

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

ТЕХНІЧНИЙ НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ

КАФЕДРА КОНСТРУЮВАННЯ МАШИН

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ
ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З ДИСЦИПЛІНИ**

„ВИКОРИСТАННЯ МЕХАТРОННИХ СИСТЕМ У ТЕХНІЦІ АПК”

Спеціальність 8.10010203 „Механізація сільського господарства”
(спеціалізація „Проектування мехатронних систем техніки АПК”)

Київ 2013

УДК 621.396.6

Наведені методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з дисципліни „Використання мехатронних систем у техніці АПК” для слухачів магістратури, які навчаються за спеціальністю 8.10010203 „Механізація сільського господарства” (спеціалізація „Проектування мехатронних систем техніки АПК”).

Укладачі : ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович,
РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович,
КОСТИНА Ольга Юріївна,
ГУДОВА Алла Валентинівна

Рецензенти: д.т.н., проф. Ковбаса В.П. (НУБіП України)
д.т.н., проф. Сукач М.К. (КНУБА)

Навчальне видання

Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з дисципліни „Використання мехатронних систем у техніці АПК”.

Відповідальний за випуск: д.т.н., проф. Ловейкін В.С.

Порядок виконання лабораторних робіт на кафедрі конструювання машин

Під час вивчення дисципліни „Використання мехатронних систем у техніці АПК” слухачами магістратури факультету інженерії агробосистем викладачі кафедри ознайомлюють їх з планами проведення лабораторних робіт, правилами з охорони праці в лабораторії, організацією робочого часу та порядком проведення лабораторних робіт, складанням звітів по виконанню лабораторних робіт.

Значну увагу при цьому приділяють вивченню особливостей роботи в лабораторії, елементів наукових досліджень під час лабораторних робіт. Перше заняття закінчується проведенням інструктажу з техніки безпеки, що фіксується у спеціальному журналі.

Під час підготовки до виконання лабораторної роботи кожний слухач магістратури повинен досконало вивчити правила техніки безпеки при роботі з обладнанням та навчитись надавати першу допомогу товаришам у випадку виникнення травм або враження електричним струмом.

Найбільший ефект від лабораторних занять слухачі магістратури отримують, коли вони працюють бригадою по 2-3 чоловік. Розбивання групи на бригади також виконується на першому занятті. Тоді ж слухачам магістратури видається методична література, підготовлена кафедрою, дається список рекомендованої літератури. До наступного лабораторного заняття слухачі магістратури повинні підготуватись завчасно і самостійно. Вони повинні ознайомитись з відповідними розділами курсу по рекомендованій літературі, конспекту лекцій, вивчити методичні вказівки, підготувати відповідні таблиці для записів та розрахункових даних.

Перед початком чергової лабораторної роботи викладач перевіряє оформлення звітів з попередніх робіт, та якість підготовки магістрів до виконання наступної роботи. Непідготовлені студенти до роботи не допускаються.

Експериментальні дослідження слухачі магістратури проводять в повній відповідності з методичними вказівками під керівництвом викладача.

Після завершення роботи результати досліджень слід показати викладачу. Якщо результати дослідів будуть визнані незадовільними, лабораторну роботу слід виконати повторно. Після завершення роботи слід прибрати робоче місце і акуратно скласти обладнання, яке було використано.

Обробка даних дослідів та розрахунків може бути виконана в лабораторії або частково в домашніх умовах. Оформлення слід проводити з урахуванням вимог діючих ГОСТів.

Звіти захищаються індивідуально кожним слухачем магістратури під час виконання наступних лабораторних робіт, під час консультацій або в години, відведені у розкладі для самостійної роботи.

Пропущені лабораторні роботи відпрацьовуються згідно графіка та по узгодженню з викладачем, який веде заняття.

Лабораторна робота № 1

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ПІД-РЕГУЛЯТОРА РУХУ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

Мета роботи: за допомогою імітаційного моделювання руху транспортного засобу (трактора) отримати навички налаштування ПІД-регулятора системи керування рухом трактора при дії на нього зовнішніх стохастичних збурень.

1. Загальні відомості про роботу ПІД-регулятора

1.1. Структура системи ПІД-регулювання

ПІД-регулятори широко застосовуються в мехатронних системах. Вони є невід'ємною частиною таких пристроїв як частотні перетворювачі, температурні контролери (термостати), системи кондиціонування, системи керування рухом транспортних засобів. Окрім, власне, ПІД-регулятора в системі керування повинен бути формувач сигналу похибки:

$$e(t) = r(t) - y(t), \quad (1)$$

де $r(t)$ - вхідний сигнал об'єкта керування (завдання, уставка); $y(t)$ - вихідний сигнал об'єкта керування (поточне або реально виміряне значення величини, яка регулюється). Звідси маємо структуру системи із зворотнім зв'язком (замкнена система керування), яка показана на рис. 1.

