{d^2 \varphi_{2n}}{dt_n^2}}{\frac{d^2 \varphi_{2m}}{dt_m^2}} = \frac{\frac{g}{l_n} (\varphi_{1n} - \varphi_{2n})}{\frac{g}{l_m} (\varphi_{1m} - \varphi_{2m})}. \end{cases} \quad (4.6)$$

Після чого виразимо параметри і характеристики реального механізму повороту через параметри і характеристики фізичної моделі, скориставшись для цього залежностями (4.2), які дають:

$$\begin{aligned}
 \frac{v_I I_{0m} \frac{d^2(v_\phi \phi_{0m})}{d(t_m v_t)^2}}{I_{0m} \frac{d^2 \phi_{0m}}{dt_m^2}} &= \frac{v_M M_{nm} v_\lambda \lambda_m v_u u_m v_\eta \eta_m}{M_{nm} \lambda_m u_m \eta_m} = \frac{v_c c_m (v_\phi \phi_{0m} - v_\phi \phi_{1m})}{c_m (\phi_{0m} - \phi_{1m})}; \\
 \frac{v_I I_{1m} \frac{d^2(v_\phi \phi_{1m})}{d(t_m v_t)^2}}{I_{1m} \frac{d^2 \phi_{1m}}{dt_m^2}} &= \frac{v_c c_m (v_\phi \phi_{0m} - v_\phi \phi_{1m})}{c_m (\phi_{0m} - \phi_{1m})} = \frac{v_m m_m (v_l r_m)^2 \frac{1}{v_l l_m} (v_\phi \phi_{1m} - v_\phi \phi_{2m})}{m_m r_m^2 \frac{1}{l_m} (\phi_{1m} - \phi_{2m})} = \frac{v_M M_{1m}}{M_{1m}}; \\
 \frac{\frac{d^2(v_\phi \phi_{2m})}{d(t_m v_t)^2}}{\frac{d^2 \phi_{2m}}{dt_m^2}} &= \frac{\frac{1}{v_l l_m} (v_\phi \phi_{1m} - v_\phi \phi_{2m})}{\frac{1}{l_m} (\phi_{1m} - \phi_{2m})}. \tag{4.7}
 \end{aligned}$$

В отриманих рівняннях (4.7) видалимо операції диференціювання, оскільки вони не впливають на розмірність виразів, після чого будемо мати:

$$\begin{aligned}
 \frac{v_I I_{0m} \frac{v_\phi \phi_{0m}}{t_m^2 v_t^2}}{I_{0m} \frac{\phi_{0m}}{t_m^2}} &= \frac{v_M M_{nm} v_\lambda \lambda_m v_u u_m v_\eta \eta_m}{M_{nm} \lambda_m u_m \eta_m} = \frac{v_c c_m (v_\phi \phi_{0m} - v_\phi \phi_{1m})}{c_m (\phi_{0m} - \phi_{1m})}; \\
 \frac{v_I I_{1m} \frac{v_\phi \phi_{1m}}{t_m^2 v_t^2}}{I_{1m} \frac{\phi_{1m}}{t_m^2}} &= \frac{v_c c_m (v_\phi \phi_{0m} - v_\phi \phi_{1m})}{c_m (\phi_{0m} - \phi_{1m})} = \frac{v_m m_m (v_l r_m)^2 \frac{1}{v_l l_m} (v_\phi \phi_{1m} - v_\phi \phi_{2m})}{m_m r_m^2 \frac{1}{l_m} (\phi_{1m} - \phi_{2m})} = \frac{v_M M_{1m}}{M_{1m}}; \\
 \frac{\frac{v_\phi \phi_{2m}}{t_m^2 v_t^2}}{\frac{\phi_{2m}}{t_m^2}} &= \frac{\frac{1}{v_l l_m} v_\phi (\phi_{1m} - \phi_{2m})}{\frac{1}{l_m} (\phi_{1m} - \phi_{2m})}. \tag{4.8}
 \end{aligned}$$



Після певних математичних перетворень та скорочень отримаємо співвідношення між коефіцієнтами подібності [28]:

$$\frac{v_I v_\varphi}{v_t^2} = v_M v_\lambda v_u v_\eta = v_c v_\varphi; \quad (4.9)$$

$$\frac{v_I v_\varphi}{v_t^2} = v_c v_\varphi = v_m v_l v_\varphi; \quad (4.10)$$

$$\frac{v_\varphi}{v_t^2} = \frac{v_\varphi}{v_l}. \quad (4.11)$$

Проаналізувавши вирази (4.9), (4.10) і (4.11) отримано наступні залежності:

$$\begin{cases} \frac{v_I v_\varphi}{v_t^2} = v_m v_\lambda v_u v_\eta; \frac{v_I v_\varphi}{v_t^2} = v_c; \\ \frac{v_I}{v_t^2} = v_m v_l; \frac{1}{v_t^2} = \frac{1}{v_l} \rightarrow v_t^2 = v_l. \end{cases} \quad (4.12)$$

Отримали систему чотирьох рівнянь (4.12) при восьми невідомих коефіцієнтах подібності. Тому чотирма коефіцієнтами подібності задаємось, а інші чотири коефіцієнти визначаємо з системи рівнянь (4.12). Числові значення усіх восьми коефіцієнтів подібності зведені в табл. 4.1.

Отже, отримані співвідношення коефіцієнтів подібності механізму повороту стрілового крана дають можливість за параметрами реального крана визначити параметри його фізичної моделі.

За отриманими параметрами побудована фізична модель натурного механізму повороту стрілового крана QTZ 80 (рис. 4.4), основні параметри якої наведені у табл. 4.2.



Рис. 4.4. Фізична модель механізму повороту стрілового крана

Таблиця 4.1.

Значення коефіцієнтів подібності фізичної моделі стрілового крана

Назва параметра	Значення коефіцієнта подібності
Довжина стріли	10,6
Довжина гнучкого підвісу	18,5
Маса вантажу	50
Час	4,3
Передаточне число	1,205
ККД	1,25
Момент інерції стріли	12052,668
Момент інерції приводу	8,42

Таблиця 4.2.

Основні параметри фізичної моделі натурального механізму повороту  
стрілового крана

Назва параметра	Одиниці вимірювання	Значення параметра
Довжина стріли	м	3,75
Довжина гнучкого підвісу	м	2,7
Маса вантажу	кг	40
Передаточне число	-	1124,9
ККД	-	0,69
Момент інерції стріли	кг·м <sup>2</sup>	408,27
Момент інерції приводу	кг·м <sup>2</sup>	8503,5

#### 4.3. Методика та планування проведення експериментальних досліджень режимів руху механізму повороту стрілового крана

Питанням проведення експериментальних досліджень приділена значна кількість наукових праць, зокрема, можна виділити наступні роботи [217, 219-222]. В них відзначається, що експериментальні дослідження проводять для порівняння з теоретичними розрахунками для перевірки на адекватність теоретичної моделі та одержання даних про те, як змінюються параметри досліджуваної системи.

Основою проведення експерименту є його планування.

Щоб виявити динамічні навантаження в приводному механізмі та елементах конструкції крана, а також коливання вантажу на гнучкому підвісі заплановано експериментально на фізичній моделі механізму повороту (лабораторній установці) виміряти наступні параметри:

- кутову швидкість поворотної частини крана;

- прискорення елементів стрілової системи;
- кутове відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі.

Для проведення експериментальних досліджень на фізичній моделі механізму повороту стрілового крана підбрано необхідне вимірювально-реєструюче обладнання [26], схема збору даних з яких наведена на рис.4.5.

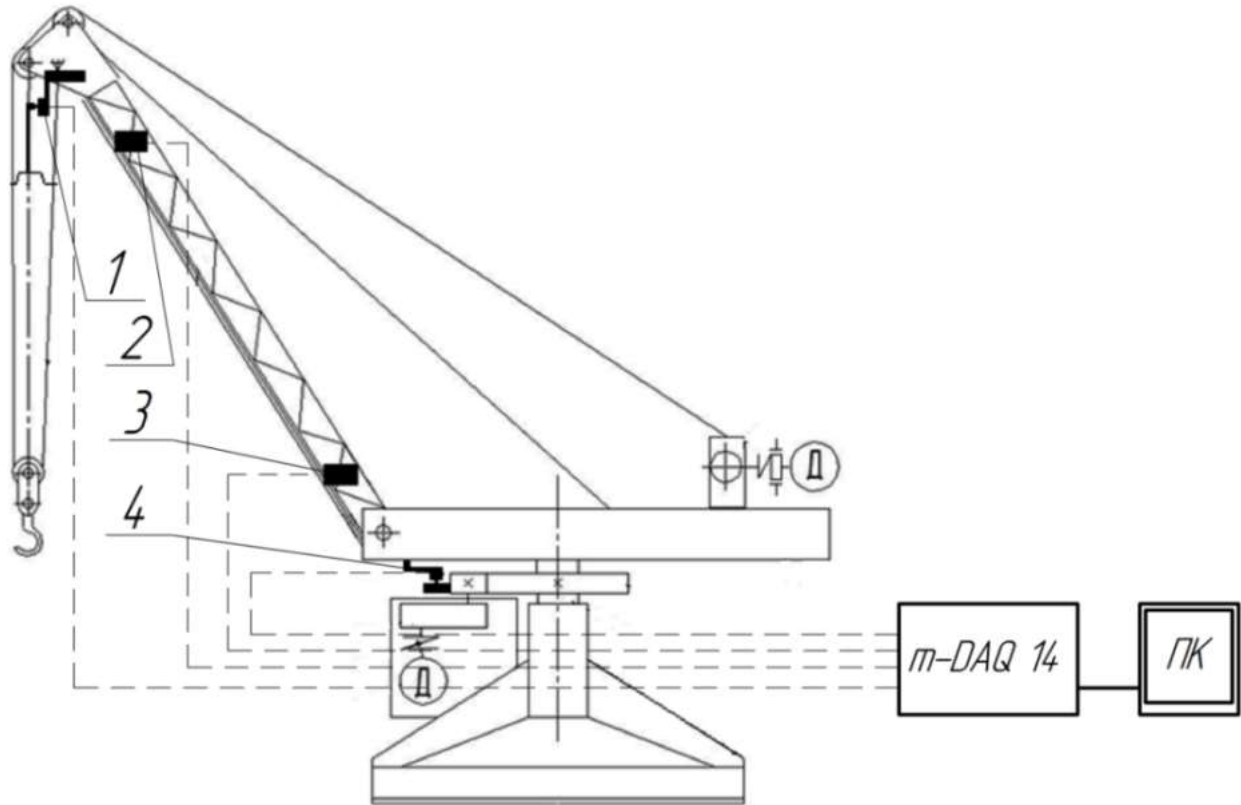


Рис.4.5. Схема розташування датчиків для дослідження механізму повороту стрілового (баштового) крана: 1 – датчик для вимірювання кутового відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі; 2,3 – датчики прискорення стріли в її верхній та нижній частинах; 4 – датчик визначення кутової швидкості поворотної частини крана

На рис. 4.6 представлено загальний вигляд фізичної моделі (експериментальної установки) для проведення досліджень механізму повороту стрілового крана.



Рис. 4.6. Загальний вигляд фізичної моделі (експериментальної установки) для дослідження руху механізму повороту стрілового (баштового) крана з закріпленими датчиками

Для вимірювання кутового відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі використано кутовий енкодер Megatron-Impulsgeber MOL40 6 3600 – BZ N [224]. Енкодер приєднується до оголовка стріли за допомогою плеча (штанги), яке кріпиться до енкодера за допомогою муфти, сприймає кутові відхилення канату та вантажу під час руху механізму повороту стрілового крана (рис.4.7).



Рис. 4.7. Кутовий енкодер Megatron-Impulsgeber MOL40 6 3600 – BZ N та акселерометр MMA7260QT

Для визначення прискорення вібрацій в стріловій системі баштового крана під час роботи механізму повороту у горизонтальній площині використано акселерометр MMA7260QT [225]. Акселерометр розміщений у корпусі, який виготовлено із пластмаси та кріпиться безпосередньо до стріли крана, один датчик знаходиться на кінці стріли 2 (рис. 4.7), а інший на її початку 3 (рис. 4.8).





Рис. 4.8. Акселерометр MMA7260QT

Для визначення швидкості поворотної частини стрілового крана під час роботи механізму повороту також використано інкрементальний енкодер Megatron-Impulsgeber MOL40 6 3600 – BZ N, який за допомогою шестерні, що знаходиться на валу енкодера, сприймає оберти, які виникають в поворотній частині під час пуску та роботи механізму повороту стрілового крана (рис. 4.9).

Для збору даних використано наступне реєструюче обладнання: аналого-цифровий перетворювач m-DAQ 14 та комп'ютер зі встановленим на нього програмним забезпеченням (рис. 4.10). Аналого-цифровий перетворювач m-DAQ 14 підключається до комп'ютера за допомогою USB-порту і тим самим забезпечує збір даних з вимірювального обладнання, котрі поступають з

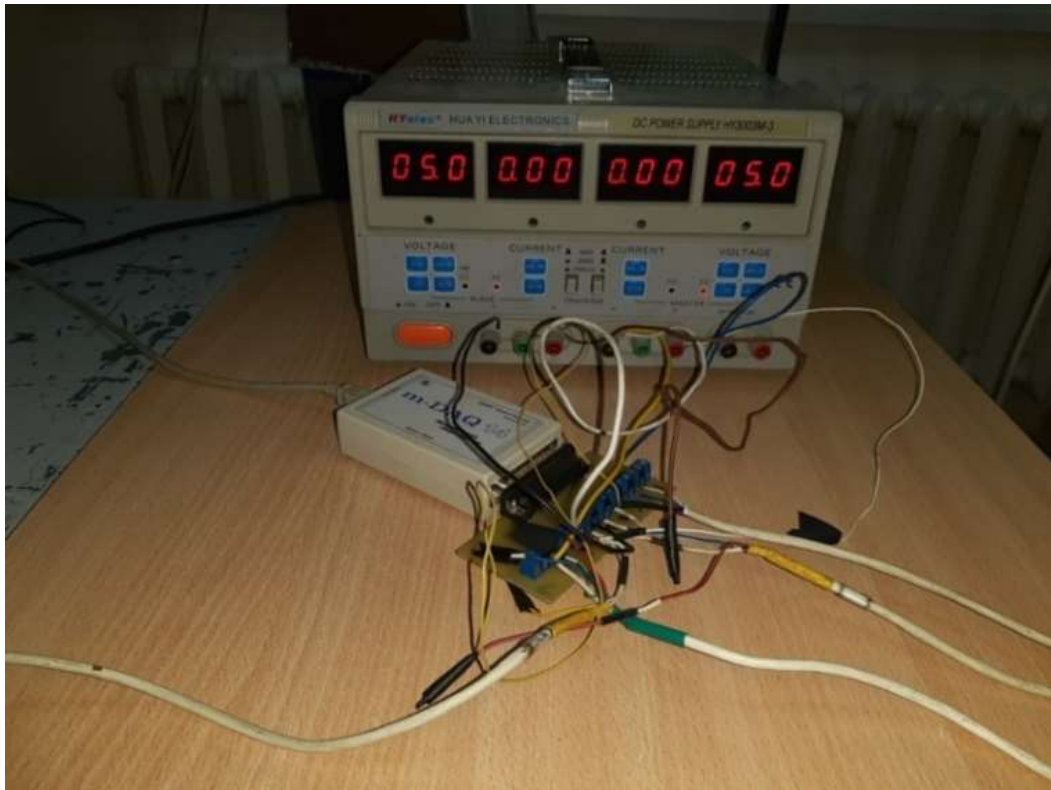
датчиків у вигляді аналогових електричних сигналів та записуються і зберігаються у файлі, розширення якого «.txt».



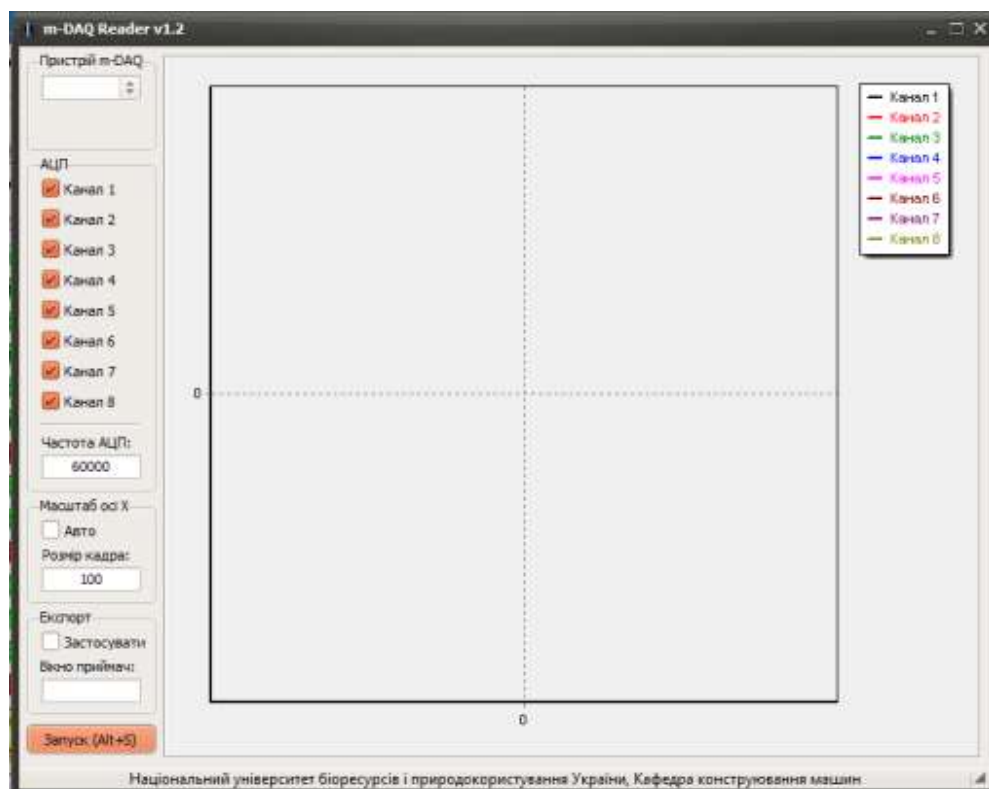
Рис. 4.9. Інкрементальний енкодер Megatron-Impulsgeber MOL40 6 3600 – BZ N

Під час збору даних для реєструючого обладнання використано стабілізований блок живлення з малим рівнем пульсацій – HYelex HUA YI ELECTRONICS DC POWER SUPPLY HY3003M-3 (рис. 4.10 а) [226].





а)



б)

Рис. 4.10. Реєструюче обладнання: а) аналого-цифровий перетворювач m-DAQ 14 та блок живлення; б) вікно програми, що забезпечує збір даних з аналого-цифрового перетворювача

Вибране вимірювально-реєструюче обладнання дає змогу провести експериментальні дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана [26,29].

Виходячи з особливостей приміщення, де проводились експериментальні дослідження, задіяно два оператори, для вмикання та вимикання руху фізичної моделі механізму повороту стрілового крана та керування процесом збору даних з аналого-цифрового перетворювача. Оскільки маємо керування приводом механізму повороту некероване (ручне) та оптимальне, тому проведення експериментальних досліджень проводитимемо в два підходи (для оптимального режиму та ручного відповідно).

При першому підході проведемо експериментальні дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана при ручному керуванні (природній механічній характеристиці електродвигуна). Використано два фактори для досліджень: довжина гнучкого підвісу та маса вантажу. Схема повно-факторного експерименту наведена у таблиці 4.3.

Таблиці 4.3.

Схема повно-факторного експерименту для ручного керування приводом механізму повороту стрілового крана

Маса вантажу	Довжина гнучкого підвісу								
	2,2 м			1,6 м			0,7 м		
14 кг	1	2	3	10	11	12	19	20	21
27 кг	4	5	6	13	14	15	22	23	24
40 кг	7	8	9	16	17	18	25	26	27

При другому підході проведемо експериментальні дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана при оптимальному керуванні. В цьому варіанті було три фактори для досліджень: довжина гнучкого підвісу, маса вантажу та час пререхідного процесу пуск/гальмування. Схема повно-факторного експерименту наведена у таблиці 4.4.

Таблиці 4.4.

Схема повно-факторного експерименту оптимального керування приводом механізму повороту стрілового крана при часі розгону 3,5 сек

Час пререхідного процесу (пуск/гальмування) 3,5сек									
Маса вантажу	Довжина гнучкого підвісу								
	2,2 м			1,6 м			0,7 м		
14 кг	1	2	3	10	11	12	19	20	21
27 кг	4	5	6	13	14	15	22	23	24
40 кг	7	8	9	16	17	18	25	26	27

Таблиці 4.5.

Схема повно-факторного експерименту оптимального керування приводом механізму повороту стрілового крана при часі розгону 2,5 сек

Час пререхідного процесу (пуск/гальмування) 2,5сек									
Маса вантажу	Довжина гнучкого підвісу								
	2,2 м			1,6 м			0,7 м		
14 кг	1	2	3	10	11	12	19	20	21
27 кг	4	5	6	13	14	15	22	23	24
40 кг	7	8	9	16	17	18	25	26	27

Для експериментальних досліджень обрані наступні оптимізаційні режими руху: за критерієм середньоквадратичного значення зміни швидкості пружного моменту в приводі та критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення пружного моменту в приводі

Обробка отриманих експериментальних даних проводилась за допомогою програми Wolfram Mathematica.

#### 4.4. Розробка та впровадження програмного забезпечення для керування рухом механізму повороту

Пуск приводу механізму повороту стрілового крана відбувався за допомогою частотного перетворювача MITSUBISHI FR-E740 та іншого електросилового обладнання, що зібране у електрощитку (рис. 4.11). Частотне керування приводом механізму повороту стрілового крана полягає у зміні частоти напруги живлення частотним перетворювачем. Частотні перетворювачі керувалися за допомогою комп'ютера. З'єднання відбувалось за допомогою кабелю з інтрефейсом зв'язку RS-232.



Рис. 4.11. Вигляд електрощитка з частотними перетворювачами

Для реалізації оптимальних режимів руху та керування приводом механізму повороту стрілового крана розроблено комп'ютерну програму «Optimal control of the jib crane turning mechanism» (рис. 4.12) [11,12], яка дозволяє змінювати швидкість обертання приводного двигуна за допомогою перетворювача частоти (ПЧ) відповідно до отриманих оптимальних режимів руху.

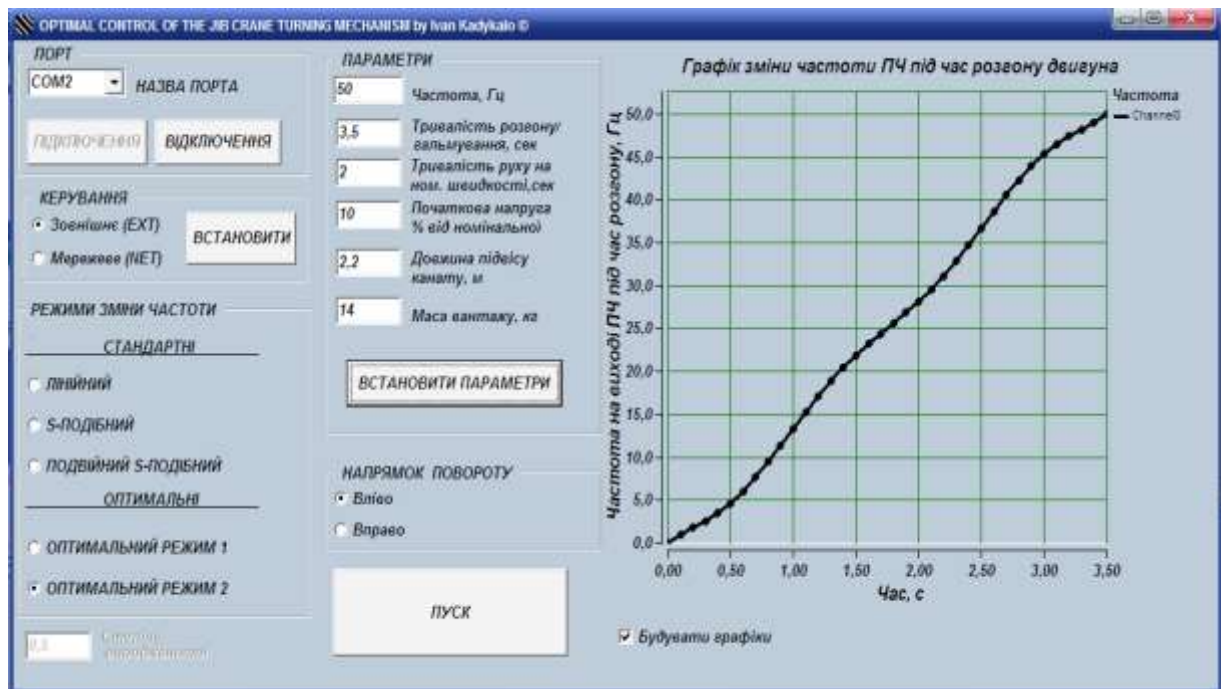


Рис. 4.12. Програма «Optimal control of the jib crane turning mechanism», для реалізації керування приводом механізму повороту стрілового крана

Код програми наведено у Додатку В. Послідовність дій оператора під час роботи з програмою. Для початку потрібно запустити програму, після чого за допомогою порта «СОМ» з'єднати програму на ПК чи іншій пристрої та частотний перетворювач, для цього вибираємо порт та тиснемо кнопку «ПІДКЛЮЧЕННЯ». Після підключення порта вибираємо керування «мережеве» та тиснемо кнопку «ВСТАНОВИТИ». Далі вибираємо режим руху, за яким хочемо здійснювати керування. Режими руху записані в програму за допомогою мови програмування. Потім виставляємо «параметри» (тривалість розгону/гальмування, тривалість руху на номінальній швидкості, довжину

підвісу та масу вантажу). Встановлюємо галочку на «Будувати графіки», щоб бачити візуально графік зміни частоти перетворювача, частоти під час розгону двигуна та тиснемо кнопку «ВСТАНОВИТИ ПАРАМЕТРИ», після чого у програмі проходить розрахунок масиву дискретних значень частоти напруги живлення двигуна в залежності від режиму руху вантажу та результат розрахунку масиву відображається за допомогою графіка. Далі обираємо напрямок повороту «вправо» чи «вліво» та після натискання кнопки «ПУСК» механізм повороту стрілового крана почне свій обертальний рух за вказаним режимом руху та відповідно встановлених параметрів. В результаті чого відбувається зміна частоти напруги живлення електродвигуна приводу і він змінює швидкість обертання відповідно до зміни частоти. Робота виконується до тих пір, поки не відправиться останнє значення частоти, після чого перетворювач частоти припиняє свою роботу і електродвигун механізму повороту стрілового крана теж вимикається та установка завершає свою роботу.

Для завершення роботи програми вибираємо «зовнішнє» керування, тиснемо «ВСТАНОВИТИ», після чого тиснемо «ВІДКЛЮЧЕННЯ» на панельці «порт» та закриваємо вікно програми.

### **Висновки до четвертого розділу**

1. Для проведення експериментальних досліджень за теорією подібності розроблена фізична модель механізму повороту стрілового крана. Для визначення критеріїв подібності використані рівняння руху, що відображають процес роботи механізму повороту стрілового крана. За допомогою критеріїв подібності визначені числові значення коефіцієнтів подібності реального механізму повороту стрілового крана і його фізичної моделі.

2. Підібрано необхідне вимірювально-реєструюче обладнання, що дозволяє зафіксувати швидкість поворотної частини крана, прискорення стріли

в її нижній та верхній частинах та кутове відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі.

3. Розроблено програму проведення експериментальних досліджень роботи механізму повороту стрілового крана при ручному (на природній механічній характеристиці двигуна) та при оптимальних режимах керуванні.

4. Розроблено програму реалізації оптимальних режимів руху «Optimal control of the jib crane turning mechanism» за рахунок керування перетворювачем частоти та приводом механізму повороту стрілового крана.

## РОЗДІЛ 5

### РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РОБОТИ МЕХАНІЗМУ ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА ТА ЕКОНОМІЧНА ЕФЕКТИВНІСТЬ ЙОГО ВПРОВАДЖЕННЯ

#### 5.1. Результати експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту при ручному керуванні

В дисертаційній роботі проведені дослідження моделювання динаміки руху механізму повороту стрілового крана та розв'язані задачі з оптимізації перехідних процесів пуску та гальмування при умові мінімізації коливань вантажу на гнучкому підвісі.

