

**Національний університет біоресурсів і  
природокористування України**

**ДИНАМІЧНИЙ РОЗРАХУНОК МАШИН І  
МЕХАНІЗМІВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ У  
СІЛЬСЬКОМУ ТА ЛІСОВОМУ ГОСПОДАРСТВІ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ КУРСОВИХ І  
ДИПЛОМНИХ РОБІТ**

**КИЇВ – 2016**

УДК 621.8 : 531.3

Рекомендовано до видання Вченою радою факультету конструювання та дизайну Національного університету біоресурсів і природокористування України (протокол №\_\_ від \_\_ \_\_\_\_\_ 2016 року).

Укладачі: Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Матухно Н.В.

Рецензенти: **Роговський І.Л.**, к.т.н., доц., доцент кафедри технічного сервісу та інженерного менеджменту ім. М.П. Момотенка Національного університету біоресурсів і природокористування України;

**Гуменюк Ю.О.**, к.т.н., доц., доцент кафедри сільськогосподарських машин та системотехніки ім. акад. П.М. Василенка Національного університету біоресурсів і природокористування України.

**ДИНАМІЧНИЙ РОЗРАХУНОК МАШИН І МЕХАНІЗМІВ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ У СІЛЬСЬКОМУ ТА ЛІСОВОМУ ГОСПОДАРСТВІ:** методичні вказівки для виконання курсових і дипломних робіт слухачами магістратури першого і другого років навчання, які навчаються за спеціальностями 8.05050312 „Машини та обладнання сільськогосподарського виробництва” і 8.05050303 „Обладнання лісового комплексу” / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич, Н.В. Матухно – К.: 2016. – 109 с.

*Наведено теоретичні положення динаміки машин: правила складання динамічних моделей, способи синтезу математичних моделей за відомими динамічними моделями, вибір потужності електроприводу тощо. Вказана інформація стосовно методів знаходження кінематичних та динамічних характеристик руху машин, наведено основні положення динамічного аналізу режимів руху машин і механізмів.*

*Методичні вказівки також можуть бути корисними для викладачів та аспірантів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів освіти аграрного профілю.*

## ВСТУП

Для сучасного машинобудування характерні тенденції до підвищення продуктивності машин, яка пропорційно пов'язана зі збільшенням швидкохідності та скороченням тривалості перехідних процесів, а також зростанням робочих навантажень, точності виконання робочих операцій, надійності роботи та економічності. Тому висувуються підвищені вимоги до методів розрахунку окремих елементів і систем, що використовуються при конструюванні та проектуванні машин.

Широко розповсюджені статичні методи розрахунку в одних випадках ведуть до невиправданого підвищення коефіцієнтів запасу міцності і, як наслідок, до збільшення габаритних розмірів та маси машин, а в інших – приводять до створення недостатньо надійних машин, які виходять з ладу при динамічних перевантаженнях.

Задовольнити найкращим чином всі вимоги до роботи машин можна тільки при сумісному аналізі їхніх режимів руху з урахуванням основних силових факторів. Це входить у задачу прикладної динаміки машин, яка складає фундаментальну основу їхнього конструювання.

Погодження конструкторських розробок з послідовним розв'язуванням задач динаміки дозволяє вже на стадії проектування машини вибрати її раціональну схему, оцінити точність виконання робочих процесів, енергетичні витрати, характеристики міцності та ергономічності.

За результатами попередніх динамічних розрахунків можуть бути завчасно передбачені спеціальні регулюючі, демпфуючі та розвантажувальні пристрої, які забезпечують підтримання динамічних характеристик машини в необхідних межах під час експлуатації. Вибір структури та параметрів машини, який базується на аналізі її динамічних процесів, що проходять під час руху, одночасно вирішує проблему підвищення надійності, зменшення матеріалоемності та габаритних розмірів машини.

Розв'язок задач динаміки вимагає розробки розрахункових схем або динамічних моделей машин, які враховують їхні основні характеристики і

нехтують другорядними характеристиками. Перехід від реальної машини до абстрактної еквівалентної розрахункової схеми (динамічної моделі) складає предмет прикладної динаміки машин, який в більшості випадків викликає значні труднощі для конструктора конкретних машин. Розв'язок таких задач суттєво спрощується при використанні накопиченого досвіду попередників. Це визначає зміст курсу прикладної динаміки машин, методи якої стають більш зрозумілими при розв'язуванні задач динаміки на конкретних прикладах.

Необхідні експлуатаційні та відповідні динамічні властивості (якості) машини можна забезпечити тільки тоді, коли при проектуванні будуть враховані динамічні процеси, що проходять під час робочого процесу, вплив маси та пружності ланок, а також зовнішніх навантажень та дисипації (втрати) енергії.

Задачею прикладної динаміки машин є дослідження процесів руху машин, але не взагалі, а з точки зору отримання результатів, необхідних для вивчення характеристик кінематики, міцності, надійності тощо машин та їхніх елементів. Кінцевою метою динамічних розрахунків машин є визначення вихідних даних для наступних розрахунків міцності елементів машин, їхньої продуктивності, надійності, а також визначення умов найбільш доцільних режимів їхнього використання.

# РОЗДІЛ 1

## ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИНАМІКИ МАШИН

### 1.1. Моделювання динаміки машин

Розв'язування задач динаміки машин починається зі збору фактів та даних наукових спостережень. На їх основі проводиться формалізація роботи машини чи механізму і будується її математична модель, тобто виділяються її найбільш суттєві риси та властивості й проводиться їх опис за допомогою рівнянь і формул.

Розглянемо основні етапи моделювання роботи машин (рис. 1.1).

Етап 1. При постановці задачі на фізичному рівні проходить процес схематизації та ідеалізації машини, тобто виділення її суттєвих факторів, що впливають на її функціонування. Деякі риси і фактори машини можуть виявитися важливими, інші – несуттєвими.

Етап 2. Після виявлення суттєвих факторів ставляться задачі моделювання й вибирається схема взаємодії між елементами машини, тобто будується динамічна модель, яка відображає суттєві фактори.

Етап 3. Надалі здійснюється переведення необхідних характеристик на мову математичних понять і величин. Складається система параметрів, які описують основні фактори, й здійснюється формування співвідношень та рівнянь між цими параметрами і величинами (математичне моделювання). Отже, **математична модель** – це результат формалізації реальної машини. Це найбільш складна й важка стадія процесу моделювання. Тут використовують фундаментальні фізичні закони і принципи.

Етапи 4. Після побудови моделі (третьої етап) необхідно проводити перевірку суперечності моделі реальній машині і конкретності постановки задачі. Тут можна використати досить просте й завжди ефективне правило фізичної розмірності всіх членів рівняння-моделі машини.

Етапи 5, 6. Перевіряється справедливість моделі за результатами розв'язування теоретичної задачі у відповідності з математичною моделлю, які зіставляються з реальними результатами роботи машини. На основі цих результатів перевіряється адекватність математичної моделі реальній машині. Глибина відображення моделлю реальної машини залежить від мети дослідження.

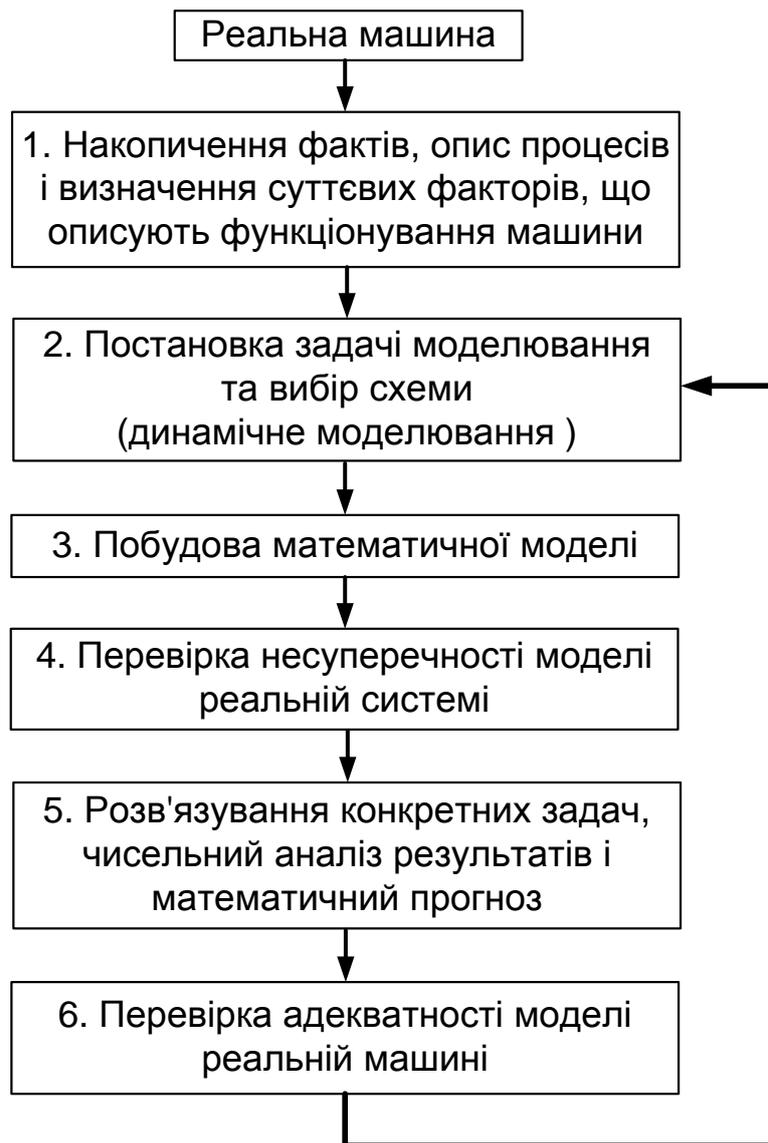


Рис. 1.1. Етапи моделювання машини

Відповідно до принципів ієрархії моделей кожна модель нижчого рівня не повинна суперечити моделі вищого рівня.

При переході від реальної механічної системи (машини) до її динамічної моделі нехтують тими фізичними факторами, які несуттєві для даного розрахунку або дослідження. В загальному випадку при складанні динамічної моделі механічної системи необхідно враховувати зосереджені маси, розподілені маси по довжині елементів, пружність елементів, залежності рушійних та гальмівних сил двигунів від частоти обертання ротора, зміну приведених мас тощо. У кожному конкретному випадку одні фізичні фактори є головними, а інші – другорядними. Динамічна модель повинна задовольняти дві головні вимоги:

- 1) бути в необхідній мірі адекватною реальній механічній системі й, наскільки це можливо, відображати основні її фізичні властивості;
- 2) бути не дуже складною, щоб розв'язування не було досить трудомістким.

Усяке ускладнення розрахункової схеми повинне бути виправдане одержанням більш точного розв'язку. У той же час спрощення розрахункової схеми не повинно приводити до викривлення реального фізичного процесу.

Критерієм вірогідності прийнятої розрахункової схеми (динамічної моделі) є збіг результатів, отриманих теоретичним і експериментальним шляхами. Слід підкреслити, що сам експеримент повинен бути поставлений правильно, тобто відбивати ті умови роботи машини, які вивчаються й порівнюються з результатами теоретичних розрахунків.

Розглянемо процес розробки динамічної моделі механічної системи на прикладі механізму підйому вантажу вантажопідйомного крана, кінематична схема якого показана на рис. 1.2.

За окремі маси механізму приймаємо ротор електродвигуна 1, муфту з гальмівним шківом 2, редуктор 3, барабан 4 та вантаж 5. Тут не враховані окремі маси валів і канатів, оскільки їх маси приводяться до відповідних елементів, які на них закріплено. Наприклад, маси вхідного й вихідного валів редуктора приведені відповідно до маси редуктора, а маса канату – до

вантаж 5. У цьому механізмі маси 1, 2, 3 і 4 здійснюють обертальний рух, а маса 5 – поступальний.

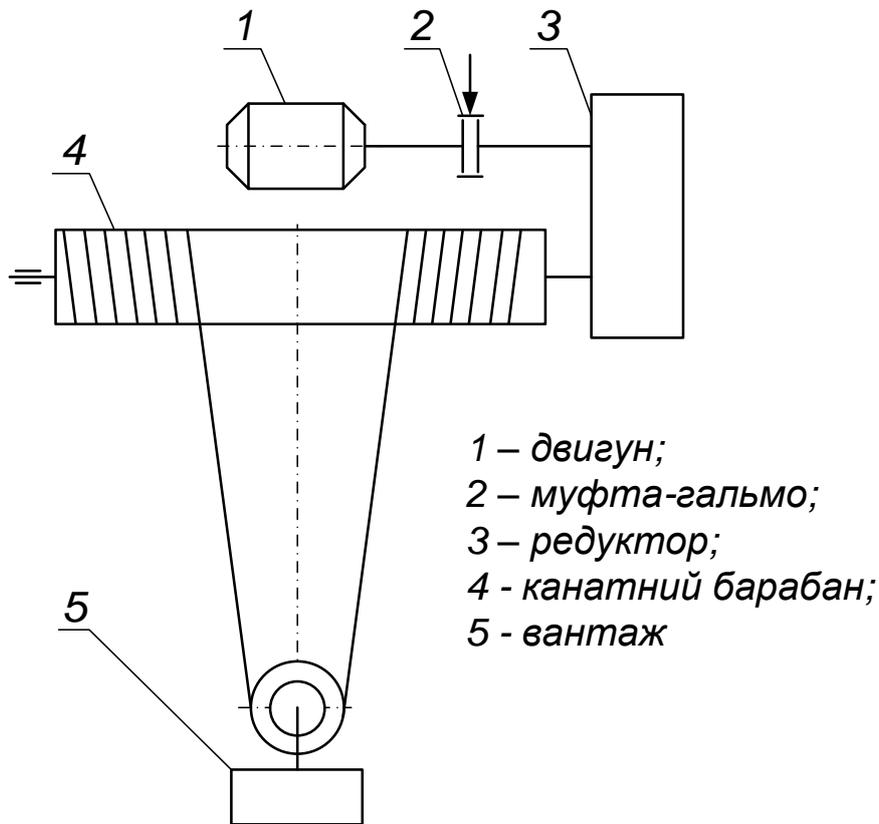


Рис. 1.2. Кінематична схема механізму підйому вантажу

Складемо з цих мас динамічну модель, з'єднавши їх між собою інерційними пружними елементами і приклавши діючі навантаження до мас, що розглядаються (рис. 1.3).

Модель складається з трьох ділянок безінерційного вала, кожна з яких обертається з кутовими швидкостями  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  і  $\omega_3$ , а також безінерційного канату, що намотується на барабан зі швидкістю  $v$ . Маси елементів двигуна 1, гальмівного шків 2, передавального механізму 3 і барабана 4 показані на рис. 1.4 у вигляді умовних дисків з моментами інерції  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_{31}$ ,  $J_{32}$ ,  $J_{33}$ ,  $J_{34}$  та  $J_4$ , вантаж 5 – у вигляді матеріальної точки масою  $m_5$ . Умовні диски зв'язані між собою пружними безінерційними ділянками валів із коефіцієнтами крутильної жорсткості  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_{31}$ ,  $c_{32}$ ,  $c_{34}$ ,  $c_4$ . Диск з

моментом інерції  $J_4$  зв'язано з вантажем масою  $m_6$  пружним безінерційним канатом з лінійною жорсткістю  $c_5$  через поліспастову систему із кратністю  $n$ . Кутові швидкості валів із зубчастими колесами 3.1 і 3.4 зв'язані між собою передавальним відношенням  $u = \omega_1 / \omega_3$ . На рис. 1.3:  $M_p$  – рушійний момент на валу двигуна,  $m_5 g$  – вага вантажу.

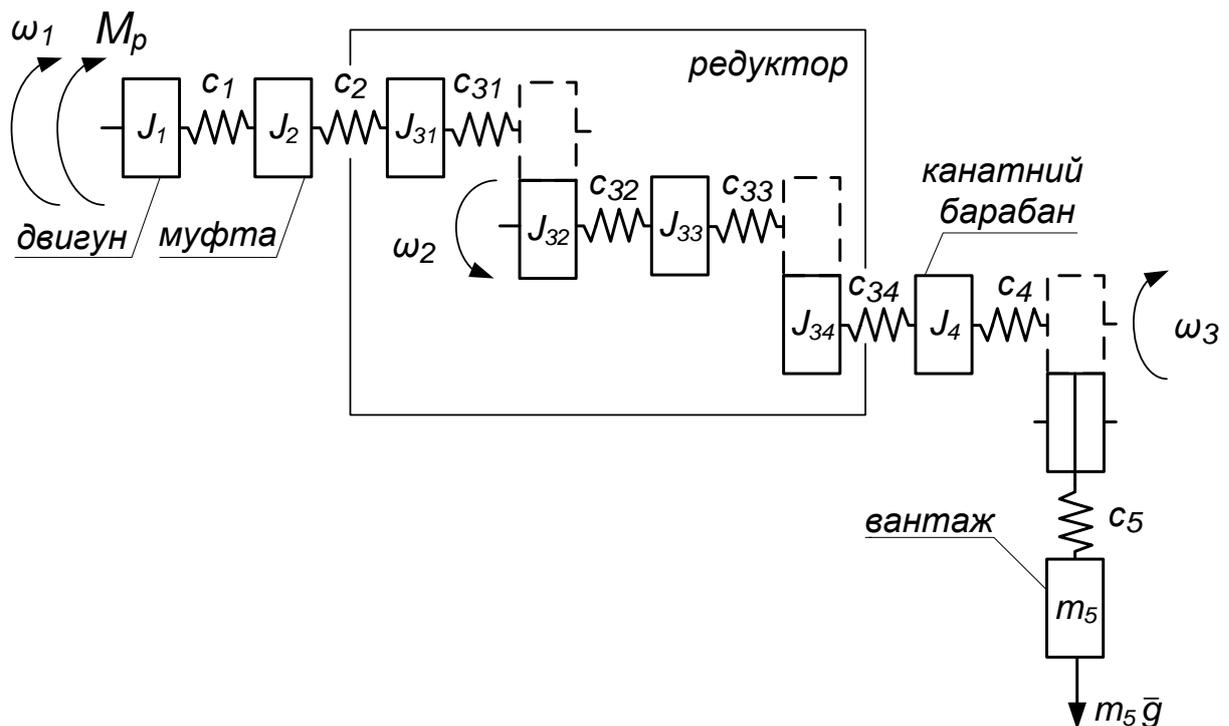


Рис. 1.3. Динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана

За допомогою побудованої динамічної моделі можна створити математичну модель, яка дасть можливість визначити динамічні навантаження в елементах безінерційних пружних валів між двигуном і гальмівним шківом, шківом та зубчастими колесами й барабаном, а також у канаті, який з'єднує барабан із вантажем через поліспастову систему. Одночасне визначення цих навантажень у рамках однієї математичної моделі приводить до значного ускладнення останньої.

У ряді випадків немає потреби розглядати таку складну математичну модель, її можна замінити рядом простих моделей, кожна з яких враховує тільки одну пружну ділянку вала або канату. Так, якщо виникає потреба

визначення динамічних навантажень у пружному канаті, то використовується динамічна модель, у якій усі ділянки валів вважаються жорсткими, а канат – пружним. При приведенні мас ротора двигуна, гальмівного шківів, зубчастих коліс, барабана і вантажу до гілок канату, які намотуються на барабан, динамічна модель механізму підйому вантажу має вигляд, показаний на рис. 1.4. Тут прийняті такі позначення:  $m_{n1}$  – приведена маса ротора двигуна, гальмівного шківів, зубчастих коліс та барабана до гілок канату;  $m_{n2}$  – приведена маса вантажу до гілок канату;  $F_{n1}$ ,  $F_{n2}$  – приведені до канату сили від дії відповідно рушійного моменту на валу двигуна й ваги вантажу;  $c_n$  – приведена жорсткість гілок канату;  $x_1$ ,  $x_2$  – координати центрів мас відповідно  $m_{n1}$  і  $m_{n2}$ .

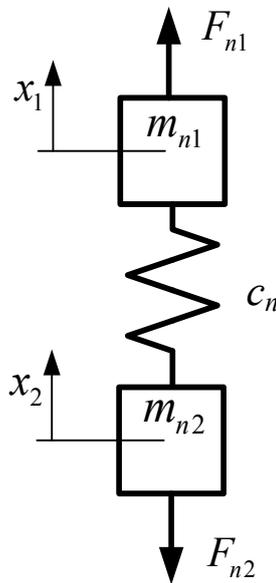


Рис. 1.4. Спрощена динамічна модель механізму підйому вантажопідйомного крана

Динамічна модель, що показана на рис. 1.5, має сім ступенів вільності, а на рис. 1.4 – тільки два. Таке спрощення динамічної моделі механічної системи незначно знижує її точність, але набагато спрощує її математичну модель. Зниження точності динамічної моделі механізму підйому вантажу для визначення динамічних навантажень у пружному канаті за рахунок значного зменшення кількості ступенів вільності відповідає точності

визначення моментів інерції, жорсткостей окремих елементів і рушійного моменту приводного механізму [1].

## 1.2. Методи синтезу математичних моделей динамічних систем

На основі отриманої динамічної моделі формальними методами може бути побудована математична модель будь-якої механічної системи. Математичні моделі механічних систем становлять, як правило, диференціальні рівняння руху або взаємодії окремих елементів.

Для отримання диференціальних рівнянь руху механічних систем при відомих їх динамічних моделях використовуються три основних методи:

- 1) метод рівноваги з використанням принципу д'Аламбера;
- 2) принцип можливих переміщень;
- 3) принцип Гамільтона-Остроградського (рівняння Лагранжа другого роду).

Розглянемо більш детально кожний із цих методів.

**Метод рівноваги.** Рівняння руху будь-якої механічної системи при наявності її динамічної моделі – це вираз другого закону Ньютона, який встановлює, що швидкість зміни імпульсу будь-якої маси дорівнює діючій на неї силі. В математичній формі це записується у вигляді наступного диференціального рівняння:

$$\bar{F}(t) = \frac{d}{dt} \left( m \frac{d\bar{r}}{dt} \right), \quad (1.1)$$

де  $F(t)$  – вектор прикладеної сили;  $r$  – радіус-вектор координат центра мас маси  $m$ ;  $t$  – координата часу.

Для більшості задач динаміки машин і механізмів масу можна розглядати незмінною в часі. Тоді рівняння (1.19) приймає вигляд:

$$\bar{F}(t) = m \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = m\ddot{\bar{r}}. \quad (1.2)$$

Отримане рівняння виражає умову рівності сили добутку маси на прискорення:

$$\bar{F}(t) - m\ddot{r} = 0. \quad (1.3)$$

У рівнянні (1.3) другий доданок називають силою інерції, яка здійснює опір прискоренню маси.

Принцип д'Аламбера (*маса викликає силу інерції, пропорційну її прискоренню і протилежно йому спрямовану*) широко застосовується в задачах динаміки машин, оскільки дає змогу вивести рівняння руху на основі умов динамічної рівноваги. Сила  $F(t)$  може включати в себе різні види сил, що прикладені до маси: силу пружного опору, яка направлена в напрямку протилежному переміщенню; силу затухання, яка здійснює опір швидкості переміщення, і незалежні зовнішні сили. Якщо ввести силу інерції, що здійснює опір прискоренню маси, то рівняння руху виражають умову рівноваги всіх сил, які прикладені до маси. Принцип д'Аламбера розглядає рівновагу окремо взятої маси з прикладенням до неї всіх діючих сил, сили інерції та реакцій зв'язку з іншими масами. Для більшості простих динамічних моделей механічних систем указаний метод виводу рівнянь руху найбільш зручний.

Складемо за допомогою цього методу диференціальні рівняння руху динамічної моделі, показаної на рис. 1.5.



Рис. 1.5. Схеми динамічної рівноваги мас: а)  $m_{n1}$ ; б)  $m_{n2}$

На рис. 1.6  $R=c_n(x_1-x_2)$  – реакція пружного зв'язку між масами  $m_{n1}$  і  $m_{n2}$ ;  $F_{i1} = m_{n1}\ddot{x}_1$  – сила інерції, що діє на масу  $m_{n1}$ ;  $F_{i2} = m_{n2}\ddot{x}_2$  – сила інерції, що діє на масу  $m_{n2}$ .

Приклад. Розглянемо динамічну рівновагу маси  $m_{n1}$  (до неї прикладені сили  $R$  та  $F_{i1}$  (рис. 1.5, а)) та маси  $m_{n2}$  (до неї прикладені сили  $R$  та  $F_{i2}$  (рис.1.5, б)).

Використовуючи умови рівноваги (1.3) для мас  $m_{n1}$  та  $m_{n2}$ , отримаємо систему диференціальних рівнянь, які описують рух динамічної моделі, показаної на рис. 1.5:

$$\begin{cases} F_{n1} - c_n(x_1 - x_2) - m_{n1}\ddot{x}_1 = 0; \\ c_n(x_1 - x_2) - F_{n2} - m_{n2}\ddot{x}_2 = 0. \end{cases} \quad (1.4)$$

Запишемо цю систему в іншому вигляді:

$$\begin{cases} m_{n1}\ddot{x}_1 = F_{n1} - c_n(x_1 - x_2); \\ m_{n2}\ddot{x}_2 = c_n(x_1 - x_2) - F_{n2}. \end{cases} \quad (1.5)$$

Отримана система диференціальних рівнянь являє собою математичну модель для визначення динамічних навантажень  $R$  (реакції пружного зв'язку) у канаті.

**Принцип можливих переміщень.** Коли конструктивна схема машини чи механізму достатньо складна і містить ряд взаємодіючих тіл кінцевих розмірів, безпосереднє виведення умов рівноваги всіх діючих на систему сил ускладнюється. Змінні сили часто виражаються через переміщення по узагальнюючих координатах, але записати умови їх рівноваги досить складно. В цьому випадку для виведення рівнянь руху замість умов рівноваги використовують принцип можливих (віртуальних) переміщень.

Цей принцип формулюється наступним чином: *якщо система, котра знаходиться в рівновазі під дією декількох сил, отримує можливе переміщення, тобто будь-яке переміщення, яке задовольняє крайовим умовам, то повна робота всіх сил на цьому переміщенні дорівнює нулю.*

Згідно з цим принципом рівність нулю роботи сил на можливому переміщенні системи еквівалентна умові рівноваги. Суттєва перевага цього принципу полягає в тому, що складові робіт сил на можливих переміщеннях – скалярні величини і можуть додаватися алгебраїчно, а сили, які діють на елементи динамічної моделі, є векторами і можуть додаватися тільки за правилами векторного аналізу.

При застосуванні принципу можливих переміщень у випадку руху механічної системи до заданих зовнішніх сил приєднуються сили тертя і сили інерції для кожного тіла. У цьому випадку принцип можливих переміщень можна записати так:

$$\sum_{i=1}^N (\bar{F}_i - m_i \ddot{\bar{r}}_i) \delta \bar{r}_i = 0, \quad (1.6)$$

де  $N$  – кількість матеріальних точок системи;  $\bar{F}_i$  – вектор рівнодійної зовнішніх сил і сил тертя, що діють на матеріальну точку;  $m_i$ ,  $\bar{r}_i$  – маса та вектор координати  $i$ -ої точки системи.

Для динамічної моделі, показаної на рис. 1.5, складемо диференціальні рівняння руху за допомогою принципу можливих переміщень. З цією метою визначимо всі діючі на маси  $m_{i1}$  та  $m_{i2}$  сили, включаючи й сили пружності. Використавши рівняння (1.24), отримаємо:

$$[F_{n1} - c_n(x_1 - x_2) - m_{n1}\ddot{x}_1] \delta x_1 + [c_n(x_1 - x_2) - F_{n2} - m_{n2}\ddot{x}_2] \delta x_2 = 0. \quad (1.7)$$

Оскільки рівняння (1.7) має місце при будь-яких незалежних одне від одного значеннях варіацій  $\delta x_1$  і  $\delta x_2$ , то це можливо лише при умові, що коефіцієнти при кожній із цих варіацій дорівнюють нулю. Тоді будемо мати:

$$\begin{cases} m_{n1}\ddot{x}_1 = F_{n1} - c_n(x_1 - x_2); \\ m_{n2}\ddot{x}_2 = c_n(x_1 - x_2) - F_{n2}. \end{cases} \quad (1.8)$$

Отримана система являє собою диференціальні рівняння руху динамічної моделі, показаної на рис. 1.5, яка збігається з системою (1.4), одержаною за допомогою методу рівноваги.

**Принцип Гамільтона-Остроградського (рівняння Лагранжа другого роду).** Цей метод не вимагає векторних рівнянь рівноваги, бо він використовує скалярні величини енергії у варіаційній постановці. Суть цього методу полягає в тому, що для неконсервативних механічних систем справедливе варіаційне рівняння:

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta A) dt = 0, \quad (1.9)$$

де  $t_0, t_1$  – початковий і кінцевий моменти часу руху системи;  $\delta T$  – варіація кінетичної енергії;  $\delta A$  – елементарна робота сил, прикладених до системи, при переході від прямого до обхідного шляху, який має з прямим шляхом спільні початкові й кінцеві умови.

Якщо система консервативна, то  $\delta A = -\delta \Pi$  (де  $\Pi$  – потенціальна енергія системи) і  $\delta T + \delta A = \delta(T - \Pi) = \delta L$ . У випадку консервативної системи принцип Гамільтона-Остроградського полягає в тому, що

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta L dt = 0. \quad (1.10)$$

Інтеграл

$$I_L = \int_{t_0}^{t_1} \delta L dt \quad (1.11)$$

називається дією за Гамільтоном-Остроградським.

Застосування цього принципу можна здійснювати і в іншій формі

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta(T - \Pi) + \delta A_1] dt = 0. \quad (1.12)$$

У цьому випадку консервативні сили (гравітаційні й пружні) входять у вираз потенціальної енергії, а  $\delta A_1$  становить елементарну роботу неконсервативних сил (рушійних і сил опору при переміщенні системи).

Застосування принципу Гамільтона-Остроградського у формі (1.12) дає можливість спростити врахування консервативних сил, таким чином надати принципу більший формалізм.

Принцип Гамільтона-Остроградського можна покласти в основу наближених методів розв'язування задач динаміки машин, які широко застосовуються в теорії пружності й при розв'язуванні складних задач теорії коливань.

Приведений принцип був опублікований В. Гамільтоном в 1834-1835 роках для випадку стаціонарних, тобто не залежних від часу зв'язків. Незалежно від нього й у більш загальному вигляді для нестаціонарних неголономних зв'язків цей принцип був сформульований М.В. Остроградським в 1848 році.

За допомогою принципу Гамільтона-Остроградського складемо диференціальні рівняння руху динамічної моделі, показаної на рис. 1.5.