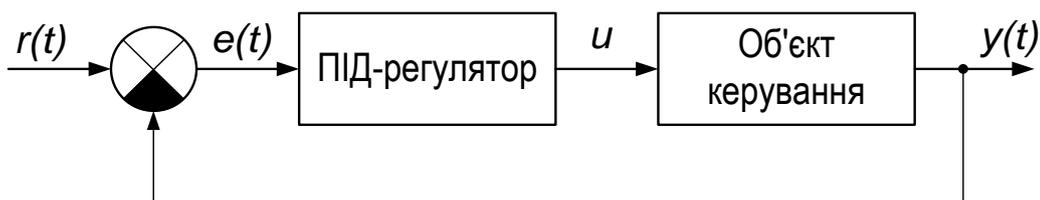


Рис. 1. Структура системи регулювання із застосуванням ПІД-регулятора

1.2. Закони регулювання

Під законом регулювання розуміють математичний вираз, що встановлює зв'язок між формованим регулятором впливом (керуванням u) на об'єкт та похибкою задання $e(t)$.

Багаторічна практика автоматизації показала, що переважна більшість завдань може бути вирішена за допомогою регуляторів по відхиленню, що враховують поточне значення відхилення (похибки), першу похідну похибки й інтеграл від похибки за час регулювання. З'явилися поняття про стандартні закони регулювання у вигляді математичних зв'язків між регулюючим впливом і похибкою регулювання.

Простота налаштування стандартних регуляторів і достатньо висока якість регулювання забезпечили їм широке поширення в промисловості та сільському господарстві. Формований закон регулювання, а також показники точності його формування стали основними характеристиками в паспорті стандартного промислового регулятора. Отже, найважливіше міркування при виборі того або іншого конкретного регулятора - формований ним закон регулювання.

Найбільш складним стандартним лінійним законом регулювання є ПД-закон:

$$u(t) = k_p \cdot e(t) + k_I \cdot \int_0^t e(t) dt + k_D \cdot \frac{d}{dt} e(t), \quad (2)$$

де k_p , k_D та k_I – коефіцієнти налаштування ПД-регулятора, які враховують питому вагу пропорційної, диференціальної та інтегральної складової відповідно у формованому сигналі регулювання (вони є параметрами закону регулювання і можуть змінюватися в широких межах відповідно до налаштувань регулятора).

На рис. 2. показано структуру ПД-регулятора, яка розкриває його принцип роботи. У відповідності до структури регулятора (рис. 2) похибка

регулювання надходить на три складові регулятора (інтегральну, пропорційну та диференціальну) де відповідним чином оброблюється. Надалі відбувається додавання складових обробленої похибки та видача керування u .

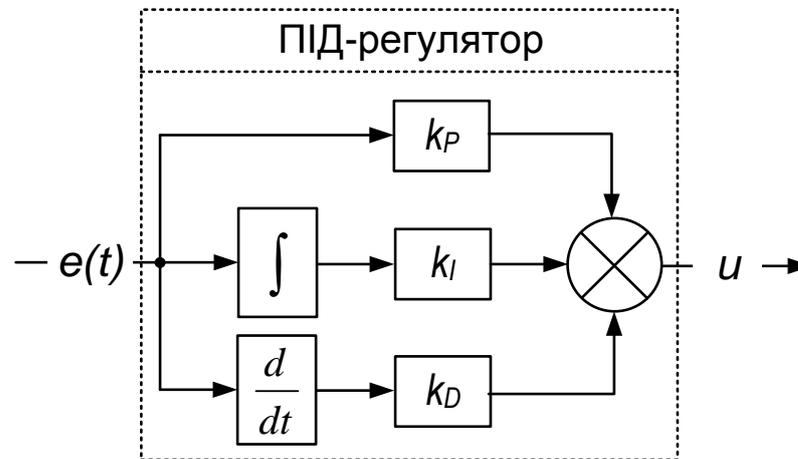


Рис. 2. Структура ПІД-регулятора

Вкажемо інші стандартні лінійні закони регулювання, які є різними частинними випадками ПІД - закону.

П-закон. Найпростішим лінійним стандартним законом регулювання є пропорційний або П-закон (2). Очевидно, це окремий випадок ПІД-закону при $k_D = 0$ та $k_I = 0$. Можливості цього регулятора у формуванні характеристик і властивостей автоматичної системи мінімальні. У більшості випадків, за винятком випадків астатичних об'єктів, його застосування веде до побудови статичних систем автоматичного регулювання, які здатні працювати тільки в позиційному (статичному) режимі, причому з деякою похибкою статизму. Враховуючи наведені вище властивості, П-регулятор може бути рекомендований для побудови найпростіших систем регулювання мехатронних систем, тобто у випадках простих об'єктів регулювання й режимів роботи системи, а також невисоких вимог до якості (точності, швидкодії, запасу стійкості).

I-закон. Інший стандартний закон регулювання, який може бути також віднесений до найпростіших, це інтегральний або I-закон. Він являє собою

окремий випадок закону (2) для $k_D = 0$ та $k_P = 0$. Застосування цього регулятора дозволяє будувати астатичні системи регулювання, придатні для роботи не тільки в позиційному, але й у кінетичному режимі похибки. Однак, небажаною властивістю цього закону є знижена швидкодія. Інтегральні регулятори застосовуються також у простих системах, у випадках, коли переваги астатичної системи значать більше, ніж виникаючі ускладнення, а це надзвичайно рідкі випадки.

ПІ-закон. Випадок $k_D = 0$ у виразі (2) приводить до пропорційно-інтегрального або ПІ-закону регулювання. ПІ-регулятори одержали винятково широке поширення завдяки відносній простоті й вдалій комбінації позитивних властивостей інтегральних і пропорційних регуляторів. Вони дозволяють будувати астатичні системи регулювання, але не ускладнюють проблеми стабілізації системи. У результаті вдається одержати гарну точність і швидкодію.