В другому розділі проведено теоретичні дослідження моделювання динаміки руху реального механізму повороту стрілового крана, під час яких встановлено, що пікові (максимальні) значення навантажень зароджуються на початку руху, тобто в період пуску системи механізму повороту стрілового крана, що характеризуються значною амплітудою та частотою коливань, які затухають з часом. Ці динамічні навантаження є небажаними при роботі механізму повороту стрілового крана, тому їх необхідно мінімізувати. Вони призводять до зниження продуктивності, надійності та швидшого виходу з ладу приводу та конструкції і, як наслідок, можуть призвести до аварійних ситуацій під час роботи. Тому для підтвердження отриманих результатів необхідно провести експериментальні дослідження динаміки руху механізма повороту стрілового крана.

Для проведення експериментальних досліджень спроектовано та побудовано фізичну модель механізма повороту стрілового крана та за допомогою підбраного вимірювально-реєструючого обладнання (розділ 4) були отримані масиви значень напруги, що в подальшому дало змогу обробити ці дані за допомогою програмного забезпечення «Wolfram Mathematica» та



отримати графічні залежності [29,30], котрі дають можливість наглядно провести аналіз результатів роботи механізму повороту крана.

Експериментальні дослідження проводились відповідно схеми повнофакторного експерименту для ручного керування приводом механізму повороту стрілового крана (таблиця 4.3) (розділ 4).

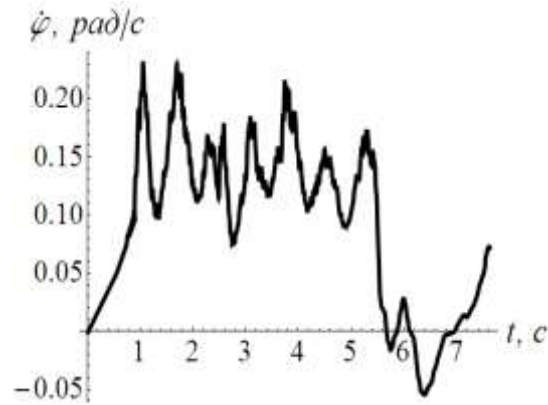
Для збору даних були використані датчики (розділ 4) та отримані з них дані. Результати певних датчиків підтвердили результати отримані з датчиків, що мають схожий функціонал, тому в дисертаційній роботі наведено основні результати, які підтверджують отримані теоретичні результати в попередніх розділах.

В ході проведення експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту стрілового крана при ручному керуванні (не керованому русі на природній механічній характеристиці) побудовані графічні залежності наступних показників: кутових швидкостей повороту стріли крана при різній довжині гнучкого підвісу та з різною варіацією маси підвішеного на нього вантажу, а також були отримані значення коливань вантажу на гнучкому підвісі.

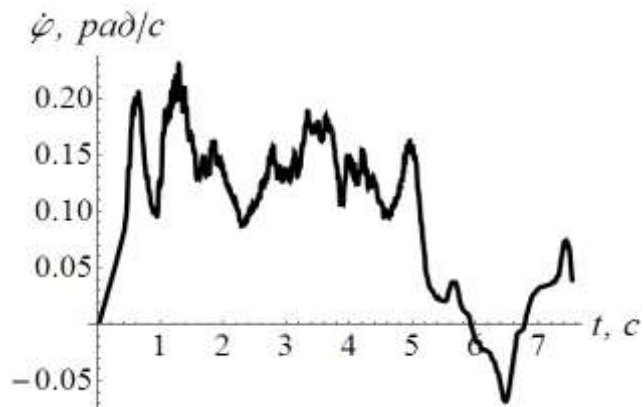
Для візуального сприйняття отриманих результатів в ході проведення експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту стрілового крана при ручному керуванні, графічні залежності наведені на рис.5.1 – рис. 5.3 та відхилення від вертикалі вантажу на гнучкому підвісі (рис. 5.4 – рис. 5.6). Максимальні значення з отриманих графічних залежностей зведені до таблиці 5.1.

Проаналізувавши отримані графічні залежності кінематичних характеристик бачимо, що графіки функції кутової швидкості поворотної башти (стріли) (рис.5.1 – рис. 5.6) показують, що система відносно різко виходить до усталеного руху та на початку руху (на стадії розгону) характеризується значними піковими коливальними процесами, що досягають максимального значення кутової швидкості стріли від  $0,22 \text{ рад/с}$  до  $0,26 \text{ рад/с}$ , в залежності від довжини підвісу та маси вантажу, що підвішена на ньому. Слід

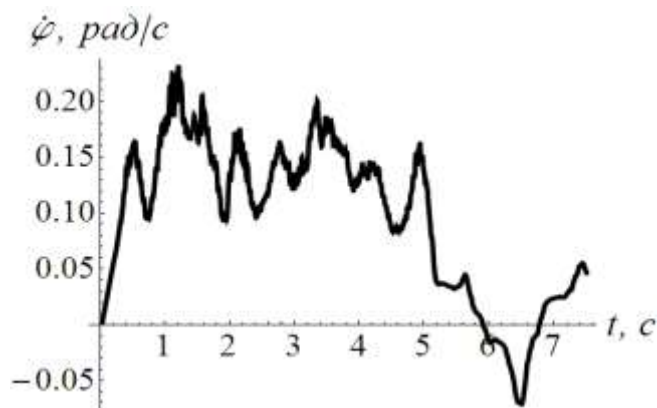
відзначити, що коливний характер зміни кутової швидкості стріли спостерігається на всьому проміжку роботи механізму повороту стрілового крана та після його зупинки коливний процес продовжується та затухає з часом.



а)

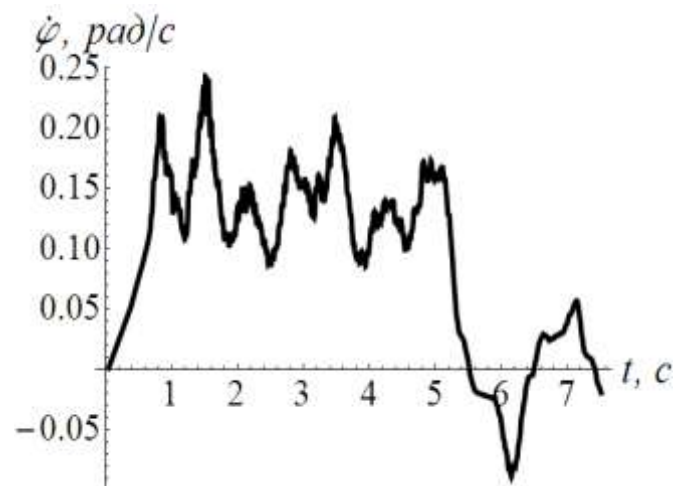


б)

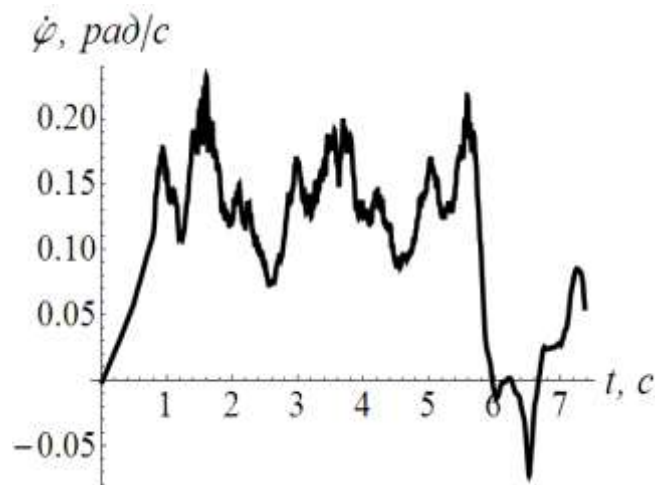


в)

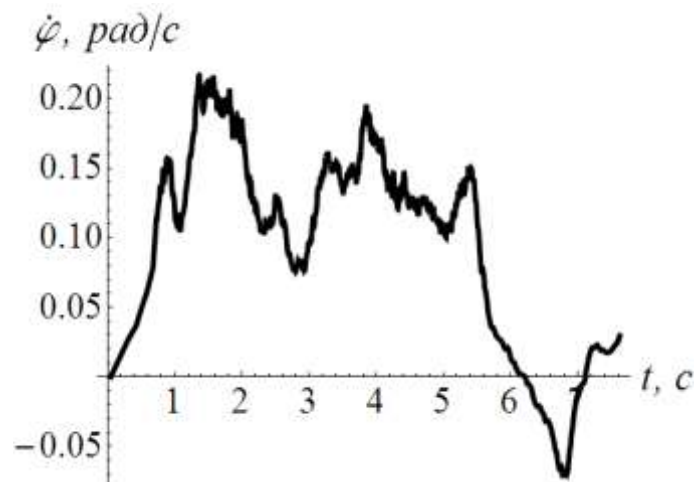
Рис. 5.1. Залежності зміни кутових швидкостей повороту стріли фізичної моделі крана при довжині гнучкого підвісу 2,2 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

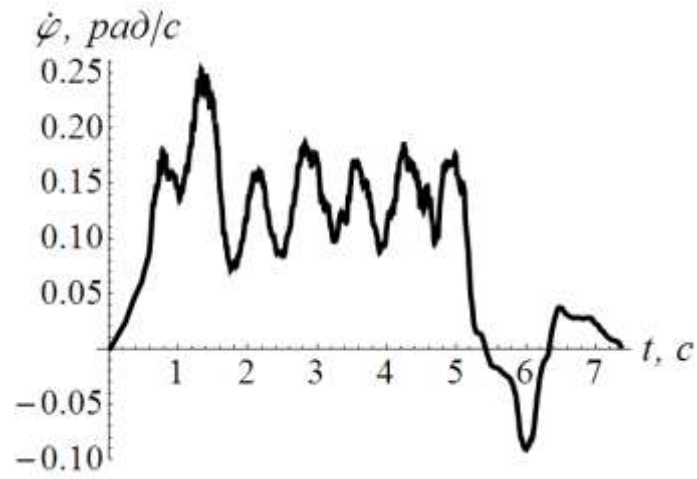


б)

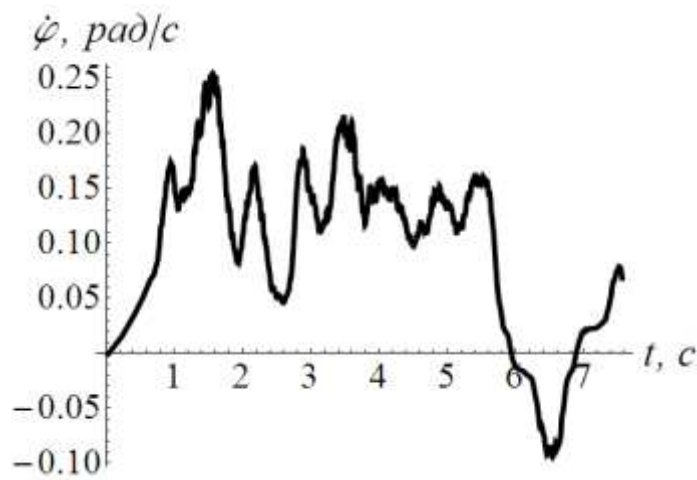


в)

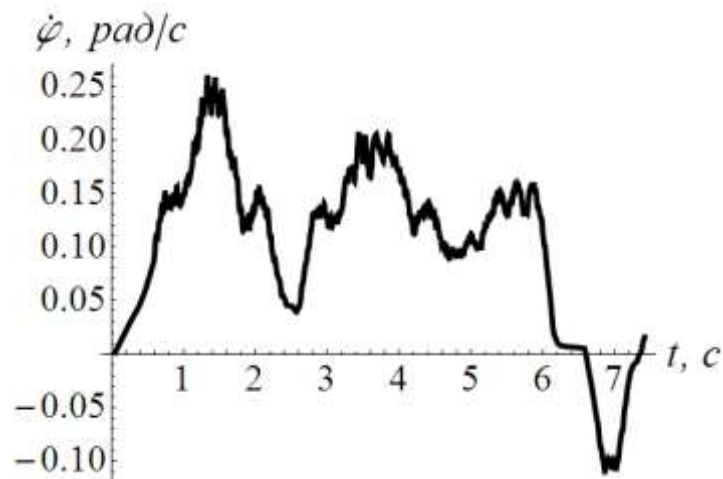
Рис. 5.2. Залежності зміни кутових швидкостей повороту стріли фізичної моделі крана при довжині гнучкого підвісу 1,6 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

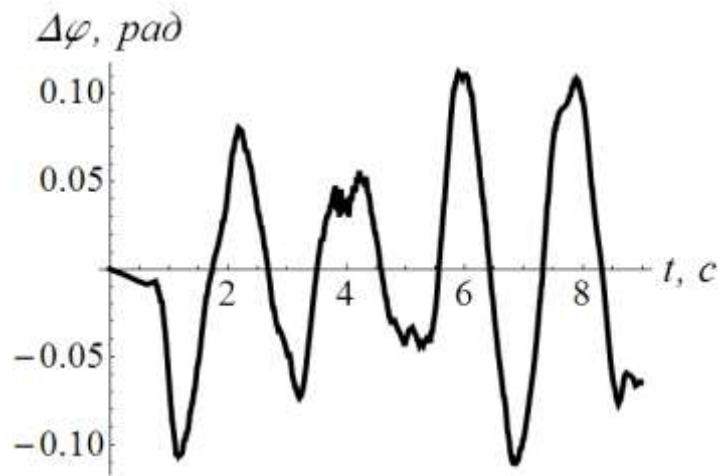


б)

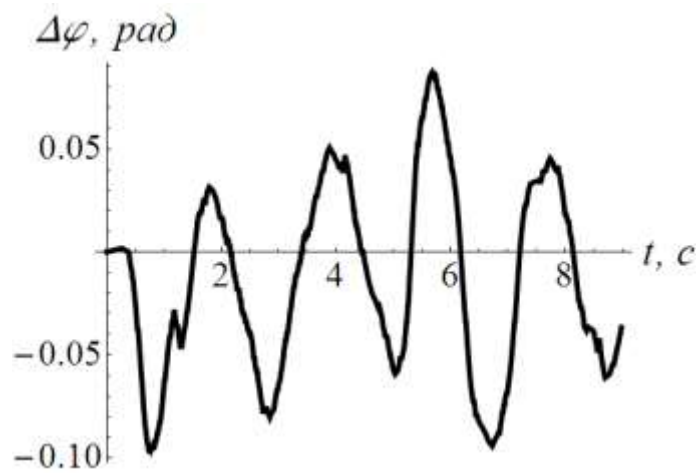


в)

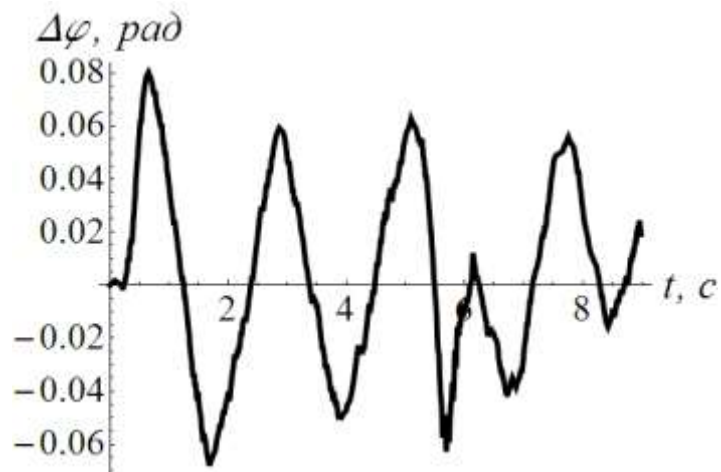
Рис. 5.3. Залежності зміни кутових швидкостей повороту стріли фізичної моделі крана при довжині гнучкого підвісу 0,7 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

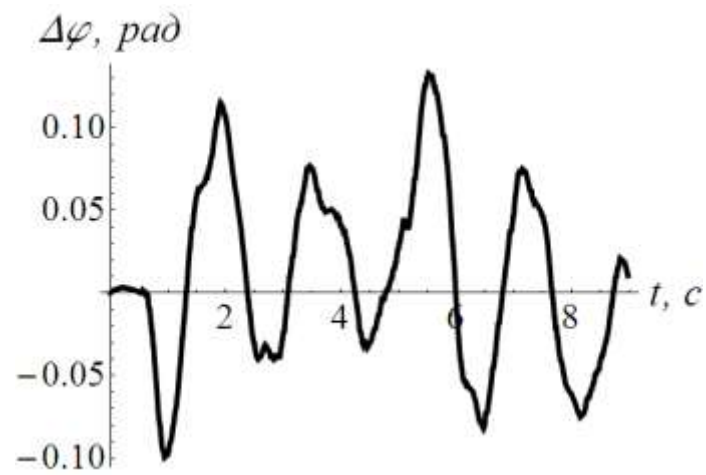


б)

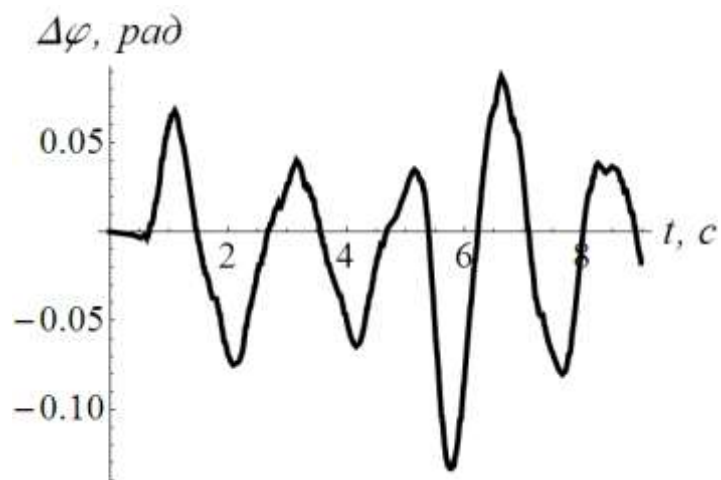


в)

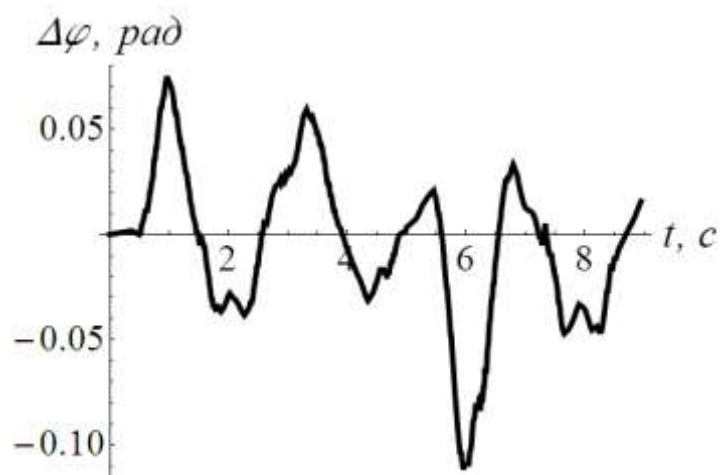
Рис. 5.4. Залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при довжині гнучкого підвісу 2,2 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

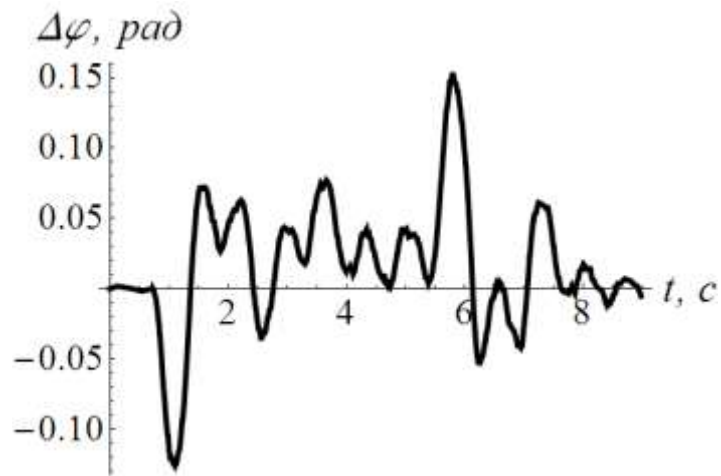


б)

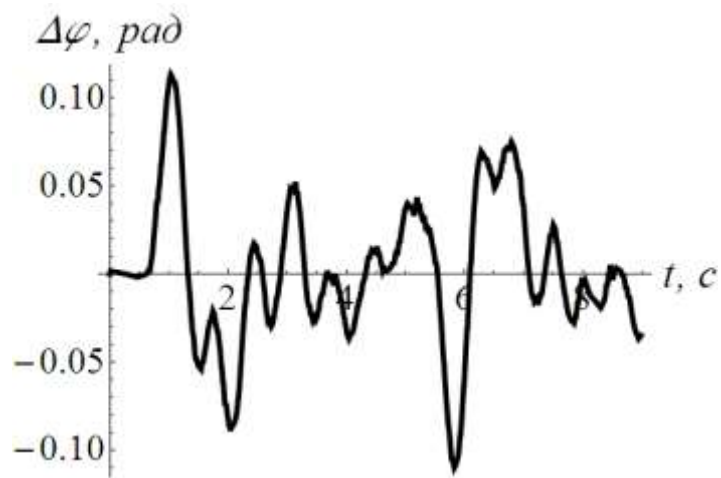


в)

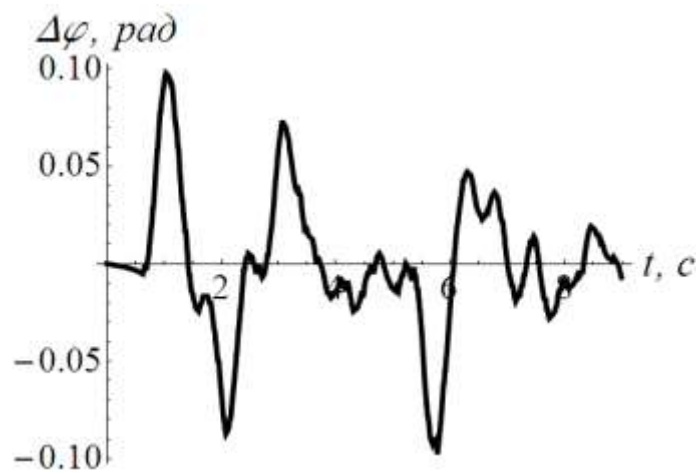
Рис. 5.5. Залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при довжині гнучкого підвісу 1,6 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)



б)



в)

Рис. 5.6. Залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при довжині гнучкого підвісу 0,7 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг

Отримані графічні залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі показують, що під час пуску відбувається ривок вантажу та амплітуда максимальних значень при цьому сягає від  $0,09 \text{ рад}$  до  $0,15 \text{ рад}$  в залежності від маси вантажу та довжини гнучкого підвісу, до якого він прикріплений. Під час процесу повороту також присутні коливання меншої амплітуди, але вони мають місце на всьому проміжку роботи механізму повороту крана. Після зупинки, як бачимо, також спостерігається ривок вантажу, що є збурювачем коливань і після завершення роботи механізму повороту стрілового крана, що призводить до незручностей роботи кранівника і він має виділяти час та чекати поки вантаж заспокоюється, а це відбувається з часом, що приводить до зменшення продуктивності роботи крана.

Основні максимальні значення кутової швидкості поворотної частини стрілового крана та відхилень вантажу на гнучкому підвісі, при конкретній довжині гнучкого підвісу та маси вантажу, при яких проводились експериментальні дослідження, зведені та наведені в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1.

Характеристики механізм повороту за максимальними значеннями при некерованому пуску

Довжина гнучкого підвісу, м	Маса вантажу, кг	Максимальні значення	
		Кутова швидкість поворотної частини, $\text{рад/с}$	Відхилення вантажу, $\text{рад}$
2,2 м	14 кг	0,23	0,115
	27 кг	0,23	0,10
	40 кг	0,23	0,09
1,6 м	14 кг	0,25	0,13
	27 кг	0,235	0,135
	40 кг	0,22	0,11
0,7 м	14 кг	0,26	0,15
	27 кг	0,26	0,115
	40 кг	0,26	0,10



Отже, аналізуючи вище наведене, можемо зазначити, що результати отримані в розділі 2 мають підтвердження на практиці, що і показали результати отримані під час проведення експериментальних досліджень, а також про що зазначено в роботах інших науковців, що досліджували вантажопідйомні машини та їх окремі механізми (розділ 1).

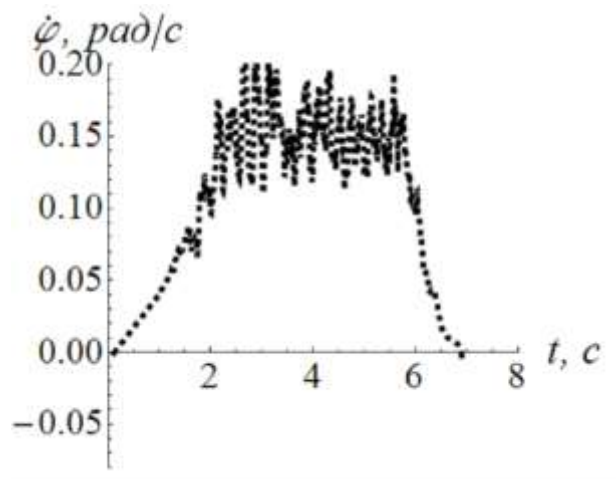
## **5.2. Результати експериментальних досліджень динаміки руху механізму повороту при оптимальному керуванні**

Для підтвердження теоретичних розрахунків, отриманих у розділі 3, пов'язаних зі знаходженням оптимальних режимів руху механізму повороту стрілового крана, таких, щоб зменшували динамічні навантаження в системі під час роботи механізму повороту стрілового крана та зводили коливання вантажу на гнучкому підвісі до мінімуму.

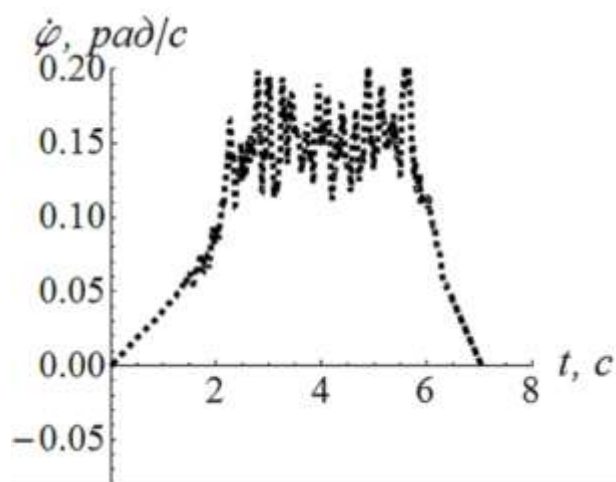
Для реалізації оптимальних режимів та керування механізмом повороту стрілового крана була написана комп'ютерна програма (розділ 4), в яку вшили (записали) отримані оптимальні режими руху.

В ході проведення експериментальних досліджень за оптимальними режимами руху механізму повороту стрілового крана побудовані наступні графічні залежності кутової швидкості повороту стріли крана при різній довжині гнучкого підвісу та з різною варіацією маси підвішеного на нього вантажу, а також були отримані значення коливань вантажу на гнучкому підвісі [31].

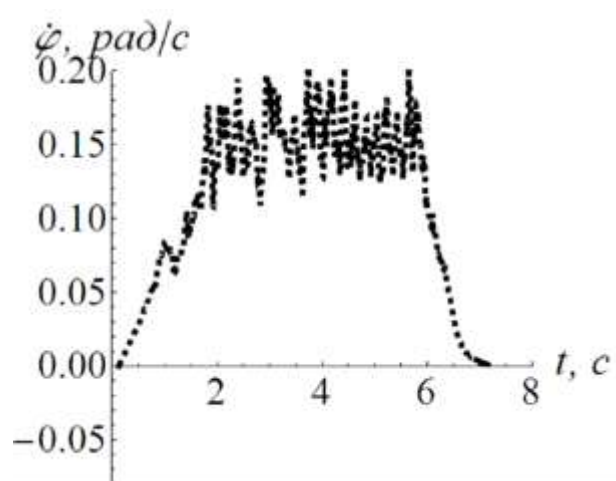
Для візуального відображення отриманих результатів в ході проведення експериментальних досліджень оптимізації режів руху механізму повороту стрілового крана наведені графічні залежності (рис.5.7 – рис. 5.9) та відхилення вантажу на гнучкому підвісі (рис. 5.10 – рис. 5.12). Максимальні значення з отриманих графічних залежностей зведені до таблиці 5.2. Проаналізуємо графічні залежності, що отримані в ході експериментальних досліджень при реалізації оптимальних режимів руху механізма повороту стрілового крана.