Кінетична і потенціальна енергія цієї моделі мають вигляд:

$$T = \frac{1}{2} m_{n1} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_{n2} \dot{x}_2^2; \quad (1.13)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c_n (x_1 - x_2)^2. \quad (1.14)$$

Елементарну роботу неконсервативних сил представимо виразом

$$\delta A_1 = F_{n1} \delta x_1 - F_{n2} \delta x_2. \quad (1.15)$$

Варіація  $\delta(T - \Pi)$  для розглядуваної моделі має вигляд

$$\delta(T - \Pi) = m_{n1} \dot{x}_1 \delta \dot{x}_1 + m_{n2} \dot{x}_2 \delta \dot{x}_2 - c_n (x_1 - x_2) \delta x_1 + c_n (x_1 - x_2) \delta x_2. \quad (1.16)$$

Після підстановки виразів (1.15) та (1.16) у рівняння (1.12) отримаємо

$$\int_{t_0}^{t_1} \{m_{n1}\dot{x}_1\delta\ddot{x}_1 + m_{n2}\dot{x}_2\delta\ddot{x}_2 + [F_{n1} - c_n(x_1 - x_2)]\delta\dot{x}_1 + [c_n(x_1 - x_2) - F_{n2}]\delta\dot{x}_2\} dt = 0. \quad (1.17)$$

Перших два члени рівняння (1.35) проінтегруємо по частинах, у результаті чого будемо мати:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} (m_{n1}\dot{x}_1\delta\ddot{x}_1 + m_{n2}\dot{x}_2\delta\ddot{x}_2) dt &= m_{n1}\dot{x}_1\delta\dot{x}_1 \Big|_{t_0}^{t_1} + \\ &+ m_{n2}\dot{x}_2\delta\dot{x}_2 \Big|_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} (m_{n1}\ddot{x}_1\delta x_1 + m_{n2}\ddot{x}_2\delta x_2) dt. \end{aligned} \quad (1.18)$$

У зв'язку з тим, що на границях інтегрування варіації  $\delta x_1$  і  $\delta x_2$  дорівнюють нулю, перших два члени правої частини співвідношення (1.18) дорівнюють нулю. Тому після підстановки виразу (1.18) в рівняння (1.17) отримаємо:

$$\int_{t_0}^{t_1} \{[F_{n1} - c_n(x_1 - x_2) - m_{n1}\ddot{x}_1]\delta x_1 + [c_n(x_1 - x_2) - F_{n2} - m_{n2}\ddot{x}_2]\delta x_2\} dt = 0. \quad (1.19)$$

Оскільки варіації  $\delta x_1$  і  $\delta x_2$  в середині інтервалу  $[t_0, t_1]$  довільні й незалежні між собою, то рівняння (1.18) можливе в загальному випадку лише при умові, що коефіцієнти при варіаціях  $\delta x_1$  і  $\delta x_2$  дорівнюють нулю:

$$\begin{cases} F_{n1} - c_n(x_1 - x_2) - m_{n1}\ddot{x}_1 = 0; \\ c_n(x_1 - x_2) - F_{n2} - m_{n2}\ddot{x}_2 = 0. \end{cases} \quad (1.20)$$

Отримана система рівнянь є системою диференціальних рівнянь руху динамічної моделі (рис. 1.5).

Із принципу Гамільтона-Остроградського можна отримати відоме рівняння Лагранжа другого роду. Згідно із принципом Гамільтона-

Остроградського, серед можливих траєкторій руху системи дійсною є та, на якій варіація дії (1.11) дорівнює нулю, тобто повинно виконуватись рівняння:

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L(t, x(t), \dot{x}(t)) dt = 0. \quad (1.21)$$

Інакше кажучи, дійсна траєкторія динамічної системи повинна задовольняти рівнянню (1.21).

Отже, для того щоб знайти траєкторію руху механічної системи, яка викликана прикладеними до системи зовнішніми силами, потрібно визначити стаціонарні точки дії (1.11). Аналізуючи отриману задачу неважко впевнитись у тому, що вона є найпростішою задачею варіаційного числення:

$$\int_{t_0}^{t_1} L(t, x(t), \dot{x}(t)) dt \rightarrow \text{extr}, \quad x(t_0) = x_0, \quad x(t_1) = x_1. \quad (1.22)$$

де  $x_0, x_1$  – відповідно початковий та кінцевий стан (положення) динамічної системи. Для того, щоб знайти екстремум дії (1.11) необхідно скласти рівняння Ейлера:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0. \quad (1.23)$$

Розв'язок рівняння (1.23) буде мати дві постійні інтегрування, які знаходяться відповідно до крайових умов  $x(t_0) = x_0, x(t_1) = x_1$ .

Зазначимо, що рівняння (1.23) справедливе лише для потенціальних сил (сили, робота яких не залежить від форми траєкторії руху системи, а залежить тільки від початкової й кінцевої точки прикладання сили; отже, потенціальні сили – такі сили, робота яких по будь-якій замкненій траєкторії рівна нулю, що означає збереження механічної енергії в системі при дії на неї потенціальних сил; приклади потенціальних сил: сила ваги, сила пружності тощо). Для непотенціальних сил рівняння Лагранжа другого роду записується у такому вигляді [2]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x, \quad (1.24)$$

де  $Q_x$  – узагальнена сила, яка визначається таким чином:

$$Q = -\frac{\partial \Pi}{\partial x} + Q_{неп}, \quad (1.25)$$

де  $Q_{неп}$  – непотенціальна сила, що діє на систему. Кількість рівнянь, які необхідно скласти для побудови математичної моделі руху машини чи механізму рівна кількості її узагальнених координат.

Для прикладу складемо математичну модель руху динамічної системи (рис. 1.4) за допомогою рівняння Лагранжа другого роду. На систему представлену на рис. 1.4 діють як потенціальні так і непотенціальні сили. Тому будемо використовувати рівняння (1.24), (1.25).

Крім того, кількість узагальнених координат рівна двом, тому необхідно скласти два рівняння (1.24). Раніше були знайдені кінетична (1.13) та потенціальна (1.14) енергії системи. Надалі запишемо вирази для узагальнених сил:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} + Q_{неп1} = -\frac{1}{2} c_n \frac{\partial (x_1 - x_2)^2}{\partial x_1} + F_{n1} = F_{n1} - \frac{1}{2} c_n \frac{\partial (x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2)}{\partial x_1} = \\ &= F_{n1} - \frac{1}{2} c_n \left( \frac{\partial x_1^2}{\partial x_1} - 2 \frac{\partial x_1x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial x_2^2}{\partial x_1} \right) = F_{n1} - \frac{1}{2} c_n (2x_1 - 2x_2) = F_{n1} - c_n (x_1 - x_2), \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= -\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} + Q_{неп2} = -\frac{1}{2} c_n \frac{\partial (x_1 - x_2)^2}{\partial x_2} + F_{n2} = F_{n2} - \frac{1}{2} c_n \frac{\partial (x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2)}{\partial x_2} = \\ &= F_{n2} - \frac{1}{2} c_n \left( \frac{\partial x_1^2}{\partial x_2} - 2 \frac{\partial x_1x_2}{\partial x_2} + \frac{\partial x_2^2}{\partial x_2} \right) = F_{n2} - \frac{1}{2} c_n (-2x_1 + 2x_2) = F_{n2} - c_n (x_2 - x_1). \end{aligned} \quad (1.27)$$

Надалі знайдемо частинні похідні:

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{n1} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_{n2} \dot{x}_2^2 \right)}{\partial x_1} = 0, \quad (1.28)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_2} = \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{n1} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_{n2} \dot{x}_2^2 \right)}{\partial x_2} = 0, \quad (1.29)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{n1} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_{n2} \dot{x}_2^2 \right)}{\partial \dot{x}_1} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_{n1} 2\dot{x}_1 \right) = \frac{d}{dt} (m_{n1} \dot{x}_1) = m_{n1} \ddot{x}_1, \quad (1.30)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \left( \frac{1}{2} m_{n1} \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_{n2} \dot{x}_2^2 \right)}{\partial \dot{x}_2} \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_{n2} 2\dot{x}_2 \right) = \frac{d}{dt} (m_{n2} \dot{x}_2) = m_{n2} \ddot{x}_2. \quad (1.31)$$

Підставимо вирази (1.26)-(1.31) у формулу (1.23) та отримаємо:

$$\begin{cases} m_{n1} \ddot{x}_1 = F_{n1} - c_n (x_1 - x_2); \\ m_{n2} \ddot{x}_2 = F_{n2} - c_n (x_2 - x_1). \end{cases} \quad (1.32)$$

Усі три методи отримання диференціальних рівнянь руху машин та їх механізмів рівнозначні, і, як показує аналіз отриманих рівнянь, ці методи для однієї й тієї ж динамічної моделі приводять до одного і того ж результату. Звичайно вибір методу для будь-якої конкретної механічної системи залежить від типу динамічної моделі та визначається самим дослідником.

Для отримання необхідних результатів диференціальні рівняння руху механічної системи підлягають інтегруванню з метою визначення характеристик стану (переміщень, швидкостей і прискорень) окремих елементів у функції часу [1].

### 1.3. Правила приведення динамічних параметрів машин

Приведення мас та моментів інерції тіл системи базується на рівності кінетичної енергії заданої й приведенної систем; приведення сил і моментів сил – на рівності робіт (потужностей), які виконують ці сили й моменти та їх приведені величини; приведення жорсткостей – на рівності потенціальних енергій, якими володіють пружні елементи заданої і приведенної систем.

Здійснимо приведення мас, діючих сил та жорсткостей до гілок канату, що намотується на барабан для механізму підйому вантажопідйомного крана (рис. 1.6). Оскільки виникає потреба визначення динамічних навантажень у гілках канату, то приведення здійснюється з двох боків, до верхньої частини канату приводяться всі елементи від двигуна до барабана включно, а до нижньої частини – вантаж і канат (рис. 1.2).

Визначимо кінетичну енергію системи „двигун-барабан” (рис.1.2):

$$T_1 = \frac{\omega_1^2}{2}(J_1 + J_2 + J_{31}) + \frac{\omega_2^2}{2}(J_{32} + J_4), \quad (1.33)$$

де  $\omega_1$  і  $\omega_3$  – кутові швидкості обертання відповідних валів;  $J_1, J_2, J_{31}, J_{32}, J_4$  – моменти інерції відповідних елементів (рис. 1.2).

Кінетична енергія приведеної системи розглянутих елементів має вигляд:

$$T_{n1} = \frac{m_{n1}v^2}{2}, \quad (1.34)$$

де  $v$  – швидкість набігання канату на барабан.

Виходячи з умов приведення мас, прирівнюємо праві вирази залежностей (1.33) і (1.34). У результаті отримаємо:

$$\frac{\omega_1^2}{2}(J_1 + J_2 + J_{31}) + \frac{\omega_2^2}{2}(J_{32} + J_4) = \frac{m_{n1}v^2}{2}. \quad (1.35)$$

Враховуючи те, що  $\omega_2 = 2v/D$  ( $D$  - діаметр барабана), а  $\omega_1 = u\omega_2/D$ ,  $\omega_2 = 2vu/D$  та проводячи математичні перетворення, знаходимо в кінцевому вигляді вираз приведеної маси системи „двигун-барабан”:

$$m_{n1} = \frac{4}{D^2}((J_1 + J_2 + J_{31})u^2 + J_{32} + J_4). \quad (1.36)$$

Аналогічно визначається приведена маса системи „вантаж–канат” (рис. 1.5). У цій системі враховується маса тільки тієї частини канату, яка здійснює рух.

При довжині  $H$  рухомих гілок канату від осі блока до осі барабана кінетична енергія системи „вантаж–канат” визначається залежністю:

$$T_2 = \frac{1}{2} 2H\rho v^2 + \frac{1}{2} m_5 \frac{v^2}{n^2}, \quad (1.37)$$

де  $\rho$  – маса одиниці довжини канату;  $n$  – кратність поліспасової системи.

Кінетична енергія приведеної системи цих елементів визначається наступним виразом:

$$T_{n2} = \frac{1}{2} m_{n2} v^2. \quad (1.38)$$

Прирівнявши праві частини залежностей (1.37) і (1.38), отримаємо:

$$\frac{1}{2} 2H\rho v^2 + \frac{1}{2} m_5 \frac{v^2}{n^2} = \frac{1}{2} m_{n2} v^2. \quad (1.39)$$

З одержаного рівняння знаходимо приведену масу системи „вантаж–канат”:

$$m_{n2} = 2H\rho + \frac{m_5}{n^2}. \quad (1.40)$$

Для визначення приведеної сили  $F_{n1}$  визначимо її потужність у приведеній системі і прирівняємо її до потужності рушійного моменту  $M_p$  на валу двигуна. В результаті будемо мати:

$$F_{n1} v = M_p \omega_3. \quad (1.41)$$

Враховуючи зв'язок між швидкостями  $v$  і  $\omega_3$  з останнього рівняння отримаємо:

$$F_{n1} = \frac{2M_{Pu}}{D}. \quad (1.42)$$

Аналогічно знаходимо приведену силу  $F_{n2}$ , врахувавши рівність її потужності, необхідної для підйому вантажу:

$$F_{n2}v = \frac{m_5 g v}{n}. \quad (1.43)$$

З отриманого рівняння маємо

$$F_{n2} = \frac{m_5 g}{n}. \quad (1.44)$$

Якщо враховувати ККД передачі від двигуна до барабана  $\eta_1$  і ККД поліспасової системи  $\eta_2$ , то вирази для приведених сил можна записати у вигляді:

$$F_{n1} = \frac{2M_{Pu}\eta_1}{D}, \quad (1.45)$$

$$F_{n2} = \frac{m_5 g}{\eta_2 n}. \quad (1.46)$$

Для визначення приведеної жорсткості  $c_n$  скористаємось умовою зведення жорсткості канатно-поліспасової системи  $c_6$  (рис. 1.3) до гілки канату, яка намотується на барабан. Згідно з цією умовою маємо:

$$\frac{1}{2}c_n x_2^2 = \frac{1}{2}c \left( \frac{x_2}{n} \right)^2. \quad (1.47)$$

З отриманого рівняння знаходимо приведену жорсткість канатно-поліспасової системи:

$$c_n = \frac{c}{n^2}. \quad (1.48)$$

Виходячи з конструкції поліспаствої системи (рис. 1.3) і враховуючи те, що жорсткість одиниці довжини каната дорівнює  $EA$  (де  $E$  – модуль пружності каната,  $A$  – площа його поперечного перерізу), можна визначити жорсткість канатно-поліспаствої системи:

$$c = 2EA \left( \frac{1}{(n-1)h} + \frac{1}{H} \right), \quad (1.49)$$

де  $h$  – відстань між осями рухомих і нерухомих блоків (рис. 1.2).

#### 1.4. Механічні характеристики приводних двигунів

При вивченні фізичних процесів, що відбуваються в двигунах, використовують звичайно досить складні моделі. Однак при розв'язуванні задач динаміки машин нас цікавлять тільки ті властивості двигунів, які визначають характер їх взаємодії з іншими функціональними частинами машини. Ці властивості визначаються механічними характеристиками двигунів, що представляють собою залежності між законами зміни в часі вхідного параметра  $u(t)$ , узагальненої координати вихідної ланки  $x(t)$  і узагальненої рушійної сили  $M(t)$ .

Вибравши ту або іншу форму характеристики двигуна, ми тим самим вибираємо його динамічну модель. Залежно від ступеня ідеалізації властивостей двигуна прийнято розрізняти кілька видів його характеристик [3].

**Ідеальна кінематична характеристика** виходить при припущенні, що узагальнена швидкість вихідної ланки  $\dot{x}(t)$  в кожний момент часу залежить тільки від значення вхідного параметра в цей же момент і не залежить від узагальненої сили:

$$\dot{x}(t) = f(u). \quad (1.50)$$

Така характеристика виявляється прийнятною в ряді випадків для опису властивостей „жорстких” двигунів, у яких швидкість вихідної ланки слабо залежить від навантаження або взагалі від нього не залежить (наприклад синхронний електричний двигун) (рис. 1.7, а).

Припускаючи, що узагальнена рушійна сила не залежить від швидкості вихідної ланки й визначається тільки значенням вхідного параметра, одержуємо іншу ідеалізовану модель двигуна, яка називається **ідеальна силова характеристика**. Вона описується таким рівнянням:

$$M(t) = f(u). \quad (1.51)$$

Ця характеристика може бути прийнята для деяких типів „м’яких” двигунів, у яких узагальнена рушійна сила слабо залежить від швидкості („м’які” характеристики мають, наприклад, двигуни внутрішнього згорання) (рис. 1.7, б).

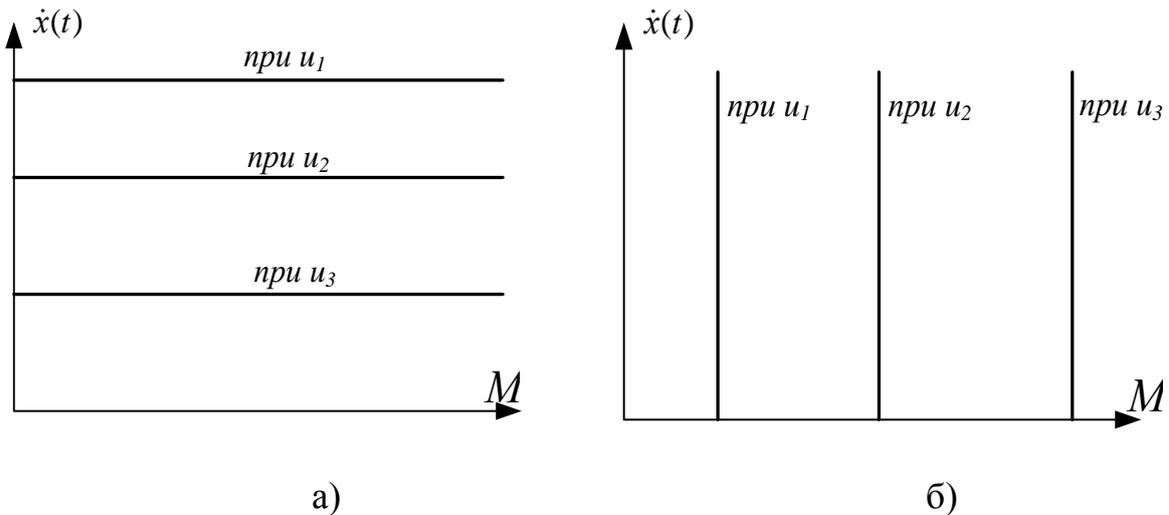


Рис. 1.7. Механічні характеристики двигунів: а) ідеальна кінематична; б) ідеальна силова

При використанні ідеальної кінематичної характеристики часто говорять, що двигун є „джерелом швидкості”, а у випадку ідеальної силової характеристики – „джерелом сили (моменту)”. Ідеальними характеристиками звичайно користуються на перших етапах проектування машини, коли відомий тільки тип двигуна й необхідно оцінити необхідну потужність.

У реальних двигунах узагальнена швидкість вихідної ланки залежить не тільки від значення вхідного параметра, але й від навантаження, яке характеризується величиною узагальненої сили. Як правило, зі збільшенням навантаження швидкість зменшується. Враховуючи цей зв’язок, приходимо до **статичної характеристики двигуна**:

$$\dot{x} = f(M, u), \quad (1.52)$$

яка також може бути представлена у такій формі:

$$M = f(u, \dot{x}). \quad (1.53)$$

Існують двигуни, у яких процес перетворення енергії носить циклічний характер. До них відносяться, наприклад, поршневі двигуни внутрішнього згоряння. У таких двигунах рушійний момент залежить не тільки від швидкості, але й від координати вихідної ланки, і статична характеристика представляється у формі:

$$M = f(u, x, \dot{x}) \quad (1.54)$$

або

$$\dot{x} = f(M, u, x). \quad (1.55)$$

Статичні характеристики двигунів адекватно відображають їхні властивості при статичних режимах роботи, тобто в тих випадках, коли параметри  $u$ ,  $M$ ,  $\dot{x}$ , є постійними по величині або змінюються досить повільно. У загальному випадку через інерційність фізико-хімічних процесів, що протікають у двигуні, значення швидкості вихідної ланки в даний момент часу залежить не тільки від миттєвого значення навантаження, але й від значень її похідних за часом. У першому наближенні ця залежність може бути врахована введенням у характеристику двигуна першої похідної за часом від  $M(t)$ :

$$M = f(u, x, \dot{x}, T, \dot{M}) \quad (1.56)$$

або у іншій формі

$$\dot{x} = f(u, x, T, M, \dot{M}). \quad (1.57)$$

Параметр  $T$  називається постійною часу двигуна, а вирази (1.56) і (1.57) – його **динамічними характеристиками**.

Характеристики виду (1.56), (1.57) для деяких типів двигунів досить добре описують широкий клас динамічних режимів. Для інших типів двигунів вони виявляються придатними для використання тільки в тих випадках, коли узагальнена швидкість  $\delta$  змінюється в порівняно вузьких межах. Динамічні режими, що не задовольняють цій умові, вимагають використання більш складних динамічних моделей.

#### **1.4.1. Статична механічна характеристика асинхронного двигуна змінного струму**

Значна частина машин та механізмів обладнана асинхронним двигуном із короткозамкненим ротором. У пазах статора розміщена обмотка, що

утворює фазні зони, зсунуті в просторі на 120 електричних градусів. При підключенні обмотки статора до трифазної мережі, напруги фаз якої зсунуті на 120°, виникає магнітне поле, що обертається у статорі з кутовою швидкістю:

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{p}, \quad (1.58)$$

де  $\omega_0$  – швидкість ідеального холостого ходу двигуна;  $f_1$  – частота мережі;  $p$  – число пар полюсів. У пазах короткозамкненого ротора закладені металеві стержні (обмотка ротора), з'єднані по кінцях, вони утворюють „білячу клітку”. При обертанні ротора зі швидкістю поля (ідеальний холостий хід) у його стержнях не наводиться ЕРС, не протікає струм, не створюється електромагнітний момент. Прикладена до обмоток напруга, врівноважується ЕРС самоіндукції. Якщо на вал двигуна прикласти зовнішній момент навантаження  $M_c$  ротор починає відставати від обертового поля статора, у його стержнях наводиться ЕРС і протікає струм, що, взаємодіючи з магнітним полем статора, створює електромагнітний момент  $M$ , який врівноважує момент навантаження  $M_c$  [4]. Механічна характеристика асинхронного двигуна описується рівнянням Клосса [5]:

$$M = \frac{2M_{\max}(1 + s_{кр}a)}{\frac{\omega_0 - \dot{\varphi}}{s_{кр}\omega_0} + \frac{s_{кр}\omega_0}{\omega_0 - \dot{\varphi}} + 2s_{кр}a}, \quad (1.59)$$

де  $\varphi$  – кутове положення вала двигуна;  $M_{\max}$  – максимальний момент двигуна;  $s_{кр}$  – критичне ковзання, при якому настає максимальний момент

( $s_{кр} = \frac{\omega_0 - \omega_{ном}}{\omega_0}(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1})$ );  $a$  – безрозмірний параметр ( $a = \frac{R_1}{R'_2}$ );  $\omega_{ном}$  – номінальна

кутова швидкість руху двигуна;  $R_1$ ,  $R'_2$  – активний опір статора та приведений до статора опір ротора відповідно. Якщо потужність двигуна більше 5 кВт, то можна прийняти  $R_1 \approx 0$  і рівняння (1.59) спрощується:

$$M = \frac{2M_{\max}}{\frac{\omega_0 - \dot{\varphi}}{s_{кр}\omega_0} + \frac{s_{кр}\omega_0}{\omega_0 - \dot{\varphi}}}. \quad (1.60)$$

На рис. 1.8. суцільною лінією показана механічна характеристика асинхронного двигуна. Штрихова лінія показує провал моменту при ковзанні  $s \approx 0,85$  (це мінімальний момент двигуна). Виникнення провалу функції моменту на графіку (рис. 1.8) є наслідком впливу моментів створюваних вищими непарними гармоніками в магнітному полі обмоток.

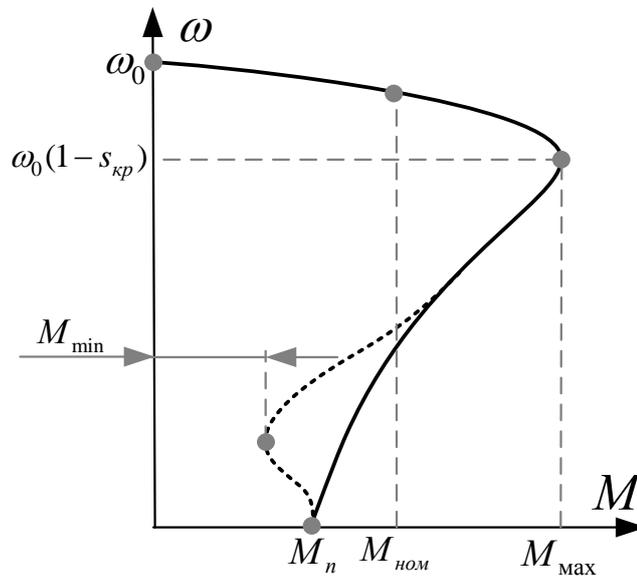


Рис. 1.8. Механічна характеристика асинхронного двигуна

Якщо прийняти припущення, що двигун працює на лінійній ділянці механічної характеристики, тобто  $\omega_0 \geq \omega \geq \omega_0(1-s_{кр})$ , то можна записати динамічну механічну характеристику асинхронного двигуна, яка співпадає із аналогічною характеристикою двигуна постійного струму з точністю до коефіцієнтів (для асинхронного двигуна справедливі такі рівності

$$T = \frac{1}{2\pi f_1 s_{кр}}, \quad \beta = \frac{2M_{\max}P}{2\pi f_1 s_{кр}}).$$

Зображена на рис. 1.8 механічна характеристика є статичною оскільки вона не враховує коливання моменту, які виникають під час електромагнітних перехідних процесів у двигуні.

### 1.4.2. Динамічна механічна характеристика асинхронного двигуна змінного струму

Для того, щоб врахувати електромагнітні перехідні процеси необхідно розглянути математичну модель асинхронного двигуна, на основі якої можна побудувати динамічну механічну характеристику двигуна.

Диференціальні рівняння, які описують асинхронний двигун у формі рівнянь Коші представляються у такому вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_{1u}}{dt} = -\frac{R_1}{L_1\delta}\psi_{1u} + \frac{R_1L_m}{L_1L_2\delta}\psi_{2u} + 2\pi f_1\psi_{1v} + U_1; \\ \frac{d\psi_{1v}}{dt} = -\frac{R_1}{L_1\delta}\psi_{1v} + \frac{R_1L_m}{L_1L_2\delta}\psi_{2v} - 2\pi f_1\psi_{1u}; \\ \frac{d\psi_{2u}}{dt} = -\frac{R_2}{L_2\delta}\psi_{2u} + \frac{R_2L_m}{L_1L_2\delta}\psi_{2u} + (2\pi f_1 - \omega)\psi_{2v}; \\ \frac{d\psi_{2v}}{dt} = -\frac{R_2}{L_2\delta}\psi_{2v} + \frac{R_2L_m}{L_1L_2\delta}\psi_{1u} - (2\pi f_1 - \omega)\psi_{2u}; \\ M = \frac{3}{2}p \frac{L_m}{L_1L_2\delta}(\psi_{1v}\psi_{2u} - \psi_{1u}\psi_{2v}), \end{array} \right. \quad (1.61)$$

де  $\psi_{1u}$ ,  $\psi_{1v}$  – потокозчеплення статора у координатах  $(u-v)$ ;  $\psi_{2u}$ ,  $\psi_{2v}$  – потокозчеплення ротора у координатах  $(u-v)$ ;  $R_1$ ,  $R_2$  – активний опір статора та приведений до статора опір ротора;  $L_1$ ,  $L_2$  – індуктивності статорної та роторної обмоток;  $L_m$  – взаємоіндуктивність;  $\delta$  – коефіцієнт розсіювання;  $U_1$  – напруга, яка підводиться до статора двигуна. Крім того, використовуються рівняння асинхронного двигуна у такій формі [6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{1\alpha}}{dt} = \frac{1}{\delta L_1}(u_{1\alpha} - i_{1\alpha}R_1 + k_r e_{2\alpha}); \\ \frac{di_{1\beta}}{dt} = \frac{1}{\delta L_1}(u_{1\beta} - i_{1\beta}R_1 - k_r e_{2\beta}); \\ \frac{di_{2\alpha}}{dt} = -\frac{1}{\delta L_2}((u_{1\alpha} - i_{1\alpha}R_1)k_s + e_{2\alpha}); \\ \frac{di_{2\beta}}{dt} = -\frac{1}{\delta L_2}((u_{1\beta} - i_{1\beta}R_1)k_s - e_{2\beta}); \\ M = \frac{3}{2}pL_m(i_{1\beta}i_{2\alpha} - i_{1\alpha}i_{2\beta}), \end{array} \right. \quad (1.62)$$

де  $i_{1\alpha}$ ,  $i_{1\beta}$  – проекції узагальненого вектора струму статора на нерухомі ортогональні координатні осі  $\alpha$  і  $\beta$ ;  $i_{2\alpha}$ ,  $i_{2\beta}$  – проекції узагальненого вектора струму ротора на ортогональні координатні осі  $\alpha$  і  $\beta$ ;  $L_1$ ,  $L_2$  – індуктивності статорної та роторної обмоток;  $k_r$  і  $k_s$  – коефіцієнти магнітного зв'язку ротора та статора відповідно ( $k_r=L_{12}L_2^{-1}$ ;  $k_s=L_{12}L_1^{-1}$ );  $u_{1\alpha}$ ,  $u_{1\beta}$  – проекції узагальненого вектора напруги статора на координатні осі  $\alpha$  і  $\beta$  ( $u_{1\alpha} = U_{\max} \cos(2\pi \int f_1 dt)$ ,  $u_{1\beta} = U_{\max} \sin(2\pi \int f_1 dt)$ );  $U_{\max}$  – амплітуда фазної напруги живлення двигуна;  $e_{2\beta}$ ,  $e_{2\alpha}$  – ЕРС, що індукуються потокозчепленнями ротора по осях  $\alpha$  і  $\beta$  відповідно ( $e_{2\alpha}=p\omega_{\text{об}}(L_2i_{2\beta}+L_{12}i_{1\beta})+i_{2\alpha}R_2$ ),  $e_{2\beta}=p\omega_{\text{об}}(L_2i_{2\alpha}+L_{12}i_{1\alpha})+i_{2\beta}R_2$ );  $\omega_{\text{об}}$  – кутова швидкість двигуна. На основі системи рівнянь (1.62) побудовано динамічну механічну характеристику асинхронного двигуна (рис. 1.9).

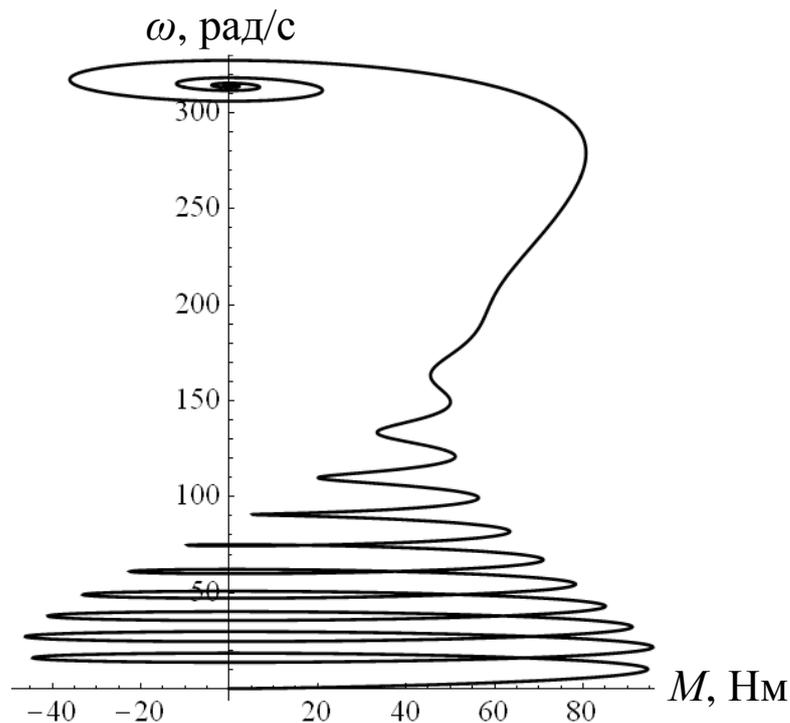


Рис. 1.9. Динамічна механічна характеристика асинхронного двигуна

### 1.5. Сили опору робочих машин

Виконання робочих процесів завжди супроводжується виникненням робочих навантажень – активних сил, що діють на робочі органи машини.

Вивчаючи властивості робочих процесів, можна виявити залежності між величиною робочого навантаження і кінематичними параметрами, що визначають координати, швидкості та прискорення точок робочих органів, а в ряді випадків і явну залежність сили від часу. Відповідна функція

$$M_{on} = f(t, x, \dot{x}, \ddot{x}) \quad (1.63)$$

називається **характеристикою робочого процесу**.