ПД-закон. Якщо у виразі (2) прийняти $k_I = 0$, то ми отримаємо пропорційно-диференціальний, або ПД-закон регулювання. Найчастіше ПД-регулятор застосовується для підвищення швидкодії.

ПІД-закон. Найзагальнішим, як це було вказано вище, є ПІД-регулятор. Даний регулятор дозволяє будувати астатичні системи автоматичного регулювання. У порівнянні з ПІ-регулятором він дає ще додаткове форсування (збільшення швидкодії) й із усіх стандартних регуляторів надає найбільші можливості формування бажаних характеристик і властивостей системи. Його застосовують у найбільш відповідальних і складних випадках, тобто коли об'єкт описується диференціальним рівнянням високого порядку й має значну інерційність, або коли ставляться високі вимоги до якості руху мехатронної системи. На практиці зустрічається чимало завдань регулювання руху мехатронних систем, коли навіть можливості ПІД-регулятора виявляються недостатніми. Проте, і вони можуть бути вирішені на базі регуляторів, що формують стандартні закони регулювання. При цьому використовують наступні прийоми: каскадне включення регуляторів;

багатоконтурна побудова системи з використанням належних локальних регуляторів у кожному контурі; автоматична зміна параметрів, тобто побудова адаптивних систем.

1.3. Особливості реальних регуляторів

Описаний вище ПД-регулятор є теоретичною ідеалізацією реальних регуляторів, тому для їхнього практичного використання необхідно врахувати особливості реальних умов їх застосування і технічної їх реалізації. До таких особливостей відносяться:

- ▶ обмежений динамічний діапазон змін фізичних змінних у системі (наприклад, обмежена потужність двигуна, обмежена пропускна здатність клапана);
- ▶ обмежена точність вимірів, що вимагає спеціальних заходів для виконання операцій диференціювання з прийнятною похибкою;
- ▶ наявність практично у всіх системах типових нелінійностей: насичення (обмеження динамічного діапазону зміни змінних), обмеження швидкості наростання, гістерезис, люфт;
- ▶ технологічна і випадкова варіація параметрів регулятора та об'єкта керування;
- ▶ дискретна реалізація регулятора;
- ▶ необхідність плавного перемикавання режимів регулювання.

Опишемо декілька методів вирішення вказаних проблем.

Проблема чисельного диференціювання та шуми. Проблема чисельного диференціювання є досить старою й загальною як у цифрових, так і в аналогових регуляторах. Суть її полягає в тому, що похідна обчислюється звичайно як різниця двох близьких по величині значень функції, тому відносна похибка похідної завжди виявляється більшою, ніж відносна похибка чисельного представлення функції, яка диференціюється.

Зокрема, якщо на вхід диференціатора надходить синусоїдальний сигнал $A \sin(\omega t)$, то на виході одержимо $A \omega \cos(\omega t)$, тобто з ростом частоти ω збільшується амплітуда сигналу на виході диференціатора. Інакше кажучи, диференціатор підсилює високочастотні перешкоди, короткі викиди й шум. Крім шумів диференціювання, на характеристики ПД-регулятора впливають шуми вимірів.

Звичайно для зниження шкідливої дії високочастотних сигналів використовують фільтри високих частот, які не пропускають на вхід ПД-регулятора сигнали високих частот.

Інтегральне насичення. В усталеному режимі роботи й при малих збуреннях більшість систем з ПД-регуляторами є лінійними. Однак процес виходу на усталений режим практично завжди вимагає врахування нелінійності типу „обмеження”. Ця нелінійність пов’язана із природними обмеженнями на потужність, швидкість, частоту обертання, кут повороту, площу поперечного перерізу клапана, динамічний діапазон тощо. Контур регулювання в системі, що перебуває в насиченні (коли змінна досягла обмеження), виявляється розімкнутим, оскільки при зміні змінної на вході ланки з обмеженням його вихідна змінна залишається без змін.

Найбільш типовим проявом режиму обмеження є так зване інтегральне насичення, яке виникає в процесі виходу системи на усталений режим у регуляторах з постійним коефіцієнтом k_I . Суть проблеми інтегрального насичення полягає в тому, що якщо сигнал на вході об’єкта керування $u(t)$ увійшов у зону насичення (обмеження), а сигнал похибки $r(t)-y(t)$ не дорівнює нулю, інтегратор продовжує інтегрувати, тобто сигнал на його виході росте, але цей сигнал не бере участі у процесі регулювання й не впливає на об’єкт внаслідок ефекту насичення. Система керування в цьому випадку стає еквівалентною розімкнутій системі, сигнал на вході якої дорівнює рівню насичення керуючого сигналу.

Ефект інтегрального насичення відомий давно. В аналогових регуляторах його усунення було досить проблематичним, оскільки в них

проблема не могла бути вирішена алгоритмічно, а тільки апаратними засобами. З появою мікропроцесорів проблему вдається розв'язати набагато ефективніше. Методи усунення інтегрального насичення звичайно є предметом винаходів, вони відносяться до комерційної таємниці фірм-виробників і захищаються патентами.