а)

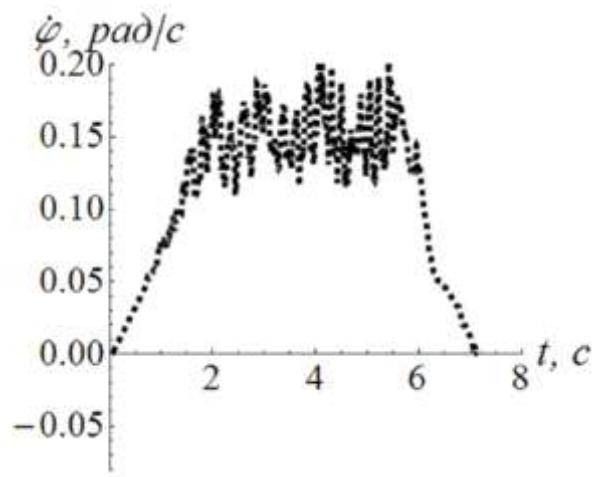


б)

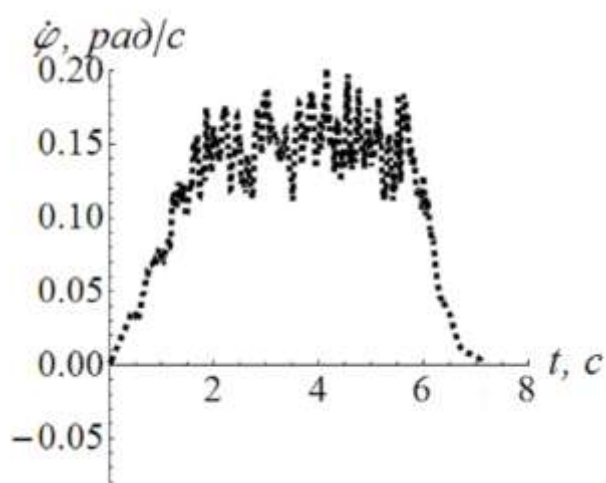


в)

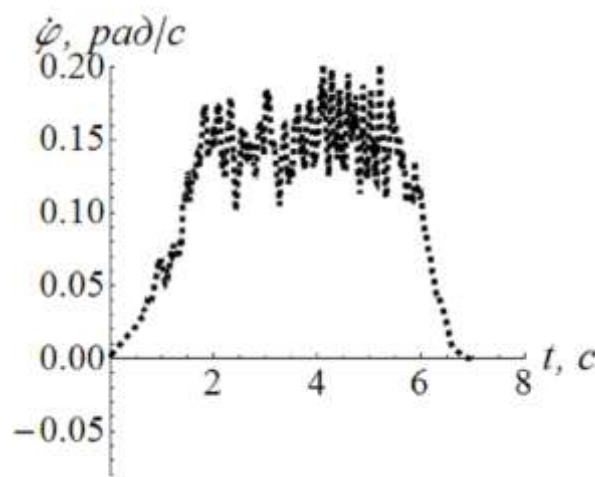
Рис.5.7.Залежності зміни кутових швидкостей повороту стріли фізичної моделі крана при довжині гнучкого підвісу 2,2 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

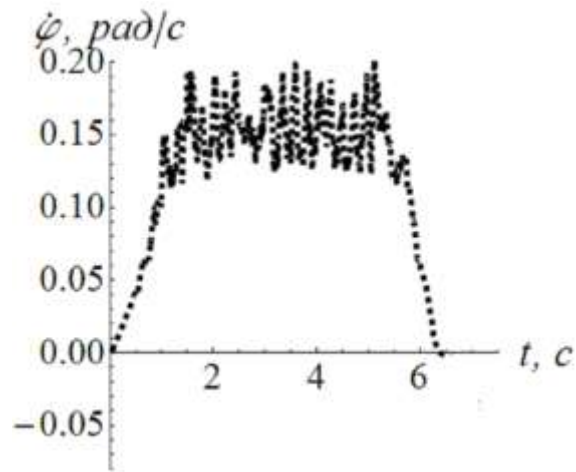


б)

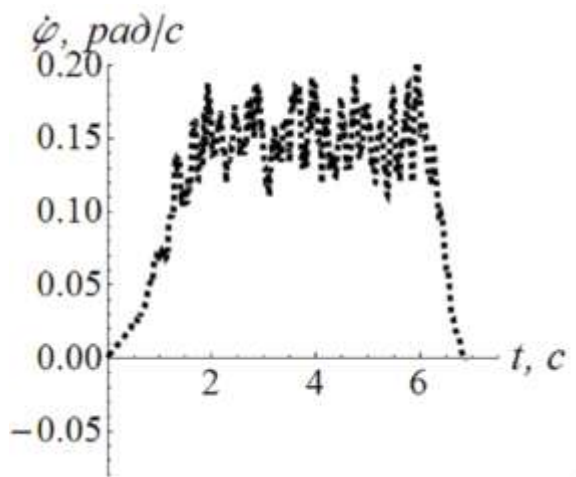


в)

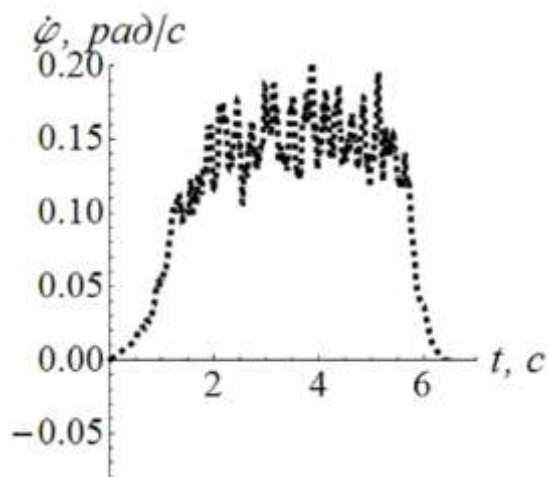
Рис. 5.8. Залежності зміни кутових швидкостей повороту стріли Фізичної моделі крана при довжині гнучкого підвісу 1,6 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

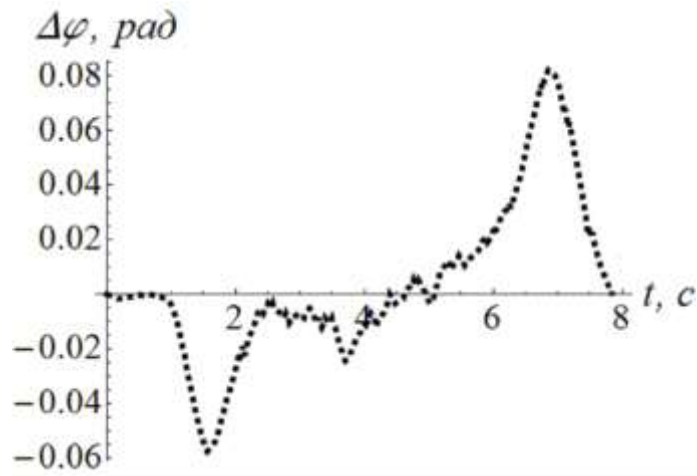


б)

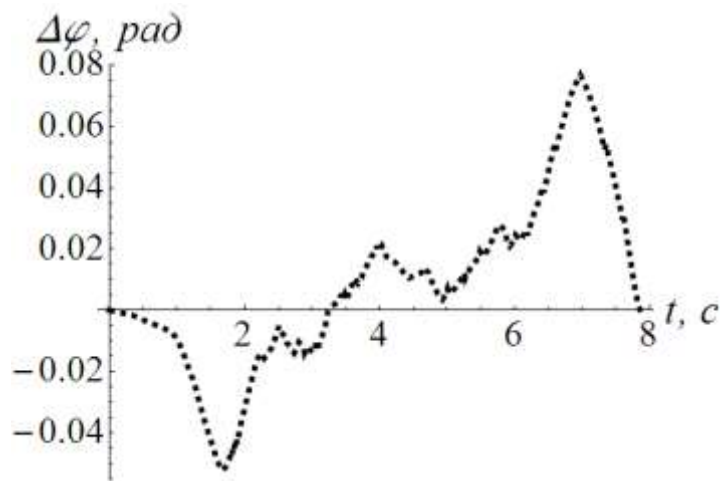


в)

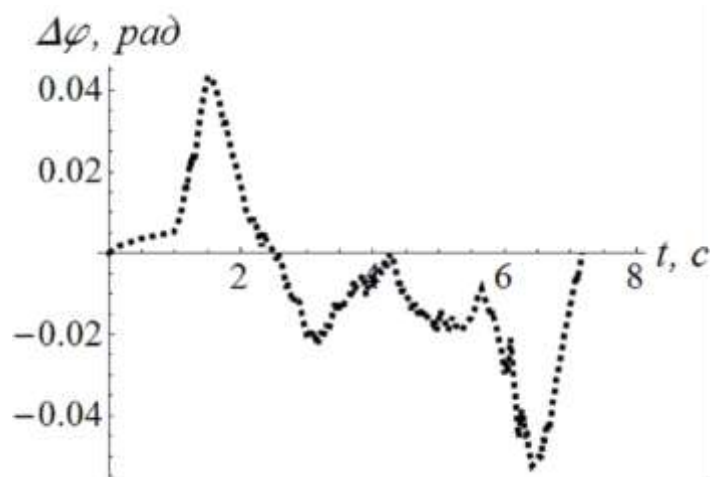
Рис. 5.9. Залежності зміни кутових швидкостей повороту стріли фізичної моделі крана при довжині гнучкого підвісу 0,7 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

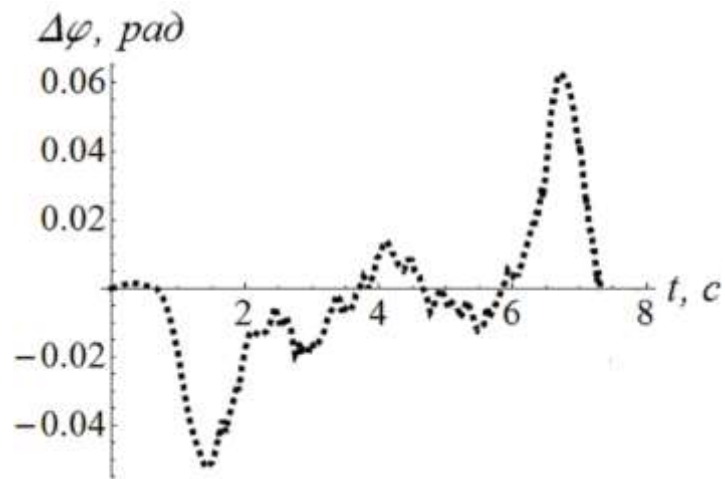


б)

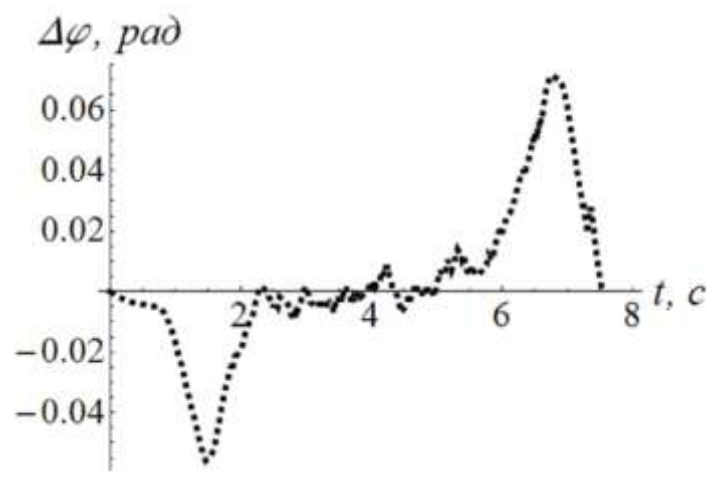


в)

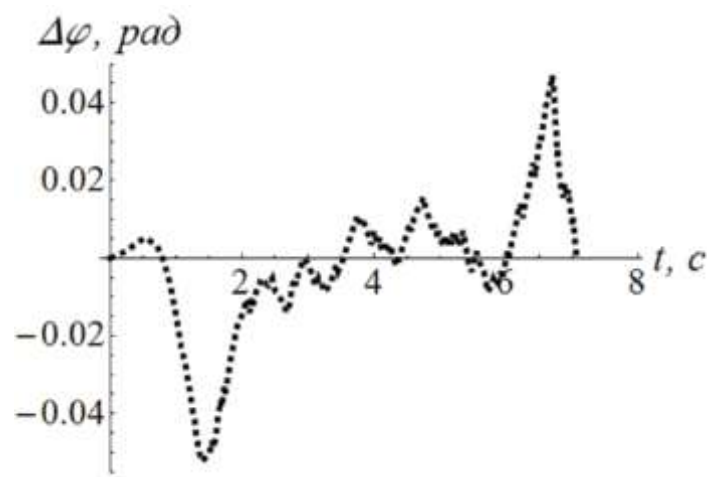
Рис. 5.10. Залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при довжині гнучкого підвісу 2,2 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)

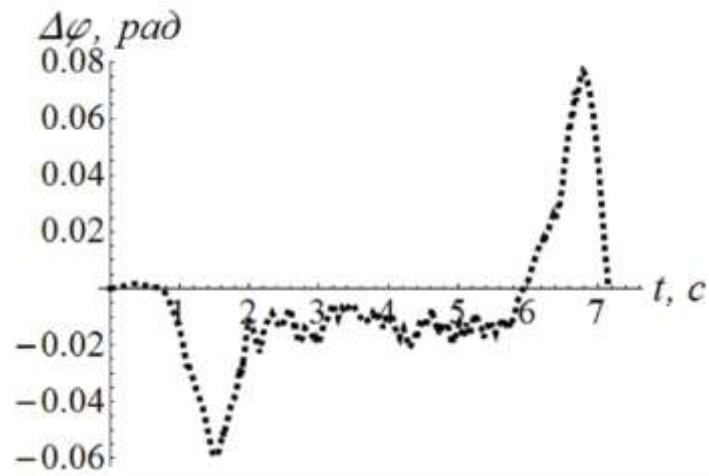


б)

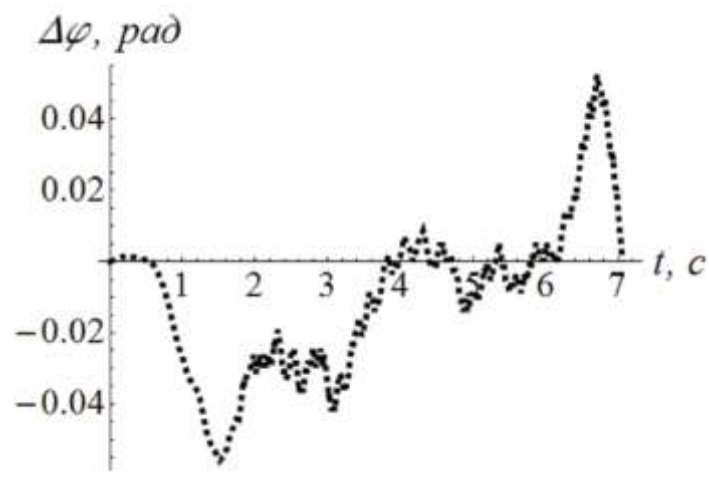


в)

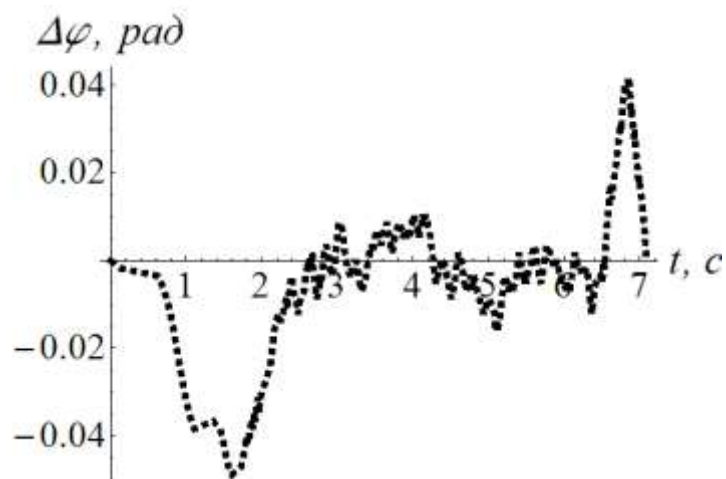
Рис. 5.11. Залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при довжині гнучкого підвісу 1,6 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг



а)



б)



в)

Рис. 5.12. Залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при довжині гнучкого підвісу 0,7 м та масі вантажу: а) 14 кг; б) 27 кг; в) 40 кг

Отже, бачимо, що графічні залежності функції зміни кутової швидкості під час повороту стріли (рис.5.7 – рис. 5.9) показують, що система відносно плавно виходить до усталеної швидкості руху та на початку руху (стадії розгону) характеризується незначними поодинокими всплесками коливального процесу, які виникають через певні конструкційні особливості фізичної моделі (лабораторної установки), на якій проводились експериментальні дослідження. Після виходу на усталену швидкість рух системи відбувається рівномірно при незначних коливаннях, пікові значення, які можна спостерігати під час цього процесу не перевищують  $0,20 \text{ рад/с}$ . На відміну від роботи механізму повороту стрілового крана при некерованому пуску, їх поява відбувається за рахунок конструктивних особливостей фізичної моделі та написаного програмного коду (фільтра) для обробки цих даних. Процес гальмування відбувається плавно без ривків та коливальних процесів, а після зупинки система Фізичної моделі крана входить в стан спокою на відміну від ручного керування.

З отриманих графічних залежності зміни відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі під час роботи механізму повороту стрілового крана за оптимальними режимами руху показують, що під час пуску також присутнє відхилення вантажу, амплітуда максимальних значень при цьому досягає в середньому  $0,06 \text{ рад}$ . Це відбувається за рахунок того, що вантаж висить на місці, а стріла починає рух і вона тягне вантаж за собою, однак за рахунок плавності пуску цей ривок незначний і візуально майже не помітний. Під час роботи механізму повороту стрілового крана, деякі отримані результати мають в собі невелике «тремтіння», що пов'язане з вібраціями самої стрілової системи та чутливістю датчика, яким вимірювались ці значення. Ця амплітуда незначна, а оку під час роботи механізму повороту стрілового крана непомітна. Після процесу гальмування можемо бачити також одноразовий стрибок відхилення вантажу, який пов'язаний з тим, що стріла та вантаж набрали певну швидкість, з якою вони рухаються, і коли стріла зупиняється вантаж ніби наздоганяє стрілу і через це утворюється те відхилення в момент гальмування механізму повороту стрілового крана. Слід зазначити, що коливання вантажу після



зупинки відсутні на відміну від результатів отриманих в попередньому пункті при дослідженні некерованого руху механізму повороту крана.

Основні максимальні значення кутової швидкості поворотної частини стрілового крана та відхилень вантажу на гнучкому підвісі при конкретній довжині гнучкого підвісу та масі вантажу, при яких проводились експериментальні дослідження оптимізації режиму повороту стрілового крана, наведені в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2.

Характеристики механізму повороту за максимальними значеннями при оптимальному керуванні

Довжина гнучкого підвісу, м	Маса вантажy, кг	Максимальні значення	
		Кутова швидкість поворотної частини, <i>рад/с</i>	Відхилення вантажy, <i>рад</i>
2,2 м	14 кг	0,20	0,08
	27 кг	0,20	0,075
	40 кг	0,20	0,052
1,6 м	14 кг	0,20	0,065
	27 кг	0,20	0,07
	40 кг	0,20	0,052
0,7 м	14 кг	0,20	0,075
	27 кг	0,20	0,056
	40 кг	0,20	0,048

Отже, аналізуючи вище наведене, можемо зазначити, що результати отримані в розділі 3 мають підтвердження на практиці, що і показали результати отримані під час проведення експериментальних досліджень, а також те, що зазначено в роботах інших авторів, які досліджували динаміку вантажопідйомних кранів та їх окремих механізмів (розділ 1).

### 5.3. Порівняння експериментальних досліджень при ручному та оптимальному режимах керування механізмом повороту стрілового крана

Проведемо порівняльний аналіз результатів режимів повороту стрілового крана, отриманих експериментальним шляхом на фізичній моделі механізму повороту стрілового крана, за допомогою ручного керування (за механічною характеристикою двигуна) в процесі пуску та оптимальним режимом пуску за критерієм середньоквадратичного значення пришвидження зміни зусилля в приводному механізмі [23,32]. Графічні залежності отримані в ході проведення експериментальних досліджень та обробки масивів даних наведені на рис. 5.13. Це графічні залежності порівняння швидкості повороту стріли та відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при максимальній масі вантажу 40 кг, еквівалент максимальній масі вантажу реального крана (розділ 4)) та при змінній довжині гнучкого підвісу від 0,7 м до 2,2 м.

З графічних залежностей (рис. 5.13) можна бачити, що характеристики стрілової системи на ділянці пуску механізму повороту при оптимальному режимі руху (--- штрихова лінія) в порівнянні з ручним керуванням (— суцільна лінія) має плавний характер зміни на відміну від некерованого руху та вказує на відсутність значних динамічних навантажень в приводі.

Зазначимо, що при ручному керуванні механізмом повороту стрілового крана на початку руху мають місце пікові стрибки вимірюваних величин, а саме кутова швидкість повороту стріли сягає до  $0,26 \text{ рад/с}$ , а відхилення вантажу на гнучкому підвісі досягає відхилення до  $0,15 \text{ рад}$ , як на початку так і під час гальмування, в залежності від довжини гнучкого підвісу та маси вантажу підвішеного до нього, на відміну від оптимального керування, де пікові всплески відсутні, а якщо є вібрації стрілової системи, то в порівнні з ручним керуванням вони незначні. Так, наприклад, кутова швидкість повороту стріли досягає до  $0,20 \text{ рад/с}$ , в межах своєї усталеної швидкості, а відхилення вантажу на гнучкому підвісі досягає максимального відхилення лише  $0,06 \text{ рад}$ , що в

рази менше. Далі детальніше розглянемо результати порівнянь оптимального та некерованого пуску (рис.5.13).

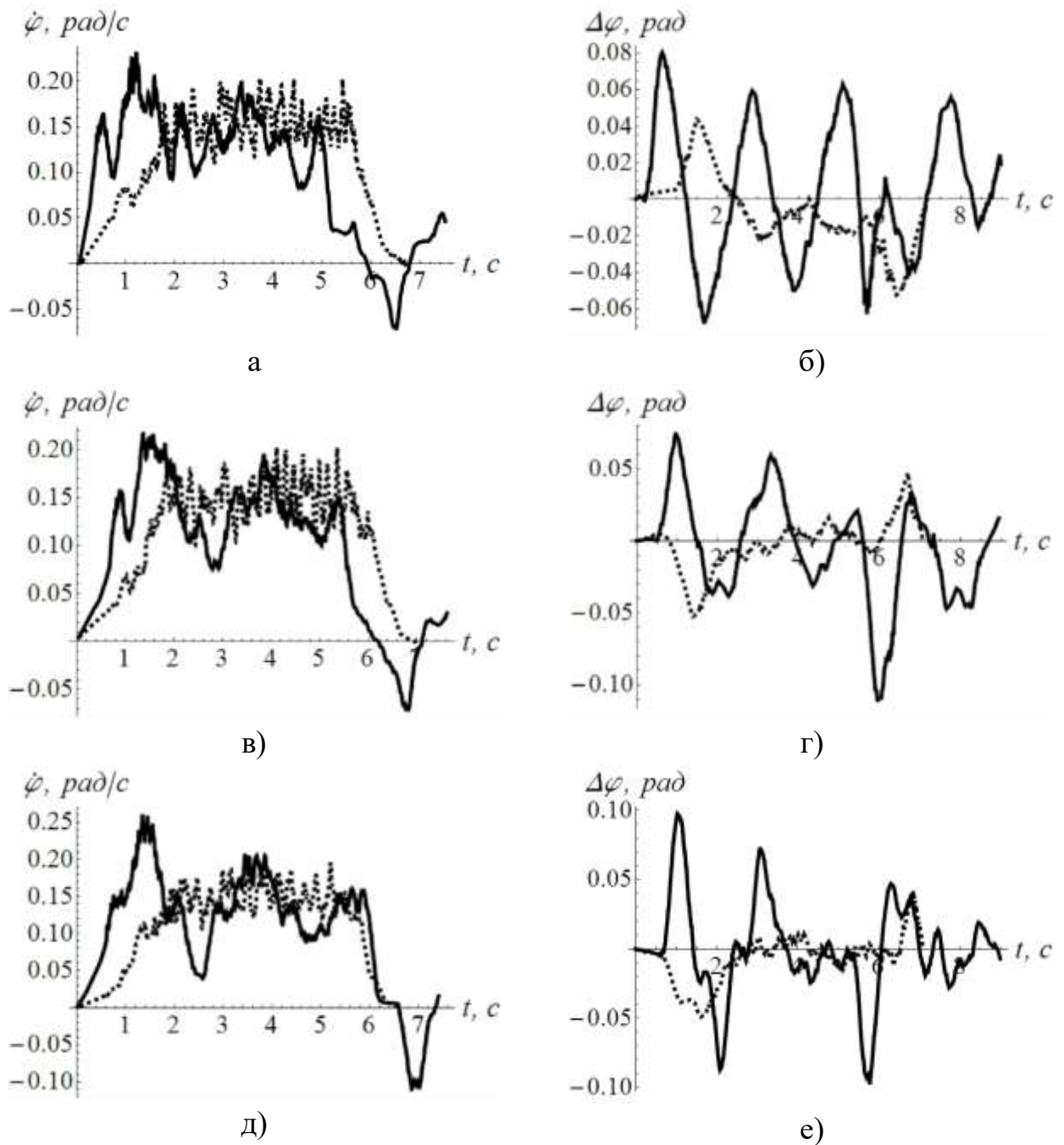


Рис. 5.13. Графічні залежності порівняння швидкості повороту стріли та відхилення гнучкого підвісу з вантажем від вертикалі при максимальній масі вантажу (40 кг) та при довжині гнучкого підвісу: а) швидкість – 2,2 м; б) коливання – 2,2 м; в) швидкість – 1,6 м; г) коливання – 1,6 м; д) швидкість – 0,7 м; е) коливання 0,7 м.

Здійснено порівняння отриманих результатів експериментального дослідження при ручному керуванні з отриманими оптимальними режимами руху за максимальними значеннями кутової швидкості та відхилення вантажу на гнучкому підвісі, що наведені у табл. 5.3, у відносних значень максимальних відхилень характеристик реального (ручного) та оптимального керування.

Таблиця 5.3.

Відносні значення максимальних відхилень реального (ручного) та оптимального керування

Довжина гнучкого підвісу, м	Маса вантажу, кг	Відносні значення максимальних відхилень	
		Кутова швидкість поворотної частини, (відхилення в %)	Відхилення вантажу, (відхилення в %)
2,2 м	14 кг	13	30,4
	27 кг	13	25
	40 кг	13	42,2
1,6 м	14 кг	20	50
	27 кг	14,9	48,2
	40 кг	9,1	52,7
0,7 м	14 кг	23	50
	27 кг	23	51,3
	40 кг	23	52

З аналізу максимальних значень характеристик, зведених до табл. 5.3, угруповані дані, які взяті з аналізу графічних залежностей. З них видно, що має місце покращення характеристик при використанні оптимальних режимів пуску, а саме середньоквадратичного значення пришвидшення зміни пружного моменту в приводному механізмі в порівнянні з ручним керуванням. Кутова швидкість поворотної частини з довжиною гнучкого підвісу 2,2 м та масою

вантаж 14 кг, 27 кг та 40 кг, підвішеною до нього, в порівнянні ручного та оптимального керування покращилась на 13 %, а пікові значення коливання вантажу при тих же значеннях зменшились на 30,4%, 25% та 42,2% відповідно.