Відзначимо, що залежність робочих навантажень від прискорень робочих органів машини виникає в тих випадках, коли машина виконує транспортні операції або коли технологічний процес, що виконується машиною, пов'язаний з переміщенням оброблюваної сировини (наприклад, перемішуванням).

Вивчення робочих процесів і їх характеристик є завданням відповідних спеціальних наукових дисциплін і виходить за рамки загальної теорії динаміки машин. Так, характеристики сил різання, що виникають при обробці металів на верстатах, вивчаються в теорії різання, характеристики сил, що діють на ротор генератора – у теорії електричних машин, характеристики сил, що діють на поршень компресора – у теорії пневматичних систем тощо. Тому тут обмежимося розглядом лише деяких характерних прикладів.

**1. Постійна сила опору.** Активною силою, що діє на робочий орган підйомника є сила ваги вантажу, що піднімається. Ця сила не залежить ні від швидкості підйому, ні від положення вантажу, ні від часу, тобто вона завжди залишається постійною протягом усього процесу підйому. Таким чином, у цьому випадку

$$M_{on} = const. \quad (1.64)$$

Таку характеристику робочого процесу мають механізми підйому вантажу та переміщення вантажопідйомних кранів, ліфти, лебідки тощо.

**2. Сила (момент) опору лінійно залежить від швидкості.** На рис. 1.10 показана схема підключення генератора постійного струму, який працює на незмінне зовнішнє електричне навантаження  $R_{нав}$ . Момент опору на валу генератора прямопропорційний швидкості його обертання:

$$M_{оп} = \frac{(R_{я} + R_{нав})}{k^2 \Phi^2} \omega \cdot \text{sign}(\omega), \quad (1.65)$$

$\text{sign}(\omega)$  – сінгум-функція (функція знаку), яка враховує напрямок обертання робочої машини.

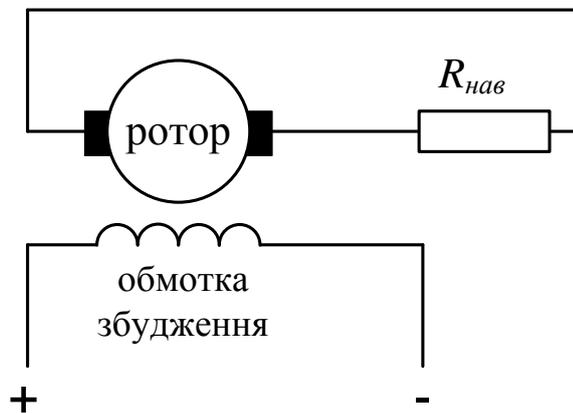


Рис. 1.10. Схема підключення генератора постійного струму

**3. Сила (момент) опору квадратично залежить від швидкості.** Активні сили, що діють на ротор обертового вентилятора, мають аеродинамічне походження. Отже, момент опору вентилятора залежить від кутової швидкості ротора. В аналітичній формі ця залежність може бути приблизно представлена в наступному виді:

$$M_{оп} = a \omega^2 \text{sign}(\omega), \quad (1.66)$$

де  $a$  - коефіцієнт;  $\omega$  - кутова швидкість вентилятора. Характеристику (1.66) мають відцентрові насоси, гребні гвинти та інші машини.

**4. Сила (момент) опору оберненопропорційно залежить від швидкості.** Для деяких металообробних верстатів (токарних, розточних, фрезерних та інших) споживана потужність під час зміни швидкості їх обертання залишається постійною. У цьому випадку момент опору робочої машини можна представити такою формулою:

$$M_{on} = \frac{P_{спож}}{\omega} \text{sign}(\omega), \quad (1.67)$$

де  $P_{спож}$  – споживана робочою машиною потужність ( $P_{спож} = const$ ).

У формулах (1.65)-(1.67) множник  $\text{sign}(\omega)$  показує, що при зміні напрямку обертання робочої машини момент опору на її валу також змінює свій знак.

**5. Сила (момент) опору залежна від положення.** Розглянемо робочий процес, що відбувається в циліндрі поршневого компресора (рис. 1.11, а).

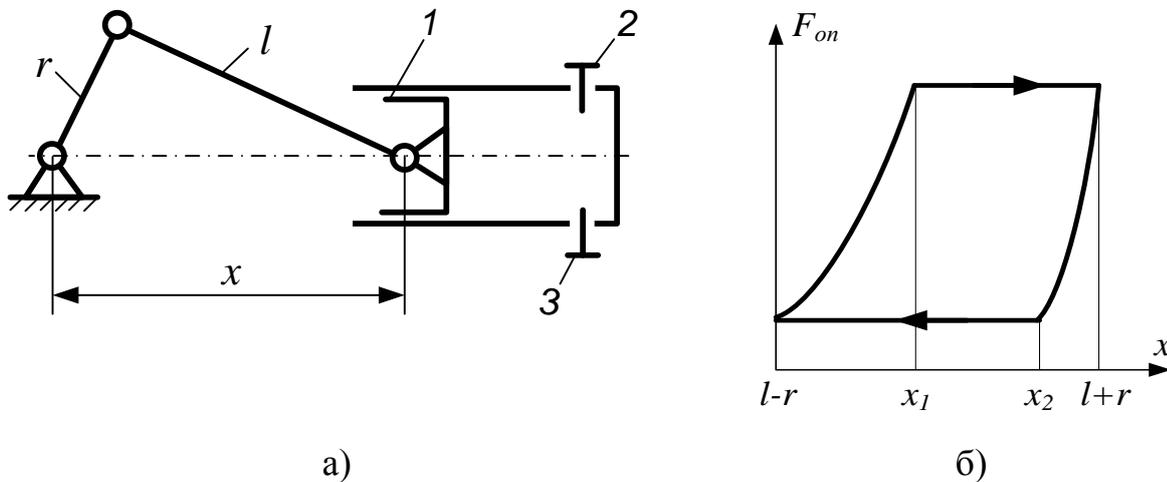


Рис. 1.11. Схема поршневого компресора (а) та його індикаторна діаграма (б)

Тут робочий орган – поршень 1 робить зворотно-поступальний рух. При його робочому ході (вправо) повітря в циліндрі стискується, тиск росте до тих пір, поки не відкривається випускний клапан 2. Потім починається витікання повітря через клапан, при якому тиск у камері залишається близьким до постійного. При зворотному ході відбувається засмоктування

повітря через впускний клапан 3; при цьому тиск у циліндрі стає трохи нижчим за атмосферний. Приблизна форма індикаторної діаграми компресора, що виражає залежність тиску, а отже, і активної сили  $P_{on}$ , яка рівна добутку тиску на площу поршня, від координати  $x$ , показана на рис. 1.11, б.

У ряді машин вплив сил робочого процесу на робочі органи машини є короточасним і здійснюється лише на малій ділянці траєкторії робочого органа. Це має місце, наприклад, у кувальних пресах, відбійних молотках, машинах для забивання паль тощо. Робочі процеси такого роду називають ударними або імпульсними. Типова характеристика ударного процесу для штампувального верстату показана на рис. 1.12 (тут  $x_{max}$  – максимальне переміщення робочого органу;  $\Delta$  – положення робочого органу, при якому виникає ударне навантаження).

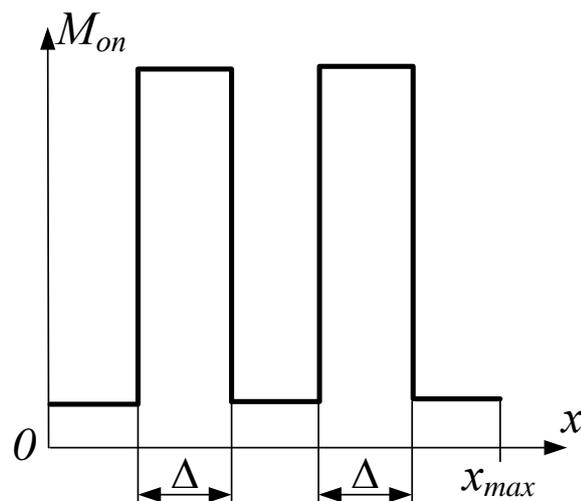


Рис. 1.12. Робоча характеристика штампувального верстату

Для обох механізмів (компресора та штампувального верстату) справедливою є рівність:

$$M_{on} = f(x). \quad (1.80)$$

У всіх розглянутих прикладах сили (моменти) опору є постійними або залежать від швидкості або координати робочого органу машини. Явна залежність характеристик робочих процесів від часу й прискорень робочих органів зустрічається порівняно рідко.

## 1.6. Коливання ланок машин та механізмів

При вивченні динаміки машин та механізмів виявляється, що положення їх елементів змінюються з часом, отже, координати елементів є функціями часу. **Основна задача динаміки** полягає у визначенні цих функцій або, як кажуть, у визначенні законів руху системи. Після цього по відомих формулах опору матеріалів визначаються внутрішні зусилля, напруження й деформації в елементах механізмів та машин [3]. Дуже часто рух елементів механізмів та машин є коливним, тому при вивченні динаміки машин необхідно знати основні положення теорії коливань та методи їх дослідження.

### 1.6.1. Класифікація коливань

За способом збудження коливань розрізняють коливання: вільні, вимушені, параметричні та автоколивання.

- 1. Вільні (власні) коливання** обумовлені початковими відхиленнями елементів коливної системи від положення рівноваги. Один з багатьох прикладів (рис. 1.13, а) - маятник, який характеризується тим, що кут відхилення  $\varphi$  або/і кутова швидкість  $\dot{\varphi}$  у початковий момент часу  $t=0$  не рівні нулю.
- 2. Вимушені коливання** обумовлені дією зовнішньої (наприклад, періодичної) сили (рис. 1.13, б).
- 3. Параметричні коливання** обумовлені зміною яких-небудь параметрів системи. Приклад наведено на рис. 1.13, в. Зміна довжини гнучкого

підвісу, призводить до зміни частоти власних коливань системи (маятника). Параметричні коливання, як і вимушені, пов'язані з дією на систему зовнішньої сили. Однак параметричні коливання виникають тоді, коли дія зовнішньої сили веде до зміни параметрів системи, а не до безпосередніх відхилень від положення рівноваги.

- 4. Автоколивання** відбуваються в нелінійних неконсервативних автономних системах. Їхнє існування, амплітуда, період і форма визначаються конструкцією установки, її параметрами, але не початковими умовами. На рис. 1.13, г представлений приклад автоколивань, коли енергія до коливної системи (вантаж на пружині) підводиться через гнучку стрічку. Коливання виникають внаслідок тертя між поверхнями стрічки та вантажу.

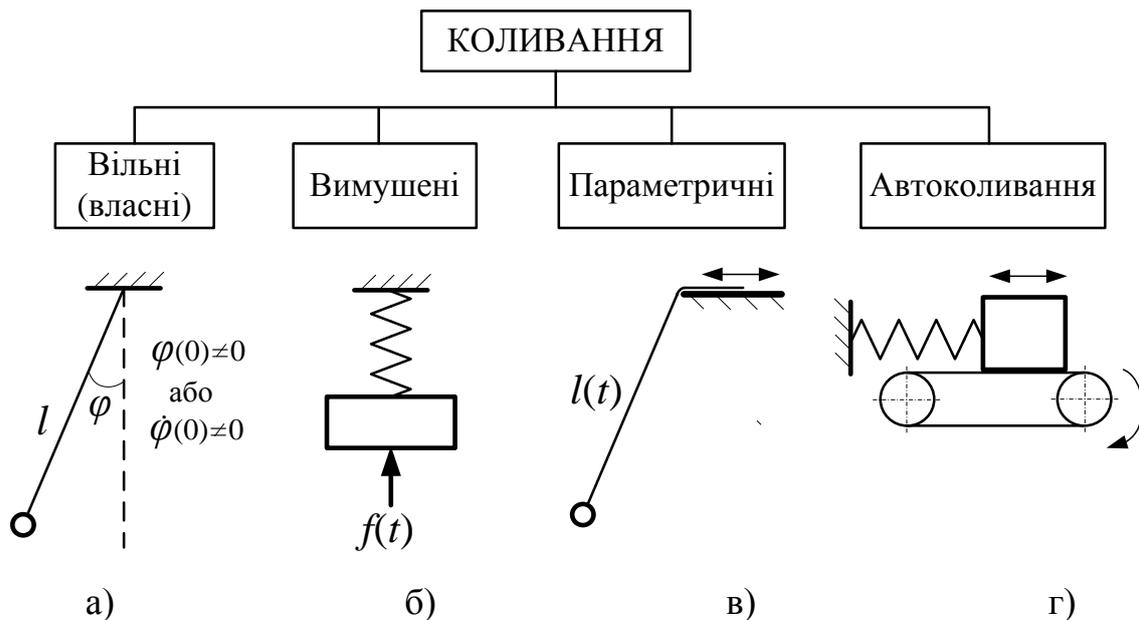


Рис. 1.13. Класифікація коливань

У практичних задачах динаміки становлять інтерес комбінації різних типів коливань. Приведемо деякі з таких комбінацій:

- 4 + 2** - на автоколивну систему діє періодична зовнішня сила;
- 4 + 4** - відбуваються коливання у взаємозалежних автоколивних системах;
- 3 + 4** - в автоколивній системі за періодичним законом змінюються один або кілька параметрів;

**3 + 2** - на систему зі змінними параметрами діють періодичні зовнішні сили;  
**2 + 3 + 4** - на автоколивну систему діють безпосередньо періодичні зовнішні сили й одночасно відбувається періодична зміна її параметрів [7].

Класифікацію коливань проводять також за видом деформації, що виникає в елементах коливної системи. Зокрема, стосовно до стержневих систем розрізняють **поздовжні, поперечні (згинні) і крутильні** коливання.

Відповідно до закону, за яким величина, що характеризує коливальний процес, змінюється в часі, розрізняють **періодичні й неперіодичні** коливання. Періодичні коливання підкоряються закону:

$$f(t+T) = f(t), \quad (1.81)$$

де  $T$  – період коливань. Крім того, є широкий проміжний клас **майже періодичних коливань**, для яких

$$|\varphi(t+\tau) - \varphi(t)| \leq \varepsilon, \quad (1.82)$$

де  $\tau$  – майже період;  $\varepsilon$  – мала величина.

Найпростішими та найпоширенішими є **гармонічні коливання**, які описуються рівнянням:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi), \quad (1.83)$$

де  $A$  – амплітуда коливань;  $\omega$  – кругова (циклічна або кутова) частота ( $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ) коливань;  $\omega t + \varphi$  – фаза коливань;  $\varphi$  – зміщення фази.

Часто зустрічаються періодичні, але негармонічні коливання (рис. 1.14). Їх завжди можна розглядати як суму простих гармонічних коливань. Процес розкладання періодичних негармонічних коливань на прості

гармонічні складові (гармоніки) називається **гармонічним аналізом** і виконується за допомогою рядів Фур'є.

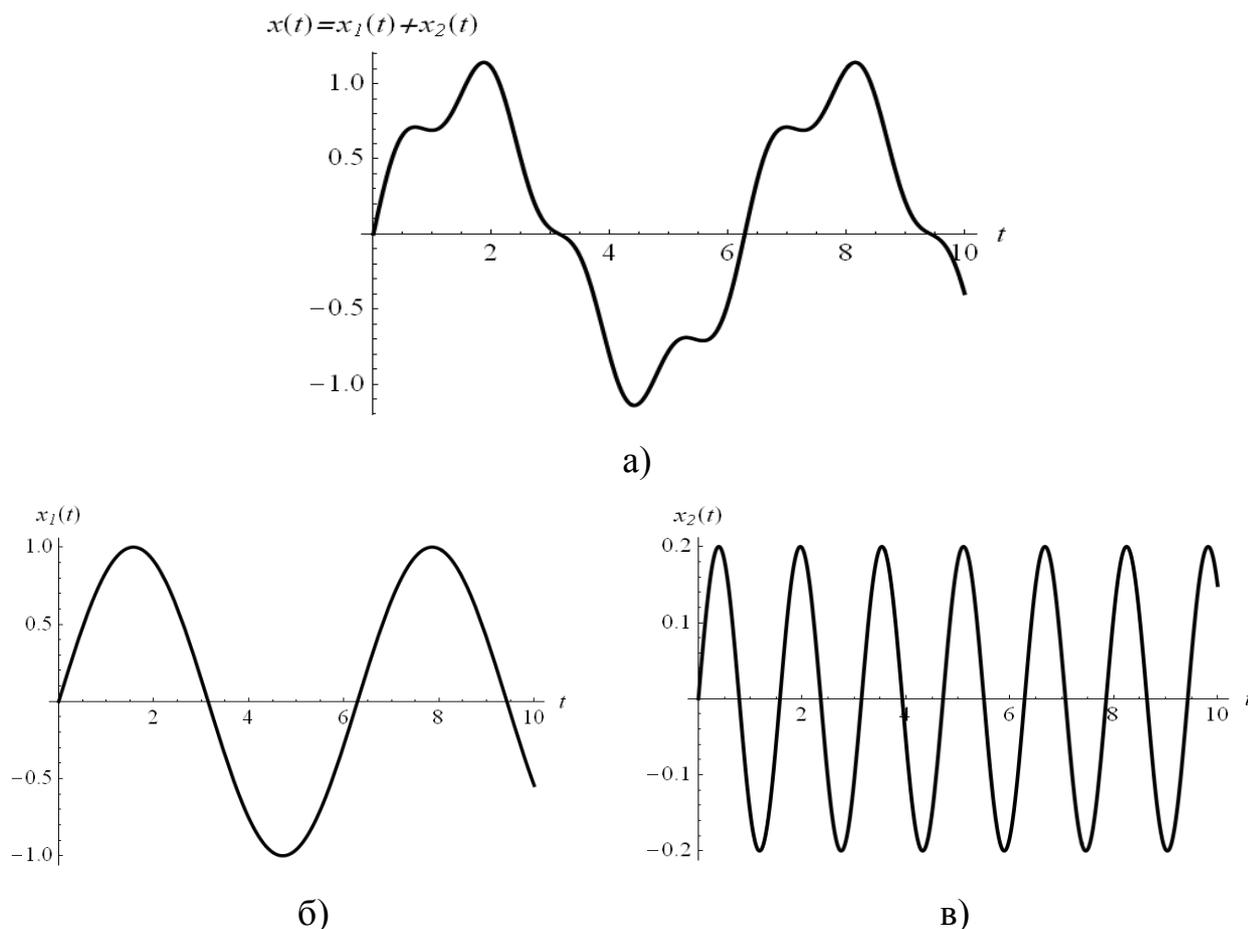


Рис. 1.14. Представлення періодичного негармонічного коливання у вигляді суми двох гармонік: а) періодичне негармонічне коливання; б) перша гармоніка; в) друга гармоніка

Крім того, часто зустрічаються наступні види коливань: **загасаючі** (їх амплітуда поступово зменшується), **наростаючі** (амплітуда цих коливань поступово збільшується). Можливі також коливання зі змінною частотою й постійною амплітудою або змінними частотою й амплітудою [7].

### 1.6.2. Фазовий портрет коливань

Одним із методів дослідження коливань (і взагалі руху динамічної системи) є аналіз її фазового портрету. Фазовий портрет коливання будують

таким чином: швидкість руху  $\dot{x}$  відкладається по осі ординат, а відхилення  $x$  – по осі абсцис фазової площини. Кожному руху в момент часу  $t$  відповідає зображуючи точка на вказаній площині координат  $\dot{x} - x$ , що однозначно відповідає миттєвим значенням координати  $x$  та швидкості  $\dot{x}$ . Зображуюча точка з плином часу переміщується, описуючи фазову траєкторію. Час відіграє роль параметра оскільки рівняння фазової траєкторії задане залежністю між координатою й швидкістю  $\dot{x} = f(x)$ .

Недоліком фазового портрета є неможливість безпосереднього представлення процесу в часі, але цей недолік компенсується великою перевагою: тут із чисто геометричного представлення фазової траєкторії або сімейства фазових траєкторій можна зробити важливі висновки про властивості коливань. Це насамперед відноситься до коливань, які описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Для таких коливань може виявитися, що єдино можливим методом їх дослідження є метод фазової площини.

Розглянемо насамперед простий приклад: визначимо фазову траєкторію гармонічного коливання, яке описується рівнянням (1.83). Виконаємо певні математичні перетворення цього виразу. Спочатку знайдемо його першу похідну за часом:

$$\dot{x} = A\omega \cos(\omega t - \varphi). \quad (1.84)$$

Вирази (1.83) та (1.84) піднесемо до квадрату та поділимо на певні коефіцієнти (вираз (1.83) на коефіцієнт  $A^2$ , а вираз (1.84) на коефіцієнт  $A^2\omega^2$ ):

$$\begin{cases} \frac{x^2}{A^2} = \sin(\omega t - \varphi)^2, \\ \frac{\dot{x}^2}{A^2\omega^2} = \cos(\omega t - \varphi)^2. \end{cases} \quad (1.85)$$

Додамо обидва рівняння із системи рівнянь (1.85) в результаті чого отримаємо:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{\dot{x}^2}{A^2\omega^2} = \sin(\omega t - \varphi)^2 + \cos(\omega t - \varphi)^2 \quad (1.86)$$

або

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{\dot{x}^2}{A^2\omega^2} = 1. \quad (1.87)$$

На фазовій площині таке рівняння описує еліпс із півосями  $A$  та  $A\omega$  (рис. 1.15). У випадку  $\omega=1$  цей еліпс перетворюється в коло. Однак коло можна одержати й для будь-якої частоти  $\omega$ , змінивши масштаб по осі ординат і відкладаючи по ній не  $\dot{x}$ , а  $\dot{x}/\omega$ .

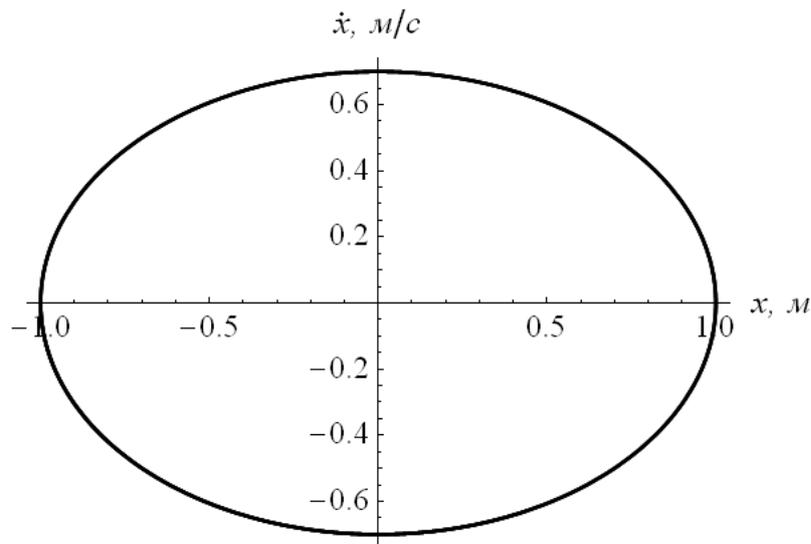


Рис. 1.15. Фазова траєкторія гармонічного коливання

Розглянемо тепер деякі загальні властивості фазових траєкторій. Безпосередньо видно, що кожна зображуюча точка рухається за годинниковою стрілкою. У точках, в яких фазова траєкторія перетинає вісь абсцис усі фазові траєкторії мають вертикальні дотичні. Це впливає з того, що точка перетину з віссю абсцис характеризується значенням швидкості, рівним нулю. Крім того, у цих же точках значення положення приймають

амплітудні значення. У точці перетину із віссю ординат навпаки: положення є нульовим, а швидкість приймає амплітудне значення. Звідси випливає, що в жодній точці верхньої або нижньої півплощини фазова траєкторія не може мати вертикальну дотичну, оскільки в кожній точці, де дотична є вертикальною, швидкість повинна бути рівною нулю. Можливі виключення, коли певні вироджені фазові траєкторії перетинають абсцису не вертикально, але тоді точка перетину завжди є так званою особливою точкою. Докладніше про це буде сказано нижче.

Окрема фазова траєкторія представляє окремі визначені коливання. Якщо потрібне загальне представлення про всі можливі рухи коливної системи, то зображується сімейство фазових траєкторій. Таке сімейство траєкторій називається фазовим портретом системи. Подібно тому як портрет людини дозволяє скласти певне уявлення про неї, фазовий портрет показує фахівцеві важливі властивості динамічної системи.

Положення рівноваги коливної системи завжди представляється особливою точкою фазової площини. Легко бачити, що така точка може лежати тільки на осі  $x$ , оскільки лише в цьому випадку можливий стан спокою. По виду фазових траєкторій, що оточують особливі точки, розрізняють наступні типи цих точок: **центр**, **фокус**, **вузол** і **сідло**. Ці поняття, запозичені з теорії диференціальних рівнянь [8], виявилися дуже корисними для опису поведінки коливної системи.

На рис. 1.16, а показана особлива точка типу центр. Вона характерна для незатухаючих коливань, які проходять поблизу положення рівноваги (на рис. 1.16, а чи більший еліпс, тим більшою є енергія коливань). При наявності демпфування кожний еліпс переходить у спіраль (рис. 1.16, б), а особлива точка на початку координат стає фокусом. Якщо демпфування слабке, то спіраль складається з великого числа близько розташованих витків. Чим сильніше демпфування, тем далі витки знаходяться один від одного. При дуже сильному демпфуванні фазовий портрет якісно змінюється, приймаючи вид, показаний на рис. 1.16 в. Тут початок координат є вузлом. В

особливій точці всі фазові траєкторії дотикаються до прямої  $a-a$  (штрихова лінія), яка проходить через початок координат. Вздовж цієї прямої фазові траєкторії стягуються в особливу точку (на рис. 1.16, в показані лише дві фазові траєкторії чорного та сірого кольору).

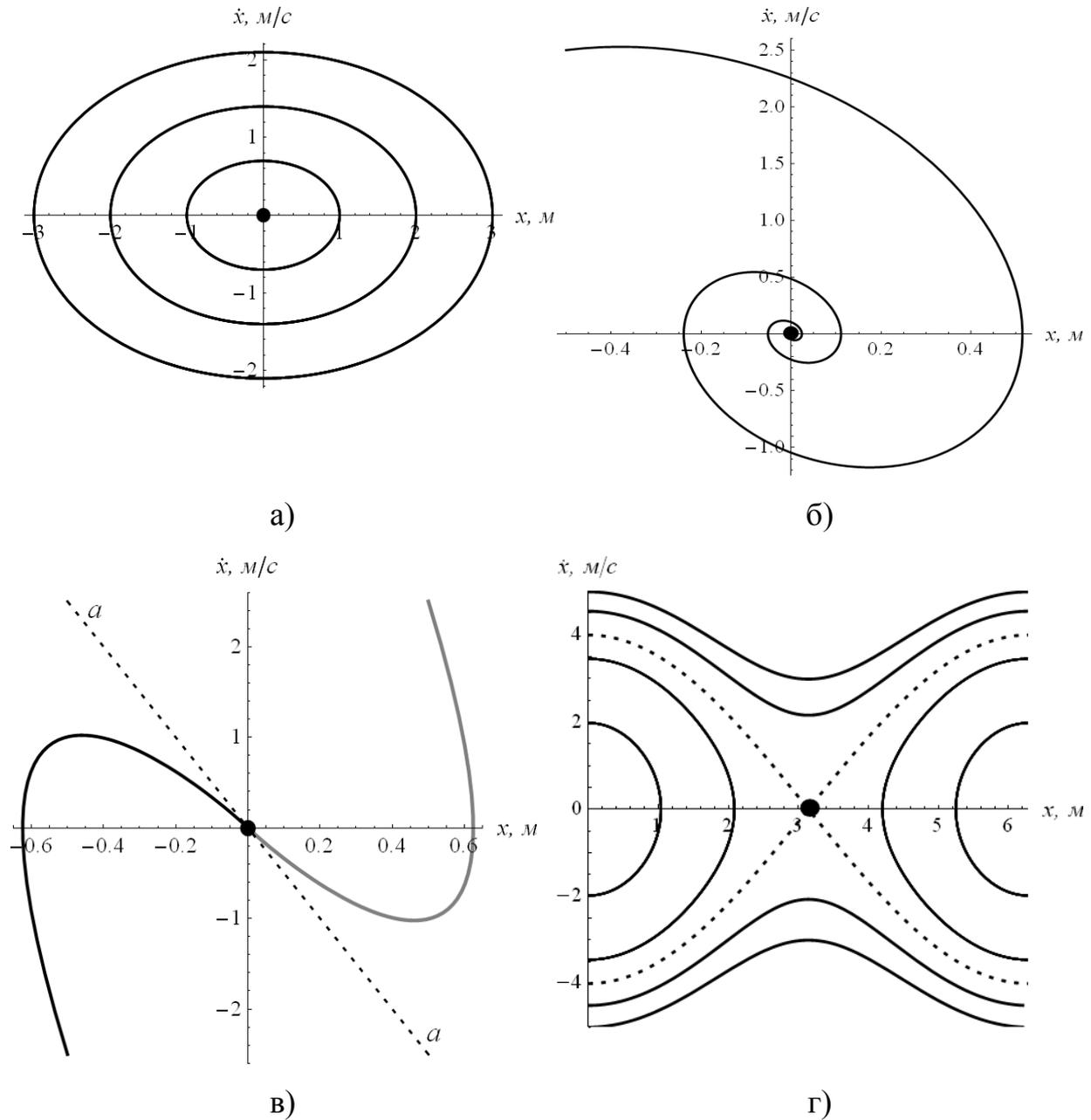


Рис. 1.16. Фазові траєкторії різних коливних систем: а) гармонічна коливна система; б) гармонічна коливна система із демпфуванням; в) гармонічна коливна система із сильним демпфуванням; г) фазовий портрет з особливою точкою типу сідло

На рис. 1.16, г представлений фазовий портрет системи з особливою точкою типу сідло. Він характеризується тим, що через особливу точку проходять дві вироджені фазові траєкторії – сепаратиси (показані штриховими лініями), а інші траєкторії схожі на гіперболи. Особлива точка такого типу відповідає нестійкому положенню рівноваги коливної системи (наприклад, для математичного маятника це верхнє положення).

Наведені тут фазові портрети є „стандартними блоками”, з яких будуються фазові портрети реальних коливних систем, якими є механізми та машини [9]. Слід також відмітити, що можна застосовувати модифіковані фазові площини. Щоб одержати фазові траєкторії більш простого виду, іноді доцільно відкладати по осі ординат замість швидкості її деяку функцію, а по осі абсцис – деяку функцію від  $x$  відповідно.

Крім того, використовуються тривимірні (некласичні) фазові портрети, які мають більшу загальність у порівнянні із розглянутими та дають змогу оцінювати зміну одночасно трьох фазових координат протягом руху системи. На рис. 1.17 показана некласична фазова траєкторія руху фазової точки у тривимірному просторі, яка побудована для коливної системи, що описується диференціальним рівнянням  $\ddot{x} - 0,01\dot{x} + \sin(x) = -0,5\cos(t)$  (сіра точка на рис. 1.17 показує початок координат).