Безударне перемикання режимів регулювання. У ПД-регуляторах можуть існувати режими, коли їх параметри змінюються стрибком. Наприклад, коли в працюючій системі треба змінити коефіцієнт k_I або якщо після ручного керування системою необхідно перейти на автоматичний режим. В описаних випадках можуть з'явитися небажані викиди (стрибки) регульованої величини, якщо не прийняти спеціальних заходів. Тому виникає завдання плавного (безударного) перемикання режимів роботи або параметрів регулятора. Основний метод вирішення проблеми полягає в побудові такої структури регулятора, коли зміна параметра виконується до етапу інтегрування. Наприклад, при змінному параметрі $k_I(t)$ інтегральний член можна записати у двох формах:

$$I(t) = k_I(t) \int_0^t e(t) dt \quad \text{або} \quad I(t) = \int_0^t k_I(t) e(t) dt .$$

У першому випадку при стрибкоподібній зміні $k_I(t)$ інтегральний член буде мінятися стрибком, у другому випадку - плавно, оскільки $k_I(t)$ перебуває під знаком інтеграла, значення якого не може змінюватися стрибком.

Дискретна форма регулятора. Неперервні змінні зручно використовувати для аналізу й синтезу ПД-регуляторів. Для технічного втілення необхідно перейти до дискретної форми рівнянь, оскільки основою всіх регуляторів є мікроконтролер, контролер або комп'ютер, які оперують зі змінними, отриманими з аналогових сигналів після їхньої дискретизації за часом і квантуванням за рівнем. Внаслідок деякої тривалості часу обчислення керуючого впливу в мікроконтролері й затримки аналого-цифрового перетворення між моментом надходження аналогового сигналу на вхід регулятора й появою керуючого впливу на його виході з'являється

небажана затримка, яка збільшує загальну затримку в контурі регулювання й знижує запас стійкості. Одним із варіантів вирішення проблем, які виникають при перетворенні аналогових сигналів у дискретну форму у ПД-регуляторах є збільшення частоти дискретизації так, щоб вона принаймні у два рази була вищою, ніж максимальна частота перешкоди. Це дозволяє застосувати після дискретизації цифровий фільтр нижніх частот. При такій частоті дискретизації отриманий цифровий сигнал з погляду кількості інформації повністю еквівалентний аналоговому й усі властивості аналогового регулятора можна поширити на цифровий.

1.4. Ручний метод налаштування ПД-регулятора

Налаштування ПД-регулятора засноване на певних правилах. Ці правила отримані з досвіду, теоретичного аналізу й чисельних експериментів. Вони зводяться до наступного:

- ▶ збільшення пропорційного коефіцієнта k_P збільшує швидкодію й знижує запас стійкості;
- ▶ зі зменшенням пропорційного коефіцієнта k_P похибка регулювання із часом зменшується швидше;
- ▶ збільшення коефіцієнта k_I зменшує запас стійкості;
- ▶ збільшення k_D збільшує запас стійкості й швидкодію.

Ручне налаштування за допомогою правил зручно виконувати із застосуванням інтерактивного програмного забезпечення на комп'ютері, тимчасово включеному в контур керування. Для оцінки реакції системи на зміну уставки, зовнішні впливи або шуми вимірів подають штучні впливи, які їх імітують, й спостерігають реакцію на них. Після виконання налаштування значення коефіцієнтів регулятора записують у пам'ять ПД-контролера, а комп'ютер відключають.

Відзначимо, що застосування приведених вище правил можливо тільки після попереднього налаштування регулятора за формулами. Спроби

налаштувати регулятор без початкового наближення, виконаного за розрахунками відповідних коефіцієнтів регулятора, можуть бути безуспішними. Сформульовані вище правила справедливі тільки в околі оптимального налаштування регулятора.

2. Виконання роботи

2.1. Завдання до виконання

Для виконання лабораторної роботи необхідно провести імітаційне моделювання руху трактора при певних умовах. Вважається, що трактор обладнаний системою глобального позиціонування GPS, за якою прокладається маршрут його руху. Маршрутом руху трактора співпадає з прямою Ox (рис. 3).

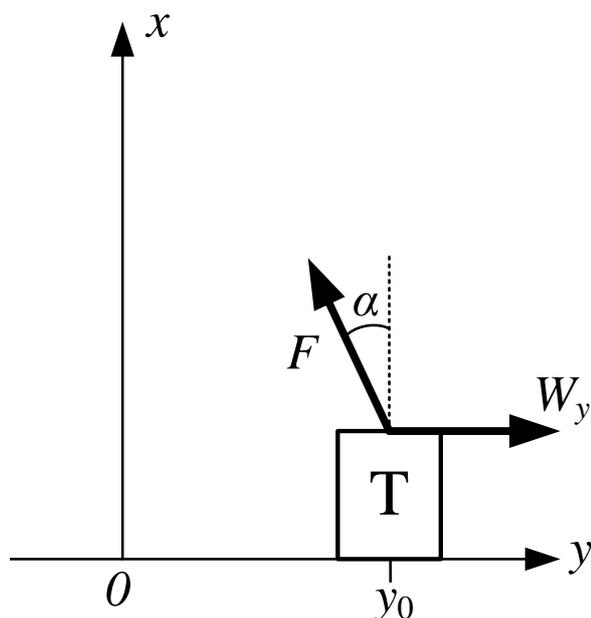


Рис. 3. Динамічна модель руху трактора

На початку руху трактор має початкове відхилення від курсу, яке характеризується похибкою ($y(0)=y_0$) та її першою похідною за часом ($\dot{y}(0) = \dot{y}_0$).