Кутова швидкість поворотної частини з довжиною гнучкого підвісу 1,6 м та масою вантажу 14 кг, підвішеного до нього, в порівнянні ручного та оптимального керування покращилась на 20%, при масі вантажу 27 кг на 15%, а при масі вантажу в 40 кг покращення становить на 9,1%. Пікові значення коливання вантажу при довжині гнучкого підвісу 1,6 м та масою вантажу 14 кг зменшились в половину на 50%, при масі вантажу 27 кг покращення 48,2%, а при масі в 40 кг маємо зменшення пікових відхилень на 52,7%.

При довжині гнучкого підвісу 0,7 м та при масі вантажу 14 кг, 27 кг та 40 кг пікові значення кутової швидкості при використанні оптимального режиму пуску в порівнянні з ручним зменшились на 23% кожен відповідно.

Колівання вантажу при довжині гнучкого підвісу 0,7 м та масою вантажу 14 кг зменшились на 50%, при масі вантажу 27 кг покращення на 51,3%, при масі в 40 кг маємо зменшення пікових відхилень на 52%.

Зазначимо, що характер зміни отриманих характеристик став кращим, оскільки вони мають плавний характер зміни, що забезпечує зменшення динамічних навантажень в стріловій системі та приводному механізмі.

З проведеного аналізу можна зробити висновок, що оптимальні режими пуску механізму повороту стрілового крана, а саме за критерієм середньоквадратичного значення пришвидження зміни пружного моменту в приводному механізмі, мають переваги перед ручним керуванням. Покращуються як максимальні, так і інші значення показників кінематичних, силових та енергетичних характеристик, про що свідчать результати отримані в третьому розділі та результати отримані експериментальним шляхом, що, в свою чергу, підтверджують дані з попередніх розділів.

#### **5.4. Розробка алгоритму роботи керування механізмом повороту стрілового крана**

Сучасні вантажопідйомні машини, як правило, обладнані комп'юторним керуванням частотними перетворювачами приводів окремих механізмів. Однак, здебільшого, вшиті в них режими руху не є оптимальними і не значно покращують роботу кранових механізмів. Тому доцільно розв'язувати задачі пов'язані з мінімізацією коливань вантажу на гнучкому підвісі та з покращенням роботи всієї конструкції крана. Адже це, крім всього цього, дозволить кранівнику швидше та якісніше виконувати роботу, пов'язану з керуванням крана та його механізмами.

А якщо взяти частину ще працюючих кранів вітчизняного виробництва, то для більшості з них ресурс їх роботи вже вичерпаний або підходить до цього моменту. Тому, щоб уникнути негативних наслідків на будівництві чи іншій сфері, де використовуються стрілові крани, доцільно впроваджувати мехатронні системи керування, тобто ті, що поєднують в собі механічну, електричну складову та програмування мікроконтролерів (або інших пристроїв), іншими словами комп'ютерне керування.

Для безпечної роботи механізму повороту стрілового крана система керування має відповісти правилам охорони праці під час експлуатації вантажопідйомних кранів, пристроїв та обладнання [234,235]. Керування електроприводом механізму повороту стрілового крана відбувається скалярним керуванням за допомогою перетворювача частоти [236-239].

Початок роботи розробленої системи керування механізмом повороту стрілового крана [11,12] починається з підключення пристроїв та налаштування параметрів зв'язку, потім відбувається ініціалізація пристроїв і перехід на комп'ютерне керування. Якщо щось пішло не так, то програма завершує свою роботу і повідомляє про це кранівника. Коли проблем немає, вводимо в програму необхідні параметри (масу вантажу, довжину гнучкого підвісу та інші) та обираємо режим руху, за яким хочемо, щоб відбувався рух, після чого відбувається перевірка умови можливості реалізації оптимального керування

під час роботи механізму повороту стрілового крана. Якщо щось не так, то потрібно перевірити правильність введення даних, можливо некоректні розділові знаки або щось інше. Коли все добре працює, то програма формує величину часу усталеного руху поворотної частини крана. Далі відбувається формування масиву даних про зміну швидкості поворотної частини крана при розгоні. Після чого відбувається відправка параметрів часу розгону, гальмування та першої дискретної точки швидкості розгону поворотної частини крана. Далі слідує команда «пуск» і відправка масиву швидкостей для розгону механізму повороту крана. Після закінчення процесу розгону відбувається поворот стріли на усталеній швидкості, далі настає зворотня відправка масиву швидкостей для гальмування, потім слідує команда «стоп» і система керування завершає свою роботу до моменту виконання іншої операції.

Для унаочнення алгоритму всього процесу роботи наведена функціональна блок-схема керування механізмом повороту стрілового крана (рис. 5.14).

На рис. 5.15 а зображена схема керування механізмом повороту стрілового крана. На цій схемі прийняті такі позначення: 1- мікрокомп'ютер з програмним забезпеченням для керування рухом механізму повороту стрілового крана, що наведене на рис. 4.9; 2 – частотний перетворювач для керування приводом механізму повороту за рахунок зміни швидкості обертання приводних двигунів; 3 – механізм повороту стрілового крана; 4 – вантаж.

Мікрокомп'ютер з програмним забезпеченням для керування рухом механізму повороту стрілового крана (бортовий ПК) сприймає сигнал з пульта керування, що знаходиться на робочому місці людини-оператора. Далі бортовий ПК збирає дані з датчиків та обробляє отриману інформацію щодо подальших функціональних дій.

Керування рухом механізму повороту стрілового крана відбувається за отриманими в дисертаційній роботі режимами руху, що мінімізують динамічні навантаження в поворотному механізмі, конструкції крана та мінімізують коливання вантажу на гнучкому підвісі. На отримані режими руху були отримані патенти, які наведені у додатку Г.

Результати дисертаційної роботи впроваджені в навчальний процес, акт впровадження наведений в додатку Д.

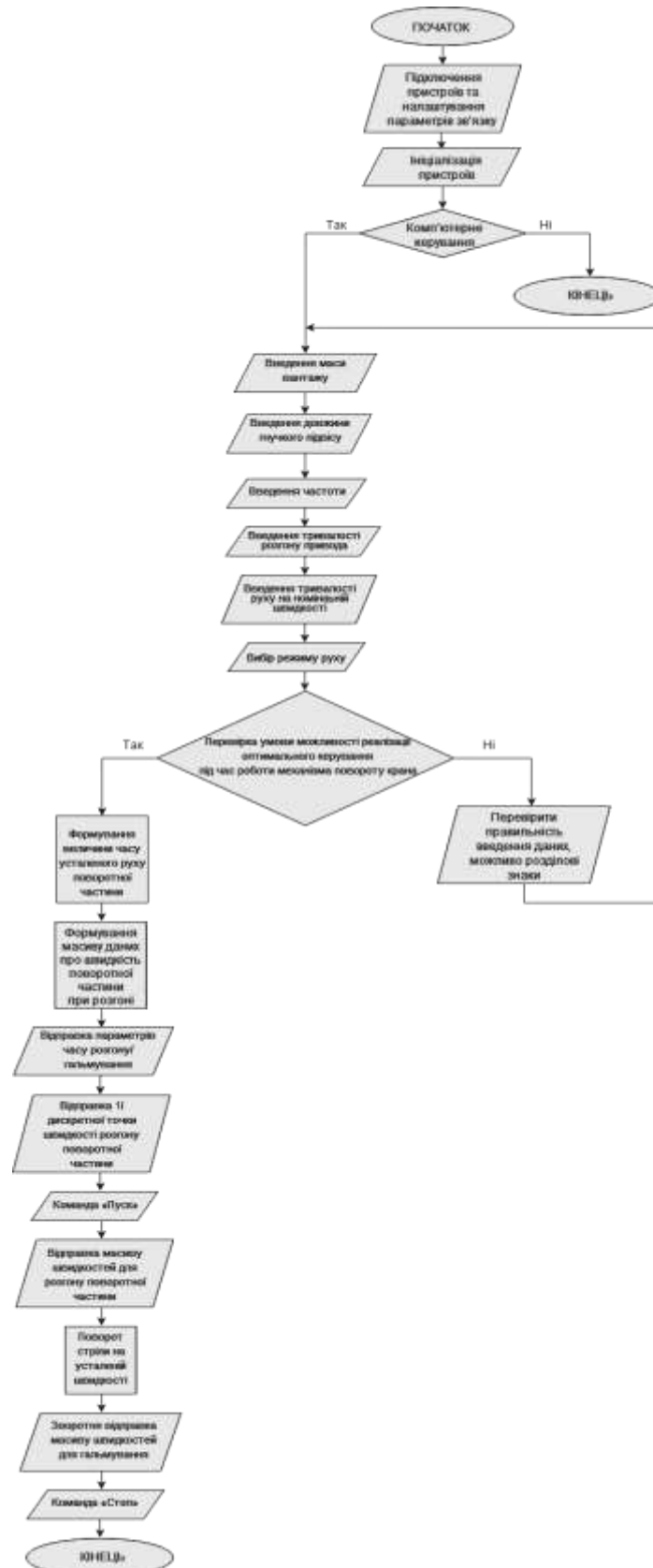


Рис. 5.14. Блок-схема керування механізмом повороту стрілового крана та роботи програми «Optimal control of the jib crane turning mechanism»



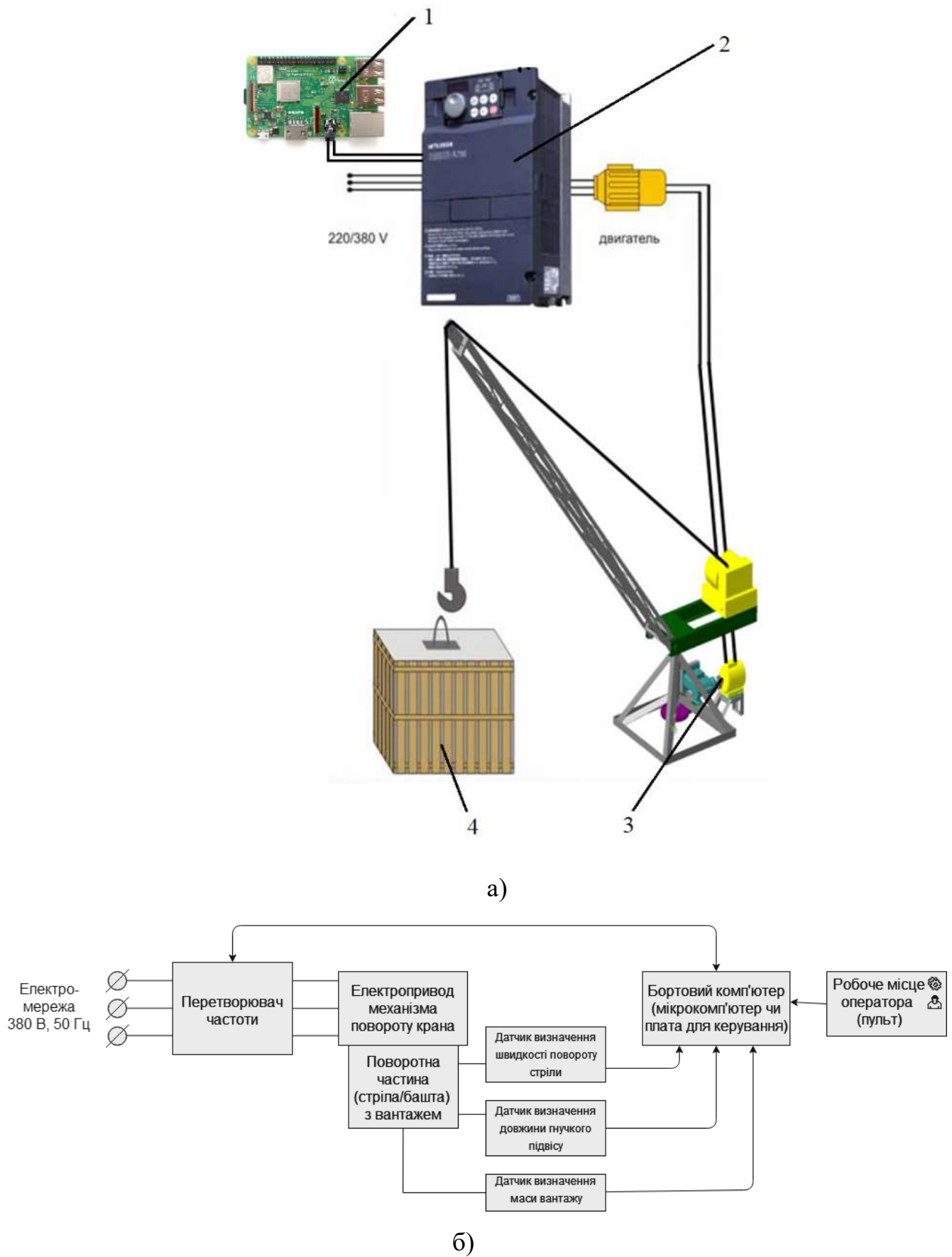


Рис. 5.15. Схема керування механізмом повороту стрілового крана а) і функціональна схема керування механізмом повороту стрілового крана б)

### **5.5. Економічна ефективність від впровадження розробленої системи керування механізмом повороту стрілового крана**

Економічне обґрунтування створення та модернізації вантажопідйомних машин, розрахунок економічного ефекту від використання оптимальних законів керування кранами, а також обґрунтоване економічне використання керування вантажопідйомних машин з використанням частотних перетворювачів наведено у роботах [227, 232, 233].

При визначенні економічної ефективності увага приділялась усім витратам, пов'язаним з впровадженням на підприємстві нової технології. Це капітальні вкладення та експлуатаційні витрати.

Капітальні вкладення складаються з:

- витрат на придбання обладнання з урахуванням вартості його доставки, монтажу та налагодження;
- витрат на модернізацію діючого обладнання; витрат на будівництво та реконструкцію будівель і споруд, необхідних для впровадження мікропідприємств;
- витрат на проектні роботи, що пов'язані з заміною обладнання.

Експлуатаційні витрати необхідно розраховувати за відповідними статтями витрат, що включають:

- витрати на оплату праці з відповідними відрахуваннями до нормативно затверджених фондів;
- витрати на паливо;
- витрати на матеріали, запасні частини, воду та електроенергію; амортизаційні відрахування на відновлення основних фондів;
- загально-виробничі витрати.

При розрахунку економічної ефективності від впровадження на підприємство нової техніки чи технології для кожного конкретного

підприємства потрібно використовувати показники роботи підприємства за період, що передував впровадженню.

Розрахунок економічної ефективності здійснювався на прикладі впровадження системи керування механізму повороту стрілового крана.

Витрати на технічне обслуговування і ремонт технологічного обладнання визначаються в межах 10% від вартості:

$$V_{TO} = K_{обл} \cdot 0,1, \quad (5.1)$$

де  $K_{обл}$ -вартість крана, грн. [208].

$$V_{TO} = 800000 \cdot 0,1 = 80000 \text{ грн.}$$

Витрати на електроенергію:

$$V_{ел} = P_{ел.дв.} \cdot D_p \cdot t_p \cdot K_z \cdot V_{кл}, \quad (5.2)$$

де  $P_{ел.дв.}$  – середньквадратичне значення потужності приводу, кВт;

$D_p = 256$  днів –кількість робочих днів на рік;

$t_p = 8$  год – тривалість роботи;

$K_z = 0,25$  - коефіцієнт завантаження;

$V_{кл} = 1,20$  грн - вартість 1 кВт·год/грн. [241].

Отже, витрати на електроенергію становитимуть:

$$V_{ел} = 2,4 \cdot 256 \cdot 8 \cdot 0,25 \cdot 1,68 = 2064,38 \text{ грн.}$$

$$V_{ел} = 3,0 \cdot 256 \cdot 8 \cdot 0,25 \cdot 1,68 = 2580,48 \text{ грн.}$$

Амортизаційні відрахування становлять 12% від вартості:

$$B_{ам} = 0,12 \cdot K_{об} = 0,12 \cdot 800000 = 96000 \text{ грн.} \quad (5.3)$$

Загальні експлуатаційні витрати впровадження будуть становити:

$$B_{заг} = 2064,38 + 96000 = 98064,38 \text{ грн.}$$

$$B_{заг} = 2580,48 + 96000 = 98580,48 \text{ грн.}$$

Затрати на ремонт та технічне обслуговування:

$$P_{обсл.} = K_{обл} \cdot a, \quad (5.4)$$

де  $a$ - коефіцієнт відрахування на технічне обслуговування та ремонт.

$$P_{обсл.} = 800000 \cdot 0,7 = 560000 \text{ грн.}$$

Капітальні вкладення, приведені до експлуатаційних витрат через коефіцієнт ефективності становитимуть:

$$K_B = K_{обл} \cdot 0,12 = 800000 \cdot 0,12 = 96000 \text{ грн.} \quad (5.5)$$

Річний економічний ефект визначається:

$$E_{еф.} = П_D - E_{ЕВ}^p - K_B, \quad (5.6)$$

де  $П_D$  – очікуваний прибуток, грн;

$E_{EB}^p$  - загальні експлуатаційні витрати, грн;

$K_B$  - капітальні вкладення, грн.

$$E_{ef.} = 1000000 - 98064,38 - 800000 = 101935,62 \text{ грн.}$$

$$E_{ef.} = 1000000 - 98580,48 - 800000 = 101419,52 \text{ грн.}$$

Оскільки витрати на електроенергію залежать від подачі струму, яка регулюється частотним перетворювачем, то виитрати на електроенергію з використанням мехатронних систем та оптимального керування становлять:

$$B_{ел.річ.} = \frac{2580,48}{2064,38} = 1,25 \text{ раз} = 21,7\%.$$

Розраховано економічний ефект від запровадження розробленої системи керування приводом механізму повороту стріловим краном. Розрахунок економічного ефекту включав зменшення витрат електроенергії в приводному двигуні механізму повороту, що дає можливість зменшити витрати електроенергії на 21,7% на один кран.

Розрахунок економічної ефективності за рахунок зменшення тривалості робочого циклу механізму повороту стрілового крана.

Однією з основних характеристик будь-якої вантажопідійомної машини є її продуктивність, тобто кількість виконаної роботи за одиницю часу. Визначимо продуктивність модернізованого крана за годину за формулою:

$$Q_z = m \cdot n = m \cdot \frac{3600}{T_u}. \quad (5.7)$$

Тут  $m$  – маса вантажу, т;

$n$  – число робочих циклів за годину,

$$n = \frac{3600}{T_{\text{ц}}};$$

$T_{\text{ц}}$  – тривалість робочого циклу механізму повороту стрілового крана, с;

$$T_{\text{ц}} = t_{\text{нов}} + \sum t_{\text{дон}}, \quad (5.8)$$

де  $t_{\text{нов}}$  – час роботи механізму повороту стрілового крана;  $\sum t_{\text{дон}}$  – загальний час на виконання допоміжних операцій одержимо наступним чином:

$$\sum t_{\text{дон}} = t_{\text{такл}} + t_{\text{відч}} + t_{\text{поз}} + t_{\text{колив}}.$$

Тут  $t_{\text{такл}}$  – час витрачений на підхват вантажу або такелаж (завантаження);

$t_{\text{відч}}$  – час витрачений на розвантаження;

$t_{\text{поз}}$  – час витрачений для позиціювання вантажу;

$t_{\text{колив}}$  – час витрачений на затухання коливань вантажу.

Розрахунки тривалості робочого циклу роботи механізму повороту стрілового крана наведено у таблиці 5.4.

Годинна продуктивність роботи механізму повороту стрілового крана:

$$Q_z = 2 \cdot \frac{3600}{157} = 46 m/год;$$

$$Q_z = 2 \cdot \frac{3600}{140} = 51,4 m/год.$$

Середньорічна продуктивність роботи механізму повороту стрілового крана:

$$Q_{cp} = Q_z \cdot H_p, \quad (5.9)$$

де  $H_p$  – робочі години на рік.

$$H_p = P_{год} \cdot D_p \cdot WS \cdot K_{TO}.$$

Тут  $P_{год}$  – тривалість робочої зміни,  $P_{год} = 8 год$ ;

$D_p$  – кількість робочих днів на рік;

$WS$  – робочі зміни на день;

$K_{TO}$  – коефіцієнт, що враховує ремонт та технічне обслуговування.

$$H_p = 8 \cdot 256 \cdot 2 \cdot 0,85 = 3481,6 год.$$

Виходячи з вищенаведених розрахунків середньорічна продуктивність роботи механізму повороту стрілового крана при некерованому та оптимальному керуванні становить:

$$Q_{cp} = 46 \cdot 3481,6 = 160153,6 m;$$

$$Q_{cp} = 51,4 \cdot 3481,6 = 178954,24 m.$$

Таблиця 5.4.

Тривалість робочого циклу роботи механізму повороту стрілового крана

Шуканий параметр	Рівняння	Отримане значення	
		Ручне керування	Оптимальне керування
Час повороту	$t_{нов} = \frac{2\varphi}{360n} + t_p$ <p>де <math>\varphi</math> – середній кут повороту стрілового крана, град;  <math>n</math> – частота обертання механізма повороту крана, об/сек  (0,07 рад/сек = 0,011 об/сек);  <math>t_p</math> – тривалість розгону та гальмування механізма повороту, сек.</p>	$t_{нов} = \frac{2 \cdot 45}{360 \cdot 0,011} + 7 = 30c$	$t_{нов} = \frac{2 \cdot 45}{360 \cdot 0,011} + 7 = 30c$
Час виконання допоміжних операцій	$\sum t_{дон} = t_{такл} + t_{відч} + t_{ноз} + t_{колив}$	$\sum t_{дон} = 55 + 50 + 12 + 10 = 127c$	$\sum t_{дон} = 55 + 50 + 5 + 0 = 110c$
Тривалість робочого циклу	$T_{ц} = t_{нов} + \sum t_{дон}$	$T_{ц} = 30 + 127 = 157c$	$T_{ц} = 30 + 110 = 140c$



Річний економічний ефект від запровадження розробленої системи керування приводом механізму повороту стріловим краном за рахунок скорочення часу на перевантажувальні роботи визначається наступною залежністю:

$$E\Phi = \frac{\Delta Q_z}{Q_z \cdot H_\partial} \cdot K_\partial, \quad (5.10)$$

де  $\Delta Q_z$  – різниця середньорічних продуктивностей роботи механізма повороту стрілового крана при некерованому та оптимальному керуванні;

$H_\partial$  – робочі години механізма повороту крана за день;

$K_\partial$  – ціна оренди стрілового крана за день (7000 за 16 год).

$$E\Phi = \frac{178954,24 - 160153,6}{51,4 \cdot 16} \cdot 7000 = 160025 \text{ грн}$$

Так з вищевиконаних розрахунків видно, що розробка і впровадження проекту економічно доцільні.

### **Висновки до п'ятого розділу**

1. Проведена серія експериментальних досліджень динаміки механізму повороту стрілового крана при різних режимах керування. При ручному (на природній механічній характеристиці двигуна) та оптимальному режимах керування механізмом повороту стрілового крана. Зібрані та

оброблені масиви даних, на основі яких проведено аналіз отриманих результатів.

2. Оптимальне керування рухом механізму повороту в порівнянні з ручним дає змогу зменшити пікові значення кутової швидкості поворотної частини стрілового крана під час роботи механізму повороту, наприклад, для довжини підвісу 1,6 м та маси вантажу підвішеної до нього 14 кг на 20%. Для різної довжини і маси вантажу відхилення пікових значень характеристик змінюється незначно, в залежності від того, яке навантаження було на кран при ручному керуванні.
3. Максимальне відхилення гнучкого підвісу (канату) з вантажем під час перехідних процесів пуску та гальмування оптимальне керування дає можливість зменшити в половину (на 50%) в порівнянні з ручним керування.
4. Проведено співставлення результатів досліджень, розрахованих теоретичним шляхом за допомогою розроблених моделей, з експериментами, отриманими на фізичній моделі стрілової системи, відхилення яких знаходиться в межах точності розрахунків і не перевищують 14%.
5. Знайдені оптимальні режими повороту стрілового крана рекомендується реалізовувати за допомогою розробленої мехатронної системи керування приводним електродвигуном. Для реалізації оптимального керування запропоновано функціональну схему системи керування краном на базі мікроконтролера, яка дає змогу розраховувати масиви частоти напруги живлення електродвигунів, з використанням даних отриманих з датчиків, котрі необхідні для підстановки у синтезований закон, що описує швидкість приводу під час переміщення крана за оптимальним режимом.
6. Розраховано економічну ефективність від впровадження розробленої системи керування приводом механізму повороту стрілового крана, що

включала зменшення витрат електроенергії в приводному двигуні механізму повороту та дає можливість отримати зменшення енерговитрат на 21,7% на один кран та розраховано економічну ефективність за рахунок зменшення тривалості робочого циклу та становить відповідно 160025 грн/ рік та 178810 грн/рік в порівнянні з існуючою системою керування.

## ВИСНОВКИ

У дисертації наведено дослідження, що мають за мету підвищення ефективності роботи механізму повороту стрілових за рахунок зменшення динамічних навантажень у металоконструкції та приводному механізмі під час роботи механізму повороту стрілового крана шляхом оптимізації перехідних режимів руху.

1. Аналіз літературних джерел показав, що дослідженнями динаміки роботи механізму повороту стрілового крана займаються як в Україні, так і закордоном. Водночас, обґрунтуванню перехідних процесів під час роботи механізму повороту вантажопідйомних кранів приділено недостатньо уваги.

2. Побудовано тримасову динамічну модель механізму повороту стрілового крана, з якої виведено математичну модель, що стала основою для проведення динамічного аналізу та оптимізації механізму повороту крана. За допомогою програмного забезпечення «Wolfram Mathematica» розв'язано систему диференціальних рівнянь руху механізму повороту, з якої встановлено, що динамічні зусилля в пружному елементі приводу в 4,3 раза перевищують номінальні навантаження, а максимальне значення рушійного моменту у 2,9 раза більше за усталене значення.

3. Встановлено, що максимальні значення навантажень досягають до 150 кН·м і зароджуються на початку пуску механізму повороту стрілового крана та характеризуються значною амплітудою та частотою коливань, які затухають з часом при виході на усталений режим руху. Динамічна складова потужності приводу механізму повороту досягає 4,0 кВт і значно (в 2,3 раза) перевищує усталене значення. Ці навантаження призводять до зменшення продуктивності, надійності та швидшого виходу з ладу приводу та

конструкції і є причиною аварійних ситуацій під час роботи крана.

4. Розроблено методику оптимізації режимів руху механізму повороту крана на ділянках перехідних процесів (пуск і гальмування) за одиничними та комплексними критеріями. В якості одиничних критеріїв оптимізації обрані середньоквадратичні значення динамічних навантажень в приводі механізму повороту та швидкості і пришвидшення їхньої зміни в часі. За комплексний критерій оптимізації обґрунтовано безрозмірний інтегральний критерій, який враховує дію динамічних навантажень та швидкість їхньої зміни в часі і дає можливість більш повно оцінити режим руху механізму повороту.

5. На основі розробленої математичної моделі руху механізму повороту стрілового крана проведено оптимізацію перехідних режимів руху за обґрунтованими критеріями. Встановлено, що задачу зменшення коливань вантажу на гнучкому підвісі доцільно вирішувати шляхом варіаційного числення, оскільки знайдена керуюча дія на механізм повороту задовольняє крайові умови поставленої задачі руху механізму повороту і після закінчення процесу пуску коливання вантажу на гнучкому підвісі повністю усуваються, чого не спостерігається при ручному керуванні.

6. Оптимізація режиму повороту стрілового крана за одиничними інтегральними критеріями в порівнянні з ручним керуванням дала можливість зменшити максимальні значення: кутових швидкостей ротора двигуна на 62 % та вантажу на 8 %; кутових прискорень поворотної частини на 23 % та відхилення вантажу на 31 %; моменту на валу електродвигуна на 11 % і в приводному механізмі на 40 %; потужності приводу на 6 %. Така оптимізація забезпечує плавний без коливань рух механізму повороту, який дозволяє до мінімуму зменшити динамічні навантаження в приводі та елементах конструкції крана.