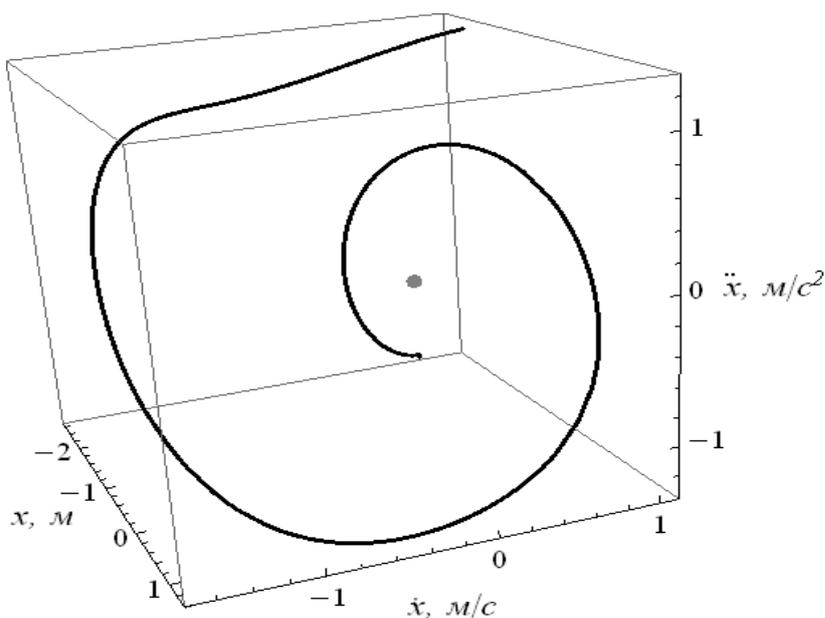


Рис. 1.17. Некласична фазова траєкторія у тривимірному просторі

## 1.7. Методи інтегрування рівнянь руху

### 1.7.1. Аналітичне інтегрування

Розглянемо процес інтегрування системи диференціальних рівнянь аналітичними методами на прикладі рівнянь руху елементів для динамічної моделі, показаної на рис. 1.4. З другого рівняння будь-якої системи (1.4), знаходимо [1]:

$$x_1 = x_2 + \frac{m_{n2}}{c_n} \ddot{x}_2 + \frac{F_{n2}}{c_n}. \quad (1.88)$$

Оскільки величини  $F_{n2}$ ,  $c_n$  і  $m_{n2}$  є постійними в часі, то після двократного диференціювання по часу залежності (1.88) будемо мати:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 + \frac{m_{n2}}{c_n} \ddot{x}_2; \quad \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 + \frac{m_{n2}}{c_n} x_2^{IV}. \quad (1.89)$$

Після підстановки залежностей (1.88) і (1.89) в перше рівняння системи (1.4) отримаємо диференціальні рівняння четвертого порядку відносно невідомої функції  $x_2(t)$

$$\frac{m_{n1}m_{n2}}{c_n} x_2^{IV} + (m_{n1} + m_{n2}) \ddot{x}_2 = F_{n1} - F_{n2}. \quad (1.90)$$

Розділивши ліву і праву частини рівняння (3.69) на коефіцієнт біля найвищої похідної і зробивши заміни  $k^2 = (m_{n1} + m_{n2}) c_n / (m_{n1} m_{n2})$  і  $f = (F_{n1} - F_{n2}) c_n / (m_{n1} m_{n2})$ , отримаємо

$$x_2^{IV} + k^2 \ddot{x}_2 = f. \quad (1.91)$$

Загальний розв'язок рівняння (1.91) складається з загального розв'язку однорідного рівняння  $x_{21}(t)$  і часткового розв'язку повного рівняння  $x_{22}(t)$ , тобто

$$x_2(t) = x_{21}(t) + x_{22}(t) \quad (1.92)$$

Однорідне рівняння має вигляд

$$x_{21}^{IV} + k^2 \ddot{x}_{21} = 0. \quad (1.93)$$

Для розв'язування цього рівняння складемо характеристичне рівняння

$$r^4 + k^2 r^2 = 0,$$

яке має корінь  $r_1 = 0$  кратності два і два уявні корені  $r_2 = ki$  та  $r_3 = -ki$  кратності одиниця. Ці корені визначають загальний розв'язок рівняння (1.93), який має вигляд

$$x_{21} = C_0 + C_1 t + C_2 \cos kt + C_3 \sin kt, \quad (1.94)$$

де  $C_0, C_1, C_2, C_3$  – довільні сталі, які виражаються з початкових умов руху системи.

Частинний розв'язок неоднорідного рівняння (1.91) шукаємо для випадку, коли  $f = \text{Const}$ , тобто  $F_{n1} = \text{Const}$  і  $F_{n2} = \text{Const}$ . В цьому випадку частинний розв'язок можна записати у вигляді

$$x_{22}(t) = At^2,$$

де  $A$  – поки що невідомий коефіцієнт. Підставивши цю функцію у рівняння (3.70), отримаємо  $2k^2 A = f$ . Тоді  $A = f/(2k^2)$  і

$$x_{22}(t) = \frac{f}{2k^2} t^2 \quad (1.95)$$

Підставивши функції (1.94) і (1.95) в (1.92), отримаємо загальний розв'язок рівняння (1.91):

$$x_2(t) = C_0 + C_1 t + \frac{f}{2k^2} t^2 + C_2 \cos kt + C_3 \sin kt \quad (1.96)$$

Продиференціюємо цю функцію тричі по часу, в результаті чого будемо мати:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= C_1 + \frac{f}{k^2} t - C_2 k \sin kt + C_3 k \cos kt, \\ \ddot{x}_2 &= \frac{f}{k^2} - C_2 k^2 \cos kt - C_3 k^2 \sin kt, \\ \dddot{x}_2 &= C_2 k^3 \sin kt - C_3 k^3 \cos kt. \end{aligned} \quad (1.97)$$

Використавши залежності (1.96) і (1.97), за допомогою функцій (1.88) і (1.89) знайдемо координату і швидкість першої маси

$$\begin{aligned} x_1 &= C_0 + C_1 t + \frac{f}{2k^2} t^2 + C_2 \cos kt + C_3 \sin kt + \\ &+ \frac{m_{n2}}{c_n} \left( \frac{f}{k^2} - C_2 k^2 \cos kt - C_3 k^2 \sin kt \right) + \frac{F_{n2}}{c_n}; \\ \dot{x}_1 &= C_1 + \frac{f}{k^2} t - C_2 k \sin kt + C_3 k \cos kt + \\ &+ \frac{m_{n2}}{c_n} (C_2 k^3 \sin kt - C_3 k^3 \cos kt) \end{aligned} \quad (1.98)$$

Довільні сталі  $C_0, C_1, C_2, C_3$  визначаємо з початкових умов руху системи, коли  $t=0$ :  $x_1 = x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$ . Після підстановки цих умов в залежності (1.96)-(1.98) будемо мати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} C_0 + C_2 = 0; \\ C_1 + C_3 k = 0; \\ C_0 + C_2 + \frac{m_{n2}}{c_n} \left( \frac{f}{k^2} - C_2 k^2 \right) + \frac{F_{n2}}{c_n} = 0; \\ C_1 + C_3 k - C_3 \frac{m_{n2}}{c_n} k^3 = 0. \end{cases}$$

З отриманої системи рівнянь знаходимо, що  $C_1 = C_3 = 0$ , а

$$C_2 = \frac{1}{k^2} \left( \frac{f}{k^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right); C_0 = -\frac{1}{k^2} \left( \frac{f}{k^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right).$$

Підставивши ці сталі в залежності (1.96) і (1.97), отримаємо кінцеві вирази для координати швидкості і прискорення маси  $m_{n2}$ :

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{f}{2k^2} t^2 - \frac{1}{k^2} \left( \frac{f}{k^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right) (1 - \cos kt); \\ \dot{x}_2 &= \frac{f}{k^2} t - \frac{1}{k} \left( \frac{f}{k^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right) \sin kt; \\ \ddot{x}_2 &= \frac{f}{k^2} - \left( \frac{f}{k^2} + \frac{F_{n2}}{m_{n2}} \right) \cos kt. \end{aligned} \tag{1.99}$$

За допомогою отриманих залежностей можна визначити також кінематичні характеристики маси  $m_{n1}$ .

При дослідженні динаміки механічних систем важливе значення мають динамічні навантаження, які виникають в пружних елементах. Так, в дослідженій динамічній моделі механізму підйому вантажу важливо знайти зусилля в канаті, яке визначається залежністю

$$R = c_n (x_1 - x_2)$$

Підставивши в цей вираз різницю координат із залежності (1.88), отримаємо

$$R = \left( F_{n2} + m_{n2} \frac{f}{k^2} \right) (1 - \cos kt) \tag{1.100}$$

В розглянутій моделі вирази координат  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  і їх похідних визначають стан системи в певний момент часу  $t$  в залежності від конструктивних характеристик (мас, моментів інерції, жорсткостей і т. д.) і вхідних характеристик. В дослідженій системі цією характеристикою є рушійний момент на валу двигуна. Виходом цієї системи є величини динамічних навантажень (наприклад, реакція (3.79)), що виникають в

пружних елементах. Ці величини можуть бути використані при розрахунках на міцність в процесі проектування системи або при виборі режимів її експлуатації. Більше того, отримані залежності координат дозволяють передбачити поведінку системи в майбутньому на заданому інтервалі руху  $[t_0, t_1]$ .

### 1.7.2. Чисельне інтегрування

Революційні зміни в методичному інструментарії теорії та прикладних питаннях динаміки машин пов'язані з появою й широким поширенням комп'ютерів. Зокрема, комп'ютер дозволяє ефективно застосовувати чисельний розв'язок диференціальних рівнянь для аналізу динаміки коливних систем, наочно й швидко представляти результатів за допомогою комп'ютерної графіки.

Динамічна система загального виду на площині задається рівняннями:

$$\dot{x} = f(x, y), \quad \dot{y} = g(x, y). \quad (1.101)$$

Розглянемо основну ідею чисельного розв'язання такого роду рівнянь. Для загальності будемо вважати, що функції, що фігурують у правих частинах виразів (1), можуть залежати не тільки від динамічних змінних, але й від часу:

$$\dot{x} = f(x, y, t), \quad \dot{y} = g(x, y, t). \quad (1.102)$$

Будемо представляти шукані функції часу  $x(t)$  й  $y(t)$  їх значеннями на дискретній множині точок  $t_n = nh$ , як кажуть, у вузлах сітки із кроком  $h$  за часом:

$$x_n = x(nh), \quad y_n = y(nh). \quad (1.103)$$

Величина кроку повинна бути досить малою, оскільки від неї буде залежати точність розв'язку.

Найпростіший спосіб апроксимувати похідні за часом  $x$  и  $y$  полягає в тому, щоб представити похідні у такому вигляді:

$$\dot{x}_n \approx \frac{x_{n+1} - x_n}{h}, \quad \dot{y}_n \approx \frac{y_{n+1} - y_n}{h}. \quad (1.104)$$

Підставляючи ці вирази в (1.102), приходимо до запису рівнянь у вигляді різницевої схеми:

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{h} = f(x_n, y_n, t_n), \quad \frac{y_{n+1} - y_n}{h} = g(x_n, y_n, t_n). \quad (1.105)$$

Звідси неважко виразити в явному виді  $x_{n+1}$  і  $y_{n+1}$  через  $x_n$  і  $y_n$ :

$$x_{n+1} = x_n + hf(x_n, y_n, t_n), \quad y_{n+1} = y_n + hg(x_n, y_n, t_n). \quad (1.106)$$

Використовуючи ці співвідношення й задавшись початковими умовами  $(x_0, y_0)$ , ми можемо крок за кроком обчислювати на комп'ютері значення змінних у вузлах сітки  $n=1,2,3,\dots$ . Отримані результати можна:

- вивести на друк й одержати таблицю функцій, що представляють розв'язок (такий спосіб широко застосовувався в епоху перших електронно-обчислювальних машин, які не мали дисплею);
- вивести на дисплей у вигляді графічної залежності, відкладаючи по осі абсцис час  $t_n = nh$ , а по осі ординат значення  $x_n$  і  $y_n$ ;
- вивести на дисплей у вигляді фазового портрета, відкладаючи по осі абсцис значення  $x_n$ , а по осі ординат  $y_n$ .

Як відомо з курсу математичного аналізу, при апроксимації похідних виразами (5) ми допускаємо на кожному кроці похибку порядку  $h^2$ . Оскільки число кроків при побудові розв'язку має порядок  $h^{-1}$ , а похибка має тенденцію накопичуватися від кроку до кроку, тобто результуюча похибка,

буде порядку  $h$ . В цьому випадку ми маємо різницевий метод першого порядку. Його називають методом Ейлера. В принципі цей метод дозволяє досягти будь-якої бажаної точності, але ціною істотного зменшення кроку, тобто збільшення числа кроків і об'єму обчислень [10].

Як можна вдосконалити метод і добитися більшої точності? Один із можливих способів полягає в наступному. Спочатку, використовуючи метод Ейлера, знайдемо половину кроку:

$$x_{n+1/2} = x_n + \frac{1}{2}hf(x_n, y_n, t_n), \quad y_{n+1/2} = y_n + \frac{1}{2}hg(x_n, y_n, t_n). \quad (1.107)$$

Потім, „відштовхуючись” від початкової точки, зробимо повний крок, але з використанням вже обрахованих величин  $x_{n+1/2}, y_{n+1/2}, t_{n+1/2}=(n+1/2)h$ :

$$x_{n+1} = x_n + hf(x_{n+1/2}, y_{n+1/2}, t_{n+1/2}), \quad y_{n+1} = y_n + hg(x_{n+1/2}, y_{n+1/2}, t_{n+1/2}). \quad (1.108)$$

Можна показати, що цей метод дає на одному кроці похибку порядку  $h^3$ , а на кінцевому фіксованому часовому інтервалі похибка буде порядку  $h^2$ . Таким чином, це метод другого порядку. Використання алгоритму більш складного в порівнянні з методом Ейлера першого порядку звичайно виправдовує себе, тому що для одержання потрібної точності число кроків можна обрати суттєво меншим.

Можна побудувати й різницеві схеми більш високого порядку. Одна з них, досить зручна й широко використовувана, відома як метод Рунге-Кутта четвертого порядку. Стосовно до системи рівнянь (1.102) алгоритм виконання одного кроку за часом задається наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_n, y_n, t_n), \quad l_1 = g(x_n, y_n, t_n), \\ k_2 &= f(x_n + \frac{1}{2}hk_1, y_n + \frac{1}{2}hl_1, t_n + \frac{1}{2}h), \quad l_2 = g(x_n + \frac{1}{2}hk_1, y_n + \frac{1}{2}hl_1, t_n + \frac{1}{2}h), \\ k_3 &= f(x_n + \frac{1}{2}hk_2, y_n + \frac{1}{2}hl_2, t_n + \frac{1}{2}h), \quad l_2 = g(x_n + \frac{1}{2}hk_2, y_n + \frac{1}{2}hl_2, t_n + \frac{1}{2}h), \\ k_4 &= f(x_n + hk_3, y_n + hl_3, t_n + h), \quad l_2 = g(x_n + hk_3, y_n + hl_3, t_n + h), \end{aligned}$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$
$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

Наука про чисельний розв'язок диференціальних рівнянь в даний час є самостійним і досить об'ємним розділом обчислювальної математики. Поряд з перерахованими тут методами існує багато інших, які в якихось випадках можуть виявитися зручними (наприклад, багатокрокові схеми Адамса). Для докладного ознайомлення з тонкощами чисельного розв'язку диференціальних рівнянь, різними алгоритмами, технічними прийомами (такими як автоматичний контроль точності), „підводними каменями”, які можуть зустрітися при розв'язанні конкретних задач, читачеві слід звернутися до відповідної до спеціальної літератури.

## РОЗДІЛ 2

### РОЗРАХУНКИ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН

#### 2.1. Розрахунок потужності електроприводу машин

Правильний вибір потужності електродвигуна має велике значення. Недостатня потужність може призвести до порушення нормальної роботи механізму, зниження його продуктивності, надмірного підвищення температури окремих частин і обмоток електродвигуна, що в кінцевому випадку веде до виходу його з ладу. Використання електродвигуна завищеної потужності веде до невиправданого збільшення капітальних витрат, зниженню електричних показників, зменшенню ККД, а в установках змінного струму, крім того, погіршення коефіцієнта потужності, що, в свою чергу, впливає на непродуктивне завантаження перетворювальних пристроїв та електричних мереж. Потужність електродвигуна повинна задовольняти умовам допустимого нагріву, перевантажувальної здатності і пусковим умовам [11].

Потрібна потужність електродвигуна визначається за формулою:

$$P_{\text{дв.нотр}} = \frac{P_{\text{в}}}{\eta_{\text{заг}}}, \quad (2.1)$$

де  $P_{\text{дв.нотр}}$  – потрібна потужність електродвигуна, кВт;

$P_{\text{в}}$  – потужність, яку споживає робоча машина, кВт;

$\eta_{\text{заг}}$  – загальний коефіцієнт корисної дії. Величину загального коефіцієнта корисної дії (ККД) привода обчислюють як добуток ККД окремих елементів привода:

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n, \quad (2.2)$$

де  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$  – ККД передач та елементів, які входять до складу привода.

Наближені значення ККД різних передач та інших елементів приводів наведені у табл. 2.1.

При попередніх проектних розрахунках, щоб забезпечити роботоздатність та надійність привода, значення ККД слід приймати меншими з наведених. У табл. 2.1 наведено значення ККД черв'ячної передачі з одно-, дво- або чотиризахідними черв'яками. Звичайно спочатку орієнтовно приймають черв'як двозахідний, а потім після вибору двигуна, визначення загального передаточного числа та розподілу його за ступенями привода, уточнюються кількість заходів черв'яка та ККД привода. Відповідно уточнюється потрібна потужність електродвигуна.

Таблиця 2.1 – Наближені значення ККД передач та інших елементів приводів

| Назва елементів привода   | ККД           |
|---|---------------|
| 1   | 2             |
| Відкрита зубчаста передача з колесами:  |               |
| а) циліндричними;   | 0,96 - 0,95   |
| б) конічними  | 0,95-0,94     |
| Один ступінь зубчастого редуктора, виконаний за 8 або 9 ступенем точності з колесами: |               |
| а) циліндричними;   | 0,975 - 0,970 |
| б) конічними  | 0,96 - 0,95   |
| Один ступінь черв'ячного редуктора з черв'яком:                                       |               |
| а) однозахідним;  | 0,75-0,70     |
| б) двозахідним;   | 0,82-0,75     |
| в) чотиризахідним   | 0,92-0,87     |
| Ланцюгова передача (ланцюг втулковий, роликовий або зубчастий):                       |               |
| а) відкрита;  | 0,94-0,92     |
| б) закрита  | 0,98 - 0,96   |

Продовження таблиці 2.1

| 1                                      | 2             |
|--|---------------|
| Пасова передача з пасом:               |               |
| а) плоским або клиновим;               | 0,97-0,96     |
| б) зубчастим пасом                     | 0,95-0,98     |
| Підшипники (одна пара, мастило рідке): |               |
| а) кочення;                            | 0,995 - 0,990 |
| б) ковзання                            | 0,985-0,980   |
| Муфти компенсуючі (пружні та жорсткі)  | 0,995-0,985   |
| Муфти шарнірні                         | 0,99-0,98     |
| Хвильова зубчаста передача:            |               |
| а) редуктор;                           | 0,80-0,90     |
| б) мультиплікатор                      | 0,60 - 0,70   |

Дані табл. 2.1 наведені для передач, в яких вали спираються на підшипники кочення або підшипники ковзання рідинного тертя, причому втрати потужності на тертя в підшипниках враховані у ККД передач. Якщо ж у передачах привода вали будуть встановлені на підшипники ковзання з граничним тертям, то табличні дані слід зменшити на 0,01-0,015.

Якщо у приводі застосовано пасові передачі з натяжними або відтяжними роликками, то при визначенні загального ККД привода слід додатково враховувати втрати в парі підшипників кочення, на які звичайно спирається вісь ролика, тому табличні значення ККД слід зменшити на 0,01-0,015.

При застосуванні у приводі ланцюгової передачі з відтяжною або натяжною зірочкою втрати на тертя в підшипниках можна не враховувати, бо вони незначні. Це пояснюється тим, що холоста вітка приводного ланцюга, на якій звичайно встановлюють відтяжну зірочку, не має попереднього натягу і провисає.

При виборі значень ККД муфт треба враховувати місце її встановлення. При з'єднанні за допомогою муфти вала електродвигуна з валом редуктора, які встановлюються, як правило, на загальній рамі, допуски на відхилення співвісності валів незначні і тому для пружних компенсуючих швидкісних муфт слід вибирати значення ККД, які ближче до верхньої межі у табл. 2.1. І навпаки, для жорсткої компенсуючої муфти (тихохідної), що з'єднує вихідний вал редуктора з приводним валом робочої машини, що встановлені, як правило, на окремих рамах, слід вибирати значення ККД, які ближчі до нижньої межі. Це пояснюється тим, що жорстка компенсуюча муфта звичайно працює з більшою неспіввісністю валів, ніж пружна.

Електротехнічна промисловість виготовляє електродвигуни однієї потужності з різними кутовими швидкостями вихідного вала, тому після визначення потрібної потужності електродвигуна треба встановити границі кутової швидкості магнітного поля статора, щоб правильно вибрати електродвигун.

З цією метою враховують орієнтовні значення передаточних чисел передач, що входять до складу привода, та задану кутову швидкість вихідного вала трансмісії або ведучого вала робочої машини:

$$\omega_{\text{дв.нотр.}} = \omega_{\text{в.}} (U_{\text{заг.мін}} \cdots U_{\text{заг.макс}}), \quad (2.3)$$

де  $\omega_{\text{дв.нотр.}}$  – потрібна кутова швидкість вала електродвигуна, рад/с;

$\omega_{\text{в.}}$  – задана кутова швидкість вихідного вала привода, рад/с;

$U_{\text{заг.мін}}$ ,  $U_{\text{заг.макс}}$  – мінімальне та максимальне загальне передаточне число привода відповідно.

Якщо до привода входить декілька передач, що кінематично з'єднані послідовно, то загальне передаточне число буде дорівнювати добутку передаточних чисел окремих передач:

$$U_{\text{заг}} = U_1 \cdot U_2 \cdot \cdots \cdot U_n, \quad (2.4)$$

де  $U_1, U_2, U_n$  – рекомендовані значення передаточних чисел окремих передач, які входять до складу привода (таблиця 2.2).

Таблиця 2.2. Рекомендовані та максимальні значення передаточних чисел  $U$  для різних типів передач

| Тип передачі  | Значення $U$  |             |
|---|---------------|-------------|
|   | Рекомендоване | Максимальне |
| Зубчаста циліндрична у закритому корпусі (один ступінь) | 3-5           | 10          |
| Закрита зубчаста конічна                                | 2-3           | 8           |
| Зубчаста відкрита з циліндричними колесами              | 4-7           | 20          |
| Відкрита зубчаста з конічними колесами                  | 2-5           | 10          |
| Закрита черв'ячна                                       | 10-40         | 500         |
| Відкрита черв'ячна                                      | 15-60         | 1000        |
| Ланцюгова (ланцюг втулковий, роликовий або зубчастий)   | 2-5           | 8           |
| Пасова з пасом:   |               |             |
| плоским;  | 2-4           | 15          |
| клиновим;   | 2-4           | 15          |
| зубчастим   | 2-5           | 20          |
| Хвильова зубчаста                                       | 60-300        | 90000       |

Практикою експлуатації механічних передач встановлено рекомендовані значення передаточних чисел, які наведені в табл. 2.2. Передаточні числа можна приймати в окремих випадках дещо більшими або меншими, ніж рекомендовані в таблиці, але разом з тим не слід виходити за межі максимально допустимих передаточних чисел. Мінімальне передаточне число може бути прийняте рівним одиниці. Технічні характеристики редукторів наведено у Додатку А.

Границі потрібної кутової швидкості вала двигуна, розраховані за формулою (2.3), можуть бути більші або менші кутових швидкостей магнітного поля статора (швидкості ідеального холостого ходу) існуючих електродвигунів. І якщо границі потрібної кутової швидкості більші, ніж найбільша швидкість магнітного поля статора 314 рад/с, то приймають двигун з найбільш близькою швидкістю, тобто двигун зі швидкістю ідеального холостого ходу 314 рад/с. Коли границі потрібної кутової швидкості менші, ніж найменша швидкість двигуна 62,8 рад/с, то приймають двигун з цією кутовою швидкістю.

Якщо на першому ступені привода встановлено черв'ячну, циліндричну чи конічну прямозубі передачі, то краще обмежити швидкість двигуна і вибрати електродвигун з кутовою швидкістю, яка не перевищує 157 рад/с.

Після визначення необхідної потужності та кутової швидкості електродвигуна, попередньо вибирають двигун, що найбільш повно відповідає вимогам.

Потім визначають недовантаження чи перевантаження двигуна, величину якого встановлюють за формулою:

$$\Delta = \frac{P_{ном} - P_{дв.номр}}{P_{ном}} \cdot 100\%, \quad (2.5)$$

де  $\Delta$  – процент недовантаження чи перевантаження двигуна;

$P_{ном}$  – номінальна потужність вибраного двигуна, кВт.

При перевантаженні двигуна може статись перегрівання, навіть вихід з ладу двигуна при тривалій роботі. Згідно з ОСТ 70.2.3-79 перевантаження двигуна недопустиме. Коефіцієнт завантаження електродвигуна  $KЗ$ , який визначається за формулою:

$$KЗ = \frac{P_{дв.номр}}{P_{ном}}, \quad (2.6)$$

повинен задовольняти умову:

$$0,7 \leq K3 \leq 1. \quad (2.7)$$

Вибір потужності двигунів можна виконати згідно таблиць, які наведені у Додатках Б, В і Г.

Перевірка попередньо вибраного електродвигуна за перевантажувальною здатністю вимагає, щоб із врахуванням зменшення напруги живлення двигуна найбільший навантажувальний момент  $M_{\text{макс.нав.}}$  був менше максимального моменту, що розвивається електродвигуном.

$$M_{\text{макс.нав.}} < 0,9^2 M_{\text{макс.}}, \quad (2.8)$$

де  $M_{\text{макс}}$  – максимальний момент двигуна. Максимальний момент двигуна визначається як добуток перевантажувальної здатності двигуна на його номінальний момент:

$$M_{\text{макс.}} = \lambda \cdot M_{\text{ном.}} = \lambda \cdot \frac{P_{\text{ном.}}}{\omega_{\text{ном.}}}, \quad (2.9)$$

де  $\lambda$  – перевантажувальна здатність двигуна. Величина  $0,9^2$  у виразі (2.8) враховує можливе зниження напруги в експлуатаційних умовах на 10%.

Якщо попередньо вибраний двигун задовольняє умовам (2.7) та (2.9) записують його технічні дані та вказують виконання, яке вибирають, виходячи з кінематичної схеми привода.

Основні технічні дані, які необхідно записати включають: номінальну потужність, номінальну кутову швидкість, ККД, коефіцієнт потужності ( $\cos \varphi$ ), кратність пускового моменту, кратність мінімального моменту, кратність пускового струму, клас нагрівостійкості, номінальний струм, момент інерції, масу двигуна.

## 2.2. Вибір муфт

Вибір муфти виконують за крутним моментом, який вона передає. Для правильно вибраної муфти повинна виконуватись умова:

$$M_{муфт} = \beta \cdot M_{вал\ ведуч} \leq M_{табл.}, \quad (2.10)$$

де  $M_{муфт}$  – крутний момент муфти у приводі;

$M_{вал\ ведуч}$  – величина крутного моменту на ведучому валу муфти;

$M_{табл.}$  – табличний крутний момент муфти;

$\beta$  – коефіцієнт динамічного навантаження привода, який визначається за формулою:

$$\beta = \beta_1 + \beta_2, \quad (2.11)$$

де  $\beta_1$  – коефіцієнт, що залежить від виду двигуна (для асинхронного короткозамкненого двигуна  $\beta_1=0,25$ );

$\beta_2$  – коефіцієнт, що враховує величину мас, які прискорюються і ступінь нерівномірності їх обертання. Він вибирається з таблиці 2.3 (для приводу механізму підйому вантажу становить  $\beta_2=1,2\dots3,5$ ).

Таблиця 2.3 – Значення коефіцієнта  $\beta_2$

| Умови роботи   | Типи машин   | $\beta_2$ |
|--|--|-----------|
| 1  | 2  | 3         |
| Обертання рівномірне, маси, які прискорюються, дуже малі | Відцентрові насоси й ротаційні повітродувки, вентилятори й генератори  | 0,9 – 1,0 |
| Обертання рівномірне, маси, які прискорюються, невеликі  | Турбокомпресори, стрічкові транспортери, електрогенератори, приводи переміщення кранів, текстильні машини, легкі металорізальні верстати | 1,1 – 1,2 |

Продовження таблиці 2.3

| 1   | 2   | 3         |
|---|---|-----------|
| Обертання нерівномірне, маси, які прискорюються, середньої величини | Ланцюгові транспортери, ножиці, преси, прядильні й текстильні машини, шліфувальні верстати, лебідки | 1,3 – 1,4 |
| Сильні поштовхи, маси, які прискорюються, величини                  | Центрифуги, кульові млини, змішувачі для цементу, ткацькі й довбальні верстати                      | 1,5 – 1,6 |
| Сильні удари, маси, які прискорюються, великі                       | Віджимні й кувальні преси, молоти, підйомники, насоси й компресори поршневі                         | 2,0 – 2,5 |
| Дуже сильні поштовхи, маси, які прискорюються, великі               | Рольганги для прокатних станів, потужні свердлильні верстати, поршневі насоси без маховика          | 2,8 – 3,5 |

**Приклад розрахунку.** Для прикладу приведемо методику вибору пружної муфти для з'єднання валів електродвигуна та редуктора які працюють у приводі механізму підйому вантажу.

Вибираємо пружну муфту для кінців валів електродвигуна та редуктора, які попередньо вже розраховані.

Тип муфти – пружна компенсуюча втулково-пальцева, яка застосовується для з'єднання співвісних валів при передачі крутного моменту від 6,3 до 16000 Н·м і зменшення динамічних навантажень, кліматичних виконань У та Т, категорій розміщень 1-4 згідно ГОСТ 15150-69, СТ СЭВ 458-77.

Наприклад, крутний момент ведучого вала муфти становить 93 Н·м, діаметр вала електродвигуна дорівнює 48 мм, діаметр швидкохідного вала редуктора рівний 40 мм.

Отже, маємо  $\beta=1,7+0,25=1,85$ . Момент  $M_{вал.ведуч.}$  становить 93 Н·м (крутний момент на валу електродвигуна). Тому  $M_{муфти}=1,85 \cdot 93=172$  Нм.

Приймаємо муфту МПВП 7 10-48-1.1-40-11.1-У з ГОСТ 21424-75, для якої  $M_{табл} = 710$  Нм. Як бачимо, умова (2.11) виконується, що означає правильність розрахунку муфти.

Для розрахунку жорсткості муфт прийmemo, що при передачі максимального крутного моменту двигуна одна півмуфта зміщена відносно іншої на деякий кут  $\Delta\varphi$ . Приблизно приймаємо, що цей кут рівний:  $5-6^0$  – для пружної муфти і  $0,5-1^0$  – для жорсткої. З врахуванням цього маємо наступну формулу:

$$c_m = \frac{M_{кр} U_{дв-м} \eta_{дв-м}}{\Delta\varphi}, \quad (2.12)$$

де  $U_{дв-м}$  та  $\eta_{дв-м}$  – відповідно передаточне число та ККД передач від двигуна до муфти.

$\Delta\varphi$  – кут закручування однієї пів муфти відносно іншої.

Технічні характеристики муфт, які використовуються у механізмах вантажопідйомних машин, наведено у Додатку Д.

### 2.3. Розрахунок підйомних канатів

Розрахунок канатів зводиться до визначення максимального натягу і розривного зусилля. Максимальне зусилля (натяг) в гілці каната поліспасти при підйомі вантажу визначається за виразом:

$$F_{\max} = \frac{Q}{m \eta_n}, \quad (2.13)$$

де  $m$  – число гілок поліспасти;

$\eta_n$  – коефіцієнт корисної дії поліспасти;

$Q$  – вага вантажу, який піднімається, Н.

Розривне зусилля каната повинно задовольняти умові:

$$F_{роз} \geq k F_{\max}, \quad (2.14)$$

де  $k$  – коефіцієнт запасу міцності каната, який вибирають в залежності від призначення вантажопідйомної машини і режиму її роботи:  $k = 5...6$  – для кранів,  $k = 9$  для підйомників з людьми.

За розривним зусиллям по каталогу вибирають тип і розміри каната. При виборі канату враховують відношення:

$$D \geq d_k e, \quad (2.15)$$

де  $D$  – діаметр блоку або барабана, що огинається канатом, мм;

$d_k$  – діаметр канату, мм;

$e$  – коефіцієнт, що залежить від типу вантажопідйомної машини і режиму її експлуатації ( $e = 16...35$ ).