На рух трактора по осі Oy справляють вплив збурення (W_y), які моделюються синусоїдальною та випадковою функціями:

1. case 1 – синусоїдальна функція діє протягом часу T_1 ($T_1=10$ секунд), а надалі рівна нулю:

$$case1 = \begin{cases} F_{\max} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right), & \text{при } 0 \leq t \leq T_1; \\ 0, & \text{при } t > T_1. \end{cases} \quad (3)$$

2. case 2 – випадкова функція діє протягом усього часу імітаційного моделювання T (випадкова функція case 2 є неперервною).

На рух трактора також діє тягове зусилля F , яке направлене під кутом α до осі Ox (рис. 3). Постійними величинами при моделюванні є: маса трактора ($m=5000$ кг), номінальна швидкість руху трактора ($v_{ном}=5$ м/с), модуль тягового зусилля трактора ($F=10^4$ Н), максимальне збурення ($F_{\max}=1500$ Н). Тривалість моделювання руху трактора становить 60 секунд ($T=60$ секунд).

Завдання: підібрати коефіцієнти ПД-регулятора кута α таким чином, щоб забезпечити вихід трактора на курс із заданою точністю. Моделювання руху трактора необхідно провести для умов, які описані у таблиці 1.

Таблиця 1.

Умови проведення імітаційного моделювання (імітаційних експериментів) руху трактора для різних початкових умов та різних функцій збурення W_y

| Функція збурення W_y | Початкові умови | |
|------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| | $y_0=0$ м; $\dot{y}_0=0$ м/с; | $y_0=1$ м; $\dot{y}_0=0,6$ м/с; |
| case 1 | Експеримент №1 | Експеримент №2 |
| case 2 | Експеримент №3 | Експеримент №4 |

Всі розрахунки імітаційного моделювання необхідно провести у файлі Mathematica „ПД-регулятор руху трактора.nb”.

2.2. Порядок виконання роботи

1. Записати назву, мету роботи та основні положення завдання до виконання роботи, а саме: 1) рисунок 3; 2) опис функцій case 1 та case 2; 3) значення всіх постійних величин, які використовуються при моделюванні; 4) завдання; 5) таблицю 1.
2. Обнулити всі коефіцієнти ПД-регулятора (обнуління коефіцієнтів рівнозначне відключенню регулятора).
3. Провести імітаційний експеримент №1 руху трактора без застосування ПД-регулятора.
4. Встановити коефіцієнт пропорційної складової регулятора в ненульове значення та провести моделювання із налаштованим П-регулятором. Оцінити результат моделювання.
5. Встановити коефіцієнт диференціальної складової регулятора в ненульове значення та провести моделювання із налаштованим ПД-регулятором. Оцінити результат моделювання.
6. Встановити коефіцієнт інтегральної складової регулятора в ненульове значення та провести моделювання із налаштованим ПД-регулятором. Оцінити результат моделювання. Якщо залишкова похибка руху трактора по курсу Oy більша 0,05 м, то повторити п. 4.-6 для того, щоб добитись умови $y(T) < 0,05$ м.
7. Занести значення коефіцієнтів налаштування ПД-регулятора, які забезпечують виконання умови $y(T) < 0,05$ м у таблицю 2.

Таблиця 2.

Результати налаштування ПД-регулятора положення трактора

| Експерименти | Коефіцієнти | | |
|--------------|-------------|-------|-------|
| | k_I | k_P | k_D |
| №1 | | | |
| №2 | | | |
| №3 | | | |
| №4 | | | |

8. Провести імітаційні експерименти №2-4 та занести отримані результати у таблицю 2.
9. Замалювати у лабораторний зошит графіки: 1) функцій збурення W_y (case 1 та case 2); 2) траєкторії руху трактора для імітаційного експерименту №4 без використання та з використанням ПД-регулятора.
10. Провести моделювання руху трактора по траєкторії Ox при умові, що на нього діє зусилля, яке описується функцією case 2 і яке діє по осі Ox . Замалювати графік функції швидкості руху трактора при умові, що він не обладнаний регулятором руху.
11. Записати функцію похибки швидкості руху трактора ($e_{\dot{x}} = v_{ном} - \dot{x}$) та знайти вираз ПД-регулятора швидкості руху (у якості керуючого впливу виступає тягове зусилля трактора, яке направлене по осі Ox).
12. Знайти коефіцієнти налаштування ПД-регулятора для усунення відхилення швидкості руху трактора від номінальної (для $e_{\dot{x}} \rightarrow 0$). На початку руху значення положення та швидкості руху трактора такі $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$. Вважати, що стабілізація швидкості руху трактора досягається за умови $\dot{x} < 0,5 \text{ м/с}$ для всієї тривалості його руху.
13. Знайдені коефіцієнти занести у таблицю 3.

Таблиця 3.

Результати налаштування ПД-регулятора швидкості руху трактора

| Початкові умови | Коефіцієнти | | |
|------------------------------|-------------|-------|-------|
| | k_I | k_P | k_D |
| $x_0 = 0, \dot{x}_0 = 0$ | | | |
| $x_0 = 0,5, \dot{x}_0 = 4,5$ | | | |

14. На основі проведених імітаційних експериментів зробити висновки.