7. Розв'язано нелінійну оптимізаційну задачу режиму повороту стрілового крана шляхом мінімізації комплексного критерію, представленого у вигляді нелінійного інтегрального функціоналу. Для розв'язування крайової задачі мінімізації функціоналу використано наближений метод, а саме модифікований метод «бджолиного рою», який дозволяє здійснювати оптимізацію режимів руху нелінійних механічних систем. Отриманий оптимальний режим повороту стрілової системи крана дозволив до мінімуму звести динамічні навантаження в приводному механізмі і металоконструкції крана та усунути коливання вантажу на гнучкому підвісі під час проходження перехідного процесу, що дає можливість підвищити продуктивність та надійність роботи крана в цілому.

8. Для підтвердження теоретичних розрахунків підібрано вимірювально-реєструюче обладнання та проведено експериментальні дослідження динаміки механізму повороту стрілового крана при різних режимах керування. Проведено співставлення результатів досліджень, розрахованих теоретичним шляхом за допомогою розроблених моделей, з експериментами, отриманими на фізичній моделі стрілової системи, відхилення яких знаходиться в межах точності розрахунків і не перевищують 14 %. Максимальні відхилення коливань кутової швидкості механізму повороту, визначені експериментально, на 9,1 %, а відхилення гнучкого підвісу вантажу від вертикалі на 37,4 % менші при оптимальному керуванні в порівнянні з ручним керуванням.

9. Знайдені оптимальні режими повороту стрілового крана рекомендується реалізовувати за допомогою розробленої мехатронної системи керування приводним електродвигуном. Для реалізації оптимального керування запропоновано функціональну схему системи керування краном на базі мікроконтролера, яка дає змогу розраховувати масиви частоти напруги живлення електродвигунів, з використанням даних отриманих з датчиків,

котрі необхідні для підстановки у синтезований закон, що описує швидкість приводу під час переміщення крана за оптимальним режимом.

10. Запровадження розробленої системи керування приводом механізму повороту дає можливість отримати зменшення енерговитрат на 21,7 % на один кран в порівнянні з існуючою системою керування.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:**

1. Ловейкін В. С., Пилипака С. Ф., **Кадикало І. О.** Динамічний аналіз механізму повороту стрілового крана. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК. Київ. 2017. Вип. 258. С. 192–202.
2. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Діктерук М. Г., **Кадикало І. О.** Концептуальні основи динамічного аналізу. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні. Київ. 2017. Вип. 90. С. 19–23.
3. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідйомних кранів. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК. Київ. 2017. Вип. 262. С. 177–190.
4. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пружного моменту в приводі. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні. Київ, 2017. Вип. 90. С. 34–41.
5. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Обґрунтування крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана. Підйомно-транспортна техніка. Одеса. 2019. Вип. 2(61). С. 45–59. doi: 10.15276/pidtt.2.61.2019.04
6. Ловейкін В. С., Ловейкін Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму руху механізма повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення швидкості зміни пружного моменту в приводі. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК. Київ. 2017. Вип. 275. С. 10–22.
7. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Ловейкін А. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення пришвидшення зміни зусилля в



- приводному механізмі. *Machinery & Energetics. Journal of Rural Production Research*. Kyiv. Ukraine. 2019. Vol. 10. No 3. P. 5–14. doi: 10.31548/machenergy.2019.03.005-014
8. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.**, Діктерук М. Г. Використання розв'язків «кембріджських задач» про рух ланцюгів (А. Келі та Г. Букуа) у аналізі коливань канатів вантажопідйомних кранів при підйомі вантажу «з підхватом». *Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія: механізація та автоматизація виробничих процесів*. 2016. Вип. 10/3 (31). С. 181–187.
  9. Loveikin V. S., Loveikin Ju. V., **Kadykalo I. O.** Analysis of Modes of Motion of Rotation Mechanism of Jib Crane. *ТЕКА. An International Quarterly Journal on Motorization, Vehicle Operation, Energy Efficiency and Mechanical Engineering*. Lublin-Rzeszow. 2018. Vol. 18. No 1. P. 15–25.
  10. Loveikin Viatcheslav, Romasevych Yuriy, **Kadykalo Ivan**, Liashko Anastasia. Optimization of the swinging mode of the boom crane upon a complex integral criterion. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. Sofia. 2019. Vol. 49. P. 285–296.
  11. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.**, Патент на корисну модель №131788 Україна, МПК В66С 23/84. Спосіб керування рухом механізму повороту баштового крана. Заявник та власник Національний університет біоресурсів і природокористування України. № u201809028; заявлено 30.08.2018; опубліковано 25.01.2019; Бюл. №2/2019.
  12. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.**, Патент на корисну модель №138371 Україна, МПК В66С 23/84. Спосіб керування рухом механізму повороту стрілового крана. заявник та власник Національний університет біоресурсів і природокористування України. № u201905225; заявлено 17.05.2019; опубліковано 25.11.2019, Бюл. №22/2019.
  13. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Динаміка й оптимізація підйомно-транспортних машин: монографія. Київ. 2019. 292 с.

14. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Визначення оптимальних законів руху механізму повороту стрілового крана. Сучасні проблеми землеробської механіки: XVI Міжнародна наукова конференція, м. Київ, 17-19 жовтня 2015 року: тези доповіді. Київ. 2015. С. 51–54.
15. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Морфологічний аналіз привода та оптимізація перехідних режимів руху механізму повороту баштового крана. Інженерія систем природокористування: I Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 11 листопада 2015 року: тези доповіді. Київ. 2015. С. 56–58.
16. Кадикало І. О. Аналіз коливань вантажу при зміні вильоту та повороту стрілового крана. Обуховські читання: XI Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 1 березня 2016 року: тези доповіді. Київ. 2016. С. 62–64.
17. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Динамічний аналіз перехідних процесів механізму повороту стрілового крана. Сучасні технології виробництва зернових культур 2016: Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 12 лютого 2016 року: тези доповіді. Київ. 2016. С. 68–70.
18. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідіймальних кранів. Крамаровські читання: IV Міжнародна науково-технічна конференція. м. Київ, 16–17 лютого 2017 року: тези доповіді. Київ. 2017. С. 83–84.
19. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., **Кадикало І. О.** Оптимізація режимів руху механізму обертання вантажопідійомних кранів при стопорінні та різкому гальмуванні. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XVII Міжнародна конференція науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів. м. Київ, 29–30 березня 2017 року: тези доповіді. Київ. 2017. С. 8–9.
20. Кадикало І. О. Оптимізація перехідних режимів механізму повороту стрілового крана. Актуальні проблеми наук про життя та

- природокористування: IV Міжнародна конференція молодих вчених, м. Київ, 25–27 квітня 2018 року: тези доповіді. Київ. 2018. Ч. 1. С. 229–231.
21. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Динамічний аналіз і оптимізація режиму повороту баштового крана. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XVIII Міжнародна конференція науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів, м. Київ, 22–23 березня 2018 року: тези доповіді. Київ. 2018. С. 32–35.
  22. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Обґрунтування крайових умов руху в задачі оптимізації режиму повороту стрілового крана. Крамаровські читання: V Міжнародна науково-технічна конференція, м. Київ, 22–23 лютого 2018 року: тези доповіді. Київ. 2018. С. 155–156.
  23. **Кадикало І. О.,** Ловейкін В. С. Порівняльний аналіз оптимального і ручного керування механізмом повороту стрілового крана. Цілі сталого розвитку третього тисячоліття: виклики для університетів наук про життя: Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 23–25 травня 2018 року: тези доповіді. Київ. 2018. Т. 5. С. 169–171.
  24. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Аналіз режимів руху механізму повороту стрілового крана. Сучасні проблеми землеробської механіки: XIX Міжнародна наукова конференція, м. Київ, 17–19 жовтня 2018 року: тези доповіді. Київ. 2018. С. 214–216.
  25. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Оптимізація режиму повороту стрілового крана за комплексним інтегральним критерієм. Крамаровські читання: VI Міжнародна науково-технічна конференція, м. Київ, 21–22 лютого 2019 року: тези доповіді. Київ. 2019. С. 63–65.
  26. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Вимірювально-реєструюче обладнання для досліджень динаміки механізму повороту стрілового крана. Обуховські читання: XIV Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 9 березня 2019 року: тези доповіді. Київ. 2019. С. 68–69.

27. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана. Сучасні проблеми землеробської механіки: XX Міжнародна наукова конференція, м. Київ, 17–19 жовтня 2019 року: тези доповіді. Київ. 2019. С. 127–128.
28. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Вибір критеріїв подібності для фізичної моделі механізму повороту стрілового крана. Агроінженерія: сучасні проблеми та перспективи розвитку: II Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 7–8 листопада 2019 року: тези доповіді. Київ. 2019. С. 215–218.
29. Ловейкін В. С., **Кадикало І. О.** Лабораторні експериментальні дослідження динаміки механізму повороту баштового крана. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XIX Міжнародна конференція науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів, м. Київ, 20–22 березня 2019 року: тези доповіді. Київ. 2019. С. 105–107.
30. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Експериментальні дослідження відхилення вантажу під час роботи механізму повороту баштового крана. Крамаровські читання: VII Міжнародна науково-технічна, м. Київ, 20–21 лютого 2020 року: тези доповіді. Київ. 2020. С. 245–246.
31. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.**, Лендел Т. І. Експериментальні дослідження динаміки повороту стрілового крана. Обуховські читання: XV Міжнародна науково-практична конференція, м. Київ, 10 березня 2020 року: тези доповіді. Київ. 2020. С. 65–69.
32. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., **Кадикало І. О.** Експериментальні дослідження динаміки руху механізму повороту стрілового крана на лабораторній установці. Проблеми та перспективи розвитку технічних та біоенергетичних систем природокористування: конструювання та дизайн: XX Міжнародна конференція науково-педагогічних працівників,

наукових співробітників та аспірантів, м. Київ, 19–20 березня 2020 року: тези доповіді. Київ. 2020. С. 13–16.

33. Іванченко Ф. К. Підйомно-транспортні машини. К.: вища школа. 1993. 413 с.
34. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Човнюк Ю. В., Кадикало І. О. Динаміка й оптимізація підйомно-транспортних машин: монографія. К. 2019. 292 с.
35. Григоров О. В., Петренко Н. О. Вантажопідйомні машини: навч. посібник Харків. «ХП». 2005. 304 с.
36. Устройство башенного крана [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL:[https://exkavator.ru/main/news/inf\\_news/123743\\_ustroystvo\\_bashennogo\\_](https://exkavator.ru/main/news/inf_news/123743_ustroystvo_bashennogo_) (дата зверення 11.11.2020).
37. Монтаж та демонтаж крана [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: [kрана\\_montag\\_i\\_demontag\\_bashennih\\_kranov.html](http://kрана_montag_i_demontag_bashennih_kranov.html) (дата зверення 11.11.2020).
38. Паргаманик И. М. Грузоподъёмные краны стрелового типа. Справ. Пособие. М.: нергоатомиздат. 1992. 141 с.
39. Прохоров А. М. Подъёмный кран. Большая советская энциклопедия: 3-е изд. М.: советская энциклопедия. 1969-1978.
40. Караваев Г. А. Строительство. Том 2. Главный редактор. М.: советская энциклопедия. 1964.
41. Невзоров Л. А., Полосин М. Д. Краны башенные и автомобильные: уч. пособие для нач. проф. образования. М: академия. 2005. 416 с.
42. Добронравов С. С., Дронов В. Г. Строительные машины и основы автоматизации. М.: высшая школа. 2001. 575 с.
43. Невзоров Л. А., Пазельский Г. Н., Романюха В. А. Учебник «Башенные краны: уч-к для сред. проф.-техн. училищ», 4-е изд., перераб. и доп. М.: высшая школа. 1980. 326 с.
44. Невзоров Л. А., Пазельский Г. Н., Романюха В. А. Строительные башенные краны: учебник для сред. ПТУ. М.: высшая школа. 1986. 179 с.

45. Станевский В. П., Моисеенко В. Г., Колесник Н. П., Кожушко В. В. Строительные краны: справочник. К.: будівельник. 1984. 240 с.
46. Барсов И. П., Станковский А. П. Строительные машины и их эксплуатация. М: стройиздат. 1971.
47. Монтаж баштовых кранів [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <http://remcran.ru/services/montazh-bashennykh-kranov/> (дата зверення 08.08.2020).
48. .Монтаж та демонтаж баштового крана [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://viramax.ua/uk/za-yakim-algoritmom-vidbuvaetsya-montazh-i-demontazh-bashtovogo-kranu/> (дата зверення 08.08.2020).
49. ДБН А.3.2-2-2009. Охорона праці і промислова безпека в будівництві.
50. Александров М. П., Колобов Л. Н., Лобов Н. А., Никольская Т. А., Полковников В. С. Грузоподъемные машины: уч-к для вузов. М: машиностроение. 1986. 400 с.
51. Ушаков П. Н., Бродский М. Г. Краны и лифты промышленных предприятий: спр-к. М: металлургия. 1974. 352 с.
52. Параметры кранів [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://budtehnika.pp.ua/7086-osnovn-parametri-kranv-yih-ndeksacya.html>
53. Правила будови і безпечної експлуатації вантажопідйомних кранів. Х.: вид-во «Форт». 2007. 256 с.
54. Slew Drive Product Catalog. ST 205 US. goimo.com.
55. Slewing Rings Product catalog DV 311 US. goimo.com.
56. Механизм поворота [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://www.mashkran.ru/autocrane/mp.php> (дата зверення 10.08.2020).
57. Строительная техника, механизм поворота крана [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <http://stroy-technics.ru/article/mekhanizm-povorota-krana> (дата зверення 10.08.2020).
58. Бічуч А. І., Кіянов І. Д., Ракша С. В., Шатан А. О. Патент на винахід № 61284 А, 7 МПК В66С23/84. Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені В. Лазаряна.

59. Кобільник М. С., Швідлер О. П., Гук З. В., Мельникевич М. Ф., Заморило А. П., Хом'як Р. І. Патент на винахід № 74569 С2. МПК В66С23/84. Відкрите акціонерне товариство «Дрогобицький завод автомобільних кранів».
60. Лищишин О. І., Куциба М. А. Патент на винахід № 21277 А, МПК В66С23/84. Лищишин Омелян Іванович.
61. Охримович В. М. Патент на винахід № 56202 С2, 7 МПК В66С23/84. 23/62. Відкрите акціонерне товариство «Дрогобицький завод автомобільних кранів».
62. Підгорний І. Д. Патент на винахід № 71691 А1, 5 МПК В66С23/84. Харківське державне авіаційне виробниче підприємство.
63. Правила охорони праці під час виконання робіт на висоті. Х.: вид-во «Форт». 2007. 120 с.
64. Гриневич Г. П., Каменская Б. А., Алферов А. К. и др. Надежность строительных машин. 2-е изд., перераб. и доп. М.: стройиздат. 1983. 296с.
65. Казак С. А. Статическая динамика и надежность подъемно-транспортных машин. Свердловск: изд. УПИ им. С. М. Кирова. 1987. 86 с.
66. Орлов А. Н. Общая динамическая модель грузоподъемных кранов. «Оптимизация параметров строительных и дорожных машин». Ярославль: изд-во Яросл. политех. ин-та. 1992. С. 13–20.
67. Герасимьяк Р. П., Найдено О. В. Особливості керування електроприводом механізму вильоту стріли під час обертання крана з підвішеним вантажем. Електромашинобуд. та електрообладн. 2007. Вип. 68. С.11–15..
68. Герасимьяк Р. П., Лещёв В. А. Анализ и синтез крановых электромеханических систем. Одесса: СМІЛ. 2008. 192 с.
69. Rubio-Avila J. J., Alcantara-Ramirez R., Jaimes-Ponce J., Siller-Alcala I. I. Design, construction, and control of a novel tower crane. International journal of mathematics and computers in simulation. 2007. Issue 2. Volume 1.
70. Казак С. А. Динамика мостовых кранов. М.: изд-во «Машиностроение». 1968. 332 с.

71. Анненкова О. С., Францен Г. Е. Строительные башенные краны и подъемники для возведения многоэтажных зданий: учебно-справочное пособие. Барнаул: изд-во АлтГТУ. 2008. 206 с.
72. Гохберг М. М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. Ленинград: машиностроение. 1969. (2). 520 с.
73. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О. Динамічний аналіз процесу розгону візка на природній механічній характеристиці. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. 2011. Вип. 166, частина 1. С.46–49.
74. Дьяконов В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах. М.: СОЛОН-Пресс. 2004. 696 с.
75. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю. О. Динаміка машин. К.: ЦП «КОМПРИНТ». 2013. 227 с.
76. Ловейкін В. С. Мінімізація динамічних навантажень в пружних елементах вантажопідйомних машин. Гірничі, будівельні, дорожні і меліоративні машини. К. 1998. Вип. 52. С. 63–68.
77. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О. Аналіз і синтез оптимального керування рухом вантажопідйомного крана прямим варіаційним методом. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Техніка та енергетика АПК. 2014. Вип. 196. Ч. 1. С. 129–139.
78. Ловейкін В. С. Човнюк Ю. В., Лимар П. В., Мельниченко В. В. Динамічна модель руху грейфера, підвішеного на гнучкому підвісі, при повороті крана. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Техніка та енергетика АПК. 2014. Вип. 196. Ч. 1. С. 162–171.
79. Афтанділянц Є. Г., Ловейкін В. С., Шевчук О. Г. Аналіз конструкції стрілових систем баштових кранів. Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Техніка та енергетика АПК. 2015. Вип. 212. Ч. 1. С. 121–130.



80. Ловейкін В. С., Паламарчук Д. А. Оптимізація режимів руху шарнірно-зчленованої стрілової системи крана. К.: ЦП «КОМПРИНТ». 2015. 224 с.
81. Ловейкін В. С., Лимар П. В. Оптимізація режиму руху тримасової системи крана за комплексним критерієм. Науково-технічний та виробничий журнал «Підйомно-транспортна техніка». 2015. №3 (47). С. 4–12.
82. Петухов П. З., Ксюнин Г. П., Серлин Л. Г. Специальные краны. М.: машиностроение. 1985. 248 с.
83. Александров М. П. Грузоподъемные краны. М.: машиностроение. 1981. 287 с.
84. Онохов П. П. Динамика среловой конструкции поворотного крана с качающимся хоботом. Тр. ЛИИЖТ. 1954. №24. с. 250-257.
85. Ловейкін В. С., Нестеров А. П. Динамічна оптимізація підйомних машин. Х.: ХНАДУ. 2002. 291 с.
86. Ловейкін В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин: учеб. пособие. Киев: УМК ВО. 1990. 168 с.
87. Комаров М. С. Динамика грузоподъемных машин. М.: машиностроение. 1969. 206 с.
88. Сиротский В. Ф. Динамические нагрузки механизма вылета поворотного крана. Тр.: ЛИИВТ. 1958. Т. XXV. с. 186-195.
89. Zareckij, A. A.: Untersuchungen der Dynamik von Turmkranen in der UdSSR. Hebezeuge und Fördermittel. 1968. 8. 4. pp. 106-108.
90. Григорьев Н. И. Нагрузки кранов. Л.: машиностроение. 1964. 168 с.
91. Дукельский А. И. Справочник по кранам. М.–Л.: машгиз. 1961. Т. 1. 455 с.
92. Герасимyak Р. П., Мельникова Л. В. Оптимальное управление крановым механизмом передвижения. Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. 1999. № 1. С. 87-94.
93. Найденко Е. В. Микропроцессорное управление асинхронным электроприводом механизма поворота с подвешенным грузом. Электротехнические и компьютерные системы. 2009. Вып. 73. С. 16-20.

94. Тейляков А. Г. Реализация оптимального управления частотным электроприводом механизма поворота. Электромашинобудування та електрообладнання. 2004. Вып. 62. С. 36-39.
95. Ловейкін В. С., Бойко А. В., Човник Ю. В. Нелінійні маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі при різних режимах обертання. Вісник Тернопільського національного технічного університету. 2010. Т. 15. №3. С. 41-48.
96. Иванченко Ф. К., Бондарев В. С., Колесник Н. П., Барабанов В. Я. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин. Киев: вища школа. 1978. 756 с.
97. Янчик О. Г., Градинський Ю. О. Математична модель коливань вантажу при повороті крана як безпека устаткування. Вісник НТУ "ХПІ". Серія «Нові рішення в сучасних технологіях». 2014. № 48 (1090). С. 109-115.
98. Zaretsky A. A., Shapiro H. I. Overtuning stability of a free standing crane under dynamic loading. Sae technical paper series. 1997. No 972721. p. 150-158.
99. Williams W. M. An analytis of six fatigue fail- ures in cranes. Metal Progress. 1981. No 2. p. 46-51.
100. Човнюк Ю., Почка К., Діктерук М. Застосування методу гармонічного балансу для аналізу маятникових коливань вантажу в процесах пуску/гальмування мостових кранів. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. 2011. №80. С. 8-13.
101. Човнюк Ю., Діктерук М., Почка К., Комоцька С. Розрахункова схема та кінематичний аналіз нелінійних коливань вантажу при повороті стрілової системи вантажопідйомного крана. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. 2015. Вип. 85. С. 29-35.
102. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. М.: наука. 1979. 432 с.
103. Халфман Р. Динамика. М.: наука. 1972. 568 с.

104. Morse P. M., Feshbach H. *Methods of Theoretical Physics*. Части 1 и 2. N.Y.: McGraw-Hill. 1953. 800 p.
105. Голдстейн Г. *Классическая механика*. М.: физматгиз. 1957. 350 с.
106. Вебстер А. Г. *Механика материальных точек, твёрдых, упругих и жидких тел*. М.: ГТТИ. 1933. 420 с.
107. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Мельниченко В. В. Аналіз коливань вантажу на гнучкому підвісі при повороті стріли вантажопідйомного крана. *Підйомно–транспортна техніка*. 2013. №4(40). С.4–16.
108. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Діктерук М. Г., Пастушенко С. І. Моделювання динаміки механізмів вантажопідйомних машин. Моногр. Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. Миколаїв. держ. аграр. ун-т. К. Миколаїв. вид-во РВВ МДАУ. 2004. 288 с.
109. Будиков Л. Я. *Многопараметрический анализ динамики грузоподъемных кранов мостового типа*. Луганск: изд. Во ВУТУ. 1997. 210 с.
110. Гоберман Л. А., Степанян К. В., Яркин А. А., Заленський В. С. *Теория, конструкция и расчет строительных и дорожных машин*. М.: машиностроение. 1979. 407 с.
111. Будиков Л. Я. *Исследование влияния некоторых факторов на динамические нагрузки металлоконструкций кранов*. Дис. канд. техн.наук. Ворошиловград. 1971. 161 с.
112. Румянцев Б. П., Будиков Л. Я. О влиянии жесткости металлоконструкции мосты и грузовых канатов на величину динамических нагрузок. *Локомотивостроение*. Харьков: изд – во ХГУ. 1971. Вып. 3. с. 30–37.
113. Румянцев Б. П., Будиков Л. Я. *Исследование влияния отдельных параметров крана на величину динамических нагрузок*. Локомотивостроение. Харьков: изд – во ХГУ. 1972. Вып. 4. с. 28–35.
114. Пановко Я. Г. *Механика деформируемого твёрдого тела: Современные концепции, ошибки и парадоксы*. М.: наука. 1985. 288 с.
115. Михайлов Г. К. К истории динамики систем переменного состава. *Известия АН СССР. Механика твёрдого тела*. 1975. №5. С. 11–51.

116. Михайлов Г. К. Развитие основ динамики систем переменного состава и теории реактивного движения. Автореферат докт. диссертации, Ленинградский гос. ун-т. 1980. 35 с.
117. Mikhailov G. K. The dynamics of mechanical systems with variable masses as developed ad Cambridge during the second half of the Nineteenth century. Bull. Inst. of Mathematics and its applications. 1984. V. 20. №. 1/2. p. 13–19..
118. Мещерский И. В. Динамика точки переменной массы. Петербург. 1898.
119. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. М.: наука. 1980. 272 с.
120. Лобов Н. А. Динамика грузоподъемных кранов. М.: машиностроение. 1987. 160 с.
121. Зубов В. И. Устойчивость движения. М.: высшая школа. 1973. 271 с.
122. Лобов Н. А. Об устойчивости движения мостовых кранов. Трубы МВТУ м.м. Н.Э. Баумана. 1977. №225. с. 3–24.
123. Волков Д. П. Динамические нагрузки в универсальных экскаваторах – кранах. М.: машгиз. 1958. 269 с.
124. Кожевников С. Н. Динимика нестационарных процессов в машинах. К.: наукова думка. 1986. 288 с.
125. Новак С. М., Логвинец А. С. Защита от вибрации и шума в строительстве: Справочник. К.: будівельник. 1990. 184 с.
126. Голубенцев Н. А. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами. М.: машгиз. 1959. 147 с.
127. Вейц В. Л. Динамика машинных агрегатов. Машиностроение. 1969. 370 с.
128. Stanišić M. M. On a new theory of the dynamic behavior of the structures carrying moving masses. Ingenieur-Archiv. 1985. vol. 55(3). p. 176-185. DOI:10.1007/bf00536412.
129. Вульфсон И. И., Коловский М. З. Динамика машинных агрегатов. Л.: машиностроение. 1969. 370 с.
130. Комаров М. С. Нелинейные задачи динамики машин. М.: Машиностроение. 1968. 284 с.

131. Гайдамака В. Ф. Грузоподъемные машины. К.: вища школа. 1989. 328 с.
132. Гробов В. А. Теория колебаний механических систем. К.: вища школа. 1982. 183 с.
133. Вайнсон А. А. Строительные краны. М.: машиностроение. 1970.
134. Александров М. П. Подъемно-транспортные машины. М.: высшая школа. 1972.
135. Александров М. П. Грузоподъемные машины. М.: высшая школа. 1973.
136. Комаров М. С. Динамика механизмов и машин. М.: машиностроение. 1968.
137. Техніка [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Техніка>. (дата доступу 11.08.2020).
138. Александров М. П., Колобов Л. Н., Лобов Н. А. и др. Грузоподъемные машины. М.: машиностроение. 1986. 400 с.
139. Ковальский В. С. Грузоподъемные машины. Передвижение кранов. Х.: ХВКИУ. 1963. 167 с.
140. Григоров О. В. Совершенствование рабочих характеристик крановых механизмов: дисс. на соиск. степ. доктора техн. наук: 05.05.05. Х. 1995. 386 с.
141. Goetzlinger J., Johnson S. Dynamic forces in cranes. Stockholm: Acta Politechnica. 1955. 175 p.
142. Sun N., Fang Y., Zhang X. Energy coupling output feedback control of 4-DOF underactuated cranes with saturated inputs. Automatica. 2013. vol. 49. no. 5. pp. 1318–1325.
143. Sun N., Fang Y., Chen H., Lu B., Fu Y. Slew/translation positioning and swing suppression for 4-DOF tower cranes with parametric uncertainties: Design and hardware experimentation. IEEE Trans. Ind Electron. 2016. vol. 63. no. 10. pp. 6407–6418.
144. Sun N., Fang Y., Chen H., Lu B. Amplitude-saturated nonlinear output feedback antishwing control for underactuated cranes with double pendulum

- cargo dynamics. *IEEE Trans. Ind. Electron.* 2017. vol. 64. no. 3. pp. 2135–2146.
145. Sun N., Wu Y., Fang Y., Chen H. Nonlinear antiswing control for crane systems with double-pendulum swing effects and uncertain parameters: Design and experiments. *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.* 2018. vol. 15. no. 3. pp. 1413–1422.
  146. Gao B., Zhang X., Chen H., and Zhao J. Energy-based control design of an underactuated 2-dimensional TORA system. in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robots Syst.* 2009. pp. 1296–1301.
  147. Sun N., Wu Y., Fang Y., Chen H., Lu B. Nonlinear continuous global stabilization control for underactuated RTAC systems: Design, analysis, and experimentation. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics.* 2017. vol. 22. no. 2. pp. 1104–1115.
  148. Sun N., Wu Y., Fang Y., Chen H. Nonlinear stabilization control of multiple-RTAC systems subject to amplitude-restricted actuating torques using only angular position feedback. *IEEE/ASME Trans. Mechatronics.* 2017. vol. 64. no. 4. pp. 3084–3094.
  149. Qian Y., Fang Y., Dynamics analysis of an offshore ship-mounted crane subject to sea wave disturbances. in *Proc. 12th World Congr. Intell. Control Automat. (WCICA).* 2016. pp. 1251–1256.
  150. Tanizumi K., Hino J. I., Yoshimura T., Sakai T. Modelling of Dynamic Behavior and Control of Truck Cranes. (Modelling of Dynamic Behavior of Truck Cranes with Hydraulic System in Swing Operation). *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C.* 1994. Volume 60. Issue 572. p. 1262-1269.
  151. Campara T., Bukvic H., Sprecic D. Ability to Control Swinging of Payload during the Movement of the Rotary Cranes Mechanism. *Intelligent technologies in logistics and mechatronics systems: ITEMS.* 2009. p. 52-55.