Для розрахунку жорсткості однієї гілки каната необхідно використати наступний вираз:

$$c_k = \frac{E_k S_k}{l}, \quad (2.16)$$

де  $E_k$  – модуль пружності сталевих канатів, який приймається рівним  $1,2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;

$S_k$  – площа поперечного перерізу гілки каната, м<sup>2</sup>

$l$  – довжина гілки каната, м.

Технічні характеристики сталевих канатів, які використовуються у механізмах вантажопідйомних машин, наведено у Додатку Е.

## РОЗДІЛ 3

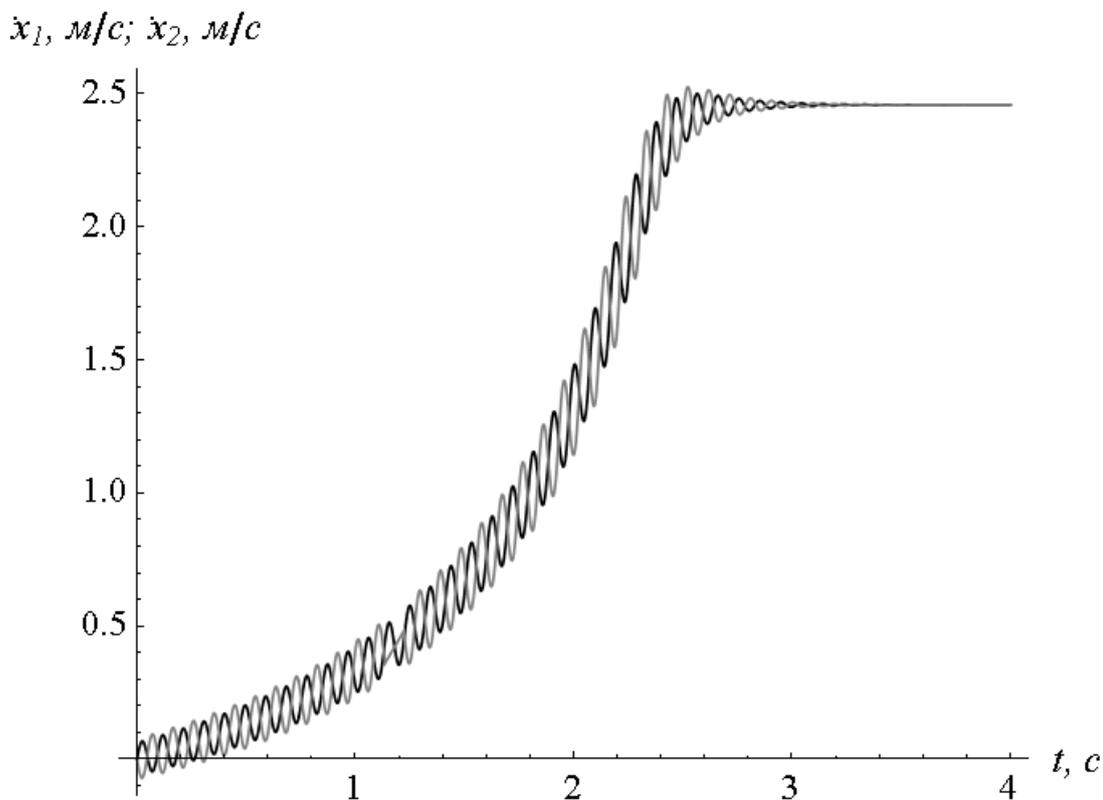
### ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ РЕЖИМІВ РУХУ МАШИН І МЕХАНІЗМІВ

#### 3.1. Аналіз графічних залежностей

Наведемо приклад виконання динамічного аналізу для похилого скребкового конвеєра з номінальною потужністю приводу 3 кВт, та швидкістю переміщення маси 2,5 м/сек.

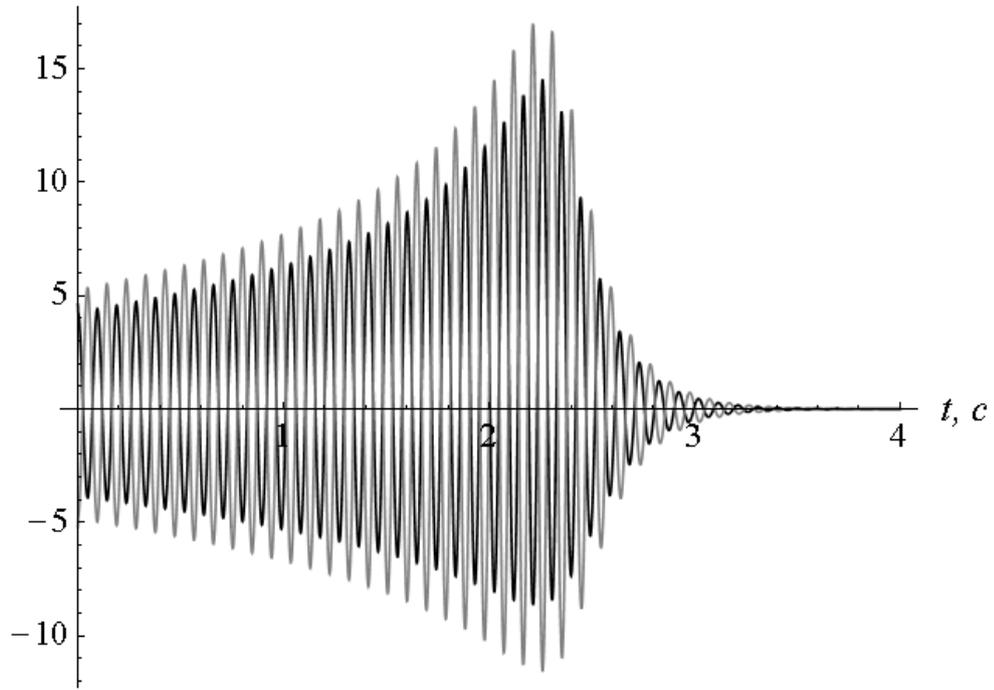
У результаті інтегрування диференціальних рівнянь (1.32), які описують динаміку руху елементів отримані графічні залежності, які представлені на рис. 3.1. Графіки чорного кольору відповідають руху першої приведеної маси, а сірого – другої.

З аналізу рис. 3.1 а видно, що тривалість розгону системи складає 3,2 сек.

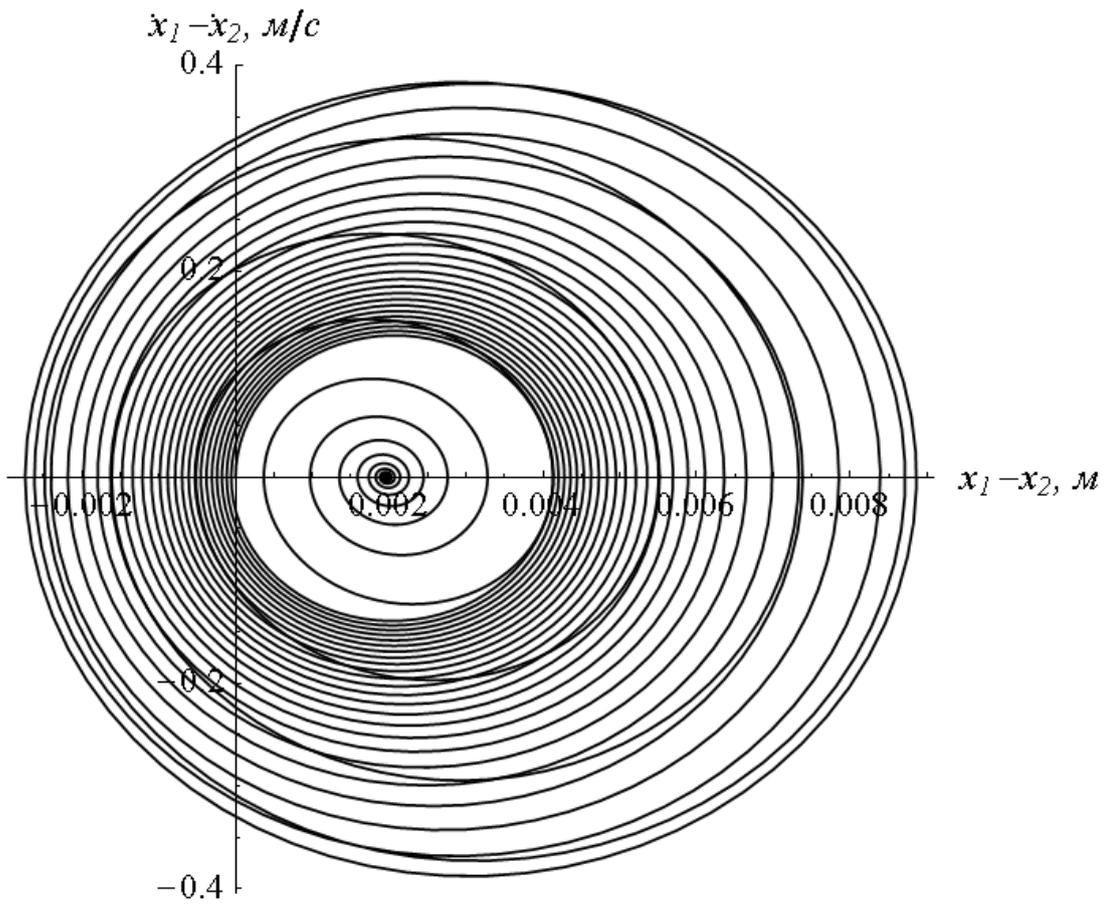


а)

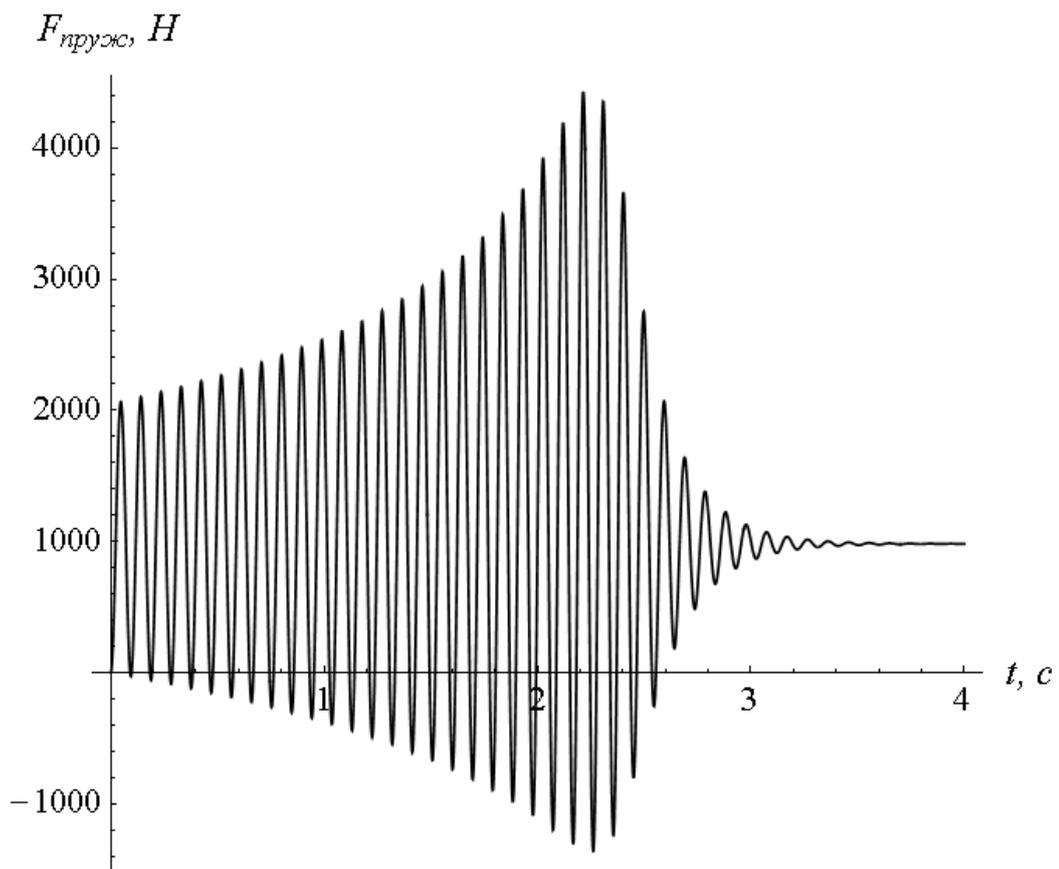
$\ddot{x}_1, M/c^2; \ddot{x}_2, M/c^2$



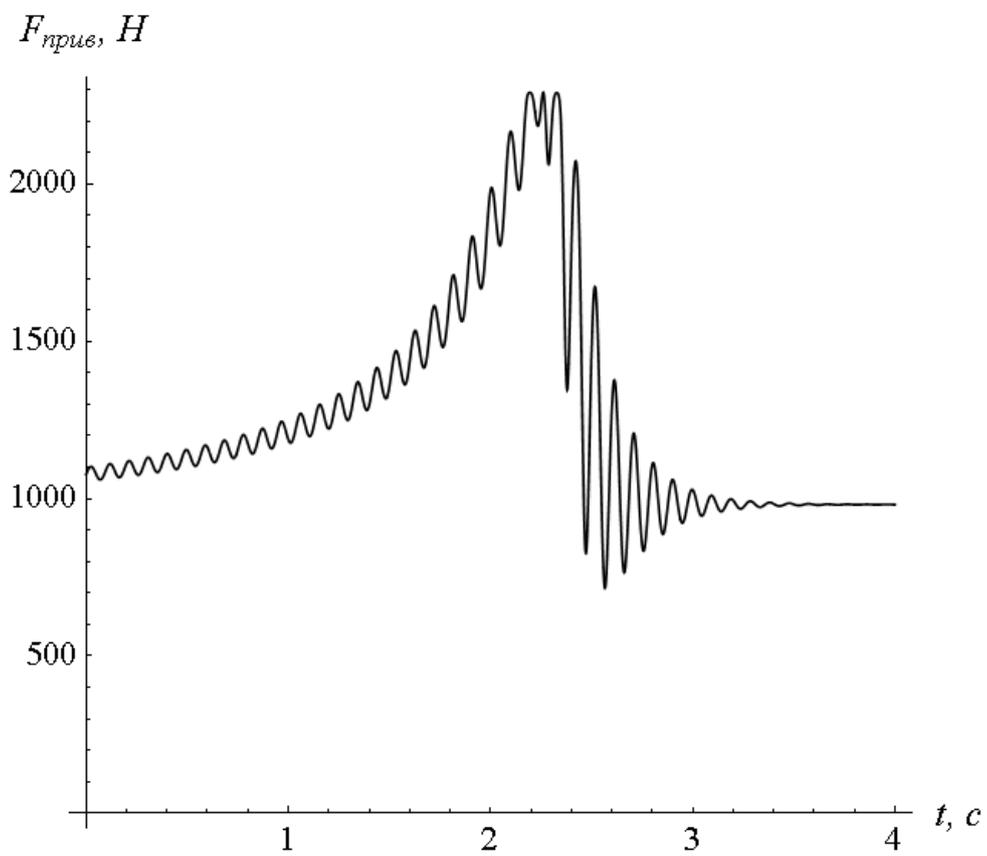
б)



В)



г)



д)

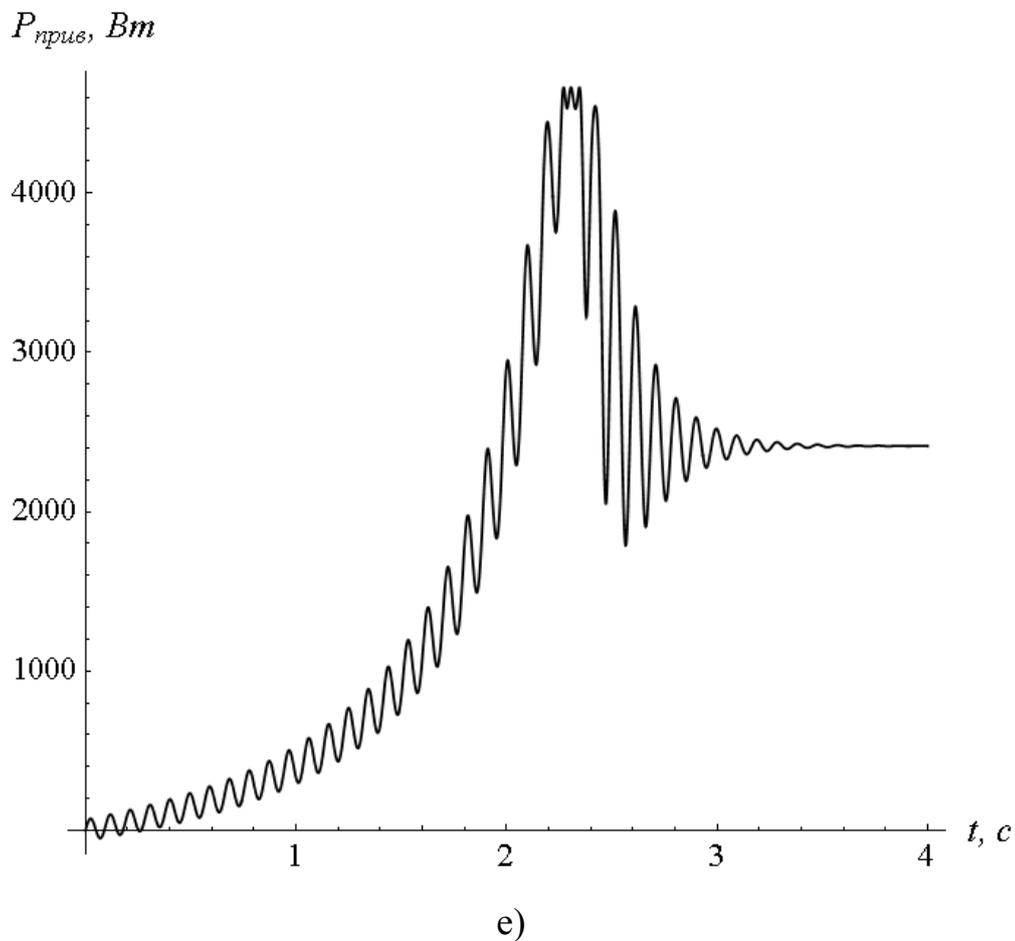


Рис. 3.1. Графіки динаміки руху приведених мас системи: а) швидкості руху мас  $m_1$  та  $m_2$ ; б) прискорення мас  $m_1$  та  $m_2$ ; в) фазовий портрет коливань маси  $m_1$  відносно маси  $m_2$ ; г) зусилля у пружному елементі системи; д) приведені зусилля приводу системи; е) потужність, яка споживається приводним двигуном

Графіки кутового прискорення приведених мас (рис 3.1 б) показують, що вони приймають як додатні так і від’ємні значення. Максимальне значення прискорення першої приведеної маси досягає величини значення  $13,8 \text{ м/с}^2$ , другої –  $16,9 \text{ м/с}^2$ .

Фазовий портрет (рис 3.1 в) показує як під час розгону в результаті деформації пружного елемента відбувається відносно зміщення однієї приведеної маси відносно іншої. Максимальна деформація пружного елемента складає  $\Delta x_{\text{max}}=8,8 \text{ мм}$ . Після виходу на номінальний режим руху деформація пружного елемента складає  $\Delta x_{\text{ном}}=2,0 \text{ мм}$ .

Потужність приводу (рис 3.1 е) досягає максимального значення  $P=4,7$  кВт в момент часу 2,3 сек. Після цього потужність зменшується і досягає розрахункового значення  $P=2,4$  кВт. Таким чином, привод під час пуку перевантажується у 2,03 рази.

Значні коливні процеси, які видно на рис. 3.1, виникають під час пуску механізму в його рухомих елементах внаслідок пружних властивостей деформацій. Коливання елементів системи негативно впливають на роботу механізму і виводять його з ладу внаслідок втомних руйнувань.

### 3.2. Визначення коефіцієнта динамічності

З графіка (рис 3.1 г) зусилля у пружному елементі видно, що максимальне його значення становить 4400 Н. Після того, як приведені маси системи вийшли на усталений режим руху зусилля у пружному елементі складає 1000 Н. Крім того, з рис. 3.1 г видно, що зусилля у пружному елементі має знаковмінний характер.

Визначимо коефіцієнт динамічності для зусилля у пружному елементів складає:

$$\mu_c = \frac{F_{max.c}}{F_{уст.c}}, \quad (3.1)$$

де  $F_{max.c}$  – максимальне зусилля у пружному елементі;

$F_{уст.c}$  – зусилля у пружному елементі, яке відповідає усталеному руху системи. Використовуючи вираз (3.1) отримаємо:

$$\mu_c = \frac{F_{max.c}}{F_{уст.c}} = \frac{4400}{1000} = 4,4.$$

Максимальне приводне зусилля рівне 2600 Н. Коефіцієнт динамічності приводного зусилля рівний:

$$\mu_n = \frac{F_{max.n}}{F_{уст.n}}, \quad (3.2)$$

де  $F_{max.n}$  – максимальне зусилля приводу;

$F_{уст.n}$  – усталене приводне зусилля.

З рис. 3.1 д знайшовши значення  $F_{max.n}$  та  $F_{уст.n}$  та підставивши їх у вираз (3.2) отримаємо:

$$\mu_n = \frac{F_{max.n}}{F_{уст.n}} = \frac{2600}{1000} = 2,6.$$

Зазначимо, що коефіцієнт динамічності приводного механізму близький за значенням до перевантажувальної здатності приводу (для прийнятого у розрахунках приводу  $\lambda=2,2$ ). У випадку, якщо усталене приводне зусилля рівне номінальному зусиллю приводу величини  $\mu_n$  та  $\lambda$  будуть рівні.

### 3.3. Розрахунок логарифмічного декременту затухання коливань

Логарифмічний декремент затухання коливань це фізична величина, обернена числу коливань, після яких амплітуда коливань зменшується в  $e$  разів. Тобто логарифмічний декремент затухання коливань визначає швидкість зменшення амплітуди гармонічних коливань з часом при затуханні.

Величина логарифмічного декременту затухання коливань визначається за виразом:

$$\chi = \ln \frac{F_{max}(t)}{F_{max}(t+T)}, \quad (3.3)$$

де  $t$  – момент часу, в який діє максимальне (амплітудне) значення зусилля;

$F_{max}(t)$  – максимальне зусилля у тому чи іншому елементі системи;

$T$  – період коливань зусилля.

Згідно графіка, який зображено на рис. 3.1 г визначимо амплітуди зусиль після досягнення максимальної амплітуди (тобто після часу 2,2 сек). Після цього скориставшись формулою (3.3), визначимо логарифмічний декремент затухання коливань зусилля у пружному елементі. Результати розрахунків наведемо у вигляді таблиці 3.1.

Таблиця 3.1. Результати розрахунку логарифмічних декрементів затухання коливань зусилля у пружному елементі

| Номер амплітуди після максимальної, $i$ | 0*   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Значення амплітуди, Н                   | 4400 | 4370 | 3600 | 2600 | 2000 | 1600 | 1350 | 1200 | 1100 | 1030 |
| Значення логарифмічного декременту      | 0,01 |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|   |      | 0,19 |      |      |      |      |      |      |      |      |
|   |      |      | 0,33 |      |      |      |      |      |      |      |
|   |      |      |      | 0,26 |      |      |      |      |      |      |
|   |      |      |      |      | 0,22 |      |      |      |      |      |
|   |      |      |      |      |      | 0,17 |      |      |      |      |
|   |      |      |      |      |      |      | 0,12 |      |      |      |
|   |      |      |      |      |      |      |      | 0,09 |      |      |
|   |      |      |      |      |      |      |      | 0,07 |      |      |

\* нульова амплітуда є максимальною.

Для отриманих результатів побудуємо графік (рис. 3.2). Як видно з рис. 3.2 логарифмічний декремент спочатку зростає а потім монотонно спадає, тобто демпфуюча здатність двигуна змінюється у процесі розгону системи.

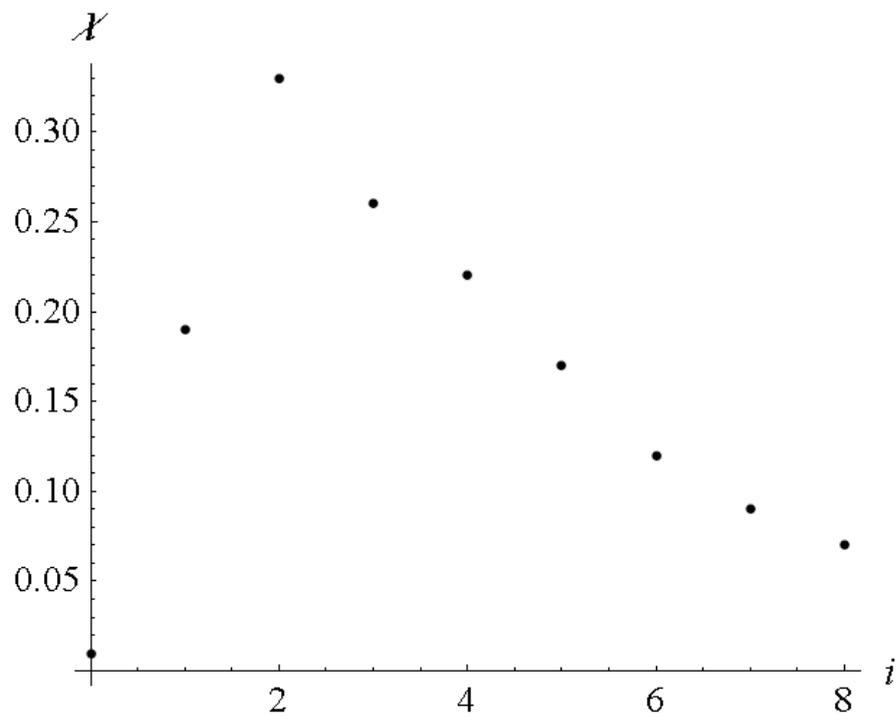


Рис. 3.2. Графік зміни логарифмічного декременту затухання коливань зусиль у пружному елементі системи

Приклади виконання динамічних розрахунків машин наведені у Додатку Ж.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ловейкін В.С. Теорія технічних систем / В.С. Ловейкін, І.І. Назаренко, О.Г. Онищенко. – К. - Полтава: ІЗМН-ПДТУ, 1998. – 175 с.
2. Зоммерфельд А. Механика / А. Зоммерфельд [пер. с нем.]. – Ижевск: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика”, 2001. – 368 с.
3. Коловский М.З. Динамика машин / М.З. Коловский. – Л.: Машиностроение, 1989. – 265 с.
4. Лавріненко Ю.М. Електропривод: підручник / Ю.М. Лавріненко, О.С. Марченко, П.І. Савченко, О.Ю. Синявський, Д.Г. Войтюк, В.П. Лисенко (за ред. Лавріненка Ю.М.). – К.: вид-во Лір-К., 2009. – 504 с.
5. Чиликин М.Г. Общий курс электропривода: учебник [для студ. вузов] / М.Г. Чиликин, А.С. Сандлер. – [6-е изд., доп. и перераб.]. – М.: Энергоиздат, 1981. – 576 с.
6. Штейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р.Т. Штейнер. – Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.
7. Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний: учебное пособие для студентов вузов / В.Д. Горяченко [изд. 2-е перераб. и доп.]. – М.: Высшая школа, 2001. – 395 с.
8. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 720 с.
9. Ловейкін В.С. Динаміка машин / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич – К.: ЦП КОМПРІНТ, 2013. – 227 с.
10. Формалев В.Ф. Численные методы / В.Ф. Формалев, Д.Л. Ревизников. – М.: Физматлит, 2004. – 400 с.
11. Кузнецов Б.В. Выбор электродвигателей к производственным механизмам / Б.В. Кузнецов. – Мн.: Беларусь, 1984. – 80 с.

# **ДОДАТКИ**

## Додаток А

### Технічні характеристики редукторів

Треступінчасті циліндричні редуктори типу ВКН застосовуються у вантажопідйомних пристроях різного призначення. Їхні технічні характеристики наведені в таблиці А. 1.

Таблиця А. 1 – Технічні параметри редукторів типу ВКН

| Марка   | Передаточне число | Частота обертання швидкохідного вала, об/хв |       |       |       |       |       |       |       |
|---------|-------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|         |                   | 750   |       |       |       | 1000  |       |       |       |
|         |                   | Група режиму роботи механізму               |       |       |       |       |       |       |       |
|         |                   | по М5                                       | М6    | М7    | М8    | по М5 | М6    | М7    | М8    |
|         |                   | Крутний момент на вихідному валу, кН·м      |       |       |       |       |       |       |       |
| 1       | 2                 | 3   | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
| ВКН-280 | 10,0              | 0,454                                       | 0,211 | 0,190 | 0,169 | 0,476 | 0,159 | 0,151 | 0,143 |
|         | 16,0              | 0,507                                       | 0,237 | 0,203 | 0,186 | 0,507 | 0,216 | 0,190 | 0,178 |
|         | 31,5              | 0,466                                       | 0,333 | 0,300 | 0,266 | 0,474 | 0,250 | 0,225 | 0,200 |
|         | 50,0              | 0,476                                       | 0,370 | 0,317 | 0,264 | 0,396 | 0,317 | 0,277 | 0,238 |
| ВКН-320 | 12,5              | 0,859                                       | 0,410 | 0,357 | 0,317 | 0,803 | 0,337 | 0,297 | 0,277 |
|         | 20,0              | 0,761                                       | 0,507 | 0,380 | 0,338 | 0,888 | 0,444 | 0,349 | 0,317 |
|         | 40,0              | 1,057                                       | 0,719 | 0,507 | 0,465 | 0,888 | 0,571 | 0,380 | 0,349 |
|         | 63,0              | 0,799                                       | 0,599 | 0,466 | 0,399 | 0,849 | 0,549 | 0,350 | 0,300 |
| ВКН-420 | 16,0              | 1,319                                       | 0,845 | 0,812 | 0,761 | 1,154 | 0,888 | 0,824 | 0,685 |
|         | 25,0              | 1,321                                       | 0,925 | 0,793 | 0,793 | 1,209 | 0,971 | 0,872 | 0,773 |
|         | 50,0              | 1,480                                       | 1,110 | 0,845 | 0,634 | 1,387 | 1,110 | 0,872 | 0,753 |
|         | 80,0              | 1,945                                       | 1,522 | 1,099 | 0,845 | 1,966 | 1,395 | 1,078 | 0,824 |
|         | 125,0             | 2,114                                       | 1,585 | 1,321 | 1,189 | 1,684 | 1,387 | 1,189 | 0,991 |
| ВКН-480 | 20,0              | 2,473                                       | 1,543 | 1,015 | 0,972 | 2,283 | 1,427 | 0,999 | 0,840 |
|         | 31,5              | 2,763                                       | 1,665 | 1,332 | 1,099 | 2,572 | 1,648 | 1,198 | 1,024 |
|         | 63,0              | 3,129                                       | 2,264 | 1,665 | 1,332 | 2,946 | 2,047 | 1,498 | 1,248 |
|         | 100,0             | 3,488                                       | 3,488 | 2,325 | 1,902 | 3,250 | 2,378 | 2,140 | 1,744 |

Продовження таблиці А. 1

| 1       | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ВКН-560 | 20,0  | 4,206 | 2,811 | 2,050 | 1,733 | 3,662 | 2,632 | 1,918 | 1,538 |
|         | 25,0  | 4,095 | 3,065 | 2,167 | 1,982 | 4,340 | 2,794 | 2,041 | 1,803 |
|         | 40,0  | 4,523 | 3,297 | 2,748 | 2,325 | 4,407 | 3,171 | 2,505 | 2,124 |
|         | 50,0  | 4,650 | 3,435 | 2,906 | 2,536 | 4,796 | 3,408 | 2,655 | 2,338 |
|         | 80,0  | 4,988 | 3,720 | 3,297 | 2,790 | 4,946 | 3,488 | 3,044 | 2,663 |
| ВКН-630 | 20,0  | 5,644 | 4,037 | 3,805 | 3,276 | 5,675 | 3,900 | 3,630 | 3,266 |
|         | 25,0  | 5,496 | 3,963 | 3,990 | 3,038 | 5,271 | 3,884 | 3,686 | 3,052 |
|         | 31,5  | 5,992 | 4,328 | 4,228 | 3,263 | 5,768 | 4,794 | 3,895 | 3,271 |
|         | 40,0  | 6,088 | 5,242 | 4,566 | 3,297 | 5,770 | 4,122 | 3,836 | 3,139 |
|         | 50,0  | 6,236 | 4,545 | 4,862 | 3,488 | 5,905 | 4,320 | 4,478 | 3,250 |
|         | 63,0  | 7,077 | 4,652 | 5,242 | 3,735 | 6,241 | 4,521 | 4,865 | 3,391 |
|         | 80,0  | 6,933 | 5,073 | 5,918 | 4,227 | 6,595 | 4,692 | 5,517 | 3,868 |
|         | 100,0 | 6,870 | 4,967 | 5,813 | 4,333 | 6,579 | 4,597 | 5,469 | 4,043 |
|         | 125,0 | 7,794 | 5,416 | 6,605 | 5,020 | 7,431 | 4,657 | 6,539 | 4,459 |

Двоступінчасті циліндричні редуктори типу Ц2 знайшли застосування у вантажопідйомних пристроях різного призначення. Їхні технічні характеристики наведені в таблиці А. 2.