3. Контрольні питання

1. Для яких цілей використовують ПД-регулятори у сільському господарстві?
2. Поясніть структуру системи ПД-регулювання.
3. Які закони регулювання Вам відомі?
4. У чому полягає сутність налаштування ПД-регулятора?
5. Охарактеризуйте вплив складових ПД-регулятора (пропорційної, інтегральної та диференціальної) на властивості мехатронних систем.
6. Які способи налаштування ПД-регулятора вам відомі.
7. Вкажіть основні недоліки ручного способу налаштування ПД-регулятора.
8. Які особливості реальних ПД-регуляторів необхідно враховувати?
9. Що таке інтегральне насичення регулятора?
10. Як частота дискретизації цифрового ПД-регулятора повинна співвідноситись із максимальною частотою перешкоди?

Додаток до лабораторної роботи №1

Програмний код Mathematica до лабораторної роботи

```
(*1. ПОСТІЙНІ ПАРАМЕТРИ*)
m = 5000; (*маса трактора*)
F = 10^4; (*модуль тягового зусилля трактора*)
vnom = 5; (*номінальна і постійна швидкість руху трактора*)
(*2. НАЛАШТУВАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ*)
T = 60; (*тривалість моделювання*)
steps = 1000000; (*кількість кроків моделювання*)

$$\Delta t = \frac{T}{steps};$$
 (*тривалість кроку моделювання*)
(*3. ЗОВНІШНЄ ЗБУРЕННЯ*)
T1 = 10; (*постійний параметр*)
Fmax = 1500; (*максимальне зусилля*)
Wy = case2;
case1 = Piecewise[{{Sin[ $\frac{2 \pi t}{T1}$ ] * Fmax, 0 ≤ t ≤ T1}, {0, T1 ≤ t < T}}];
(*1. синусоїдальне збурення*)
case2 = Interpolation[RandomReal[{-Fmax, Fmax}, 100], InterpolationOrder → 3];
(*2. випадкове збурення*)
(*Зауваження: коли використовується випадок №2 -
case2 у праву частину диференціального рівняння,
а також у вираз для побудови графіка необхідно підставляти Wy[t]*)
(*4. ПОЧАТКОВІ УМОВИ*)
y0 = 0; (*початкове положення по осі Oy - початкова похибка курсу*)
dy0 = 0; (*початкова швидкість по осі Oy -
початкова швидкість зміни похибки курсу*)
(*5. ПІД-РЕГУЛЯТОР РУХУ ТРАКТОРА*)
kpa = 0; (*коефіцієнт пропорційної складової*)
kda = 0; (*коефіцієнт диференціальної складової*)
kaI = 0; (*коефіцієнт інтегральної складової*)

$$\alpha = y[t] * kpa + y'[t] * kda + kaI * \int y[t] dt;$$

(*кут відхилення вектора тягового зусилля трактора РЕГУЛЮЄТЬСЯ*)
(*6. МОДЕЛЮВАННЯ*)
sol = NDSolve[{y''[t] * m == -F * Sin[α] + Wy, y[0] == y0, y'[0] == dy0},
y, {t, 0, T}, MaxSteps → steps]
```

(*траєкторія руху трактора*)

```
ParametricPlot[Evaluate[{y[t], vnom*t} /. sol], {t, 0, T},  
  PlotLabel → "Траєкторія руху трактора", PlotStyle → {Black, Thickness[0.006]},  
  ImageSize → 300, AxesStyle → FontSize → 12,  
  AxesLabel → {Text[Style["y, м", FontSize → 13, Italic]],  
    Text[Style["x, м", FontSize → 13, Italic]]}, AxesOrigin → {0, 0},  
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]  
  
Plot[Evaluate[Wy[t] /. sol], {t, 0, T}, PlotLabel → "Зовнішнє збурення",  
  PlotStyle → {Black, Thickness[0.006]}, ImageSize → 300, AxesStyle → FontSize → 12,  
  AxesLabel → {Text[Style["t, с", FontSize → 13, Italic]],  
    Text[Style["Wy, H", FontSize → 13, Italic]]}, AxesOrigin → {0, 0},  
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]
```

Лабораторна робота № 2

НАЛАШТУВАННЯ ПІД-РЕГУЛЯТОРА РУХУ ПРИВОДНОГО МЕХАНІЗМУ МЕХАТРОННОЇ СИСТЕМИ

Мета роботи: отримати навички налаштування коефіцієнтів підсилення складових ПІД-регулятора приводного механізму мехатронної системи при відпрацюванні задання та при дії стохастичних збурень.

1. Загальні відомості про привод мехатронних систем

1.1. Вимоги до приводів

Сучасні мехатронні системи повинні мати приводи, до яких пред'являються високі й досить суперечливі вимоги. Структура приводів повинна забезпечувати можливість автономного й координованого (погодженого) регулювання переміщень, швидкостей, сил (моментів) за умови забезпечення високої точності позиціонування при відсутності перерегулювання, високого коефіцієнта форсування по моменту, максимальної швидкодії, плавності переміщення робочого органу мехатронної системи при змінних навантаженнях і моментах інерції, надійної фіксації в точках позиціонування, відсутності перехідних режимів при перемиканні структури привода, а також мінімальність маси й габаритів електромеханічних модулів при високій надійності всіх елементів.

Особливі умови експлуатації мехатронних систем накладають істотні обмеження на вибір типу двигуна привода. Застосування крокового електропривода малоефективне при потужностях, що перевищують сотні Ват. Електроприводи на базі лінійних двигунів, поряд з очевидними перевагами забезпечення лінійного переміщення виконавчих пристроїв без механічних передач, не забезпечують необхідної точності й швидкодії.