152. Sun G. F., Kleeberger M. Dynamic responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system. Mechanism and machine theory 2003. Vol. 38. Issue 12. pp. 1489-1508.
153. Oguamanam DCD., Hansen J. S., Heppler, G. R. Dynamics of a three-dimensional overhead crane system. Journal of sound and vibration. 2001. Vol. 242. Issue 3. pp. 411-426.
154. Stanisic M. M. On a new theory of the dynamic behavior of the structures carrying moving masses. Ingenieur-Archiv. 1985. Volume 55. Issae 3. p. 176–185.
155. Lee H. P. Dynamic response of a beam with a moving mass. Journal of sound and vibration. 1996. Vol. 191. Issue 2. pp. 289-294.
156. Rong Gao, Jing Yang, Gang Luo, Congxun Yan. The Simulation of rotary motion of the flexible multi-body dynamics of tower crane. Advanced Materials Research. Trans tech publications. Switzerland. 2013. Vols. 655-567. pp. 281-286.
157. Sawodny O., Aschemann H., Lahres S. An automated gantry crane as a large workspace robot. Control Engineering Practice 10. 2002. pp. 1323-1338.
158. Комаров М. С. Динамика машин и механизмов. М.: машиностроение. 1969. 296 с.
159. Масандилов Л. Б. Электропривод подъёмных кранов. М.: издательство МЭИ. 1998. 100 с.
160. Гохберг М. М. Справочник по кранам. Т. 1. М.: машиностроение. 1988. 536 с.
161. Дукельский А. И. Справочник по кранам. Т. 1. Л.: машиностроение. 1971. 400 с.
162. Яуре А. Г., Певзнер Е. М. Крановый электропривод. М.: Энергоатомиздат. 1988. 344 с.
163. Ловейкін В. С., Мельниченко В. В. Оптимізація ривкового режиму руху механізму повороту стрілового крана. Сільськогосподарські машини. 2013. Вип. 24. С. 210–218.

164. Ловейкін В. С., Мельниченко В. В. Оптимізація режиму пуску механізму повороту стрілового крана за критерієм середньоквадратичного значення рушійного моменту. Науковий вісник НУБіП України. Серія: Техніка та енергетика АПК. 2013. №185. Частина 1. С. 32–42.
165. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: наука. 1969. 424 с.
166. Зубко Н. Ф. Прогнозирование коэффициентов динамичности в элементах крановых механизмов. Вестник Одесского национального морского университета. Одесса. ОНМУ. 2013. №2(38). С. 63–71.
167. Герасимyak Р. П., Параил В. А. Электроприводы крановых механизмов. М.: энергия. 1970. 136 с.
168. Смехов А. А., Ерофеев Н. И. Оптимальное управление подъемно-транспортными машинами. М.: машиностроение. 1975. 239 с.
169. Ловейкін В. С., Ярошенко В. Ф., Ромасевич Ю. О. Оптимізація перехідних режимів руху механізму пересування візка вантажопідйомних машин. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. 2007. №59. том 2. С. 452 – 460.
170. Romasevich Yu. A., Shumilov G. V. Optimization behavior of variation boom of hoisting crane for singular kinematical criterions. Motrol. 2011. Vol. 13b.. pp. 167-173.
171. Loveykin V. S., Mel'nichenko V. A. Optimizatsiya dinamicheskogo rezhima povorota strelovogo krana. Motrol. 2013. Vol 15. №3. p. 70–75.
172. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О. Оптимізація режимів руху кранових механізмів. Монографія. Київ.: Ніжин: Видавець П П Лисенко М. М. 2011. 307 с.
173. Loveikin V. S., Chovniuk Yu. V., Liashko A. P. The crane's vibrating systems controlled by mechatronic devices with magnetorheological fluid: the nonlinear mathematical model of behavior and optimization of work regimes.



- Scientific bulletin of National Mining University Scientific and technical journal. Dnipro. 2014. Vol. 6. pp. 97-102.
174. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О. Динаміка і оптимізація режимів руху мостових кранів. Монографія. Київ.: ЦП «КОМПРІНТ». 2016. 314 с.
  175. Sa Y. H., Yi K. Y., Kim J. O. An attitude control and stabilization of an unstructured object using balancing beam, new construction machinery. IEEE International Symposium On Industrial Electronics Proceedings. Pusan. South Korea. 2001. Vols. I-III. pp. 792-797.
  176. Loveikin V. S., Romasevych Yu. O. Dynamic optimization of a mine winder acceleration mode. Scientific bulletin of National Mining University Scientific and technical journal. Dnipro. 2017. Vol. 4. pp. 55-61.
  177. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О., Стехно О. В. Оптимізація режимів зміни вильоту вантажу баштового крана. Монографія. Київ.: ЦП «КОМПРІНТ». 2017. 172 с.
  178. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О. Аналіз та синтез режимів руху механізмів вантажопідйомних машин. Монографія. Київ. ЦП «КОМПРІНТ». 2012. 299 с.
  179. Sakawa Y., Shindo Y., Hashimoto Y. Optimal control of a rotary crane. Journal of Optimization Theory and Applications. 1981. vol. 35(4). p. 535-557. DOI: 10.1007/bf00934931.
  180. Golafshani A.R., Aplevich J.D. Computation of time-optimal trajectories for tower cranes. Proceedings of International Conference on Control Applications. 1995. p. 1134-1139. DOI: 10.1109/cca.1995.555920.
  181. Balachandran B., Li Y. Y., Fang C. C. A mechanical filter concept for control of non-linear crane-load oscillations. Journal of Sound and Vibration. 1999. vol. 228(3). p. 651-682. DOI: 10.1006/jsvi.1999.2440.
  182. Shengchun Wang, Rongsheng Shen, Tonghong Jin, Shijun Song. Dynamic behavior analysis and its application in tower crane structure damage identification. Advanced Materials Research. Trans tech publications, Switzerland. 2012. Vols. 368-373. pp. 2478-2482.

183. Florentin Rauscher, Oliver Sawodny. An elastic jib model for the slewing control of tower cranes. Elsevier. Science Direct. IFAC PapersOnLine. 2017. Vol 50-1. pp. 9796–9801.
184. Gulianitsky L. F., Mulesa O. Yu. Applied methods of combinatorial optimization: teach. manual. Kiev. Publishing and printing center "Kyiv University". 2016. p. 142.
185. Vasilenko D. O. Modern methods of analysis, synthesis and optimization of ultra high frequency devices and antennas. Kiev. NTUU «KPI». PTF. 2015. p. 61.
186. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization. IEEE International Conference on Neural Networks. 1995. pp. 1942-1948.
187. Bozorg-Haddad O., Solgi M., Loáiciga H.A. Meta-Heuristic and Evolutionary Algorithms for Engineering Optimization. Hoboken, USA. John Wiley & Sons Inc. 2017.
188. Dubrovka F. F., Vasilenko D. O. Constructive synthesis of planar antennas using natural optimization algorithms. Izvestiya high schools. Radio electronics. 2009. No. 4. pp. 3-22.
189. Kiranyaz S., Ince T., Yildirim A., Gabbouj M. Evolutionary Artificial Neural Networks by Multi-Dimensional Particle Swarm Optimization. Neural Networks. 2009. Vol. 22. Issue 10. pp. 1448-1462.
190. Heo J. S., Lee K. Y., Garduno-Ramirez R. Multiobjective Control of Power Plants Using Particle Swarm Optimization Techniques. IEEE Transactions on Energy Conversion. 2006. Vol. 21. Issue 10. pp. 552-561.
191. Zamani M., Karimi-Ghartemani M., Sadati N., Parniani M. Design of a Fractional Order PID Controller for an AVR Using Particle Swarm Optimization. Control Engineering Practice. 2009. Vol. 17. Issue 12. pp. 1380-1387.
192. Chander A., Chatterjee A., Siarry P. A New Social and Momentum Component Adaptive PSO Algorithm for Image Segmentation. Expert Systems with Applications. 2011. Vol. 38. Issue 5. 4998-5004.

193. Romasevych Y. O., Loveikin V. S. A Novel Multi-Epoch Particle Swarm Optimization Technique. *Cybernetics and information technologies. Bulgarian academy of sciences.* 2018. Volume 18. No 3. pp. 62-74.
194. Blackburn D., Lawrence J., Danielson J., Singhose W., Kamoi T., Taura A. Radial-motion assisted command shapers for nonlinear tower crane rotational slewing. *Control Engineering Practice.* 2010. Vol. 18. pp. 523-531.
195. Kozak K., Singhose W., Ebert-Uphoff I. Performance Measures for Input Shaping and Command Generation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control.* 2006. Vol. 128. pp. 731-736.
196. Lawrence J. W. Crane Oscillation Control: Nonlinear Elements and Educational Improvements. A Thesis Presented to The Academic Faculty In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology. 2006.
197. Vaughan J. Dynamics and control of mobile cranes. A Thesis Presented to The Academic Faculty In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy in the George W. Woodruff School of Mechanical Engineering. Georgia Institute of Technology. 2008.
198. Ghigliazza R. M., Holmes P. On the dynamics of cranes, or spherical pendula with moving supports. *International Journal of Non-Linear Mechanics.* 2002. Vol. 37. pp. 1211-1221.
199. Yang W., Zhang Z., Shen R. Modeling of system dynamics of a slewing flexible beam with moving payload pendulum. *Mechanics Research Communications.* 2007. Vol. 34. pp. 260-266.
200. Solarz W., Tora G. Simulation of control drives in a tower crane. *TRANSPORT PROBLEMS.* 2011. Volume 6. Issue 4. pp. 69-78.
201. Nguyen N. P., Ngo Q. H., Ha Q. P. Active control of an offshore container crane. in *Proc. 15th Int. Conf. Control. Automat. Syst. (ICCAS).* 2015. pp. 773–778.

202. Thakar P. S., Bandyopadhyay B., Gandhi P. S. Sliding mode control for underactuated slosh-container system using collocated and noncollocated linearization. in Proc. Indian Control Conf. (ICC). 2016. pp. 157–164.
203. Fang Y., Wang P., Sun N., Zhang Y. Dynamics analysis and nonlinear control of an offshore boom crane. IEEE Trans. Ind. Electron. 2014. vol. 61. №. 1. pp. 414–427.
204. Qian Y., Fang Y., Lu B. Adaptive repetitive learning control for an offshore boom crane. Automatica. 2017. vol. 82. №. 8. pp. 21–28.
205. Sanfilippo F., Hatledal L. I., Styve A., Pettersen K. Y., Zhang H. Integrated flexible maritime crane architecture for the offshore simulation centre AS (OSC): A flexible framework for alternative maritime crane control algorithms. IEEE J. Ocean. Eng. 2016. vol. 41. №. 2. pp. 450–461.
206. Qian Y., Fang Y. Switching Logic-Based Nonlinear Feedback Control of Offshore Ship-Mounted Tower Cranes: A Disturbance Observer-Based Approach. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering. 2018. Volume 16. Issue. 3. pp. 1125–1136.
207. Abdel-Rahman E. M., Nayfeh A. H. Pendulation Reduction in Boom Cranes Using Cable Length Manipulation. Nonlinear Dynamics. 2002. Vol. 27. pp. 255–269.
208. Parker G. G., Bird J. D. Active damping and target tracking of a shipboard knuckle boom crane. Proceedings of the Ninth IASTED International Conference on Control and Applications. 2007. pp. 243–248.
209. Sakawa Y., Nakazumi A. Modeling and Control of a Rotary Crane. Journal of Dynamic Systems. Measurement and Control. Transactions of the ASME. 1985. Vol. 107. Issue 3. pp. 200-206.
210. Beliveau Y., Dixit S., Taylan Dal Dynamic damping of payload motion for cranes. Journal of Construction Engineering and Management. 1993. Vol. 119. Issue 3. pp. 631-644.
211. Tanizumi K., Hino J., Yoshimura T., Sakai T. Modelling of Dynamic Behavior and Control of Truck Cranes. (Modelling of Dynamic Behavior of Truck

- Cranes with Hydraulic System in Swing Operation). Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C. 1994. vol. 60(572). pp. 1262–1269. DOI: 10.1299/kikaic.60.1262.
212. Lee H. P. Dynamic response of a beam with a moving mass. Journal of Sound and Vibration. 1996. vol. 191(2). pp. 289-294. DOI: 10.1006/jsvi.1996.0122.
  213. Oguamanam D.C.D., Hansen J. S., Heppler G. R. Dynamics of a three-dimensional overhead crane system. Journal of Sound and Vibration. 2001. vol. 242(3). pp. 411-426. DOI: 10.1006/jsvi.2000.3375.
  214. Sun G., Kleeberger M. Dynamic responses of hydraulic mobile crane with consideration of the drive system. Mechanism and Machine Theory. 2003. vol. 38(12). pp. 1489-1508. DOI: 10.1016/s0094-114x(03)00099-5.
  215. Campara T., Bukvic H., Sprecic D. Ability to Control Swinging of Payload during the Movement of the Rotary Cranes Mechanism. 4th International Conference on Intelligent Technologies in Logistics and Mechatronics Systems. Kaunas Univ Technol Panevezys Inst. Kaunas. LITHUANIA. 2009. pp. 52-55.
  216. Стріловий кран [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://heavytrade.ru/library/page/?id=53> (дата зверення 18.08.2020).
  217. Білецький В. С. Мала гірнича енциклопедія. Д.: східний видавничий дім. 2004-2013.
  218. Гарнець В. М., Безух А. В. Методологія створення машин: навч. посібник. К.: Хай-Тек Прес. 2010. 376 с.
  219. Библиотека инженера [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://injazashita.com/fizicheskoe-modelirovanie.-osnovnie-polojeniya.html> (дата зверення 18.08.2020).
  220. Ливитский Н. И. Теория механизмов и машин. М :наука. 1990. 592 с.
  221. StudFiles [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://studfile.net/preview/7387383/page:7/> (дата зверення 18.08.2020).
  222. Шенк Х. Теория инженерного эксперимента. Пер. с англ. Коноваленко Е. Г. М.: мир. 1972. 382 с.

223. Спиридонов А. А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов. М.: машиностроение. 1981. 184 с.
224. Монтгомери Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных. Пер с англ. Л.: судостроение. 1980. 384 с.
225. Інструкція [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://micropribor.com.ua/product/mol40> (дата звернення 08.03.2020).
226. Інструкція [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <http://html.alldatasheet.com/html-pdf/246043/FREESCALE/MMA7260QT/488/1/MMA7260QT.html> (дата звернення 08.03.2020).
227. Інструкція [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://toolboom.com/en/triple-dc-power-supply-hyelec-hy3003-m-3/> (дата звернення 08.03.2020).
228. Ловейкін В. С., Назаренко І. І., Онищенко О. Г. Теорія технічних систем. К.: Полтава: ІЗМН-ПДТУ. 1998. 175 с.
229. Горський Б. Е., Ловейкин В. С. Расширение понятия коэффициента полезного действия на все удельные действия. Динамика и прочность тяжелых машин. Днепропетровск: ДГУ. 1982. №6. С. 13–20.
230. Горський Б. Е. Динамическое совершенствование механических систем. К.: техніка. 1987. 200 с.
231. Ловейкин В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин. К.: УМК ВО. 1990. 168 с.
232. Ловейкін В. С., Ромасевич Ю. О. Оптимізація перехідних режимів руху механічних систем прямим варіаційним методом. К.: Ніжин: Видавець П. П. Лисенко М. М. 2010. 184 с.
233. Ромасевич Ю. О. Розрахунок економічної ефективності від застосування оптимального керування рухом мостового крана. Матеріали міжнародної науково-практичної конференції професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів і студентів: «Роль інститутів освіти та науки у формуванні інноваційної культури суспільства». 2013. С. 117–121.

234. Ловейкин В. С. Ромасевич Ю. А. Экономическое обоснование использования крановых частотно-управляемых приводов. Научно-технический, производственно-экономический и информационный журнал «Подъемно-транспортное дело». 2013. №1. С. 23–25.
235. Правила будови і безпечної експлуатації вантажопідіймальних кранів. Х.: вид-во «Форт». 2007. 256 с.
236. Правила охорони праці під час експлуатації вантажопідіймальних кранів, підіймальних пристроїв і відповідного обладнання. К.: «Основа». 2018. 240 с.
237. Фираго Б. И. Теория электропривода. Минск.: ЗАО «Техноперспектива». 2004. 527 с.
238. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: ученик. М.: Academia. 2006. 265 с.
239. Анхимюк В. Л., Ильин О. П Проектирование автоматического управления электроприводами. Минск: вышэш школа. 1971. 336 с.
240. Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. Управление электроприводами. Л.: энергоиздат. 1982. 392 с.
241. Ціна крана [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: [https://russian.alibaba.com/product-detail/tc6010-qtz80-6t-prices-of-liebherr-cranes-tower-crane-62466799950.html?spm=a2700.7724857.normal\\_offer.d\\_image.3be316betch0og](https://russian.alibaba.com/product-detail/tc6010-qtz80-6t-prices-of-liebherr-cranes-tower-crane-62466799950.html?spm=a2700.7724857.normal_offer.d_image.3be316betch0og). (дата звернення 12.01.2021).
242. Тарифи та ціни на електроенергію у 2021 році [Електронний ресурс] – Режим доступа: URL: <https://voladm.gov.ua/new/tarifi-ta-cini-na-elektroenergiyu-u-2021-roci-rozyasnennya/> (дата звернення 12.01.2021).

## ДОДАТКИ



## Дадаток А

**Результати розрахунків оптимальних режимів руху  
механізму повороту за критерієм середньоквадратичного значення  
швидкості зусилля в приводному механізмі**

Функція розв'язок крайової задачі (швидкість розділ 3):

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_0 = & (\omega \sec[kT_1/2])^2 (kT_1(12k^2(-18J_1k^2LT_1 - g(J_1 + mr^2)(-6T_1 + 9k^2t^2T_1 + \\ & k^2T_1 - 2t(6 + 5k^2T_1^2))) + c(-12k^2L(-6T_1 + 9k^2t^2T_1 + k^2T_1^3 - 2t(6 + 5k^2T_1^2)) + g(-9k^4 \\ & t^4T_1 - 6k^2t^2T_1(-6 + k^2T_1^2) + 24T_1(3 + k^2T_1^2) + 4k^2t^3(6 + 5k^2T_1^2) - 12t(-18 + 12k^2T_1^2 + k^4 \\ & T_1^4)))) + 12kT_1(k^2(6J_1k^2L(-2t + 3T_1) + g(J_1 + mr^2)(12t - 6T_1 + k^2T_1^3)) + c(k^2L(12t - 6T_1 + \\ & k^2T_1^3) - 2g(6t + 3T_1 + k^2T_1^3))) \cos[kt] - 12kT_1(k^2(6J_1k^2L(2t + T_1) - g(J_1 + mr^2)(12t - 6T_1 \\ & - k^2T_1^3)) + c(k^2L(-12t + 6T_1 + k^2T_1^3) - 2g(-6t + 9T_1 + k^2T_1^3))) \cos[k(t - 2T_1)] + 288cgktT_1 \\ & \cos[k(t - T_1)] - 288gJ_1k^3tT_1 \cos[k(t - T_1)] - 288ck^3LtT_1 \cos[k(t - T_1)] + 288J_1k^5LtT_1 \\ & \cos[k(t - T_1)] - 288gk^3mr^2tT_1 \cos[k(t - T_1)] - 72cgkT_1^2 \cos[k(t - T_1)] + 72gJ_1k^3T_1^2 \\ & \cos[k(t - T_1)] + 72ck^3LT_1^2 \cos[k(t - T_1)] - 72J_1k^5LT_1^2 \cos[k(t - T_1)] + 72g \\ & k^3mr^2T_1^2 \cos[k(t - T_1)] + 144cgkT_1^2 \cos[kT_1] - 144gJ_1k^3T_1^2 \cos[kT_1] - 144ck^3 \\ & LT_1^2 \cos[kT_1] + 144J_1k^5LT_1^2 \cos[kT_1] - 144gk^3mr^2T_1^2 \cos[kT_1] - 72cgk^3t^2T_1^2 \\ & \cos[kT_1] + 72gJ_1k^5t^2T_1^2 \cos[kT_1] + 72ck^5Lt^2T_1^2 \cos[kT_1] + 72gk^5mr^2t^2T_1^2 \cos \\ & [kT_1] + 6cgk^5t^4T_1^2 \cos[kT_1] - 72gJ_1k^5tT_1^3 \cos[kT_1] - 72ck^5LtT_1^3 \cos[kT_1] - 72 \\ & gk^5mr^2tT_1^3 \cos[kT_1] - 12cgk^5t^3T_1^3 \cos[kT_1] - 216cgktT_1 \cos[2kT_1] - 144gJ_1k^3tT_1 \\ & \cos[2kT_1] - 144ck^3LtT_1 \cos[2kT_1] - 144gk^3mr^2tT_1 \cos[2kT_1] - 24cgk^3t^3T_1 \\ & \cos[2kT_1] - 216cgkT_1^2 \cos[2kT_1] + 72gJ_1k^3T_1^2 \cos[2kT_1] + 72ck^3LT_1^2 \cos[2k \\ & T_1] + 72J_1k^5LT_1^2 \cos[2kT_1] + 72gk^3mr^2T_1^2 \cos[2kT_1] + 36cgk^3t^2T_1^2 \cos[2kT_1] + 36gJ_1 \\ & k^5t^2T_1^2 \cos[2kT_1] + 36ck^5Lt^2T_1^2 \cos[2kT_1] + 36gk^5mr^2t^2T_1^2 \cos[2kT_1] + 3cgk^5t^4 \\ & T_1^2 \cos[2kT_1] - 48gJ_1k^5tT_1^3 \cos[2kT_1] - 48ck^5LtT_1^3 \cos[2kT_1] - 48gk^5mr^2t \\ & T_1^3 \cos[2kT_1] - 8cgk^5t^3T_1^3 \cos[2kT_1] - 24cgk^3T_1^4 \cos[2kT_1] + 12gJ_1k^5T_1^4 \cos \\ & [2kT_1] + 12ck^5LT_1^4 \cos[2kT_1] + 12gk^5mr^2T_1^4 \cos[2kT_1] + 6cgk^5t^2T_1^4 \cos[2kT_1] - 72k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& ((c-J1k^2)(g-k^2L)-gk^2mr^2)T1^2\cos[k(t+T1)]-72cgT1\sin[kt]+360gJ1k^2T1\sin[kt]+360ck^2LT1\sin[kt]-648J1k^4LT1\sin[kt]+360gk^2mr^2T1\sin[kt]-72cgk^2tT1^2 \\
& \sin[kt]+72gJ1k^4tT1^2\sin[kt]+72ck^4LtT1^2\sin[kt]-72J1k^6LtT1^2\sin[kt]+72gk^4mr^2tT1^2\sin[kt]+144cgk^2T1^3\sin[kt]-144gJ1k^4T1^3\sin[kt]-144ck^4LT1^3\sin[kt]+144J1k^6LT1^3\sin[kt]-144gk^4mr^2T1^3\sin[kt]-6cgk^4tT1^4\sin[kt]+6gJ1k^6tT1^4\sin[kt]+6ck^6LtT1^4\sin[kt]-6J1k^8LtT1^4\sin[kt]+6gk^6mr^2tT1^4\sin[kt]+12cgk^4T1^5\sin[kt]-12gJ1k^6T1^5\sin[kt]-12ck^6LT1^5\sin[kt]+12J1k^8LT1^5\sin[kt]-12gk^6mr^2T1^5\sin[kt]+360cgT1\sin[k(t-2T1)]-72gJ1k^2T1\sin[k(t-2T1)]-72ck^2LT1\sin[k(t-2T1)]-216J1k^4LT1\sin[k(t-2T1)]-72gk^2mr^2T1\sin[k(t-2T1)]+72cgk^2tT1^2\sin[k(t-2T1)]-72gJ1k^4tT1^2\sin[k(t-2T1)]-72ck^4LtT1^2\sin[k(t-2T1)]+72J1k^6LtT1^2\sin[k(t-2T1)]-72gk^4mr^2tT1^2\sin[k(t-2T1)]+6cgk^4tT1^4\sin[k(t-2T1)]-6gJ1k^6tT1^4\sin[k(t-2T1)]-6ck^6LtT1^4\sin[k(t-2T1)]+6J1k^8LtT1^4\sin[k(t-2T1)]-6gk^6mr^2tT1^4\sin[k(t-2T1)]-504cgT1\sin[k(t-T1)]-72gJ1k^2T1\sin[k(t-T1)]-72ck^2LT1\sin[k(t-T1)]+648J1k^4LT1\sin[k(t-T1)]-72gk^2mr^2T1\sin[k(t-T1)]-576gJ1k^2t\sin[kT1]-576ck^2Lt\sin[kT1]-576gk^2mr^2t\sin[kT1]-96cgk^2t^3\sin[kT1]-720cgT1\sin[kT1]+144gJ1k^2T1\sin[kT1]+144ck^2LT1\sin[kT1]+432J1k^4LT1\sin[kT1]+144gk^2mr^2T1\sin[kT1]+72cgk^2t^2T1\sin[kT1]+216gJ1k^4t^2T1\sin[kT1]+216ck^4Lt^2T1\sin[kT1]+216gk^4mr^2t^2T1\sin[kT1]+18cgk^4t^4T1\sin[kT1]-216gJ1k^4tT1^2\sin[kT1]-216ck^4LtT1^2\sin[kT1]-216gk^4mr^2tT1^2\sin[kT1]-36cgk^4t^3T1^2\sin[kT1]+288gJ1k^2t\sin[2kT1]+288ck^2Lt\sin[2kT1]+288gk^2mr^2t\sin[2kT1]+48cgk^2t^3\sin[2kT1]+360cgT1\sin[2kT1]-72gJ1k^2T1\sin[2kT1]-72ck^2LT1\sin[2kT1]-216J1k^4LT1\sin[2kT1]-72gk^2mr^2T1\sin[2kT1]-36cgk^2t^2T1\sin[2kT1]-108gJ1k^4t^2T1\sin[2kT1]-108ck^4Lt^2T1\sin[2kT1]-108gk^4mr^2t^2T1\sin[2kT1]-9cgk^4t^4T1\sin[2kT1]-144cgk^2tT1^2\sin[2kT1]+108gJ1k^4tT1^2\sin[2kT1]+108ck^4LtT1^2\sin[2kT1]+108gk^4mr^2tT1^2\sin[2kT1]+18cgk^4t^3T1^2\sin[2kT1]-18cgk^4tT1^4\sin[2kT1]+216((c-J1k^2)(g-k^2L)-gk^2mr^2)T1\sin[k(t+T1)))/(4cgT1(-4kT1(-126+6k^2T1^2+k^4T1^4)+kT1(-504-12k^2T1^2+k^4T1^4))\cos[kT1]-3(-192+44k^2T1^2+3k^4T1^4)\sin[kT1]+24(-48+5k^2T1^2)\tan[kT1/2)),
\end{aligned}$$

де  $\omega$  – номінальна (усталена) кутова швидкість механізму повороту баштового крана;

$T_1$  – тривалість перехідного процесу пуску електропривода механізму повороту баштового крана;

$L$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;

$r$  – виліт вантажу;

$m$  – маса вантажу;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$t$  – час;

$k = \sqrt{\left(1 + \frac{mr^2}{J_1}\right) \frac{g}{L}}$  – частота власних коливань системи;

$J_1$  – момент інерції поворотної частини крана;

$c$  – коефіцієнт жорсткості приводного механізму, зведений до вісі повороту крана.