Таблиця А. 2 – Технічні параметри редукторів типу Ц2

| Марка  | Передаточне число | Група режиму роботи механізму               |     |     |     |     |     |     |     |
|--------|-------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|        |                   | по М5                                       |     | М6  |     | М7  |     | М8  |     |
|        |                   | Частота обертання швидкохідного вала, об/хв |     |     |     |     |     |     |     |
|        |                   | 600   | 960 | 600 | 960 | 600 | 960 | 600 | 960 |
|        |                   | Крутний момент на тихохідному валу, кН·м    |     |     |     |     |     |     |     |
| 1      | 2                 | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| Ц2-250 | 10; 12,5          | 3,5   | 2,8 | 2,5 | 1,8 | 1,5 | 1,1 | 1,0 | 0,9 |
|        | 16; 20            | 3,8   | 3,3 | 2,7 | 2,6 | 1,5 | 1,3 | 1,0 | 0,9 |
|        | 25; 31,5          | 3,8   | 3,3 | 2,7 | 2,6 | 1,5 | 1,3 | 1,2 | 1,0 |
|        | 40; 50            | 4,0   | 3,8 | 2,8 | 2,7 | 1,5 | 1,3 | 1,2 | 0,9 |
| Ц2-300 | 10; 12,5          | 5,0   | 4,0 | 4,4 | 3,5 | 2,3 | 2,0 | 1,4 | 1,4 |
|        | 16; 20            | 5,8   | 5,0 | 4,6 | 3,8 | 2,3 | 2,1 | 1,4 | 1,4 |
|        | 25; 31,5          | 5,8   | 5,0 | 4,3 | 4,3 | 2,7 | 2,5 | 1,8 | 1,6 |
|        | 40; 50            | 6,0   | 5,4 | 4,4 | 4,3 | 2,5 | 2,3 | 1,8 | 1,6 |

## Продовження таблиці А. 2

| 1      | 2        | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|--------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Ц2-350 | 10; 12,5 | 8,0  | 7,1  | 6,0  | 5,6  | 3,5  | 2,8  | 2,2  | 2,1  |
|        | 16; 20   | 9,0  | 7,3  | 6,8  | 5,6  | 3,5  | 3,0  | 2,2  | 1,9  |
|        | 25; 31,5 | 9,5  | 8,2  | 6,5  | 6,3  | 4,1  | 3,3  | 2,7  | 2,2  |
|        | 40; 50   | 9,5  | 8,5  | 6,7  | 6,3  | 3,7  | 3,3  | 2,7  | 2,2  |
| Ц2-400 | 10; 12,5 | 14,0 | 11,2 | 8,2  | 6,2  | 5,3  | 3,8  | 4,1  | 4,1  |
|        | 16; 20   | 18,0 | 14,0 | 11,5 | 8,2  | 6,5  | 4,8  | 4,4  | 3,7  |
|        | 25; 31,5 | 18,5 | 16,5 | 11,5 | 9,0  | 6,0  | 4,3  | 4,4  | 4,4  |
|        | 40; 50   | 18,5 | 17,0 | 11,5 | 9,0  | 6,0  | 4,6  | 5,0  | 4,4  |
| Ц2-500 | 10; 12,5 | 28,0 | 24,0 | 18,0 | 16,0 | 11,2 | 9,0  | 7,3  | 7,3  |
|        | 16; 20   | 31,5 | 24,3 | 21,2 | 17,5 | 11,2 | 9,0  | 7,3  | 6,5  |
|        | 25; 31,5 | 31,5 | 30,0 | 21,2 | 20,0 | 13,2 | 9,7  | 7,3  | 6,5  |
|        | 40; 50   | 31,5 | 30,0 | 21,2 | 20,0 | 13,2 | 10,6 | 7,3  | 6,5  |
| Ц2-650 | 10; 12,5 | 50,0 | 40,0 | 33,5 | 26,5 | 23,6 | 18,0 | 19,0 | 18,0 |
|        | 16; 20   | 56,0 | 45,0 | 37,5 | 33,5 | 27,2 | 20,0 | 20,0 | 19,0 |
|        | 25; 31,5 | 60,0 | 51,5 | 42,5 | 36,5 | 27,2 | 20,0 | 20,0 | 20,0 |
|        | 40; 50   | 60,5 | 56,0 | 42,5 | 41,2 | 27,2 | 21,2 | 23,0 | 20,0 |
| Ц2-750 | 10; 12,5 | 69,0 | 58,0 | 51,5 | 42,5 | 37,5 | 30,0 | 31,5 | 29,0 |
|        | 16; 20   | 77,5 | 71,0 | 56,0 | 47,5 | 42,5 | 35,5 | 3,5  | 28,0 |
|        | 25; 31,5 | 87,5 | 80,0 | 63,0 | 56,0 | 42,5 | 32,5 | 34,5 | 30,0 |
|        | 40; 50   | 87,5 | 80,0 | 63,0 | 60,0 | 45,0 | 32,5 | 36,5 | 30,0 |

Додаток Б

Таблиця Б

Технічні характеристики двигунів серії 4АМ

| Марка                                  | Номинальна потужність,<br>кВт | Номинальна швидкість,<br>об/хв | ККД, % | $\cos \varphi$ | Кратність максимального<br>моменту $M_{\max}/M_{\text{НОМ}}$ | Кратність пускового моменту<br>$M_{\text{пуск}}/M_{\text{НОМ}}$ | Кратність мінімального<br>моменту $M_{\text{мін}}/M_{\text{НОМ}}$ | Кратність пускового струму<br>$I_{\text{пуск}}/I_{\text{НОМ}}$ |
|--|-------------------------------|--------------------------------|--------|----------------|--|---|---|--|
| 1                                      | 2                             | 3                              | 4      | 5              | 6  | 7   | 8   | 9  |
| Синхронна частота обертання 3000 об/хв |                               |                                |        |                |  |   |   |  |
| 4ААМ56А2                               | 0,18                          | 2760                           | 66     | 0,76           | 2,2  | 2   | 1,2   | 5  |
| 4ААМ56В2                               | 0,25                          | 2760                           | 68     | 0,77           | 2,2  | 2   | 1,2   | 5  |
| 4АМ63А2                                | 0,37                          | 2751                           | 70     | 0,86           | 2,2  | 2   | 1,2   | 5  |
| 4АМ63В2                                | 0,55                          | 2745                           | 73     | 0,86           | 2,2  | 2   | 1,2   | 5  |
| 4АМ71А2                                | 0,75                          | 2841                           | 77     | 0,87           | 2,2  | 2   | 1,2   | 5,5  |
| 4АМ71В2                                | 1,1                           | 2811                           | 77,5   | 0,87           | 2,2  | 2   | 1,2   | 5,5  |
| 4АМ80А2                                | 1,5                           | 2850                           | 81     | 0,85           | 2,2  | 2   | 1,2   | 6,5  |
| 4АМ80В2                                | 2,2                           | 2850                           | 83     | 0,87           | 2,2  | 2   | 1,2   | 6,5  |
| 4АМ90L2                                | 3                             | 2838                           | 84,5   | 0,88           | 2,2  | 2   | 1,2   | 6,5  |
| 4АМ100S2                               | 4                             | 2880                           | 86,5   | 0,89           | 2,2  | 2   | 1,2   | 7,5  |
| 4АМ100L2                               | 5,5                           | 2880                           | 87,5   | 0,91           | 2,2  | 2   | 1,2   | 7,5  |
| 4АМ112M2                               | 7,5                           | 2925                           | 87,5   | 0,88           | 2,2  | 2,1   | 1   | 7,5  |
| 4АМ132M2                               | 11                            | 2931                           | 88     | 0,9            | 2,2  | 1,8   | 1   | 7,5  |
| 4АМ160S2                               | 15                            | 2910                           | 88     | 0,9            | 2,7  | 1,6   | 1,3   | 7  |
| 4АМ160M2                               | 18,5                          | 2910                           | 89     | 0,9            | 2,7  | 1,6   | 1,3   | 7  |
| 4АМ180S2                               | 22                            | 2925                           | 88,5   | 0,89           | 22,7   | 1,5   | 1,3   | 7,5  |

## Продовження таблиці Б

| 1                                      | 2    | 3    | 4    | 5    | 6   | 7   | 8   | 9   |
|--|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|
| 4AM180M2                               | 30   | 2940 | 91   | 0,89 | 2,7 | 1,5 | 1,3 | 7,5 |
| 4AM200M2                               | 37   | 2940 | 91   | 0,89 | 2,8 | 1,4 | 1,2 | 7   |
| 4AM200L2                               | 45   | 2940 | 91   | 0,89 | 2,8 | 1,4 | 1,2 | 7   |
| 4AM225M2                               | 55   | 2940 | 91   | 0,92 | 2,8 | 1,4 | 1,2 | 7,5 |
| 4AM250S2                               | 75   | 2940 | 91   | 0,89 | 2,8 | 1,4 | 1,2 | 7,5 |
| 4AM250M2                               | 90   | 2940 | 92   | 0,9  | 2,8 | 1,4 | 1,2 | 7,5 |
| 4AM280S2                               | 110  | 2940 | 91   | 0,89 | 2,2 | 1,2 | 1   | 7   |
| 4AM280M2                               | 132  | 2940 | 91,5 | 0,89 | 2,2 | 1,2 | 1   | 7   |
| 4AM315S2                               | 160  | 2943 | 92   | 0,9  | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| 4AM315M2                               | 200  | 2943 | 92,5 | 0,9  | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| 4AM355S2                               | 250  | 2943 | 92,5 | 0,9  | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| 4AM355M2                               | 315  | 2940 | 93   | 0,91 | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| Синхронна частота обертання 1500 об/хв |      |      |      |      |     |     |     |     |
| 4AAM56A4                               | 0,12 | 1380 | 63   | 0,66 | 2,2 | 2   | 1,2 | 5   |
| 4AAM56B4                               | 0,18 | 1370 | 64   | 0,64 | 2,2 | 2   | 1,2 | 5   |
| 4AAM63A4                               | 0,25 | 1380 | 68   | 0,65 | 2,2 | 2   | 1,2 | 5   |
| 4AAM63B4                               | 0,37 | 1365 | 68   | 0,69 | 2,2 | 2   | 1,2 | 5   |
| 4AM71A4                                | 0,55 | 1370 | 70,5 | 0,7  | 2,2 | 2   | 1,6 | 4,5 |
| 4AM71B4                                | 0,75 | 1370 | 72   | 0,73 | 2,2 | 2   | 1,6 | 4,5 |
| 4AM80A4                                | 1,1  | 1340 | 75   | 0,81 | 2,2 | 2   | 1,6 | 5   |
| 4AM80B4                                | 1,5  | 1340 | 77   | 0,83 | 2,2 | 2   | 1,6 | 5   |
| 4AM90L4                                | 2,2  | 1420 | 80   | 83   | 2,2 | 2   | 1,6 | 6   |
| 4AM100S4                               | 3    | 1420 | 82   | 0,83 | 2,2 | 2   | 1,6 | 6,5 |
| 4AM100L4                               | 4    | 1420 | 84   | 0,84 | 2,2 | 2   | 1,6 | 6   |
| 4AM112M4                               | 5,5  | 1425 | 85,5 | 0,86 | 2,2 | 2   | 1,6 | 7   |
| 4AM132S4                               | 7,5  | 1455 | 87,5 | 0,86 | 2,2 | 2   | 1,6 | 7,5 |

## Продовження таблиці Б

| 1                                      | 2    | 3    | 4    | 5    | 6   | 7    | 8   | 9   |
|--|------|------|------|------|-----|------|-----|-----|
| 4AM132M4                               | 11   | 1458 | 87,5 | 0,86 | 2,2 | 2    | 1,6 | 7,5 |
| 4AM160S4                               | 15   | 1463 | 89   | 0,88 | 2,6 | 11,6 | 1,3 | 7,5 |
| 4AM160M4                               | 18,5 | 1470 | 90   | 0,88 | 2,6 | 1,6  | 1,3 | 7,5 |
| 4AM180S4                               | 22   | 1470 | 90,5 | 0,89 | 2,5 | 1,6  | 1,3 | 6,5 |
| 4AM180M4                               | 30   | 1470 | 91   | 0,89 | 2,5 | 1,5  | 1,3 | 6,5 |
| 4AM200M4                               | 37   | 1470 | 91,5 | 0,89 | 2,4 | 1,5  | 1,2 | 6,5 |
| 4AM200L4                               | 45   | 1470 | 92   | 0,89 | 2,4 | 1,5  | 1,2 | 6,5 |
| 4AM225M4                               | 55   | 1470 | 92,5 | 0,89 | 2,2 | 1,4  | 1,2 | 6,5 |
| 4AM250S4                               | 75   | 1479 | 93   | 0,9  | 2,2 | 1,3  | 1,2 | 6,5 |
| 4AM250M4                               | 90   | 1480 | 93   | 0,91 | 2,2 | 1,3  | 1,2 | 6,5 |
| 4AM280S4                               | 110  | 1465 | 92,5 | 0,9  | 2   | 1,2  | 1   | 7   |
| 4AM280M4                               | 132  | 1465 | 93   | 0,9  | 2   | 1,2  | 1   | 6,5 |
| 4AM315S4                               | 160  | 1470 | 93,5 | 0,91 | 1,9 | 1    | 0,9 | 7   |
| 4AM315M4                               | 200  | 1475 | 94   | 0,92 | 1,9 | 1    | 0,9 | 7   |
| 4AM355S4                               | 250  | 1458 | 94,5 | 0,92 | 1,9 | 1    | 0,9 | 7   |
| 4AM355M4                               | 315  | 1463 | 94,5 | 0,92 | 1,9 | 1    | 0,9 | 7   |
| Синхронна частота обертання 1000 об/хв |      |      |      |      |     |      |     |     |
| 4AAM63A6                               | 0,18 | 885  | 56   | 0,62 | 2,2 | 2    | 1,2 | 4   |
| 4AAM63B6                               | 0,25 | 892  | 59   | 0,62 | 2,2 | 2    | 1,2 | 4   |
| 4AM71A6                                | 0,37 | 920  | 64,5 | 0,69 | 2,2 | 2    | 1,6 | 4   |
| 4AM71B6                                | 0,55 | 920  | 67,5 | 0,71 | 2,2 | 2    | 1,6 | 4   |
| 4AM80A6                                | 0,75 | 920  | 69   | 0,74 | 2,2 | 2    | 1,6 | 4   |
| 4AM80B6                                | 1,1  | 920  | 74   | 0,74 | 2,2 | 2    | 1,6 | 4   |
| 4AM90L6                                | 1,5  | 936  | 75   | 0,74 | 2,2 | 2    | 1,6 | 5,5 |
| 4AM100L6                               | 2,2  | 950  | 81   | 0,73 | 2,2 | 2    | 1,6 | 5,5 |
| 4AM112MA6                              | 3    | 945  | 81   | 0,76 | 2,2 | 2    | 1,6 | 6   |

## Продовження таблиці Б

| 1                                     | 2    | 3   | 4    | 5    | 6   | 7   | 8   | 9   |
|---------------------------------------|------|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|
| 4AM112MB6                             | 4    | 950 | 82   | 0,81 | 2,2 | 2   | 1,6 | 6   |
| 4AM132S6                              | 5,5  | 960 | 85   | 0,8  | 2,2 | 2   | 1,6 | 7   |
| 4AM132M6                              | 7,5  | 970 | 85,5 | 0,81 | 2,2 | 2   | 1,6 | 7   |
| 4AM160S6                              | 11   | 975 | 86,5 | 0,82 | 2,5 | 1,5 | 1,3 | 6,5 |
| 4AM160M6                              | 15   | 975 | 88   | 0,82 | 2,5 | 1,5 | 1,3 | 6,5 |
| 4AM180M6                              | 18,5 | 975 | 88   | 0,85 | 2   | 1,5 | 1,3 | 6,5 |
| 4AM200M6                              | 22   | 980 | 90   | 0,86 | 2,3 | 1,5 | 1,3 | 6,5 |
| 4AM200L6                              | 30   | 980 | 90,5 | 0,86 | 2,3 | 1,5 | 1,3 | 6,5 |
| 4AM225M6                              | 37   | 980 | 91   | 0,86 | 2   | 1,5 | 1,2 | 6,5 |
| 4AM250S6                              | 45   | 985 | 91,5 | 0,85 | 2   | 1,3 | 1,1 | 6,5 |
| 4AM250M6                              | 55   | 985 | 92   | 0,85 | 2   | 1,3 | 1,1 | 6,5 |
| 4AM280S6                              | 75   | 980 | 92   | 0,89 | 1,9 | 1,2 | 1   | 7   |
| 4AM280M6                              | 90   | 980 | 92,5 | 0,89 | 1,9 | 1,2 | 1   | 7   |
| 4AM315S6                              | 110  | 980 | 93   | 0,9  | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| 4AM315M6                              | 132  | 949 | 93,5 | 0,9  | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| 4AM355S6                              | 160  | 959 | 93,5 | 0,9  | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| 4AM355M6                              | 200  | 970 | 94   | 0,9  | 1,9 | 1   | 0,9 | 7   |
| Синхронна частота обертання 750 об/хв |      |     |      |      |     |     |     |     |
| 4AM71B8                               | 0,25 | 675 | 58   | 0,66 | 1,7 | 1,6 | 1,2 | 3,5 |
| 4AM80A8                               | 0,37 | 675 | 62   | 0,65 | 1,7 | 1,6 | 1,2 | 3,5 |
| 4AM80B8                               | 0,55 | 675 | 64   | 0,65 | 1,7 | 1,6 | 1,2 | 3,5 |
| 4AM90LA8                              | 0,75 | 697 | 70   | 0,66 | 1,7 | 1,6 | 1,2 | 3,5 |
| 4AM90LB8                              | 1,1  | 697 | 72   | 0,7  | 1,7 | 1,6 | 1,2 | 3,5 |
| 4AM100L8                              | 1,5  | 675 | 76   | 0,73 | 1,7 | 1,6 | 1,2 | 5,5 |
| 4AM112MA8                             | 2,2  | 705 | 76,5 | 0,71 | 2,2 | 1,8 | 1,4 | 6   |
| 4AM112MB8                             | 3    | 700 | 79   | 0,74 | 2,2 | 1,8 | 1,4 | 6   |

## Продовження таблиці Б

| 1                                     | 2    | 3   | 4    | 5    | 6   | 7    | 8   | 9   |
|---------------------------------------|------|-----|------|------|-----|------|-----|-----|
| 4AM132S8                              | 4    | 720 | 83   | 0,7  | 2,2 | 1,8  | 1,4 | 6   |
| 4AM132M8                              | 5,5  | 716 | 83   | 0,74 | 2,2 | 2    | 1,4 | 6   |
| 4AM160S8                              | 7,5  | 730 | 86   | 0,75 | 2,2 | 1,5  | 1,1 | 6   |
| 4AM160M8                              | 11   | 730 | 87   | 0,75 | 2,2 | 1,5  | 1,1 | 6   |
| 4AM180M8                              | 15   | 730 | 88   | 0,83 | 2,2 | 1,4  | 1,1 | 5,5 |
| 4AM200M8                              | 18,5 | 735 | 88,5 | 0,8  | 2,2 | 1,4  | 1,1 | 5,5 |
| 4AM200L8                              | 22   | 735 | 88,5 | 0,8  | 2   | 1,4  | 1,1 | 5,5 |
| 4AM225M8                              | 30   | 735 | 90   | 0,8  | 2   | 1,4  | 1,1 | 5,5 |
| 4AM250S8                              | 37   | 739 | 90,5 | 0,8  | 2   | 1,4  | 1,1 | 5,5 |
| 4AM250M8                              | 45   | 739 | 91,5 | 0,8  | 2   | 11,3 | 1,1 | 5,5 |
| 4AM280S8                              | 55   | 733 | 92   | 0,84 | 1,9 | 1,2  | 1   | 6,5 |
| 4AM280M8                              | 75   | 734 | 92,5 | 0,85 | 1,9 | 1,2  | 1   | 6,5 |
| 4AM315S8                              | 90   | 735 | 93   | 0,85 | 1,9 | 1    | 0,9 | 6,5 |
| 4AM315M8                              | 110  | 720 | 93   | 0,85 | 1,9 | 1    | 0,9 | 6,5 |
| 4AM355S8                              | 132  | 716 | 93,5 | 0,85 | 1,9 | 1    | 0,9 | 6,5 |
| 4AM355M8                              | 160  | 730 | 93,5 | 0,85 | 1,9 | 1    | 0,9 | 6,5 |
| Синхронна частота обертання 600 об/хв |      |     |      |      |     |      |     |     |
| 4AM250S10                             | 30   | 589 | 88,5 | 0,8  | 1,9 | 1,2  | 1   | 6   |
| 4AM250M10                             | 37   | 589 | 89   | 0,8  | 1,9 | 1,2  | 1   | 6   |
| 4AM280S10                             | 37   | 588 | 91   | 0,78 | 1,8 | 1    | 1   | 6   |
| 4AM280M10                             | 45   | 588 | 91,5 | 0,78 | 1,8 | 1    | 1   | 6   |
| 4AM315S10                             | 55   | 588 | 92   | 0,79 | 1,8 | 1    | 0,9 | 6   |
| 4AM315M10                             | 75   | 588 | 92   | 0,8  | 1,8 | 1    | 0,9 | 6   |
| 4AM355S10                             | 90   | 588 | 92,5 | 0,83 | 1,8 | 1    | 0,9 | 6   |
| 4AM355M10                             | 110  | 588 | 93   | 0,83 | 1,8 | 1    | 0,9 | 6   |

Продовження таблиці Б

| 1                                     | 2  | 3   | 4    | 5    | 6   | 7 | 8   | 9 |
|---------------------------------------|----|-----|------|------|-----|---|-----|---|
| Синхронна частота обертання 500 об/хв |    |     |      |      |     |   |     |   |
| 4AM315S12                             | 45 | 487 | 90,5 | 0,75 | 1,8 | 1 | 0,9 | 6 |
| 4AM315M12                             | 55 | 487 | 91   | 0,75 | 1,8 | 1 | 0,9 | 6 |
| 4AM355S12                             | 75 | 490 | 91,5 | 0,76 | 1,8 | 1 | 0,9 | 6 |
| 4AM355M12                             | 90 | 490 | 92   | 0,76 | 1,8 | 1 | 0,9 | 6 |

## Додаток В

Таблиця В

### Технічні характеристики двигунів серії АІР

| Марка                                    | Номинальна потужність,<br>кВт | Номинальна швидкість<br>обертання, об/хв | Номинальний струм, А | Номинальний ККД, % | $\cos \varphi$ | Кратність пускового<br>струму $I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}}$ | Кратність пускового<br>моменту $M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}}$ | Кратність максимального<br>моменту $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}}$ | Момент інерції, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ | Маса, кг |
|--|-------------------------------|--|----------------------|--------------------|----------------|--|---|--|--|----------|
| 1  | 2                             | 3  | 4                    | 5                  | 6              | 7  | 8   | 9  | 10   | 11       |
| Синхронна швидкість обертання 3000 об/хв |                               |  |                      |                    |                |  |   |  |  |          |
| АІР56А2                                  | 0,18                          | 2700                                     | 0,55                 | 65                 | 0,77           | 5  | 2,2   | 2,2  | 0,00042                                    | 3,5      |
| АІР56В2                                  | 0,25                          | 2730                                     | 0,73                 | 66                 | 0,78           | 5  | 2,2   | 2,2  | 0,00047                                    | 3,8      |
| АІР63А2                                  | 0,37                          | 2730                                     | 0,9                  | 72                 | 0,84           | 5  | 2,2   | 2,2  | 0,00046                                    | 5,2      |
| АІР63В2                                  | 0,55                          | 2730                                     | 1,3                  | 75                 | 0,81           | 5  | 2,2   | 2,2  | 0,0009                                     | 6,1      |
| АІР71А2                                  | 0,75                          | 2820                                     | 1,3                  | 79                 | 0,8            | 6  | 2,6   | 2,7  | 0,00097                                    | 8,7      |
| АІР71В2                                  | 1,1                           | 2810                                     | 2,6                  | 79,5               | 0,8            | 6  | 2,2   | 2,4  | 0,0011                                     | 9,5      |
| АІР80А2                                  | 1,5                           | 2880                                     | 3,2                  | 82                 | 0,85           | 6,5  | 2,2   | 2,6  | 0,0015                                     | 13,3     |
| АІР80В2                                  | 2,2                           | 2880                                     | 4,6                  | 83                 | 0,87           | 6,4  | 2,1   | 2,6  | 0,0018                                     | 15       |
| АІР90L2                                  | 3                             | 2870                                     | 6,1                  | 84,5               | 0,88           | 7,0  | 2,3   | 2,6  | 0,0024                                     | 20,6     |
| АІР100S2                                 | 4                             | 2850                                     | 8,7                  | 87                 | 0,88           | 7,5  | 2,0   | 2,4  | 0,0070                                     | 30       |
| АІР100L2                                 | 5,5                           | 2850                                     | 11                   | 88                 | 0,88           | 7,5  | 2,1   | 2,4  | 0,0080                                     | 32       |
| АІР112M2                                 | 7,5                           | 2890                                     | 15                   | 87                 | 0,91           | 7,5  | 2,2   | 2,5  | 0,0185                                     | 48       |
| АІР132M2                                 | 11                            | 2910                                     | 21,1                 | 88,0               | 0,90           | 7,5  | 1,6   | 2,0  | 0,0227                                     | 78       |
| АІР160S2                                 | 15                            | 2930                                     | 30                   | 88,0               | 0,86           | 7,5  | 2,1   | 3,0  | 0,0500                                     | 116      |
| АІР160M2                                 | 18,5                          | 2930                                     | 35                   | 90,0               | 0,88           | 7,5  | 2,0   | 2,3  | 0,0550                                     | 130      |
| АІР 180S2                                | 22                            | 2940                                     | 41                   | 90,0               | 0,90           | 7,5  | 2,0   | 2,3  | 0,0620                                     | 150      |

## Продовження таблиці В

| 1  | 2    | 3    | 4     | 5    | 6    | 7   | 8   | 9   | 10      | 11   |
|--|------|------|-------|------|------|-----|-----|-----|---------|------|
| АИР180М2                                 | 30   | 2950 | 55,4  | 91,4 | 0,90 | 7,5 | 2,0 | 2,3 | 0,0700  | 170  |
| АИР200М2                                 | 37   | 2950 | 70    | 91,5 | 0,88 | 7,5 | 2,0 | 2,3 | 0,1400  | 230  |
| АИР200L2                                 | 45   | 2960 | 84    | 92,0 | 0,88 | 7,5 | 2,0 | 2,3 | 0,1600  | 255  |
| АИР225М2                                 | 55   | 2970 | 100   | 93   | 0,90 | 7,5 | 2,0 | 2,3 | 0,2000  | 320  |
| АИР250S2                                 | 75   | 2975 | 134,6 | 93   | 0,91 | 7,0 | 2,0 | 2,3 | 0,3500  | 425  |
| АИР250М2                                 | 90   | 2975 | 160   | 93   | 0,91 | 7,5 | 2,0 | 2,3 | 0,4000  | 455  |
| АИР280S2                                 | 110  | 2975 | 198   | 93,7 | 0,9  | 7,2 | 1,8 | 2,2 | 0,6000  | 590  |
| АИР280М2                                 | 132  | 2975 | 235   | 94   | 0,9  | 8,5 | 1,8 | 2,2 | 0,7000  | 620  |
| Синхронна швидкість обертання 1500 об/хв |      |      |       |      |      |     |     |     |         |      |
| АИР56А4                                  | 0,12 | 1350 | 0,5   | 57   | 0,66 | 5   | 2,2 | 2,2 | 0,00070 | 3,6  |
| АИР56В4                                  | 0,18 | 1350 | 0,7   | 60   | 0,68 | 5   | 2,2 | 2,2 | 0,00080 | 4,2  |
| АИР63А4                                  | 0,25 | 1350 | 0,9   | 65   | 0,67 | 5   | 2,2 | 2,2 | 0,0012  | 5,1  |
| АИР63В4                                  | 0,37 | 1350 | 1,2   | 68   | 0,70 | 5   | 2,2 | 2,2 | 0,0014  | 6,0  |
| АИР71А4                                  | 0,55 | 1360 | 1,7   | 71   | 0,71 | 5   | 2,3 | 2,4 | 0,0013  | 8,1  |
| АИР71В4                                  | 0,75 | 1350 | 1,9   | 72   | 0,75 | 5   | 2,5 | 2,6 | 0,0015  | 9,4  |
| АИР80А4                                  | 1,1  | 1410 | 2,7   | 76,5 | 0,77 | 5,0 | 2,2 | 2,4 | 0,0034  | 12,8 |
| АИР80В4                                  | 1,5  | 1410 | 3,6   | 78,5 | 0,80 | 5,3 | 2,2 | 2,4 | 0,0042  | 14,7 |
| АИР90L4                                  | 2,2  | 1420 | 5,2   | 81,0 | 0,83 | 6,0 | 2,0 | 2,6 | 0,0056  | 19,7 |
| АИР100S4                                 | 3    | 1410 | 7,3   | 82   | 0,82 | 7   | 2,0 | 2,2 | 0,0100  | 34   |
| АИР100L4                                 | 4    | 1410 | 9     | 85   | 0,84 | 7,0 | 2,1 | 2,4 | 0,0130  | 29   |
| АИР112М4                                 | 5,5  | 1440 | 12,1  | 85   | 0,84 | 6,0 | 2,2 | 2,6 | 0,0236  | 45   |
| АИР132S4                                 | 7,5  | 1455 | 15,6  | 87,5 | 0,83 | 7,0 | 2,0 | 2,5 | 0,0227  | 70   |
| АИР132М4                                 | 11   | 1450 | 22,2  | 88,5 | 0,85 | 7,5 | 2,4 | 2,9 | 0,0349  | 84   |
| АИР160S4                                 | 15   | 1450 | 30    | 89,0 | 0,85 | 7,5 | 2,2 | 2,3 | 0,0600  | 120  |
| АИР160М4                                 | 18,5 | 1460 | 36    | 90,0 | 0,86 | 7,0 | 2,2 | 2,3 | 0,0650  | 142  |
| АИР 180S4                                | 22   | 1470 | 43    | 90,0 | 0,86 | 7,5 | 2,2 | 2,3 | 0,0700  | 160  |