1.2. Електропривод мехатронних систем

Електроприводом називають електромеханічну систему, що складається з електродвигунного, перетворювального, механічного передавального і керуючого пристроїв і призначена для приведення в рух виконавчого органу робочої машини та керування цим рухом.

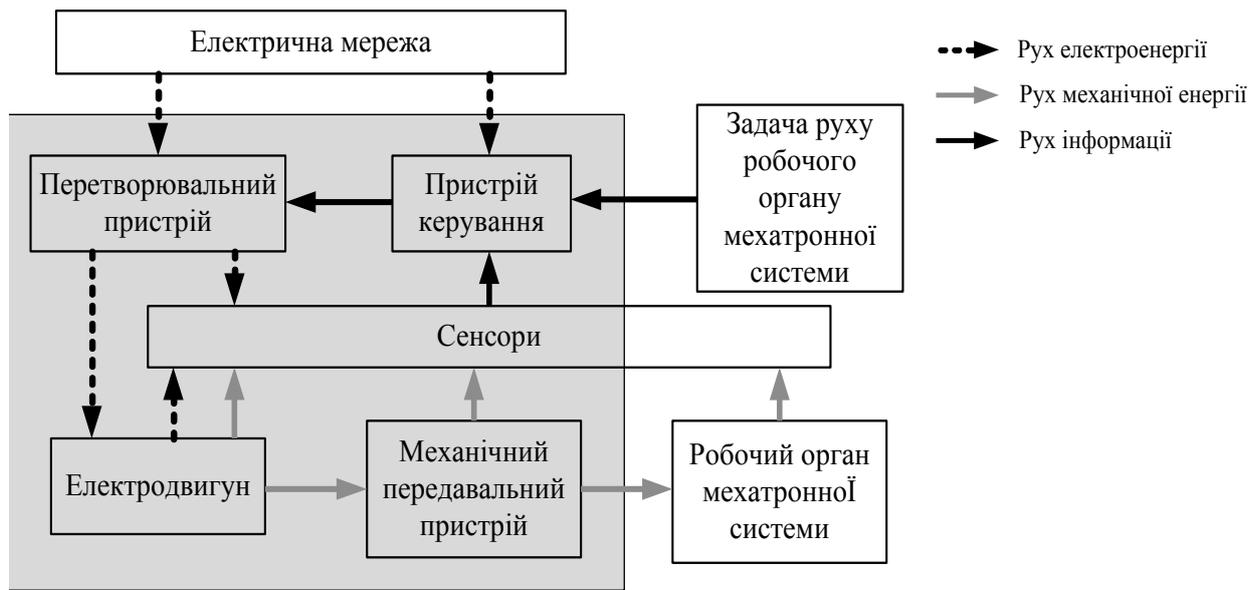


Рис. 1. Структура електроприводу у складі мехатронних систем

До переваг електроприводу можна віднести те, що для нього джерелом енергії слугує мережа постійного або змінного струму. Відсутня необхідність у використанні трубопроводів, а також проблема забруднення навколишнього середовища.

1.3. Колекторний електропривод постійного струму

Основним елементом електропривода мехатронної системи зазвичай є електродвигун постійного струму, на виході котрого крутний момент пропорційний силі струму на вході двигуна. У такому електродвигуні подача струму до ротора здійснюється через щітки, котрі доволі легко можна пошкодити і тому вони вимагають необхідної уваги при обслуговуванні.

Принцип дії двигуна постійного струму ілюструє рис. 2, він полягає у взаємодії магнітних полів полюсів статора і провідників ротора, по яких протікає струм. Якщо струм у провіднику йде від нас (на рис. 2 провідник по якому струм йде від нас позначений колом із хрестиком), то, за правилом гвинта, магнітні силові лінії навколо провідника спрямовані за годинниковою стрілкою. У результаті додавання магнітних полів полюсів і провідника підсилиться магнітне поле праворуч від провідника ротора й послабиться ліворуч від нього. До провідника буде прикладена сила, яка виштовхує його убік ослабленого магнітного поля, тобто вліво. Аналогічні процеси відбуваються з провідником, який знаходиться над південним полюсом статора (цей провідник показано колом із точкою – струм по ньому йде до нас).