## Дадаток Б

**Результати розрахунків оптимальних режимів руху  
механізму повороту за критерієм середньоквадратичного значення  
пришвидження зусилля в приводному механізмі**

Функція розв'язок крайової задачі (пришвидження розділ 3):

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_0 = & (k(g^2M_1(2t-t_1)t_1(240ct^2+2J_1(720+k^4t_1^2(40t^2-40tt_1+t_1^2))-60k^2(4t^2- \\ & 4tt_1+3t_1^2))+2mr^2(720+k^4t_1^2(40t^2-40tt_1+t_1^2))-60k^2(4t^2-4tt_1+3t_1^2))+c(240t_1(- \\ & t+t_1)+k^4tt_1^2(4t^3-8t^2t_1+3tt_1^2+t_1^3)-4k^2(6t^4-12t^3t_1+19t^2t_1^2-13tt_1^3+t_1^4)))+60J_1k^4L^2(2t- \\ & t_1)(ck^2t(t-t_1)t_1^2-4c(t^2-tt_1+t_1^2)+6J_1(-4+k^2t_1^2))\omega+gL(-2cM_1t_1(-2t+t_1)(720+k^4t_1^2(40t^2- \\ & 40tt_1+t_1^2))-60k^2(4t^2-4tt_1+3t_1^2))+cJ_1(-1440t_1-120k^2t_1^3+k^6t_1^3t_1^2(6t^2-15tt_1+10t_1^2)- \\ & 12k^4t(2t^4-5t^3t_1+10t^2t_1^2+10tt_1^3+5t_1^4))\omega+60J_1k^2(2t-t_1)(8M_1t_1(-6+k^2t_1^2)+k^2(J_1+mr^2)(- \\ & 4t^2+4tt_1+(-4+k^2t^2)t_1^2-k^2tt_1^3)\omega)))+2kt_1(g^2M_1t_1(720(J_1+mr^2)-180(c- \\ & k^2(J_1+mr^2))tt_1+60(2c-3k^2(J_1+mr^2))t_1^2+k^2(-2c+k^2(J_1+mr^2))t_1^4)-60J_1k^4L^2(ct_1(- \\ & 3t+2t_1)+3J_1(4+k^2(t-t_1)t_1))\omega+gL(M_1t_1(-60J_1k^2(24+k^2(3t-4t_1)t_1)+c(720+180k^2(t- \\ & t_1)t_1+k^4t_1^4))+60J_1(k^4(J_1+mr^2)(3t-2t_1)t_1+c(12+k^2t_1(-3t+t_1)))\omega))\cos[kt]- \\ & 2kt_1(g^2M_1t_1(720(J_1+mr^2)+180(c-k^2(J_1+mr^2))tt_1-60ct_1^2+k^2(-2c+k^2 \\ & (J_1+mr^2))t_1^4)+60J_1k^4L^2(ct_1(-3t+t_1)+3J_1(-4+k^2tt_1))\omega+gL(cM_1t_1(720- \\ & 180k^2tt_1+k^4t_1^4)+60cJ_1(12+k^2(3t-2t_1)t_1)\omega+60J_1k^2t_1(M_1(-4+k^2t_1(3t+t_1))+k^2(J_1+mr^2) \\ & (-3t+t_1)\omega))\cos[k(t-t_1)]+k(-g^2M_1(2t-t_1)t_1(240ct^2+2J_1(720+240k^2t(t+t_1)+k^4t_1^2(10t^2- \\ & 10tt_1+t_1^2))+2mr^2(720+240k^2t(-t+t_1)+k^4t_1^2(10t^2-10tt_1+t_1^2))+c(k^4t^2(t-t_1)^2t_1^2- \\ & 120t_1(2t+t_1)-4k^2(6t^4-12t^3t_1+4t^2t_1^2+2tt_1^3+t_1^4)))+120J_1k^4L^2(12J_1(2t-t_1)+c(4t^3- \\ & 6t^2t_1+t_1^3))\omega+2gL(cM_1t_1(-2t+t_1)(720+240k^2t(-t+t_1)+k^4t_1^2(10t^2- \\ & 10tt_1+t_1^2))+6cJ_1(120t_1-20k^2t_1^2(3t+t_1)+k^4(2t^5-5t^4t_1+5t^2t_1^3))\omega+60J_1k^2(-M_1(2t-t_1)t_1(- \\ & 24+k^2t_1^2)+k^2(J_1+mr^2)(4t^3-6t^2t_1+t_1^3)\omega))\cos[kt_1]+t_1(cgM_1t_1(720(g-k^2L)t-360(g- \\ & 3k^2L)t_1+60k^2(-g+k^2L)tt_1^2+60k^2(g-k^2L)t_1^3+k^4(-g+k^2L)tt_1^4+k^4(g-k^2L)t_1^5)+ \\ & 60cJ_1k^2L(12(g-k^2L)t+6(g+k^2L)t_1+k^2(-g+k^2L)tt_1^2+k^2(g-k^2L)t_1^3)\omega+ \\ & k^2(g^2M_1(J_1+mr^2)t_1(1080t_1-k^2t_1^3(60+k^2t_1^2)+t(-720+60k^2t_1^2+k^4t_1^4))+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 60J_1^2 k^4 L^2 (12t - 18t_1 - k^2 t t_1^2 + k^2 t_1^3) \omega + g J_1 k^2 L (M_1 t_1 (720t - 1800t_1 - 60k^2 t t_1^2 + 60k^2 t_1^3 - \\
& k^4 t t_1^4 + k^4 t_1^5) + 60(J_1 + m r^2) (-12t + 6t_1 + k^2 t t_1^2 - k^2 t_1^3) \omega)) \sin[kt] + t_1 (c g M_1 t_1 (-720(g - \\
& k^2 L) t + 360(g + k^2 L) t_1 + 60k^2 (g - k^2 L) t t_1^2 + k^4 (g - k^2 L) t t_1^4) + 60c J_1 k^2 L (-k^2 L (-12t + 6t_1 + \\
& k^2 t t_1^2) + g (-12t + 18t_1 + k^2 t t_1^2)) \omega + k^2 (-g^2 M_1 (J_1 + m r^2) t_1 (-360t_1 + t (-720 + 60k^2 t_1^2 + \\
& k^4 t_1^4)) + 60J_1^2 k^4 L^2 (-12t - 6t_1 + k^2 t t_1^2) \omega + g J_1 k^2 L (M_1 t_1 (-1080t_1 + t (-720 + 60k^2 t_1^2 + k^4 t_1^4)) - \\
& 60(J_1 + m r^2) (-12t + 6t_1 + k^2 t t_1^2) \omega)) \sin[k(t - t_1)] + t_1 (60k^2 (2t - t_1) (3g M_1 (6J_1 k^2 L + \\
& g (J_1 + m r^2) (-2 + k^2 t (t - t_1))) t_1 + J_1 k^2 L (6J_1 k^2 L + g (J_1 + m r^2) (6 + k^2 t (t - t_1))) \omega) + c (3g^2 M_1 (2t - \\
& t_1) t_1 (-120 + k^2 t (t - t_1) (-20 + k^2 (3t^2 - 3t t_1 - t_1^2))) + 60J_1 k^4 L^2 (6 + k^2 t (t - t_1)) (2t - t_1) \omega + g k^2 L (180 \\
& M_1 t_1 (-2t + t_1) (2 + k^2 t (-t + t_1)) + J_1 (1080t_1 + t (720 + 60k^2 (2t^2 - 3t t_1 - 3t_1^2) + k^4 t^2 (6t^2 - 15t t_1 + \\
& 10t_1^2))) \omega)) \sin[kt_1]) / (c g J_1 k L t_1 (-2880 - 240k^2 t_1^2 - 24k^4 t_1^4 + k^6 t_1^6 + 24(120 - \\
& 50k^2 t_1^2 + k^4 t_1^4) \cos[kt_1] + kt_1 (2880 - 240k^2 t_1^2 + k^4 t_1^4) \sin[kt_1])),
\end{aligned}$$

де  $\dot{\phi}_0$  – зміна кутової швидкості ротора двигуна механізму повороту стрілового крана;

$$k = \sqrt{\left( \frac{I_1 + m r^2}{I_1 \cdot l / g} \right)} - \text{частота власних коливань системи};$$

$g$  – прискорення вільного падіння;

$M_1$  – момент опору в поворотній частині крана;

$t$  – час;

$t_1$  – тривалість перехідного процесу (пуску, гальмування) електроприводу механізму повороту стрілового крана;

$c$  – коефіцієнт жорсткості приводного механізму, зведений до осі повороту крана;

$J_1$  – момент інерції поворотної частини крана відносно осі повороту крана;

$m$  – маса вантажу;

$r$  – виліт вантажу;

$L$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;

$\omega$  – номінальна (усталена) кутова швидкість механізму повороту стрілового крана.

**Додаток В**

**Код програми «Optimal control of the jib crane turning mechanism», для реалізації керування приводом механізму повороту стрілового крана**

```
unit Unit1;
interface
uses
  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms,
  Dialogs, Functions_Unit, ExtCtrls, StdCtrls, Math, TeeProcs,
  TeEngine, Chart, Series, SLScope, BCPort, ComCtrls;
type
  TForm1 = class(TForm)
    GroupBox1: TGroupBox;
    RadioGroup1: TRadioGroup;
    RadioGroup2: TRadioGroup;
    RadioGroup3: TRadioGroup;
    ComboBox1: TComboBox;
    Button1: TButton;
    Button2: TButton;
    Button3: TButton;
    Button4: TButton;
    Button5: TButton;
    Edit1: TEdit;
    Edit2: TEdit;
    Edit3: TEdit;
    Edit4: TEdit;
    Edit5: TEdit;
    Label1: TLabel;
    Label10: TLabel;
```

```

Label20: TLabel;
Label30: TLabel;
Label40: TLabel;
Label50: TLabel;
Label60: TLabel;
StaticText1: TStaticText;
StaticText2: TStaticText;
StaticText5: TStaticText;
BComPort1: TBComPort;
Label2: TLabel;
StaticText3: TStaticText;
SLScope1: TSLScope;
CheckBox1: TCheckBox;
Edit6: TEdit;    {Додаємо нові параметри}
Edit7: TEdit;
Label3: TLabel;
Label4: TLabel;
Label5: TLabel;  {Додаємо нові параметри}
procedure Button1Click(Sender: TObject);
procedure Button2Click(Sender: TObject);
procedure Button3Click(Sender: TObject);
procedure Button4Click(Sender: TObject);
procedure Button5Click(Sender: TObject);
procedure RadioGroup2Click(Sender: TObject);
private  { Private declarations }
public   { Public declarations }
end;
var
    Form1: TForm1;
implementation

```

```

uses Unit3;
{$R *.dfm}

var
p: String;      {частота}
v: array of real; {масив даних}
i: integer;     {розрахунок масиву}
Dlinna: integer; {довжина масиву}
tnom: real;     {тривалість руху на ном швидкості}
t1: real;       {тривалість перехідного ппроцесу пуску}
t: real;        {поч. руху, 1-ше дискретне знач.}
n: real;        {Ступінь виродження}
y: real;        {кнопка 5 встановл параметрів}
    {Додаємо нові параматри}
k: real;        {частота коливань}
m: real;        {маса вантажу}
L: real;        {довжина канату}
const
g=9.81;
M1=5;           {момент опору}
c=6864.037;     {жорсткість}
J1=408.27;      {момент інерції}
r=3.75;         {довжина стріли}
Omega=0.14;     {кутова швидкість}
    {Додаємо нові параматри}
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
    BComPort1.Port:=ComboBox1.Text; //номер порта
    BComPort1.BaudRate := br19200;  //шв обміну інформацією
    BComPort1.Parity:=paNone;       // перевірка на парність
    BComPort1.StopBits:=sb2;        //кількість стоп-бітів

```



```
    if BComPort1.Open then          // команда відкривання порта
begin
    Button1.Enabled:=False;
    Button2.Enabled:= not Button1.Enabled;
    Button3.Enabled:=True;
    Button4.Enabled:=True;
    Button5.Enabled:=True;
    RadioGroup1.Enabled:=True;
    RadioGroup2.Enabled:=True;
    RadioGroup3.Enabled:=True;
end;
end;
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
begin
    if BComPort1.Close then        //команда закривання порта
begin
    Button2.Enabled:=False;
    Button1.Enabled:= not Button2.Enabled;
    Button3.Enabled:=False;
    Button4.Enabled:=False;
    Button5.Enabled:=False;
    RadioGroup1.Enabled:=True;
    RadioGroup2.Enabled:=False;
    RadioGroup3.Enabled:=False;
end;
end;
procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
begin
    if RadioGroup1.ItemIndex = 0 then begin
```

```

        p:=$05+$36+$34+$38+$35+$31+$30+$30+$36+$38+$0D;
// зовнішнє керування EХТ
        BComPort1.WriteStr(p);
        p:="";
        end else begin
        p:=$05+$36+$34+$38+$35+$31+$34+$30+$36+$43+$0D;
// мережеве (комп'ютерне) керування NET
        BComPort1.WriteStr(p);
        p:="";
        end;
end;
procedure TForm1.Button5Click(Sender: TObject);
var {Додаємо нові параметри}
y: real;
    ch1: extended;
    ch2: real;
    ch3: real;
    ch4: real;
    ch5: real;
    ch6: extended;
    ch7: real;
    dod1: real;
    dod2: real;
    dod3: real;
    dod4: real;
    dod5: real;
    dod6: real;
    dod7: real;
begin
    {Додаємо нові параметри}

```

```

t1:=StrToFloat(Edit1.Text);
tnom:=StrToFloat(Edit4.Text);
m:=StrToFloat(Edit7.Text);      {маса вантажу}
L:=StrToFloat(Edit6.Text);      {довжина канату}
k:=Sqrt((1+(m*Power(r,2)/J1))*g/L); {частота коливань}
    {Додаємо нові параметри}
If RadioGroup2.ItemIndex=0 then
ShowMessage('Встановіть характеристику розгону/гальмування');
t1:=StrToFloat(Edit1.Text);
tnom:=StrToFloat(Edit4.Text);
Dlinna:=0;
    // команда встановлення початкової напруги живлення двигуна
p:=$05+$30+$30+$38+$30+$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(StrToFloat(
Edit2.Text)*10)), 4);
    AddCRC(p, 2);
    AddCR(p);
    BComPort1.WriteStr(p);
    sleep(100);
    p:="";
    // НАЛАШТУВАННЯ ПЧ ПРИ СТАНДАРТНИХ ЗАКОНАХ ЗМІНИ
ЧАСТОТИ //
    if RadioGroup2.ItemIndex<5 then begin
        //виправка параметру усталеної частоти
        p:=$05+$30+$30+$45+$44+$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(round
(StrToFloat(Edit3.Text)*100))), 4);
        AddCRC(p, 2);
        AddCR(p);
        BComPort1.WriteStr(p);
        sleep(100);
        p:="";

```

```

//вiдправка параметру опорної частоти

//це значення визначає частоту при якій тривалість розгону-гальмування
рівна заданій, але це не усталена частота

p:=$05+$30+$30+$39+$34+$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(StrTo
Float(Edit3.Text)*100)), 4);

AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
p:=";

//вiдправка параметру часу розгону

p:=$05+$30+$30+$38+$37+$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(StrTo
Float(Edit1.Text)*10)), 4);

AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
p:=";

//вiдправка параметру часу гальмування

p:=$05+$30+$30+$38+$38+$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(StrTo
Float(Edit1.Text)*10)), 4);

AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
p:=";

//вiдправка параметру характеристики розгону/гальмування двигуна
if RadioGroup2.ItemIndex=1 then
p:=$05+$30+$30+$39+$44+$31+$30+$30+$30+$30; // лінійна
if RadioGroup2.ItemIndex=2 then

```

```

p:=$05+$30+$30+$39+$44+$31+$30+$30+$30+$31; // S-
подібна
if RadioGroup2.ItemIndex=3 then
p:=$05+$30+$30+$39+$44+$31+$30+$30+$30+$32; //
подвійна S-подібна
AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
p:="";
end;
// РОЗРАХУНОК МАСИВУ ВІДНОСНИХ ЗНАЧЕНЬ ЧАСТОТИ ДЛЯ
ОПТИМАЛЬНИХ ЗАКОНІВ //
if RadioGroup2.ItemIndex>=5 then begin
i:=0;
t:=0.1; // перше дискретне значення часу
Dlinna:=StrToInt(FloatToStr(t1*10)); // визначення довжини масиву для
дискретних частот
SetLength(v, Dlinna); // встановлюємо довжину масиву частот
// розрахунок масиву частот для оптимального закону №1
if RadioGroup2.ItemIndex=5 then begin
while t<t1+0.1 do begin
Sec:= 1/Cos((Power((k*t1)/2),2));
ch1:=Omega*Sec;
ch2:=(12*Power(k,2)*(-18*J1*Power(k,2)*L*t1-g*(J1+m*Power(r,2))*
(-6*t1+9*Power(k,2)*Power(t,2)*t1+Power(k,2)*Power(t1,3) 2*t*(6+5*
Power(k,2)*Power(t1,2))))+c*(-12*Power(k,2)*L*(-6*t1+9*Power(k,2)*
Power(t,2)*t1+Power(k,2)*Power(t1,3)-2*t*(6+5*Power(k,2)*
Power(t1,2)))+g*(-9*Power(k,4)*Power(t,4)*t1-6*Power(k,2)*
Power(t,2)*t1*(-6+Power(k,2)*Power(t1,2))+24*t1*(3+Power(k,2)*

```

$$\begin{aligned}
& \text{Power}(t1,2))+4*\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t,3)*(6+5*\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,2))- \\
& 12*t*(-18+12*\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,2)+\text{Power}(k,4)*\text{Power}(t1,4)))); \\
& \text{ch3}=(\text{Power}(k,2)*(6*J1*\text{Power}(k,2)*L*(-t+3*t1)+g*(J1+m*\text{Power}(r,2))* \\
& (12*t-6*t1+\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3))))+c*(\text{Power}(k,2)*L*(12*t-6*t1+ \\
& \text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3))-2*g*(6*t+3*t1+\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3)))); \\
& \text{ch4}=\text{Cos}(k*t)-12*k*t1; \\
& \text{ch5}=(\text{Power}(k,2)*(6*J1*\text{Power}(k,2)*L*(2*t+t1)-g*(J1+m*\text{Power}(r,2))* \\
& (12*t-6*t1-\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3))))+c*(\text{Power}(k,2)*L*(-12*t+6*t1+ \\
& \text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3))-2*g*(-6*t+9*t1+\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3)))); \\
& \text{ch6}=\text{Cos}(k*(t-2*t1))+288*c*g*k*t*t1*\text{Cos}(k*(t-t1))-288*g*J1* \\
& \text{Power}(k,3)*t*t1*\text{Cos}(k*(t-t1))-288*c*\text{Power}(k,3)*L*t*t1*\text{Cos}(k*(t- \\
& t1))+288*J1*\text{Power}(k,5)*L*t*t1*\text{Cos}(k*(t-t1))-288*g*\text{Power}(k,3)* \\
& m*\text{Power}(r,2)*t*t1*\text{Cos}(k*(t-t1))-72*c*g*k*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*(t-t1))+ \\
& 72*g*J1*\text{Power}(k,3)*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*(t-t1))+72*c*\text{Power}(k,3)*L \\
& *\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*(t-t1))-72*J1*\text{Power}(k,5)*L*\text{Power}(t1,2)* \\
& \text{Cos}(k*(t-t1))+72*g*\text{Power}(k,3)*m*\text{Power}(r,2)*\text{Power}(t1,2)* \\
& \text{Cos}(k*(t-t1))+144*c*g*k*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)-144*g*J1*\text{Power}(k,3)* \\
& \text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)-144*c*\text{Power}(k,3)*L*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)+ \\
& 144*J1*\text{Power}(k,5)*L*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)-144*g*\text{Power}(k,3)* \\
& m*\text{Power}(r,2)*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)-72*c*g*\text{Power}(k,3)*\text{Power}(t,2)* \\
& \text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)+72*g*J1*\text{Power}(k,5)*\text{Power}(t,2)*\text{Power}(t1,2)* \\
& \text{Cos}(k*t1)+72*c*\text{Power}(k,5)*L*\text{Power}(t,2)*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)+72* \\
& g*\text{Power}(k,5)*m*\text{Power}(r,2)*\text{Power}(t,2)*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)+6*c*g* \\
& \text{Power}(k,5)*\text{Power}(t,4)*\text{Power}(t1,2)*\text{Cos}(k*t1)-72*g*J1*\text{Power}(k,5)* \\
& t*\text{Power}(t1,3)*\text{Cos}(k*t1)-72*c*\text{Power}(k,5)*L*t*\text{Power}(t1,3)*\text{Cos}(k*t1)- \\
& 72*g*\text{Power}(k,5)*m*\text{Power}(r,2)*t*\text{Power}(t1,3)*\text{Cos}(k*t1)-12*c \\
& *g*\text{Power}(k,5)*\text{Power}(t,3)*\text{Power}(t1,3)*\text{Cos}(k*t1)-216*c*g*k*t* \\
& t1*\text{Cos}(2*k*t1)-144*g*J1*\text{Power}(k,3)*t*t1*\text{Cos}(2*k*t1)- \\
& 144*c*\text{Power}(k,3)*L*t*t1*\text{Cos}(2*k*t1)-144*g*\text{Power}(k,3)* \\
& m*\text{Power}(r,2)*t*t1*\text{Cos}(2*k*t1)-24*c*g*\text{Power}(k,3)*\text{Power}(t,3)*
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& t1 * \cos(2 * k * t1) - 216 * c * g * k * \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) + 72 * g * J1 * \\
& \text{Power}(k, 3) * \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) + 72 * c * \text{Power}(k, 3) * L * \text{Power}(t1, 2) * \\
& \cos(2 * k * t1) + 72 * J1 * \text{Power}(k, 5) * L * \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) + 72 * g * \text{Power}(k, 3) * m * \\
& \text{Power}(r, 2) * \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) + 36 * c * g * \text{Power}(k, 3) * \text{Power}(t, 2) * \\
& \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) + 36 * g * J1 * \text{Power}(k, 5) * \text{Power}(t, 2) * \text{Power}(t1, 2) * \\
& \cos(2 * k * t1) + 36 * c * \text{Power}(k, 5) * L * \text{Power}(t, 2) * \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) + 36 * g * \\
& \text{Power}(k, 5) * m * \text{Power}(r, 2) * \text{Power}(t, 2) * \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) + 3 * c * g * \\
& \text{Power}(k, 5) * \text{Power}(t, 4) * \text{Power}(t1, 2) * \cos(2 * k * t1) - 48 * g * J1 * \text{Power}(k, 5) * t * \\
& \text{Power}(t1, 3) * \cos(2 * k * t1) - 48 * c * \text{Power}(k, 5) * L * t * \text{Power}(t1, 3) * \cos(2 * k * t1) - \\
& 48 * g * \text{Power}(k, 5) * m * \text{Power}(r, 2) * t * \text{Power}(t1, 3) * \cos(2 * k * t1) - 8 * c * g * \text{Power}(k, 5) * \\
& \text{Power}(t, 3) * \text{Power}(t1, 3) * \cos(2 * k * t1) - 24 * c * g * \text{Power}(k, 3) * \text{Power}(t1, 4) * \\
& \cos(2 * k * t1) + 12 * g * J1 * \text{Power}(k, 5) * \text{Power}(t1, 4) * \cos(2 * k * t1) + 12 * c * \text{Power}(k, 5) * L * \\
& \text{Power}(t1, 4) * \cos(2 * k * t1) + 12 * g * \text{Power}(k, 5) * m * \text{Power}(r, 2) * \text{Power}(t1, 4) * \\
& \cos(2 * k * t1) + 6 * c * g * \text{Power}(k, 5) * \text{Power}(t, 2) * \text{Power}(t1, 4) * \cos(2 * k * t1) - \\
& 72 * k * ((c - J1 * \text{Power}(k, 2)) * (g - \text{Power}(k, 2) * L) - g * \text{Power}(k, 2) * m * \text{Power}(r, 2)) * \\
& \text{Power}(t1, 2) * \cos(k * (t + t1)) - 72 * c * g * t1 * \sin(k * t) + 360 * g * J1 * \text{Power}(k, 2) * t1 * \\
& \sin(k * t) + 360 * c * \text{Power}(k, 2) * L * t1 * \sin(k * t) - 648 * J1 * \text{Power}(k, 4) * L * t1 * \\
& \sin(k * t) + 360 * g * \text{Power}(k, 2) * m * \text{Power}(r, 2) * t1 * \sin(k * t) - 72 * c * g * \text{Power}(k, 2) * \\
& t * \text{Power}(t1, 2) * \sin(k * t) + 72 * g * J1 * \text{Power}(k, 4) * t * \text{Power}(t1, 2) * \sin(k * t) + \\
& 72 * c * \text{Power}(k, 4) * L * t * \text{Power}(t1, 2) * \sin(k * t) - 72 * J1 * \text{Power}(k, 6) * \\
& L * t * \text{Power}(t1, 2) * \sin(k * t) + 72 * g * \text{Power}(k, 4) * m * \text{Power}(r, 2) * \\
& t * \text{Power}(t1, 2) * \sin(k * t) + 144 * c * g * \text{Power}(k, 2) * \text{Power}(t1, 3) * \sin(k * t) - \\
& 144 * g * J1 * \text{Power}(k, 4) * \text{Power}(t1, 3) * \sin(k * t) - 144 * c * \text{Power}(k, 4) * L * \text{Power}(t1, 3) * \\
& \sin(k * t) + 144 * J1 * \text{Power}(k, 6) * L * \text{Power}(t1, 3) * \sin(k * t) - 144 * g * \text{Power}(k, 4) * m * \\
& \text{Power}(r, 2) * \text{Power}(t1, 3) * \sin(k * t) - 6 * c * g * \text{Power}(k, 4) * t * \text{Power}(t1, 4) * \\
& \sin(k * t) + 6 * g * J1 * \text{Power}(k, 6) * t * \text{Power}(t1, 4) * \sin(k * t) + 6 * c * \text{Power}(k, 6) * L * t * \\
& \text{Power}(t1, 4) * \sin(k * t) - 6 * J1 * \text{Power}(k, 8) * L * t * \text{Power}(t1, 4) * \sin(k * t) + 6 * g * \\
& \text{Power}(k, 6) * m * \text{Power}(r, 2) * t * \text{Power}(t1, 4) * \sin(k * t) + 12 * c * g * \text{Power}(k, 4) * \\
& \text{Power}(t1, 5) * \sin(k * t) - 12 * g * J1 * \text{Power}(k, 6) * \text{Power}(t1, 5) * \sin(k * t) - 12 * c * \\
& \text{Power}(k, 6) * L * \text{Power}(t1, 5) * \sin(k * t) + 12 * J1 * \text{Power}(k, 8) * L * \text{Power}(t1, 5) *
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(k*t) - 12*g*Power(k,6)*m*Power(r,2)*Power(t1,5)*\sin(k*t) + \\
& 360*c*g*t1*\sin(k*(t-2*t1)) - 72*g*J1*Power(k,2)*t1*\sin(k*(t-2*t1)) - 72*c* \\
& Power(k,2)*L*t1*\sin(k*(t-2*t1)) - 216*J1*Power(k,4)*L*t1*\sin(k*(t- \\
& 2*t1)) - 72*g*Power(k,2)*m*Power(r,2)*t1*\sin(k*(t-2*t1)) + 72*c*g*Power(k,2)*t* \\
& Power(t1,2)*\sin(k*(t-2*t1)) - 72*g*J1*Power(k,4)*t*Power(t1,2)* \\
& \sin(k*(t-2*t1)) - 72*c*Power(k,4)*L*t*Power(t1,2)*\sin(k*(t-2*t1)) + 72*J1* \\
& Power(k,6)*L*t*Power(t1,2)*\sin(k*(t-2*t1)) - 2*g*Power(k,4)*m* \\
& Power(r,2)*t*Power(t1,2)*\sin(k*(t-2*t1)) + 6*c*g*Power(k,4)* \\
& t*Power(t1,4)*\sin(k*(t-2*t1)) - 6*g*J1*Power(k,6)*t*Power(t1,4)*\sin(k*(t- \\
& 2*t1)) - 6*c*Power(k,6)*L*t*Power(t1,4)*\sin(k*(t-2*t1)) + 6*J1*Power(k,8)*L*t* \\
& Power(t1,4)*\sin(k*(t-2*t1)) - *g*Power(k,6)*m*Power(r,2)*t*Power(t1,4)* \\
& \sin(k*(t-2*t1)) - 504*c*g*t1*\sin(k*(t-t1)) - 72*g*J1*Power(k,2)*t1* \\
& \sin(k*(t-t1)) - 72*c*Power(k,2)*L*t1*\sin(k*(t-t1)) + 648*J1* \\
& Power(k,4)*L*t1* \sin(k*(t-t1)) - 72*g*Power(k,2)*m*Power(r,2)*t1*\sin(k*(t- \\
& t1)) - 576*g*J1*Power(k,2)*t*\sin(k*t1) - 576*c*Power(k,2)*L*t*\sin(k*t1) - 576*g* \\
& Power(k,2)*m*Power(r,2)*t*\sin(k*t1) - 96*c*g*Power(k,2)*Power(t,3)* \\
& \sin(k*t1) - 720*c*g*t1*\sin(k*t1) + 144*g*J1*Power(k,2)*t1*\sin(k*t1) + 144* \\
& c*Power(k,2)*L*t1*\sin(k*t1) + 432*J1*Power(k,4)*L*t1*\sin(k*t1) + 144*g* \\
& Power(k,2)*m*Power(r,2)*t1*\sin(k*t1) + 72*c*g*Power(k,2)*Power(t,2)* \\
& t1*\sin(k*t1) + 216*g*J1*Power(k,4)*Power(t,2)*t1*\sin(k*t1) + 216* \\
& c*Power(k,4)*L*Power(t,2)*t1*\sin(k*t1) + 216*g*Power(k,4)*m*Power(r,2) \\
& *Power(t,2)*t1*\sin(k*t1) + 18*c*g*Power(k,4)*Power(t,4)*t1*\sin(k*t1) - 216* \\
& g*J1*Power(k,4)*t*Power(t1,2)*\sin(k*t1) - 216*c*Power(k,4)*L*t* \\
& Power(t1,2)*\sin(k*t1) - 216*g*Power(k,4)*m*Power(r,2)*t*Power(t1,2)* \\
& \sin(k*t1) - 36*c*g*Power(k,4)*Power(t,3)*Power(t1,2)*\sin(k*t1) + 288*g*J1* \\
& Power(k,2)*t*\sin(2*k*t1) + 288*c*Power(k,2)*L*t*\sin(2*k*t1) + 288* \\
& g*Power(k,2)*m*Power(r,2)*t*\sin(2*k*t1) + 48*c*g*Power(k,2)* \\
& Power(t,3)*\sin(2*k*t1) + 360*c*g*t1*\sin(2*k*t1) - 72*g*J1* \\
& Power(k,2)*t1*\sin(2*k*t1) - 72*c*Power(k,2)*L*t1*\sin(2*k*t1) - 216*J1* \\
& Power(k,4)*L*t1*\sin(2*k*t1) - 72*g*Power(k,2)*m*Power(r,2)*t1*
\end{aligned}$$



```

Sin(2*k*t1)-36*c*g*Power(k,2)*Power(t,2)*t1*Sin(2*k*t1)-108*
g*J1*Power(k,4)*Power(t,2)*t1*Sin(2*k*t1)-108*c*Power(k,4)*L*
Power(t,2)*t1*Sin(2*k*t1)-108*g*Power(k,4)*m*Power(r,2)*Power(t,2)*
t1*Sin(2*k*t1)-9*c*g*Power(k,4)*Power(t,4)*t1*Sin(2*k*t1)-144*c*g*
Power(k,2)*t*Power(t1,2)*Sin(2*k*t1)+108*g*J1*Power(k,4)*t*
Power(t1,2)*Sin(2*k*t1)+108*c*Power(k,4)*L*t*Power(t1,2)*Sin(2*k*t1)+
108*g*Power(k,4)*m*Power(r,2)*t*Power(t1,2)*Sin(2*k*t1)+18*c*g*
Power(k,4)*Power(t,3)*Power(t1,2)*Sin(2*k*t1)-18*c*g*Power(k,4)*
t*Power(t1,4)*Sin(2*k*t1)+216*((c-J1*Power(k,2))*(g-Power(k,2)*L)-
g*Power(k,2)*m*Power(r,2))*t1*Sin(k*(t+t1));

ch7:=(4*c*g*t1*(-4*k*t1*(-126+6*Power(k,2)*Power(t1,2)+Power(k,4)*
Power(t1,4))+k*t1*(-504-12*Power(k,2)*Power(t1,2)+Power(k,4)*
Power(t1,4))*Cos(k*t1)-3*(-192+44*Power(k,2)*Power(t1,2)+3
*Power(k,4)*Power(t1,4))*Sin(k*t1)+24*(-48+5*Power(k,2)*Power(t1,2))*
Tan((k*t1)/2)));
v[i]:=(ch1*(k*t1*ch2+12*k*t1*ch3*ch4*ch5*ch6))/ch7; // режим руху 1л
Inc(i);
t:=t+0.1;
end;

If v[Dlinna-1]<0 then v[Dlinna-1]:=1; // для гарантування того, що двигун
розженеться до ном швидкості

If v[Dlinna-1]>0 then v[Dlinna-1]:=1; // для гарантування того, що двигун
розженеться до ном швидкості

end;

// розрахунок масиву частот для оптимального закону №2
if RadioGroup2.ItemIndex=6 then begin
while t<t1+0.1 do begin
dod1:=(Power(g,2)*M1*(2*t-t1)*t1*(240*c*Power(t,2)+2*J1*(720+
Power(k,4)*Power(t1,2)*(40*Power(t,2)-40*t*t1+Power(t1,2))-
60*Power(k,2)*(4*Power(t,2)-4*t*t1+3*Power(t1,2)))+2*m*Power(r,2)*