## Продовження таблиці В

| 1  | 2    | 3    | 4     | 5    | 6    | 7   | 8   | 9   | 10     | 11   |
|--|------|------|-------|------|------|-----|-----|-----|--------|------|
| АИР180М4                                 | 30   | 1470 | 57,6  | 91,4 | 0,86 | 7,2 | 2,2 | 2,3 | 0,0800 | 190  |
| АИР200М4                                 | 37   | 1470 | 70    | 92,0 | 0,87 | 7,2 | 2,2 | 2,3 | 0,1500 | 230  |
| АИР200L4                                 | 45   | 1475 | 84,9  | 92,5 | 0,87 | 7,2 | 2,2 | 2,3 | 0,1800 | 260  |
| АИР225М4                                 | 55   | 1480 | 103   | 93   | 0,87 | 7,2 | 2,2 | 2,3 | 0,2000 | 325  |
| АИР250S4                                 | 75   | 1480 | 137,8 | 94   | 0,88 | 6,8 | 2,2 | 2,3 | 0,3500 | 450  |
| АИР250М4                                 | 90   | 1480 | 163   | 94   | 0,89 | 7,5 | 2,2 | 2,3 | 0,4000 | 480  |
| АИР280S4                                 | 110  | 1480 | 196   | 95,3 | 0,87 | 6,5 | 2,1 | 2,2 | 0,6000 | 790  |
| АИР280М4                                 | 132  | 1480 | 230   | 95,5 | 0,88 | 6,5 | 2,1 | 2,2 | 0,7000 | 885  |
| АИР315S4                                 | 160  | 1480 | 286   | 94,5 | 0,91 | 6,9 | 2,1 | 2,2 | 2,7000 | 1000 |
| Синхронна швидкість обертання 1000 об/хв |      |      |       |      |      |     |     |     |        |      |
| АИР63А6                                  | 0,18 | 860  | 0,8   | 56   | 0,62 | 4   | 2,2 | 2,2 | 0,0018 | 4,8  |
| АИР63В6                                  | 0,25 | 860  | 1,0   | 59   | 0,62 | 4   | 2,2 | 2,2 | 0,0022 | 5,6  |
| АИР71А6                                  | 0,37 | 900  | 1,4   | 65   | 0,63 | 4,5 | 2,1 | 2,2 | 0,0017 | 8,6  |
| АИР71В6                                  | 0,55 | 920  | 1,8   | 69   | 0,68 | 4,5 | 1,9 | 2,2 | 0,0020 | 9,9  |
| АИР80А6                                  | 0,75 | 920  | 2,3   | 71   | 0,71 | 4,0 | 2,1 | 2,2 | 0,0040 | 12,5 |
| АИР80В6                                  | 1,1  | 920  | 3,2   | 75   | 0,74 | 4,5 | 2,2 | 2,3 | 0,0049 | 16,2 |
| АИР90L6                                  | 1,5  | 935  | 4,2   | 76,0 | 0,75 | 5,0 | 2,0 | 2,3 | 0,0066 | 20,6 |
| АИР100L6                                 | 2,2  | 940  | 5,4   | 81,5 | 0,74 | 6,0 | 1,9 | 2,2 | 0,0200 | 27   |
| АИР112М6                                 | 3    | 950  | 7,4   | 81   | 0,76 | 6,0 | 2,1 | 2,4 | 0,0380 | 43   |
| АИР112М6                                 | 4    | 950  | 9,2   | 82   | 0,81 | 6,0 | 2,2 | 2,3 | 0,0425 | 48   |
| АИР132S6                                 | 5,5  | 950  | 12,2  | 83,0 | 0,82 | 5,5 | 2,2 | 2,5 | 0,0500 | 69   |
| АИР132М6                                 | 7,5  | 950  | 16,5  | 85,5 | 0,81 | 7,0 | 2,0 | 2,2 | 0,0597 | 82   |
| АИР160S6                                 | 11   | 970  | 24,5  | 87,5 | 0,78 | 6,5 | 2,0 | 2,1 | 0,0700 | 125  |
| АИР160М6                                 | 15   | 970  | 31    | 89,0 | 0,81 | 7,0 | 2,0 | 2,1 | 0,0750 | 150  |
| АИР180М6                                 | 18,5 | 980  | 39    | 90,0 | 0,81 | 7,0 | 2,1 | 2,1 | 0,0900 | 160  |
| АИР200М6                                 | 22   | 980  | 46    | 88,0 | 0,83 | 7,0 | 2,0 | 2,1 | 0,2000 | 195  |

## Продовження таблиці В

| 1                                       | 2    | 3   | 4    | 5    | 6    | 7   | 8   | 9   | 10     | 11   |
|---|------|-----|------|------|------|-----|-----|-----|--------|------|
| АИР200L6                                | 30   | 980 | 59,6 | 90,0 | 0,84 | 7,0 | 2,0 | 2,1 | 0,2500 | 225  |
| АИР225M6                                | 37   | 980 | 71   | 92   | 0,86 | 7,0 | 2,1 | 2,1 | 0,8250 | 360  |
| АИР250S6                                | 45   | 980 | 87   | 92,5 | 0,85 | 7,0 | 2,1 | 2,0 | 1,2800 | 390  |
| АИР250M6                                | 55   | 980 | 105  | 92,5 | 0,86 | 6,5 | 2,1 | 2,0 | 1,4800 | 430  |
| АИР280S6                                | 75   | 985 | 137  | 94,5 | 0,86 | 6,5 | 2,0 | 2,0 | 2,6300 | 745  |
| АИР280M6                                | 90   | 985 | 164  | 94,5 | 0,86 | 6,5 | 2,0 | 2,0 | 3,3300 | 780  |
| АИР315S6                                | 110  | 985 | 200  | 93,5 | 0,9  | 6,7 | 2,0 | 2,0 | 3,6000 | 880  |
| Синхронна швидкість обертання 750 об/хв |      |     |      |      |      |     |     |     |        |      |
| АИР80A8                                 | 0,37 | 700 | 1,5  | 63,5 | 0,59 | 3,5 | 2,0 | 2,3 | 0,0030 | 14,7 |
| АИР80B8                                 | 0,55 | 700 | 2,1  | 65   | 0,60 | 3,5 | 2,2 | 2,1 | 0,0038 | 15,9 |
| АИР100L8                                | 1,5  | 700 | 4,1  | 76,5 | 0,70 | 3,7 | 1,6 | 2,0 | 0,0123 | 26   |
| АИР112M8                                | 2,2  | 710 | 6,1  | 76   | 0,71 | 6,0 | 1,8 | 2,3 | 0,0221 | 43   |
| АИР112M8                                | 3    | 710 | 7,8  | 79   | 0,74 | 6,0 | 1,9 | 2,3 | 0,0288 | 48   |
| АИР132S8                                | 4    | 700 | 10,5 | 83,0 | 0,70 | 6   | 1,8 | 2,2 | 0,0690 | 69   |
| АИР132M8                                | 5,5  | 700 | 13,6 | 83,0 | 0,74 | 6,0 | 1,8 | 2,2 | 0,0935 | 82   |
| АИР160S8                                | 7,5  | 720 | 18   | 85,0 | 0,73 | 6,0 | 1,9 | 2,0 | 0,0800 | 125  |
| АИР160M8                                | 11   | 730 | 26   | 87,0 | 0,75 | 6,5 | 2,0 | 2,0 | 0,0850 | 150  |
| АИР180M8                                | 15   | 730 | 34   | 88,0 | 0,76 | 6,6 | 2,0 | 2,0 | 0,1000 | 172  |
| АИР200M8                                | 18,5 | 730 | 41   | 88,0 | 0,76 | 6,6 | 1,9 | 2,0 | 0,3000 | 210  |
| АИР200L8                                | 22   | 730 | 48,9 | 90,0 | 0,78 | 6,6 | 1,9 | 2,0 | 0,3500 | 225  |
| АИР225M8                                | 30   | 735 | 63   | 91   | 0,79 | 6,5 | 1,9 | 2,0 | 0,8250 | 360  |
| АИР250S8                                | 37   | 740 | 77,9 | 92,5 | 0,78 | 6,6 | 1,9 | 2,0 | 1,3500 | 400  |
| АИР250M8                                | 45   | 735 | 93,6 | 92,5 | 0,79 | 6,0 | 1,9 | 2,0 | 1,5500 | 430  |
| АИР280S8                                | 55   | 740 | 106  | 93,9 | 0,85 | 6,0 | 1,8 | 2,0 | 2,6300 | 725  |
| АИР280M8                                | 75   | 740 | 141  | 93,8 | 0,84 | 6,0 | 1,8 | 2,0 | 3,3300 | 790  |
| АИР315S8                                | 90   | 740 | 173  | 93,5 | 0,85 | 6,4 | 1,8 | 2,0 | 3,6000 | 880  |

## Додаток Г

### Технічні характеристики кранових двигунів серій МТФ, МТН, МТКН, АМТФ, 4МТМ, 4МТКМ

Таблиця Г

#### Технічні характеристики двигунів кранових серій

| Марка                                    | Потужність при $T_B=40\%$ , кВт | Частота обертання, об/хв | ККД, % | $\cos \varphi$ | Кратність максимального моменту $M_{\max}/M_{\text{ном}}$ | Номинальний струм, А | Клас нагрівостійкості | Маса для ІМ1001,1003, кг |
|--|---------------------------------|--------------------------|--------|----------------|---|----------------------|-----------------------|--------------------------|
| 1  | 2                               | 3                        | 4      | 5              | 6   | 7                    | 8                     | 9                        |
| Синхронна швидкість обертання 1000 об/хв |                                 |                          |        |                |   |                      |                       |                          |
| МТКН 011-6                               | 1,4                             | 920                      | 70,5   | 0,67           | 2,8   | 4,5                  | Н                     | 45,5                     |
| МТНФ 011-6                               | 1,4                             | 890                      | 65     | 0,67           | 2,6   | 4,9                  | Н                     | 60                       |
| ДМТКФ 011-6                              | 1,4                             | 875                      | 70,5   | 0,67           | 2,8   | 5,2                  | F                     | 47                       |
| ДМТФ 011-6                               | 1,4                             | 880                      | 89     | 0,66           | 2,5   | 5,2                  | F                     | 56                       |
| ДМТКФ 012-6                              | 2,2                             | 820                      | 73,5   | 0,7            | 2,8   | 7,2                  | F                     | 54                       |
| МТКН 012-6                               | 2,2                             | 915                      | 73,5   | 0,7            | 2,8   | 6,5                  | Н                     | 49,5                     |
| ДМТФ 012-6                               | 2,2                             | 895                      | 87     | 0,68           | 2,3   | 7,5                  | F                     | 63                       |
| МТН 012-6                                | 2,2                             | 895                      | 70     | 0,69           | 2,7   | 6,9                  | Н                     | 68                       |
| ДМТКН 111-6                              | 3                               | 910                      | 68     | 0,7            | 2,7   | 9,5                  | Н                     | 78                       |
| ДМТН 111-6                               | 3                               | 890                      | 88     | -              | 2,5   | 18,2                 | Н                     | 92                       |
| ДМТКФ 111-6                              | 3,5                             | 900                      | 72     | 0,79           | 2,7   | 9,9                  | F                     | 78                       |
| ДМТФ 111-6                               | 3,5                             | 900                      | 86     | -              | 2,2   | 18,7                 | F                     | 92                       |
| МТН 111-6                                | 3,5                             | 900                      | 75     | 0,73           | 2,3   | 9,7                  | Н                     | 91                       |
| МТКН 111-6                               | 3,5                             | 865                      | 74,5   | 0,8            | 2,75  | 8,9                  | Н                     | 77                       |

## Продовження таблиці Г

| 1            | 2   | 3   | 4    | 5    | 6    | 7    | 8 | 9   |
|--------------|-----|-----|------|------|------|------|---|-----|
| ДМТКН 112-6  | 4,5 | 900 | 71,5 | 0,75 | 4,1  | 12,7 | Н | 92  |
| АМТН 132 М6  | 4,5 | 925 | 87   | -    | 2,3  | 12,9 | Н | 123 |
| ДМТН 112-6   | 4,5 | 900 | 88   | -    | 2,4  | 24   | Н | 110 |
| АМТКН 132 М6 | 4,5 | 905 | 87   | -    | 2,3  | 11,7 | Н | 103 |
| ДМТКФ 112-6  | 5   | 910 | 74   | 0,74 | 3,2  | 14   | Ф | 92  |
| МТКН 112-6   | 5   | 890 | 76   | 0,78 | 3,35 | 12,8 | Н | 85  |
| МТН 112-6    | 5   | 930 | 79   | 0,7  | 2,7  | 13,7 | Н | 101 |
| ДМТЕ 112-6   | 5   | 925 | 87   | -    | 2,6  | 25,4 | Ф | 110 |
| АМТФ 132 М6  | 5   | 905 | 87   | -    | 2,2  | 11   | Ф | 120 |
| МТН 160 М6   | 5   | 965 | 78   | 0,64 | 2,5  | -    | Н | 138 |
| АМТКФ 132 М6 | 5   | 905 | 87   | -    | 2,1  | 12,6 | Ф | 103 |
| АМТКН 132 L6 | 7   | 900 | 87   | -    | 2,3  | 18,5 | Н | 120 |
| МТКН 160 М6  | 7   | 905 | 78   | 0,77 | 3,5  | -    | Н | 131 |
| АМТН 132 L6  | 7   | 925 | 87   | -    | 2,4  | 19,1 | Н | 140 |
| МТН 160 М6   | 7   | 930 | 81   | 0,69 | 3,0  | -    | Н | 138 |
| МТН 211-6    | 7   | 945 | 87   | -    | 2,7  | 16   | Н | -   |
| МТКФ 132 L6  | 7,5 | 905 | 87   | -    | 1,4  | 18,5 | Ф | 120 |
| АМТФ 132 L6  | 7,5 | 900 | 87   | -    | 2,2  | 16   | Ф | 140 |
| МТКИ 160 L6  | 10  | 915 | 83   | 0,76 | 4    | -    | Н | 159 |
| МТН 160 L6   | 10  | 950 | 84   | 0,69 | 3,5  | -    | Н | 166 |
| МТКФ 311-6   | 11  | 910 | 77,5 | 0,76 | 2,9  | 28,5 | Ф | 155 |
| МТКН 311-6   | 11  | 915 | 81   | 0,77 | 2,9  | 26,7 | Н | 185 |
| МТФ 311-6    | 11  | 945 | 80   | 0,71 | 3    | 29,3 | Ф | 220 |
| МТН 311-6    | 11  | 940 | 80   | 0,71 | 3,0  | 29,3 | Н | 220 |
| МТФ 312-6    | 15  | 955 | 82   | 0,74 | 3    | 37,5 | Ф | 240 |
| МТН 312-6    | 15  | 950 | 82   | 0,74 | 3    | 37,5 | Н | 240 |

## Продовження таблиці Г

| 1             | 2   | 3   | 4    | 5    | 6   | 7   | 8 | 9   |
|---------------|-----|-----|------|------|-----|-----|---|-----|
| МТКН 312-6    | 15  | 925 | 83   | 0,78 | 3,2 | 35  | Н | 205 |
| МТКФ 312-6    | 15  | 930 | 81   | 0,78 | 3,2 | 36  | Ф | 195 |
| МТФ 411-6     | 22  | 965 | 86   | 0,76 | 2,8 | 51  | Ф | 280 |
| МТН 411-6     | 22  | 965 | 86   | 0,76 | 2,8 | 51  | Н | 280 |
| 4МТМ 200 LA6  | 22  | 960 | 86   | 0,76 | 2,8 | 51  | Н | 270 |
| МТКФ 411-6    | 22  | 935 | 82,5 | 0,79 | 3,3 | 51  | Ф | 255 |
| МТКН 411-6    | 22  | 935 | 82,5 | 0,79 | 3,3 | 51  | Н | 255 |
| 4МТКМ 200 LA6 | 22  | 935 | 87   | 0,80 | 3,3 | 48  | Н | 253 |
| МТКФ 412-6    | 30  | 935 | 83,5 | 0,78 | 3,3 | 70  | Ф | 315 |
| МТФ 412-6     | 30  | 970 | 87   | 0,79 | 2,8 | 55  | Ф | 345 |
| МТН 412-6     | 30  | 970 | 87   | 0,79 | 2,8 | 55  | Н | 345 |
| 4МТМ 200 LB6  | 30  | 960 | 87   | 0,79 | 2,8 | 55  | Н | 300 |
| МТКН 412-6    | 30  | 935 | 83,5 | 0,78 | 3,3 | 70  | Н | 315 |
| 4МТКМ 200 LB6 | 30  | 945 | 87,5 | 0,85 | 3,3 | 61  | Н | 279 |
| 4МТКМ 225 M6  | 37  | 930 | 85   | 0,86 | 3,0 | 77  | Н | 360 |
| МТКН 511-6    | 37  | 930 | 85   | 0,86 | 3,0 | 77  | Н | 360 |
| 4МТМ 225 M6   | 37  | 955 | 87   | 0,81 | 3   | 80  | Н | 390 |
| МТН 511-6     | 37  | 955 | 87   | 0,81 | 3   | 80  | Н | 390 |
| 4МТМ 225 L6   | 55  | 955 | 88   | 0,81 | 2,9 | 117 | Н | 490 |
| МТН 512-6     | 55  | 955 | 88   | 0,81 | 2,9 | 117 | Н | 490 |
| 4МТКМ 225 L6  | 55  | 925 | 86   | 0,87 | 3,4 | 112 | Н | 460 |
| МТКН 512-6    | 55  | 925 | 86   | 0,87 | 3,4 | 112 | Н | 460 |
| 4МТН 280 S6   | 75  | 955 | 89   | 0,86 | 3,2 | 180 | Н | 740 |
| МТН 611-6     | 75  | 955 | 89   | 0,86 | 3,2 | 180 | Н | 740 |
| 4МТН 280 L6   | 110 | 970 | 91   | 0,85 | 3,5 | 168 | Н | 970 |
| МТН 612-6     | 110 | 970 | 91   | 0,85 | 3,5 | 168 | Н | 970 |

| 1                                       | 2   | 3   | 4    | 5    | 6   | 7    | 8 | 9   |
|---|-----|-----|------|------|-----|------|---|-----|
| Синхронна швидкість обертання 750 об/хв |     |     |      |      |     |      |   |     |
| МТКИ 160 М8                             | 5   | 675 | 77   | 0,68 | 3   | -    | Н | 131 |
| МТКИ 160 L8                             | 7   | 680 | 80   | 0,69 | 2,8 | -    | Н | 159 |
| МТН 160 L8                              | 7   | 700 | 79   | 0,64 | 2,5 | -    | Н | 166 |
| МТФ 311-8                               | 7,5 | 695 | 76   | 0,65 | 3   | 23,0 | F | 225 |
| МТН 311-8                               | 7,5 | 700 | 76   | 0,65 | 3   | 23,0 | Н | 225 |
| МТКФ 311-8                              | 7,5 | 690 | 73,5 | 0,71 | 2,7 | 21,8 | F | 155 |
| МТКН 311-8                              | 7,5 | 695 | 78,5 | 0,69 | 2,7 | 21   | Н | 185 |
| МТКФ 312-8                              | 11  | 700 | 78   | 0,74 | 2,9 | 29   | F | 195 |
| МТФ 312-8                               | 11  | 695 | 78,5 | 0,65 | 3   | 32,7 | F | 240 |
| МТН 312-8                               | 11  | 705 | 78,5 | 0,65 | 3   | 32,7 | Н | 240 |
| МТКН 312-8                              | 11  | 700 | 81,5 | 0,70 | 2,9 | 29,2 | Н | 205 |
| МТКФ 411-8                              | 15  | 695 | 80   | 0,71 | 3,2 | 40   | F | 255 |
| МТКН 411-8                              | 15  | 695 | 80   | 0,71 | 3,2 | 40   | Н | 255 |
| 4МТКМ 200 LA8                           | 15  | 705 | 83   | 0,70 | 3,2 | 40   | Н | 260 |
| МТФ 411-8                               | 15  | 710 | 83   | 0,62 | 3,2 | 44   | F | 280 |
| МТН 411-8                               | 15  | 710 | 83   | 0,62 | 3,2 | 44   | Н | 280 |
| 4МТМ 200 LA8                            | 15  | 720 | 83   | 0,62 | 3,2 | 44   | Н | 275 |
| МТКФ 412-8                              | 22  | 700 | 80,5 | 0,69 | 3,2 | 60   | F | 315 |
| МТКН 412-8                              | 22  | 700 | 80,5 | 0,69 | 3,2 | 60   | Н | 315 |
| 4МТКМ 200 LB8                           | 22  | 700 | 83   | 0,75 | 3,2 | 54   | Н | 290 |
| МТФ 412-8                               | 22  | 720 | 83   | 0,7  | 3   | 58   | F | 315 |
| МТН 412-8                               | 22  | 720 | 83   | 0,7  | 3   | 58   | Н | 315 |
| 4МТМ 200 LB8                            | 22  | 715 | 83   | 0,7  | 3   | 58   | Н | 305 |
| 4МТМ 225 M8                             | 30  | 715 | 85   | 0,72 | 2,9 | 74   | Н | 390 |

## Продовження таблиці Г

| 1                                       | 2   | 3   | 4    | 5    | 6    | 7   | 8 | 9    |
|---|-----|-----|------|------|------|-----|---|------|
| 4МТКМ 225 М8                            | 30  | 700 | 84   | 0,75 | 2,8  | 72  | Н | 360  |
| МТКН 511-8                              | 30  | 700 | 84   | 0,75 | 2,8  | 72  | Н | 360  |
| МТН 511-8                               | 30  | 715 | 85   | 0,72 | 2,9  | 70  | Н | 390  |
| 4МТКМ 225 L8                            | 37  | 700 | 85   | 0,78 | 2,8  | 85  | Н | 450  |
| МТКН 512-8                              | 37  | 700 | 85   | 0,78 | 2,8  | 85  | Н | 450  |
| 4МТМ 225 L8                             | 37  | 725 | 86   | 0,74 | 2,9  | 76  | Н | 470  |
| МТН 512-8                               | 37  | 725 | 86   | 0,74 | 2,9  | 76  | Н | 470  |
| 4МТН 280 М8                             | 75  | 720 | 90   | 0,81 | 3    | 188 | Н | 820  |
| 4МТН 280 L8                             | 90  | 725 | 91   | 0,79 | 3,2  | 171 | Н | 980  |
| 4МТН 400 S8                             | 132 | 750 | 92,3 | 0,80 | -    | 271 | Н | 1230 |
| 4МТН 400 М8                             | 160 | 750 | 93,3 | 0,79 | -    | 266 | Н | 1380 |
| 4МТН 400 L8                             | 200 | 750 | 93,5 | 0,80 | -    | 271 | Н | 1480 |
| Синхронна швидкість обертання 600 об/хв |     |     |      |      |      |     |   |      |
| 4МТН 280 М10                            | 60  | 575 | 88   | 0,74 | 3,2  | 162 | Н | 825  |
| МТН 612-10                              | 60  | 575 | 88   | 0,74 | 3,2  | 162 | Н | 825  |
| 4МТН 280 L10                            | 75  | 575 | 89   | 0,73 | 3    | 150 | Н | 975  |
| МТН 613-10                              | 75  | 575 | 89   | 0,73 | 3    | 150 | Н | 975  |
| 4МТН 400 S10                            | 110 | 575 | 90,5 | 0,73 | 1,75 | 251 | Н | 1255 |
| 4МТН 400 М10                            | 132 | 575 | 91,3 | 0,73 | 2,1  | 249 | Н | 1420 |
| 4МТН 400 L10                            | 160 | 575 | 91,3 | 0,73 | 2,55 | 242 | Н | 1580 |

## Додаток Д

### Технічні характеристики муфт

Для з'єднання вала двигуна й швидкохідного вала редуктора використовують втулочно-пальцеві муфти з гальмовим шківом. У випадку гальмування вантажопідйомного механізму об гальмівний шків труться колодки, що викликає зупинку механізму. Технічні характеристики таких муфт наведені в таблиці Д 1.

Таблиця Д 1 – Технічні параметри втулочно-пальцевих муфт із гальмовим шківом

| Діаметр гальмового шківа, мм | Найбільший крутний момент, Н·м | Розміри маточини, мм |                  |                         | Число пальців, шт | Момент інерції, кг·м | Маса найбільша, кг |
|------------------------------|--------------------------------|----------------------|------------------|-------------------------|-------------------|----------------------|--------------------|
|                              |                                | діаметр пальця       | довжина барабана | довжина хвостовика вала |                   |                      |                    |
| 100                          | 300                            | 30                   | 60               | 80                      | 4                 | 0,0376               | 15                 |
| 200                          | 500                            | 50                   | 95               | 110                     | 4                 | 0,1274               | 25                 |
| 300                          | 800                            | 60                   | 145              | 110                     | 6                 | 0,6370               | 60                 |
| 400                          | 5500                           | 70                   | 185              | 150                     | 6                 | 2,2940               | 125                |
| 500                          | 7000                           | –                    | 210              | –                       | 8                 | 5,1000               | 175                |
| 600                          | 12 500                         | –                    | 245              | –                       | 8                 | 10,700               | 260                |
| 700                          | 20 000                         | –                    | 290              | –                       | 8                 | 21,200               | 350                |

Для з'єднання тихохідного вала редуктора й канатного барабана використовують, у тому числі, зубчасті муфти типу МЗ. Технічні характеристики таких муфт наведені в таблиці Д 2.

Таблиця Д 2 – Технічні параметри зубчастих муфт типу МЗ

| Номер муфти | Номінальний крутний момент, Н·м | Момент інерції, кг·м <sup>2</sup> | Маса, кг |
|-------------|---------------------------------|-----------------------------------|----------|
| 1           | 2                               | 3                                 | 4        |
| 1           | 1000                            | 0,05                              | 6,7      |

## Продовження таблиці Д 2

| 1  | 2     | 3     | 4     |
|----|-------|-------|-------|
| 2  | 1600  | 0,06  | 9,2   |
| 3  | 2500  | 0,08  | 10,2  |
| 4  | 4000  | 0,15  | 15,2  |
| 5  | 6300  | 0,25  | 22,6  |
| 6  | 10000 | 0,50  | 36,9  |
| 7  | 16000 | 1,15  | 62,5  |
| 8  | 25000 | 2,25  | 100,0 |
| 9  | 40000 | 5,20  | 146,0 |
| 10 | 63000 | 10,50 | 179,0 |

## Додаток Е

### Технічні характеристики сталевих канатів

У вантажопідйомних пристроях застосовуються канати типу ЛК-Р. Сортамент канатів подвійної звивки типу ЛК-Р конструкції 6х19(1+6+6/6)+1 за ГОСТ 2688-80 представлений у таблиці Е 1.

Таблиця Е 1 – Сортамент канатів типу ЛК-Р за ДСТ 2688-80

| Діаметр каната,<br>мм | Розрахункова<br>площа перерізу<br>всіх дротів, мм <sup>2</sup> | Маса<br>1000 м<br>каната,<br>кг | Сумарне розривне зусилля всіх дротів / розривне<br>зусилля каната в цілому (Н) для маркувальних<br>груп, Н/мм <sup>2</sup> (кгс/мм <sup>2</sup> ) |        |           |        |            |        | Номер барабана | Кількість метрів<br>на барабані |
|-----------------------|--|---------------------------------|---|--------|-----------|--------|------------|--------|----------------|---------------------------------|
|                       |  |                                 | 1570(160)   |        | 1670(170) |        | 1770*(180) |        |                |                                 |
| 1                     | 2  | 3                               | 4   |        | 5         |        | 6          |        | 7              | 8                               |
| 3,6                   | 4,98   | 48,8                            | –   | –      | –         | –      | 2780       | 7465   | 6              | 4000                            |
| 3,8                   | 5,63   | 55,1                            | –   | –      | –         | –      | 9930       | 8400   | 6              | 4000                            |
| 4,1                   | 6,55   | 64,1                            | –   | –      | –         | –      | 11550      | 9750   | 6              | 4000                            |
| 4,8                   | 8,62   | 84,4                            | –   | –      | –         | –      | 15200      | 12850  | 6              | 4000                            |
| 5,1                   | 9,76   | 95,5                            | –   | –      | –         | –      | 17200      | 14600  | 7              | 2000                            |
| 5,6                   | 11,9   | 116,5                           | 18650   | 15800  | 19800     | 16800  | 20950      | 17800  | 7              | 2000                            |
| 6,2                   | 14,47  | 141,6                           | 22650   | 19250  | 24100     | 20100  | 25500      | 21100  | 7              | 2000                            |
| 6,9                   | 18,05  | 176,6                           | 28300   | 24000  | 30050     | 25500  | 31800      | 26300  | 7              | 2000                            |
| 7,6                   | 21,57  | 211,0                           | 33860   | 28700  | 35900     | 30500  | 38000      | 32300  | 7              | 1000                            |
| 8,3                   | 26,15  | 256,0                           | 41000   | 34800  | 43550     | 36950  | 46100      | 38150  | 7              | 1000                            |
| 9,1                   | 31,18  | 305,0                           | 48850   | 41500  | 51900     | 44100  | 55000      | 45450  | 7              | 1000                            |
| 9,6                   | 36,66  | 358,6                           | 57450   | 48850  | 61050     | 51850  | 64650      | 53450  | 7              | 1000                            |
| 11,0                  | 47,19  | 461,6                           | 73950   | 62850  | 78600     | 66750  | 83200      | 68800  | 10a            | 1000/<br>2000                   |
| 12,0                  | 53,87  | 527,0                           | 84450   | 71750  | 89700     | 76200  | 95000      | 78550  | 10a            | 1000/<br>2000                   |
| 13,0                  | 61,00  | 596,6                           | 95600   | 81250  | 101500    | 86800  | 107500     | 89000  | 10a            | 1000/<br>2000                   |
| 14,0                  | 74,40  | 728,0                           | 116500  | 98950  | 123500    | 105000 | 131000     | 108000 | 10a            | 1000/<br>2000                   |
| 15,0                  | 86,28  | 844,0                           | 135000  | 114500 | 143500    | 122000 | 152000     | 125500 | 11             | 1000/<br>2000                   |
| 16,5                  | 104,61   | 1025,0                          | 164000  | 139000 | 174000    | 147500 | 184500     | 152000 | 12             | 1000/<br>2000                   |
| 18,0                  | 124,73   | 1220,0                          | 195500  | 166000 | 207500    | 176000 | 220000     | 181500 | 12             | 1000/<br>2000                   |
| 19,5                  | 143,61   | 1405,0                          | 225000  | 191000 | 239000    | 203000 | 253000     | 209000 | 12             | 1000                            |
| 21,0                  | 167,03   | 1635,0                          | 261500  | 222000 | 278000    | 236000 | 294500     | 243500 | 12             | 1000                            |

| 1    | 2       | 3       | 4       |         | 5       |         | 6      |        | 7      | 8    |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|------|
| 22,5 | 188,78  | 1850,0  | 296000  | 251000  | 314500  | 267000  | 333000 | 275000 | 12     | 1000 |
| 24,0 | 215,00  | 2110,0  | 337500  | 287000  | 359000  | 304500  | 380000 | 314000 | 12     | 1000 |
| 25,5 | 244,00  | 2390,0  | 382500  | 324500  | 406500  | 345000  | 430000 | 356000 | 13, 14 | 1000 |
| 27,0 | 274,31  | 2685,0  | 430000  | 365000  | 457000  | 388000  | 483500 | 399500 | 15     | 1000 |
| 28,0 | 297,63  | 2910,0  | 466500  | 396000  | 495500  | 421000  | 525000 | 434000 | 15     | 1000 |
| 30,5 | 256,72  | 3490,0  | 559000  | 475000  | 594000  | 504500  | 629000 | 520000 | 16     | 1000 |
| 32,0 | 393,06  | 3845,0  | 616000  | 523500  | 654500  | 556000  | 693000 | 573000 | 16     | 1000 |
| 33,5 | 431,18  | 4220,0  | 676000  | 574000  | 718000  | 610500  | 760500 | 629000 | 16     | 1000 |
| 37,0 | 512,00  | 5015,0  | 804000  | 683000  | 854000  | 725000  | –      | –      | 16     | 1000 |
| 39,5 | 586,59  | 5740,0  | 919500  | 781500  | 977000  | 828000  | –      | –      | 18     | 1000 |
| 42,0 | 668,12  | 6535,0  | 1045000 | 890000  | 1110000 | 945000  | –      | –      | 18     | 1000 |
| 44,5 | 755,11  | 7385,0  | 1180000 | 1000000 | 1255000 | 1035000 | –      | –      | 20     | 1000 |
| 47,5 | 861,98  | 8430,0  | 1350000 | 1145000 | 1435000 | 1185000 | –      | –      | 20     | 1000 |
| 51,0 | 976,00  | 9545,0  | 1530000 | 1295000 | 1625000 | 1340000 | –      | –      | 20     | 1000 |
| 56,0 | 1190,53 | 11650,0 | 1865000 | 1580000 | 1980000 | 1635000 | –      | –      | 20     | 1000 |

\*Рекомендований стовбець

Приклад умовного позначення каната діаметром 13 мм, вантажного призначення, із дроту без покриття, вищої марки, лівої однобічної завивки, не розкручується, маркувальної групи 1570 МПа:

*Канат 13-2-в-л-о-н-1570 ГОСТ 2688-80.*

Канат призначений для кранів і талей, для піднімальних пристроїв шахтних установок, для екскаваторів, для підвісних доріг і кабель-кранів, для скіпових підйомників доменних печей, для металургійних кранів. Канат стійкий до впливу агресивних середовищ, до інтенсивного знакозмінного вигину при роботі на відкритому повітрі. Виготовляється з органічним сердечником. Ескіз перетину каната наведений на рис. Е.1.