```

$$\begin{aligned}
& (720 + \text{Power}(k, 4) * \text{Power}(t1, 2) * (40 * \text{Power}(t, 2) - 40 * t * t1 + \text{Power}(t1, 2))) - 60 * \\
& \text{Power}(k, 2) * (4 * \text{Power}(t, 2) - 4 * t * t1 + 3 * \text{Power}(t1, 2))) + c * (240 * t1 * (-t + t1) + \\
& \text{Power}(k, 4) * t * \text{Power}(t1, 2) * (4 * \text{Power}(t, 3) - 8 * \text{Power}(t, 2) * t1 + 3 * t * \text{Power}(t1, 2) + \\
& \text{Power}(t1, 3))) - 4 * \text{Power}(k, 2) * (6 * \text{Power}(t, 4) - 12 * \text{Power}(t, 3) * t1 + 19 * \\
& \text{Power}(t, 2) * \text{Power}(t1, 2) - 3 * t * \text{Power}(t1, 3) + \text{Power}(t1, 4))) + 60 * J1 * \text{Power}(k, 4) * \\
& \text{Power}(L, 2) * (2 * t - t1) * (c * \text{Power}(k, 2) * t * (t - t1) * \text{Power}(t1, 2) - 4 * c * (\text{Power}(t, 2) - t * \\
& t1 + \text{Power}(t1, 2)) + 6 * J1 * (-4 + \text{Power}(k, 2) * \text{Power}(t1, 2))) * \Omega + g * L * \\
& (2 * c * M1 * (2 * t - t1) * t1 * (720 + \text{Power}(k, 4) * \text{Power}(t1, 2) * (40 * \text{Power}(t, 2) - 40 * \\
& t * t1 + \text{Power}(t1, 2))) - 60 * \text{Power}(k, 2) * (4 * \text{Power}(t, 2) - 4 * t * t1 + 3 * \text{Power}(t1, 2))) + \\
& c * J1 * (-1440 * t1 - 120 * \text{Power}(k, 2) * \text{Power}(t1, 3) + \text{Power}(k, 6) * \text{Power}(t, 3)) * \\
& \text{Power}(t1, 2) * (6 * \text{Power}(t, 2) - 15 * t * t1 + 10 * \text{Power}(t1, 2)) - 12 * \text{Power}(k, 4) * t * \\
& (2 * \text{Power}(t, 4) - 5 * \text{Power}(t, 3) * t1 + 10 * \text{Power}(t, 2) * \text{Power}(t1, 2) - \\
& 10 * t * \text{Power}(t1, 3) + 5 * \text{Power}(t1, 4))) * \Omega + 60 * J1 * \text{Power}(k, 2) * (2 * t - t1) * \\
& (8 * M1 * t1 * (-6 + \text{Power}(k, 2) * \text{Power}(t1, 2)) + \text{Power}(k, 2) * (J1 + m * \text{Power}(r, 2))) * \\
& (-4 * \text{Power}(t, 2) + 4 * t * t1 + (-4 + \text{Power}(k, 2) * \text{Power}(t, 2)) * \text{Power}(t1, 2) - \\
& \text{Power}(k, 2) * t * \text{Power}(t1, 3)) * \Omega)); \\
& \text{dod2} := (\text{Power}(g, 2) * M1 * t1 * (720 * (J1 + m * \text{Power}(r, 2)) - 180 * (c - \text{Power}(k, 2) * \\
& (J1 + m * \text{Power}(r, 2)))) * t * t1 + 60 * (2 * c - 3 * \text{Power}(k, 2) * (J1 + m * \text{Power}(r, 2)))) * \\
& \text{Power}(t1, 2) + \text{Power}(k, 2) * (-2 * c + \text{Power}(k, 2) * (J1 + m * \text{Power}(r, 2))) * \text{Power}(t1, 4)) - \\
& 60 * J1 * \text{Power}(k, 4) * \text{Power}(L, 2) * (c * t1 * (-3 * t + 2 * t1) + 3 * J1 * (4 + \text{Power}(k, 2) * \\
& (t - t1) * t1)) * \Omega + g * L * (M1 * t1 * (-60 * J1 * \text{Power}(k, 2) * (24 + \text{Power}(k, 2) * \\
& (3 * t - 4 * t1) * t1) + c * (720 + 180 * \text{Power}(k, 2) * (t - t1) * t1 + \text{Power}(k, 4) * \\
& \text{Power}(t1, 4))) + 60 * J1 * (\text{Power}(k, 4) * (J1 + m * \text{Power}(r, 2)) * (3 * t - 2 * t1) * t1 + c * \\
& (12 + \text{Power}(k, 2) * t1 * (-3 * t + t1))) * \Omega)); \\
& \text{dod3} := (\text{Power}(g, 2) * M1 * t1 * (720 * (J1 + m * \text{Power}(r, 2)) + 180 * (c - \text{Power}(k, 2) * \\
& (J1 + m * \text{Power}(r, 2)))) * t * t1 - 60 * c * \text{Power}(t1, 2) + \text{Power}(k, 2) * (-2 * c + \text{Power}(k, 2) * \\
& (J1 + m * \text{Power}(r, 2))) * \text{Power}(t1, 4)) + 60 * J1 * \text{Power}(k, 4) * \text{Power}(L, 2) * (c * t1 * (- \\
& 3 * t + t1) + 3 * J1 * (-4 + \text{Power}(k, 2) * t * t1)) * \Omega + g * L * (c * M1 * t1 * (720 - 180 * \\
& \text{Power}(k, 2) * t * t1 + \text{Power}(k, 4) * \text{Power}(t1, 4)) + 60 * c * J1 * (12 + \text{Power}(k, 2) * (3 * t - \\
& 2 * t1) * t1) * \Omega + 60 * J1 * \text{Power}(k, 2) * t1 * (M1 * (-24 + \text{Power}(k, 2) * t1 * (3 * t + t1)) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{Power}(k,2)*(J1+m*\text{Power}(r,2))*(-3*t+t1)*\Omega)); \\
& \text{dod4:=}(-\text{Power}(g,2)*M1*(2*t-t1)*t1*(240*c*\text{Power}(t,2)+2*J1*(720+240* \\
& \text{Power}(k,2)*t*(-t+t1)+\text{Power}(k,4)*\text{Power}(t1,2)*(10*\text{Power}(t,2)-10*t*t1+ \\
& \text{Power}(t1,2))))+2*m*\text{Power}(r,2)*(720+240*\text{Power}(k,2)*t*(-t+t1)+\text{Power}(k,4)* \\
& \text{Power}(t1,2)*(10*\text{Power}(t,2)-10*t*t1+\text{Power}(t1,2))))+c* \\
& (\text{Power}(k,4)*\text{Power}(t,2)*\text{Power}((t-t1),2)*\text{Power}(t1,2)-120*t1*(2*t+t1)- \\
& 4*\text{Power}(k,2)*(6*\text{Power}(t,4)-12*\text{Power}(t,3)*t1+4*\text{Power}(t,2)* \\
& \text{Power}(t1,2)+2*t*\text{Power}(t1,3)+\text{Power}(t1,4))))+120*J1*\text{Power}(k,4)* \\
& \text{Power}(L,2)*(12*J1*(2*t-t1)+c*(4*\text{Power}(t,3)-6*\text{Power}(t,2)*t1+\text{Power}(t1,3)))* \\
& \Omega+2*g*L*(-c*M1*(2*t-t1)*t1*(720+240*\text{Power}(k,2)*t*(-t+t1)+ \\
& \text{Power}(k,4)*\text{Power}(t1,2)*(10*\text{Power}(t,2)-10*t*t1+\text{Power}(t1,2))))+6*c*J1* \\
& (120*t1-20*\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,2)*(3*t+t1)+\text{Power}(k,4)*(2*\text{Power}(t,5)-5* \\
& \text{Power}(t,4)*t1+5*\text{Power}(t,2)*\text{Power}(t1,3)))*\Omega+60*J1*\text{Power}(k,2)* \\
& (M1*t1*(-2*t+t1)*(-24+\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,2))+\text{Power}(k,2)* \\
& (J1+m*\text{Power}(r,2))*(4*\text{Power}(t,3)-6*\text{Power}(t,2)*t1+\text{Power}(t1,3)))* \\
& \Omega)); \\
& \text{dod5:}=(c*g*M1*t1*(720*(g-\text{Power}(k,2)*L)*t-360*(g-3*\text{Power}(k,2)* \\
& L)*t1+60*\text{Power}(k,2)*(-g+\text{Power}(k,2)*L)*t*\text{Power}(t1,2)+60* \\
& \text{Power}(k,2)*(g-\text{Power}(k,2)*L)*\text{Power}(t1,3)+\text{Power}(k,4)*(-g+\text{Power}(k,2)*L)* \\
& t*\text{Power}(t1,4)+\text{Power}(k,4)*(g-\text{Power}(k,2)*L)*\text{Power}(t1,5))+60*c*J1* \\
& \text{Power}(k,2)*L*(12*(g-\text{Power}(k,2)*L)*t+6*(g+\text{Power}(k,2)*L)*t1+ \\
& \text{Power}(k,2)*(-g+\text{Power}(k,2)*L)*t*\text{Power}(t1,2)+\text{Power}(k,2)*(g-\text{Power}(k,2)* \\
& L)*\text{Power}(t1,3))*\Omega+\text{Power}(k,2)*(\text{Power}(g,2)*M1*(J1+m*\text{Power}(r,2)) \\
& *t1*(1080*t1-\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3)*(60+\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,2))+ \\
& t*(-720+60*\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,2)+\text{Power}(k,4)*\text{Power}(t1,4)))+60* \\
& \text{Power}(J1,2)*\text{Power}(k,4)*\text{Power}(L,2)*(12*t-18*t1-\text{Power}(k,2)*t*\text{Power}(t1,2)+ \\
& \text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3))*\Omega+g*J1*\text{Power}(k,2)*L*(M1*t1*(720*t-1800* \\
& t1-60*\text{Power}(k,2)*t*\text{Power}(t1,2)+60*\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3)-\text{Power}(k,4)*t* \\
& \text{Power}(t1,4)+\text{Power}(k,4)*\text{Power}(t1,5))+60*(J1+m*\text{Power}(r,2))*(-12*t+6*t1+ \\
& \text{Power}(k,2)*t*\text{Power}(t1,2)-\text{Power}(k,2)*\text{Power}(t1,3))*\Omega));
\end{aligned}$$

```

dod6:=(c*g*M1*t1*(-720*(g-ower(k,2)*L)*t+360*(g+Power(k,2)*L)*t1+
60*Power(k,2)*(g-Power(k,2)*L)*t*Power(t1,2)+Power(k,4)*(g-Power(k,2)*
L)*t*Power(t1,4))+60*c*J1*Power(k,2)*L*(-Power(k,2)*L*(-12*t+6*t1+
Power(k,2)*t*Power(t1,2))+g*(-12*t+18*t1+Power(k,2)*t*Power(t1,2)))*
Omega+Power(k,2)*(-Power(g,2)*M1*(J1+m*Power(r,2))*t1*(-360*t1+t*
(-720+60*Power(k,2)*Power(t1,2)+Power(k,4)*Power(t1,4)))+
60*Power(J1,2)*Power(k,4)*Power(L,2)*(-12*t-6*t1+Power(k,2)*
t*Power(t1,2))*Omega+g*J1*Power(k,2)*L*(M1*t1*(-1080*t1+t*(-720+60*
Power(k,2)*Power(t1,2)+Power(k,4)*Power(t1,4)))-60*(J1+m*
Power(r,2))*(-12*t+6*t1+Power(k,2)*t*Power(t1,2))*Omega));

dod7:=(60*Power(k,2)*(2*t-t1)*(3*g*M1*(6*J1*Power(k,2)*L+g*(J1+m*
Power(r,2))*(-2+Power(k,2)*t*(t-t1)))*t1+J1*Power(k,2)*L*
(6*J1*Power(k,2)*L+g*(J1+m*Power(r,2))*(6+Power(k,2)*t*(t-
t1)))*Omega)+c*(3*Power(g,2)*M1*(2*t-t1)*t1*(-120+Power(k,2)*t*
(t-t1)*(-20+Power(k,2)*(3*Power(t,2)-3*t*t1-Power(t1,2))))+60*
J1*Power(k,4)*Power(L,2)*(6+Power(k,2)*t*(t-t1))*(2*t-t1)*
Omega+g*Power(k,2)*L*(180*M1*t1*(-2*t+t1)*(2+Power(k,2)*t
*(-t+t1))+J1*(1080*t1+t*(720+60*Power(k,2)*(2*Power(t,2)-3*
t*t1-3*Power(t1,2))+Power(k,4)*Power(t,2)*(6*Power(t,2)-15*t*t1+10*
Power(t1,2))))*Omega));

v[i]:=((k*dod1+2*k*t1*dod2*Cos(k*t)-2*k*t1*dod3*Cos(k*(t-
t1))+k*dod4*Cos(k*t1)+t1*dod5*Sin(k*t)+t1*dod6*Sin(k*(t-t1))+t1*
dod7*Sin(k*t1))/(c*g*J1*k*L*t1*(-2880-240*Power(k,2)*
Power(t1,2)-24*Power(k,4)*Power(t1,4)+Power(k,6)*Power(t1,6)+24*
(120-50*Power(k,2)*Power(t1,2)+Power(k,4)*Power(t1,4)))*
Cos(k*t1)+k*t1*(2880-240*Power(k,2)*Power(t1,2)+Power(k,4)*
Power(t1,4))*Sin(k*t1)))/Omega;    // режим руху 2 л

Inc(i);
t:=t+0.1;
end;

```

If v[Dlinna-1]<0 then v[Dlinna-1]:=1; // для гарантування того, що двигун розженеться до ном швидкості

If v[Dlinna-1]>0 then v[Dlinna-1]:=1; // для гарантування того, що двигун розженеться до ном швидкості

end;

// ПОПЕРЕДНІ НАЛАШТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ПЧ ПРИ РУСІ ДВИГУНА ЗА ОПТИМАЛЬНИМИ ЗАКОНАМИ //

if RadioGroup2.ItemIndex>=5 then begin

//відправка параметру опорної частоти для зміни частоти від 0 до першого дискретного значення

// y:=round(v[0]\*StrToFloat(Edit3.Text)\*100); {було ми його закоментували}

if y<100 then y:=100; // опорна частота не може бути меншою 1 Гц, що відповідає 100 у коді команди

y:=1000;

p:=\$05+\$30+\$30+\$39+\$34+\$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(y)), 4);

AddCRC(p, 2);

AddCR(p);

BComPort1.WriteStr(p);

sleep(100);

p:="";

//відправка параметру часу розгону 0.1 сек

p:=\$05+\$30+\$30+\$38+\$37+\$31+\$30+\$30+\$30+\$31;

AddCRC(p, 2);

AddCR(p);

BComPort1.WriteStr(p);

sleep(100);

p:="";

//відправка параметру часу гальмування 0.1 сек

```

p:=$05+$30+$30+$38+$38+$31+$30+$30+$30+$31;
AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
p:="";
// встановлення лінійної характеристики розгону між дискретними
точками частоти в масиві
p:=$05+$30+$30+$39+$44+$31+$30+$30+$30+$30;
AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
p:="";
end;
// ПОБУДОВА ГРАФІКА ФУНКЦІЇ ЗМІНИ ЧАСТОТИ ПРОТЯГОМ
ПУСКУ ДВИГУНА ЗА ОПТИМАЛЬНИМИ ЗАКОНАМИ //
if CheckBox1.Checked=True then begin
if RadioGroup2.ItemIndex>=5 then begin
SLScope1.Channels[0].Data.Clear;
SLScope1.Channels[0].Width:=3;
SLScope1.XAxis.Max.Tick.Value:=t1;
SLScope1.XAxis.Min.Tick.Value:=0;
SLScope1.YAxis.Max:=StrToInt(Edit3.Text)*1.05;
SLScope1.YAxis.Min:=0;
SLScope1.Channels[0].Data.AddXYPoint(0, 0);
t:=0.1;
i:=0;
beep;
while t<t1+0.1 do begin

```

```

    SLScope1.Channels[0].Data.AddXYPoint(t,
round(v[i]*StrToInt(Edit3.Text)*100)/100);
    t:=t+0.1;
    i:=i+1;
end;
end;
end else SLScope1.Channels[0].Data.Clear;
end;
procedure TForm1.Button4Click(Sender: TObject); // команда пуск
begin
    beep;
    if RadioGroup2.ItemIndex<5 then begin // РУХ ПРИ СТАНДАРТНИХ
ХАРАКТЕРИСТИКАХ РОЗГОНУ/ГАЛЬМУВАННЯ
        if RadioGroup3.ItemIndex=1 then
            p:=$05+$30+$30+$46+$41+$31+$30+$32+$37+$41+$0D
//команда пуску на рух вліво
        else
            p:=$05+$30+$30+$46+$41+$31+$30+$34+$37+$43+$0D;
//команда пуску на рух вправо
        BComPort1.WriteStr(p);
        p:="";
        sleep(StrToInt(FloatToStr(StrToFloat(Edit1.Text)*1000))); // програма
спить поки двигун виконує розгін
        sleep(StrToInt(FloatToStr(StrToFloat(Edit4.Text)*1000))); //програма
спить поки двигун виконує рухається на устаденій швидкості
        p:= $05+$30+$30+$46+$41+$31+$30+$30+$37+$38+$0D; //
команда гальмування двигуна
        BComPort1.WriteStr(p);
    end else begin
        // РУХ ДВИГУНА НА ОПТИМАЛЬНИХ ЗАКОНАХ

```

```

p:="";
//відправка параметру початкової частоти - першого значення з масиву
частот
p:=#$05+#$30+#$30+#$45+#$44+#$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(round(v[0]*
StrToInt(Edit3.Text)*100))), 4);
AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
p:="";
// посилка команди пуск
if RadioGroup3.ItemIndex = 1 then
p:=#$05+#$30+#$30+#$46+#$41+#$31+#$30+#$32+#$37+#$41+#$0D
//команда пуску на рух вліво
else
p:=#$05+#$30+#$30+#$46+#$41+#$31+#$30+#$34+#$37+#$43+#$0D;
//команда пуску на рух вправо
BComPort1.WriteStr(p);
sleep(100);
// тут керуємо швидкістю двигуна
// посилаємо йому дискретні значення визначених раніше частот
i:=1;
while i<Dlinna do begin // розгін (Dlinna-1)
p:="";
//відправка параметру частоти (дискретне значення з масиву)
p:=#$05+#$30+#$30+#$45+#$44+#$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(round(v[i]*
StrToInt(Edit3.Text)*100))), 4);
AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
if BComPort1.WriteStr(p)>0 then

```



```

sleep(100); // спробувати тут sleep(100)

p:="";
{ //відправка параметру опорної частоти - різниці між наступним та
ПОТОЧНИМ значенням частот в масиві

    y:=round((v[i+1]-v[i])*StrToFloat(Edit3.Text)*100);
    if y<100 then y:=100;
    // y:=50;
    p:=#$05+#$30+#$30+#$39+#$34+#$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(y)),
4);

    //p:="";//
p:=#$05+#$30+#$30+#$39+#$34+#$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(StrToFloat(
Edit3.Text)*100)), 4);

    AddCRC(p, 2);
    AddCR(p);
    if BComPort1.WriteStr(p)>0 then
        sleep(50); // спробувати тут sleep(20)
        p:=""; }
    i:=i+1;
end;

    sleep(round(tnom*1000)); // час роботи на номінальній частоті напруги
живлення

    i:=(Dlinna-1);
    while i>=0 do begin // гальмування
        p:="";
        //відправка параметру частоти (дискретне значення з масиву).
p:=#$05+#$30+#$30+#$45+#$44+#$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(round(v[i]*
StrToInt(Edit3.Text)*100))), 4);

        AddCRC(p, 2);
        AddCR(p);
        if BComPort1.WriteStr(p)>0 then

```

```

sleep(100);

p:="";
{ //відправка параметру опорної частоти - різниці між наступним та
ПОТОЧНИМ значенням частот в масиві

y:=round((v[i]-v[i-1])*StrToFloat(Edit3.Text)*100);
if y<100 then y:=100;
p:=$05+$30+$30+$39+$34+$31+IntToHex(StrToInt(FloatToStr(y)),
4);

AddCRC(p, 2);
AddCR(p);
if BComPort1.WriteStr(p)>0 then
sleep(50);
p:=""; }
i:=i-1;
end;

p:= $05+$30+$30+$46+$41+$31+$30+$30+$37+$38+$0D;
// команда гальмування
BComPort1.WriteStr(p);
end;
end;

procedure TForm1.RadioGroup2Click(Sender: TObject); // візуалізація
параметру виродженості оптимального закону №4
begin
If RadioGroup2.ItemIndex=8 then begin
Edit5.Enabled:=True;
StaticText5.Enabled:=True;
StaticText3.Enabled:=True;
end;
If RadioGroup2.ItemIndex<8 then begin
Edit5.Enabled:=False;

```

```
StaticText5.Enabled:=False;  
StaticText3.Enabled:=False;  
end;  
end;  
end.
```

## Дадаток Г

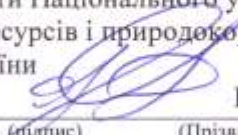







## Додаток Д

## Копії акту впровадження результатів дисертаційної роботи

<b>Погоджено</b>	<b>Затверджую</b>
Проректор з навчальної і виховної роботи Національного університету біоресурсів і природокористування України	Перший проректор Національного університету біоресурсів і природокористування України
 (підпис)	 (підпис)
Кваша С. М.	Ібатулін І. І.
(Прізвище, ініціали)	(Прізвище, ініціали)
«    » _____ р.	« 08 » _____ р.



**А К Т**  
**про впровадження результатів**  
**дисертаційної роботи у навчальний процес**

Даним актом стверджується, що результати дисертаційної роботи на тему: «Оптимізація перехідних режимів руху механізму повороту стрілового крана», що представлена на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.05.05 «Піднімально-транспортні машини» виконаної Кадикалом Іваном Олександровичем впроваджено у навчальну програму при викладанні дисциплін «Підйомно-транспортні машини» в частині виконання лабораторних робіт; «Динаміка і оптимізація машин», в лекційному курсі викладаються матеріали з оптимізації режимів руху механізму повороту стрілового крана на кафедрі конструювання машин і обладнання у підготовці фахівців ОС «Бакалавр» та ОС «Магістр» із спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» у Національному університеті біоресурсів і природокористування України.

Декан факультету  
 конструювання та дизайну



Ружи́ло З.В.

Завідувач кафедри  
 конструювання машин і обладнання



Лове́йкін В.С.

Директор НДІ техніки і технологій



Роговський І.Л.