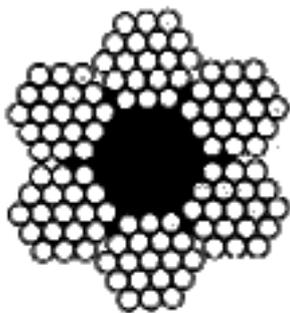


Рис. Е.1. Ескіз перетину каната

## Додаток Ж

### Приклади виконання розрахунків

#### 1. Динамічний аналіз руху скребкового конвеєра

На рис. 1 зображена кінематична схема скребкового конвеєра, яка ділиться на дві частини, зведені до пружного елемента системи - ланцюга.

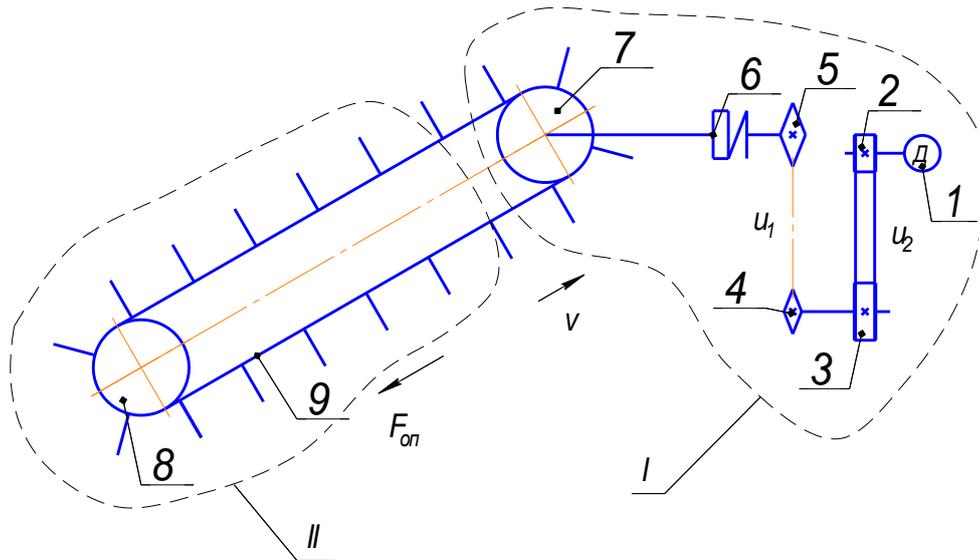


Рис. 1.1 Кінематична схема скребкового конвеєра

- 1 – двигун; 2 – шків ведучий; 3 – шків ведений; 4 – зірочка ведуча;  
5 – зірочка ведена; 6 – муфта; 7 – ведуча зірочка конвеєра;  
8 – натяжна зірочка конвеєра; 9 – ланцюг із скребками

Розрахунок основних параметрів приводу скребкового конвеєра:

- 1) Необхідна потужність двигуна

$$P_{\text{н.дв.}} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot v}{\eta_{\text{заг}}} = \frac{200 \cdot 9,81 \cdot 0,5 \cdot 2,5}{0,85} = 2,89 \text{ кВт} \quad (1.1)$$

де  $m$  – маса вантажу, що знаходиться на конвеєрі, кг;

$v$  – швидкість руху вантажу, м/с;

$\eta_{\text{заг}}$  - загальний ККД приводу.

$\alpha$  – кут підйому вантажу, град.

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{пас}} \cdot \eta_{\text{ланц}} \cdot \eta_{\text{м}} = 0,94 \cdot 0,92 \cdot 0,985 = 0,85 \quad (1.2)$$

2) Кутова швидкість ведучого вала конвеєра

$$\omega_{\text{в}} = \frac{v}{r_3} = \frac{2,5}{0,1} = 25 \text{ рад/с} \quad (1.3)$$

де  $r_3$  – радіус зірочки конвеєра, м.

3) Необхідна кутова швидкість вала електродвигуна

$$\omega_{\text{дв}} = \omega_{\text{в}} \cdot u_{\text{заг}} = 25 \cdot 6,03 = 150,7 \text{ рад/с} \quad (1.4)$$

де  $u_{\text{заг}} = u_{\text{пас}} \cdot u_{\text{ланц}} = 2 \cdot 3,015 = 6,03$  – загальне передаточне число привода.

Виходячи з отриманих параметрів вибираємо двигун серії АІР 100 S4 з наступними характеристиками:

- 1) Номінальна потужність  $P_{\text{ном}} = 3$  кВт;
- 2) Номінальна частота обертання ротора  $n_{\text{ном}} = 1410$  об/хв  
( $n_0 = 1500$  об/хв);
- 3) Коефіцієнт перевантаження двигуна  $\lambda = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{ном}}} = 2,2$ ;
- 4) Момент інерції ротора електродвигуна  $J_p = 0,01$  кг · м<sup>2</sup>;

Динамічну модель конвеєра представимо у вигляді моделі, яка складається з двох частин, та пружного елемента між ними (ланцюг конвеєра). До першої частини входять: електродвигун, пасова та ланцюгова передачі, муфта та приводна зірочка конвеєра. До другої частини – натяжна зірочка та ланцюг з скребками з вантажем (рис. 1.2).

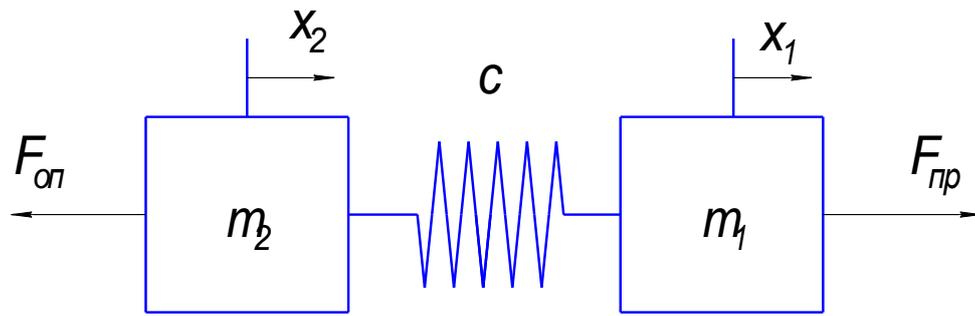


Рис. 1.2 Двомасова динамічна модель конвеєра

$m_1, m_2$  - зведені маси першої та другої частини системи;  $x_1, x_2$  - координати переміщення;  $F_{пр}, F_{оп}$  - приведена сила рушійна та опору відповідно

Для знаходження приведених мас виконаємо розрахунки, виходячи з рівності кінетичних енергій реальної системи та еквівалентної:

$$T_1 = T_{екв1} \quad (1.5)$$

Кінетична енергія першої частини системи:

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot J_p \cdot \omega_{дв}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{шк1} \cdot \omega_{дв}^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{шк2} \cdot \left(\frac{\omega_{дв}}{u_{пас}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{з1} \cdot \left(\frac{\omega_{дв}}{u_{пас}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{з2} \cdot \left(\frac{\omega_{дв}}{u_{заг}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \left(\frac{\omega_{дв}}{u_{заг}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{з.тр1} \cdot \left(\frac{\omega_{дв}}{u_{заг}}\right)^2 \quad (1.6)$$

де  $J_p$  – момент інерції ротора електродвигуна,  $кг \cdot м^2$ ;

$J_{шк1,2}$  – моменти інерції ведучого та веденого шківів пасової передачі;

$J_{з1,2}$  – моменти інерції ведучої та веденої зірочок ланцюгової передачі;

$J_M$  – момент інерції муфти;

$J_{з.тр1}$  – момент інерції ведучої зірочки конвеєра.

$$T_{екв1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2 \quad (1.7)$$

Прирівняємо праві частини рівнянь (1.6) та (1.7) та після деяких спрощень отримаємо рівняння для визначення приведеної маси першої частини системи:

$$m_1 = \frac{(J_p + J_{шк1}) \cdot u_{заг}^2}{r_3^2} + \frac{(J_{шк2} + J_{з1}) \cdot u_{ланц}^2}{r_3^2} + \frac{(J_{з2} + J_M + J_{з.тр1})}{r_3^2} =$$

$$= \frac{(0,01 + 0,0391) \cdot 6,03^2}{0,1^2} + \frac{(0,0547 + 0,0154) \cdot 3,015^2}{0,1^2} + \frac{(0,0308 + 0,0327 + 0,0308)}{0,1^2} = 251,7 \text{ кг} \quad (1.8)$$

Аналогічно розраховуємо приведену масу другої частини системи:

$$T_2 = T_{екв2} \quad (1.9)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{з.тр2} \cdot \left( \frac{\omega_{дв}}{u_{заг}} \right)^2 \quad (1.10)$$

$$T_{екв2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v^2 \quad (1.11)$$

З вищенаведених рівнянь знайдемо приведену масу другої частини системи:

$$m_2 = m + \frac{J_{з.тр2}}{r_3^2} = 200 + \frac{0,0308}{r_3^2} = 203,08 \text{ кг} \quad (1.12)$$

Рушійну силу приведена до ланцюга конвеєра знайдемо за формулою:

$$F_{\Pi} = \frac{M_{дв} \cdot \eta_{заг} \cdot u_{заг}}{r} \quad (1.13)$$

Силу опору на ланцюгу знаходимо:

$$F_0 = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 200 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 981 \text{ Н} \quad (1.14)$$

Згідно рівняння Клосса запишемо, як змінюється момент двигуна:

$$M_{\text{дв.ном}} = \frac{2 \cdot M_{\text{max}}}{\frac{s_{\text{ном}} + s_{\text{кр}}}{s_{\text{кр}} + s_{\text{ном}}}} \quad (1.15)$$

де  $M_{\text{max}}$  – критичний момент двигуна;

$s$  – ковзання двигуна;

$s_{\text{кр}}$  – критичне ковзання двигуна.

$$M_{\text{max}} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{н}}}{n_{\text{н}}} \cdot \lambda = 9,55 \cdot \frac{3000}{1410} \cdot 2,2 = 44,7 \text{ Н} \cdot \text{м} \quad (1.16)$$

$$s_{\text{ном}} = \frac{n_0 - n_{\text{н}}}{n_0} = \frac{1500 - 1410}{1500} = 0,06$$

$$s_{\text{кр}} = s \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) = 0,06 \cdot (2,2 + \sqrt{2,2^2 - 1}) = 0,23 \quad (1.17)$$

Перехідні процеси в моменти пуску і зупинки викликані особливістю асинхронного електродвигуна – нелінійністю його механічної характеристики. В момент пуску системи двигун виступає елементом збурення, викликає коливні процеси в системі. Після досягнення критичного моменту, механізм переходить в усталений режим руху, під час якого двигун є демпфером коливань.

Використовуючи метод Даламбера будемо систему нелінійних диференційних рівнянь:

$$\begin{cases} F_{\text{п}} - F_{i1} - F_R = 0; \\ F_R - F_0 - F_{i2} = 0. \end{cases} \quad (1.18)$$

де  $F_{i1}$  – сила інерції першої частини системи, Н;

$F_{i2}$  – сила інерції другої частини системи, Н;

$F_R$  – сила реакції пружного елемента, Н.

$$F_{i1} = m_1 \cdot \ddot{x}_1 \quad (1.19)$$

$$F_{i2} = m_2 \cdot \ddot{x}_2 \quad (1.20)$$

$$F_R = C_x(x_1 - x_2) \quad (1.21)$$

Виконавши заміну в системі рівнянь (1.18), та зробивши всі необхідні перестановки отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 = F_{\Pi} - C_x(x_1 - x_2); \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 = -F_0 + C_x(x_1 - x_2). \end{cases} \quad (1.22)$$

Надалі виконують розв'язування системи диференціальних рівнянь (1.22) та знаходять графіки і проводять їх аналіз.

## 2. Динамічний аналіз руху механізму підйому вантажу

На рис 2.1 зображена кінематична схема механізму підйому вантажу, яка ділиться на дві частини, зведені до пружного елемента системи – муфти.

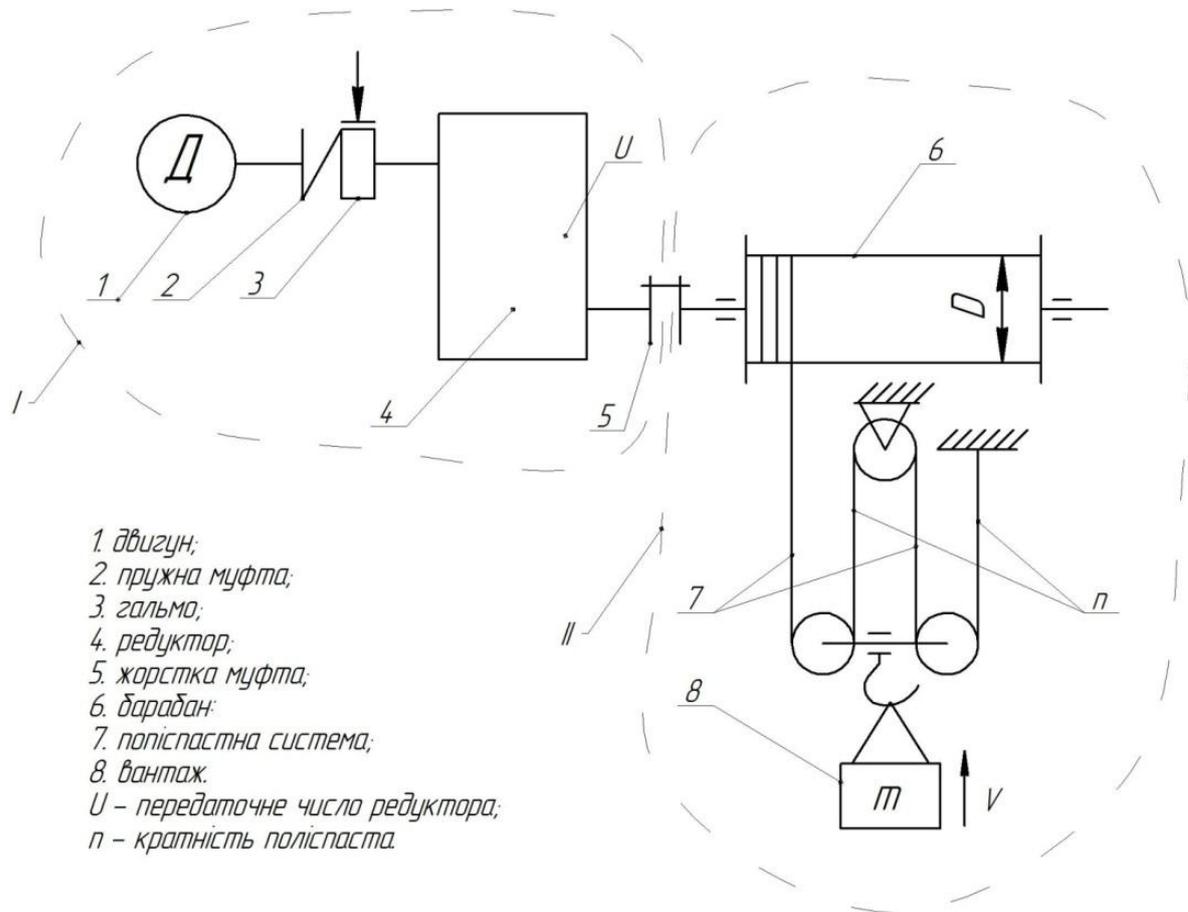


Рис. 2.1 Кінематична схема механізму підйому вантажу

Розрахунок основних параметрів приводу механізму підйому вантажу.

Необхідна потужність двигуна:

$$P_{н.дв.} = (m_v \cdot g \cdot V) / \eta_{заг} \quad (2.1)$$

де  $\eta_{заг}$  – загальний ККД механізму.

$$\eta_{заг} = \eta_{м.п.} \cdot \eta_{ред.} \cdot \eta_{м.ж} \cdot \eta_{к.б.} \cdot \eta_{пол.} = 0,985 \cdot 0,970 \cdot 0,985 \cdot 0,95 \cdot 0,92 = 0,82$$

$$P_{н.дв.} = (3200 \cdot 9,81 \cdot 1,2) / 0,82 = 45,9 \text{ кВт.}$$

Кутова швидкість канатного барабана:

$$\omega_2 = \frac{2Vn}{D} \quad (2.2)$$

де  $D$  – діаметр канатного барабана, м;

$n$  – кратність поліспасти.

$$\omega_2 = \frac{2V}{D} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 4}{0,35} = 27,43 \text{ рад/с.}$$

Приймаємо редуктор РМ-650 у якого:

Передаточне число –  $U=4$ ;

Крутний момент на вихідному валу –  $M=6300 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

Діаметр вхідного вала – 55 мм;

Діаметр вихідного вала – 70 мм.

Відповідно до параметрів приводу приймаємо стандартні муфти.

Пружну з тороподібною оболонкою «Муфта 1-800-55-1У2 ГОСТ Р 50892-96» у якої:

Номінальний крутний момент  $T_{кр}=800 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

Діаметр посадочних отворів  $d=55 \text{ мм}$ .

Жорстка кулачково-дискова муфта «Муфта 2500-110-1У2 ГОСТ Р 50892-96» у якої:

Номінальний крутний момент  $T_{кр}=2500 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;

Діаметр посадочних отворів  $d=70 \text{ мм}$ .

Необхідна кутова швидкість вала електродвигуна:

$$\omega_{ов.н} = \omega_2 \cdot U \quad (2.3)$$

де  $U$  – передаточне число прийнятого стандартного редуктора ( $U=4$ ).

$$\omega_{ов.н} = \omega_2 \cdot U = 27,43 \cdot 4 = 109,72 \text{ рад/с}$$

Виходячи з результатів отриманих розрахунків та специфіки механізму

Приймаємо крановий електродвигун МТН512-6, у якого:

Номинальна потужність –  $P_{ном} = 55$  кВт;

Номинальна частота обертання ротора –  $n_{ном} = 955$  об/хв., ( $n_0 = 1000$  об/хв.);

Відношення максимального крутного моменту до номінального –

$M_{max}/M_{ном} = 2,9$ ;

Момент інерції –  $J = 1,02$  кг·м<sup>2</sup>.

Динамічну модель механізму підйому вантажу зводимо до двомасової моделі.

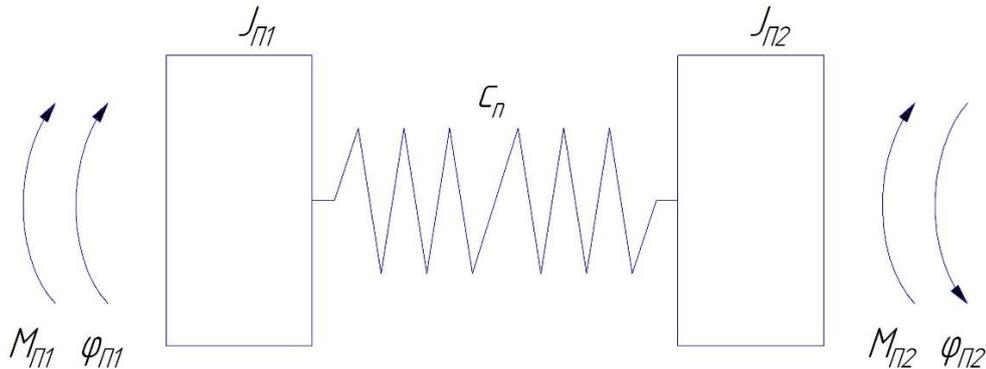


Рис. 2.2.– Спрощена динамічна модель механізму підйому вантажу

$J_{П1}$  та  $J_{П2}$  – приведені моменти інерції першої та другої частин системи;  $C_n$  – коефіцієнт жорсткості;  $M_{П1}$  та  $M_{П2}$  – приведені рушійні моменти першої та другої частин системи;  $\varphi_{П1}$  – кутові координати повороту першої півмуфти;  $\varphi_{П2}$  – кутові координати повороту другої півмуфти.

До першої частини моделі входять електродвигун, пружна муфта, редуктор, перша півмуфта. До другої частини моделі входять друга півмуфта, канатний барабан, поліспадна система з вантажем.

Розраховуючи момент інерції першої частини системи механізму  $J_{n1}$ , прирівнюємо кінетичну енергію першої частини реальної системи ( $T_I$ ) до кінетичної енергії моделі ( $T_{екв.}$ ) першої частини системи:

$$T_I = T_{екв.} \quad (2.4)$$

Кінетична енергія першої частини системи:

$$T_I = \frac{1}{2} J_p \cdot \omega_{\text{дв.}}^2 + \frac{1}{2} J_{\text{м.п.}} \cdot \omega_{\text{дв.}}^2 + \frac{1}{2} J_z \cdot \omega_{\text{дв.}}^2 + 0,1 J_p \cdot \omega_{\text{дв.}}^2 + \frac{1}{2} J_{\text{м.жс.}} \cdot 0,5 \frac{\omega_{\text{дв.}}^2}{U^2} \quad (2.5)$$

Еквівалентна кінетична енергія першої частини:

$$T_{\text{екв. I.}} = \frac{1}{2} J_{\text{II1}} \cdot \omega_1^2 \quad (2.6)$$

Звідси:

$$\begin{aligned} J_{\text{II1}} &= (J_p + J_{\text{м.п.}} + J_z + 0,1 J_p) \cdot U^2 + J_{\text{м.жс.}} \cdot 0,5 = \\ &= (1,02 + 0,39 + 0,31 + 0,1 \cdot 1,02) \cdot 4^2 + \frac{0,09}{2} = 30,64 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

де  $J_p = 1,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  – момент інерції ротора електродвигуна;

$J_{\text{м.п.}} = 0,39 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  – момент інерції пружної муфти;

$J_z = 0,31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  – момент інерції гальма;

$J_{\text{м.жс.}} = 0,09 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  – момент інерції жорсткої муфти.

Кінетична енергія другої частини системи:

$$T_{\text{II}} = \frac{1}{2} m \cdot V^2 + \frac{1}{2} J_{\text{к.б.}} \cdot \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_{\text{м.жс.}} \cdot 0,5 \cdot \omega_1^2 \quad (2.8)$$

Еквівалентна кінетична енергія другої частини:

$$T_{\text{екв. II.}} = \frac{1}{2} J_{\text{II2}} \cdot \omega_1^2 \quad (2.9)$$

Звідси:

$$J_{\text{II2}} = J_{\text{к.б.}} + J_{\text{м.жс.}} \cdot 0,5 + m \frac{V^2}{\omega_1^2 \cdot n^2} \quad (2.10)$$

де  $J_{\text{к.б.}}$  – момент інерції канатного барабана,  $J_{\text{к.б.}} = 2,013 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

$V$  – швидкість набігання канату на канатний барабан:

$$V = \omega_1 \cdot R_{\text{к.б.}}$$

де  $R$  – радіус канатного барабана,  $R=0,175$  м.

Звідси:

$$\begin{aligned} J_{П2} &= J_{к.б.} + J_{м.ж.} \cdot 0,5 + m_g \cdot R_{к.б.}^2 \cdot \frac{1}{n^2} = \\ &= 2,013 + \frac{0,09}{2} + 3200 \cdot 0,175^2 \cdot \frac{1}{4^2} = 8,186 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Приведений рушійний момент першої частини системи:

$$M_{П1} = M_{дв.} \cdot U \cdot \eta_{м.п.} \cdot \eta_{ред.} \cdot \eta_{м.ж.} \quad (2.12)$$

Момент опору:

$$M_{П2} = m \cdot g \cdot R_{к.б.} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\eta_{пол.}} \cdot \frac{1}{\eta_{підш.}} \cdot \frac{1}{\eta_{м.п.}} \quad (2.13)$$

$$M_{П2} = 3200 \cdot 9,81 \cdot 0,175 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{0,92} \cdot \frac{1}{0,96} \cdot \frac{1}{0,985} = 1578,71 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Приводне зусилля двигуна залежить від його кутової швидкості, воно визначається рівнянням Клосса:

$$M_{дв.} = \frac{2M_{кр.}}{\frac{S}{S_{кр.}} + \frac{S_{кр.}}{S}} \quad (2.14)$$

де  $S$ ,  $S_{кр.}$  – ковзання та критичне ковзання двигуна відповідно.

$$S = \frac{n_1 - n}{n_1}, \quad (2.15)$$

де  $n_1$  – синхронна швидкість поля статора:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_{ном}}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об} / \text{хв} \quad (2.16)$$

де  $f_{ном} = 50$  Гц – номінальна частота струму;

$p = 3$  – кількість пар полюсів;

$n$  – номінальна частота обертання:

$$n = \frac{\dot{\varphi}_1(t) \cdot 30}{\pi}$$

$$S_{кр} = S_{ном} \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}), \quad (2.17)$$

де  $\lambda=2,9$  – кратність максимального моменту двигуна (перевантажувальна здатність двигуна);

$$S_{ном.} = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1000 - 955}{1000} = 0,045$$

$$S_{кр} = 0,168$$

$$M_{кр} = 9,55 \cdot \frac{P_n}{n_n} \cdot \lambda = 1595 \quad (2.18)$$

$$M_{\text{дв.}} = \frac{2 \cdot 1595}{\frac{1000 - \frac{\dot{\varphi}_1(t) \cdot 30}{\pi} \cdot 4}{0,168} + \frac{0,168}{\frac{1000 - \frac{\dot{\varphi}_1(t) \cdot 30}{\pi} \cdot 4}{1000}}}$$

На рис 2.3-2.4 зображені діючі на елементи системи крутні моменти. На основі аналізу рис. 2.3 та рис. 2.4 складаємо диференціальні рівняння руху механізму підйому вантажу.

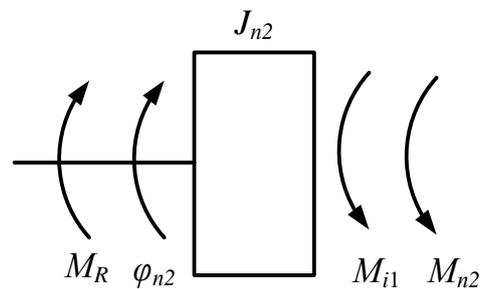
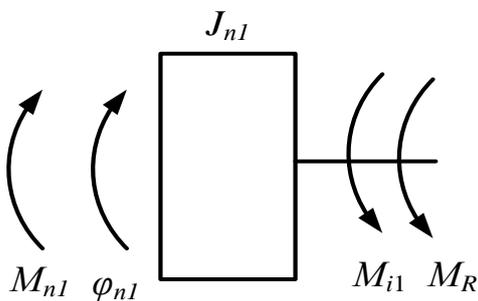


Рис. 2.3. Перша частини системи      Рис. 2.4. Друга частини системи

$$\begin{cases} M_{\Pi 1} - M_{i1} - M_R = 0; \\ M_R - M_{\Pi 2} - M_{i2} = 0. \end{cases} \quad (2.19)$$

де  $M_{i1}$  – момент сил інерції першої частини системи;  $M_{i2}$  – момент сил інерції другої частини системи;  $M_R$  – момент реакції пружного елемента.

$$M_{i1} = J_{I1} \cdot \ddot{\varphi}_1. \quad (2.20)$$

$$M_{i2} = J_{I2} \cdot \ddot{\varphi}_2. \quad (2.21)$$

$$M_R = C_{II} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2),$$

де  $C_{II}$  – жорсткість пружного елемента:

$$C_{II} = \frac{M_{кр} \cdot U \cdot \eta_{1-5}}{\Delta\varphi} \quad (2.22)$$

де  $\Delta\varphi$  – допустимий кут закручення півмуфта, рад.

$$\Delta\varphi = 1^\circ \dots 1,5^\circ = \frac{1 \dots 1,5}{180} \cdot 3,14 = 0,017 \dots 0,026 \text{ рад}$$

$$C_n = \frac{M_{кр} \cdot U \cdot \eta_{1-5}}{\Delta\varphi} = 382800 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{рад}$$

Підставивши дані значення в (2.19) отримаємо:

$$\begin{cases} M_{I1} - J_{I1} \cdot \ddot{\varphi}_1 - C_n(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \\ C_n(\varphi_1 - \varphi_2) - M_{I2} - J_{I2} \cdot \ddot{\varphi}_2 = 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Її можна записати і в іншому вигляді:

$$\begin{cases} J_{I1} \cdot \ddot{\varphi}_1 = M_{I1} - C_n(\varphi_1 - \varphi_2) \\ J_{I2} \cdot \ddot{\varphi}_2 = -M_{I2} + C_n(\varphi_1 - \varphi_2) \end{cases} \quad (2.24)$$

Розв'язок системи рівнянь (2.24) та побудову графіків, що описують рух механізму підйому вантажу можна виконати в програмному середовищі Wolfram Mathematica.

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| ВСТУП.....   | 3  |
| РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИНАМІКИ МАШИН.....                                     | 5  |
| 1.1. Моделювання динаміки машин.....   | 5  |
| 1.2. Методи синтезу математичних моделей динамічних систем.....                        | 11 |
| 1.3. Правила приведення динамічних параметрів машин.....                               | 20 |
| 1.4. Механічні характеристики приводних двигунів.....                                  | 24 |
| 1.4.5. Статична механічна характеристика асинхронного<br>двигуна змінного струму.....  | 27 |
| 1.4.5. Динамічна механічна характеристика асинхронного<br>двигуна змінного струму..... | 30 |
| 1.5. Сили опору робочих машин.....   | 31 |
| 1.6. Коливання ланок машин та механізмів.....  | 36 |
| 1.6.1. Класифікація коливань.....  | 36 |
| 1.6.2. Фазовий портрет коливань.....   | 39 |
| 1.7. Методи інтегрування рівнянь руху.....   | 45 |
| 1.7.1. Аналітичне інтегрування.....  | 45 |
| 1.7.2. Чисельне інтегрування.....  | 49 |
| РОЗДІЛ 2. РОЗРАХУНКИ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН.....  | 53 |
| 2.1. Розрахунок потужності електроприводу машини.....                                  | 53 |
| 2.2. Вибір муфт.....   | 60 |
| 2.3. Розрахунок підйомних канатів.....   | 62 |
| РОЗДІЛ 3. ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ РЕЖИМІВ РУХУ МАШИН І<br>МЕХАНІЗМІВ.....                    | 64 |
| 3.1. Аналіз графічних залежностей.....   | 64 |
| 3.2. Визначення коефіцієнта динамічності.....  | 68 |
| 3.3. Розрахунок логарифмічного декременту затухання коливань....                       | 69 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....  | 72 |
| ДОДАТКИ  |    |