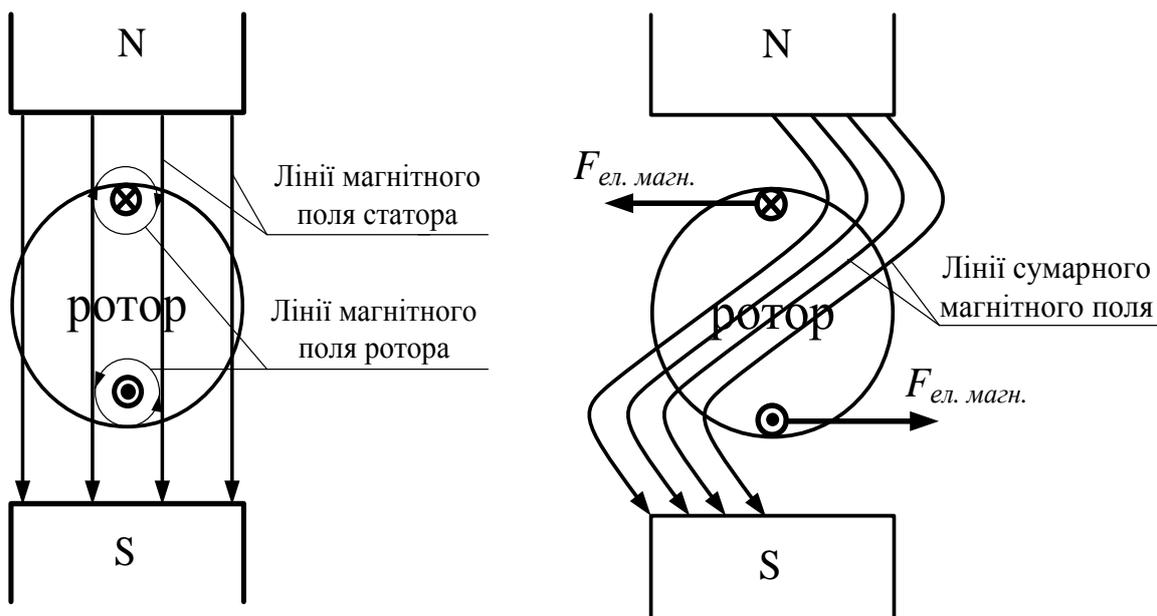


Рис. 2. Принцип виникнення електромагнітного моменту у двигуні постійного струму

На рис. 3 показано схему вмикання електричного двигуна постійного струму із незалежним збудженням. Електромагнітний момент, що виникає у двигуні виражається формулою:

$$M = K'\Phi \cdot I_{рот} = K''I_{колозбудж} \cdot I_{рот}, \quad (1)$$

де K' – коефіцієнт, що залежить від конструкції ротора двигуна; Φ – магнітний потік двигуна; $I_{рот}$ – струм обмотки ротора; $I_{колозбудж}$ – струм кола збудження двигуна; K'' – коефіцієнт, що залежить від конструкції ротора та статора двигуна.

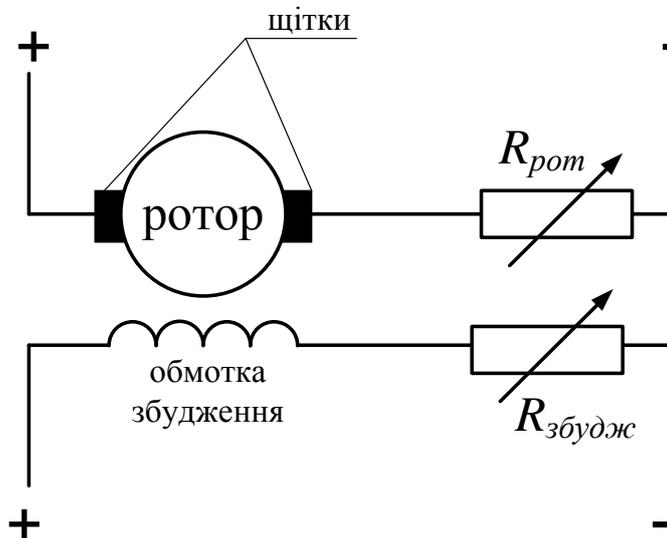


Рис. 3. Електрична схема вмикання двигуна постійного струму незалежного збудження

Розглянемо методи регулювання двигуна постійного струму (таблиця 1). Регулювати двигун постійного струму можна зміною: 1) напруги живлення; 2) опору роторного кола; 3) опору кола збудження.

Таблиця 1.

Способи регулювання двигуна постійного струму послідовного збудження

| Спосіб | Графіки механічних характеристик | Коментар |
|-------------------------------|----------------------------------|--|
| 1 | 2 | 3 |
| 1. Зміна опору роторного кола | | Зі збільшенням опору роторного кола швидкість двигуна падає. |

| 1 | 2 | 3 |
|----------------------------------|---|--|
| 2. Зміна напруги живлення | | <p>Зі збільшенням напруги живлення двигуна його швидкість збільшується, і навпаки, зі зменшенням напруги живлення його швидкість зменшується.</p> |
| 3. Зміна струму у колі збудження | | <p>Зі збільшенням опору кола збудження швидкість двигуна збільшується. При обриві кола збудження швидкість зростає до нескінченності і двигун іде „вразнос”.</p> |

При регулюванні двигуна постійного струму останній має гарні показники: діапазон регулювання швидкості до 1:100000, перевантажувальна здатність по моменту до 8...10. Разом з тим, електроприводи постійного струму мають один істотний недолік – наявність щіткового колектора. Великий обсяг планово-запобіжних робіт з обслуговування і контролю двигунів навіть у приміщеннях з нормальним середовищем, а особливо у

зволожених, запилених і тим більше при наявності жорстких випромінювань приводить до зниження економічного ефекту при мехатронізації виробництва через істотне зростання витрат на ремонт і заміну електродвигунів постійного струму.

2. Виконання роботи

2.1. Завдання до виконання

Для виконання лабораторної роботи необхідно провести імітаційне моделювання динаміки руху двигуна постійного струму при певних умовах. Вважається, двигун запускається при відсутності навантаження і лише після деякого часу воно починає діяти.

Динаміка руху двигуна постійного струму описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} U = \omega c \Phi + I_{\text{я}} R_{\text{я}} + L \dot{I}_{\text{я}}; \\ I_{\text{я}} c \Phi = J \dot{\omega} + M_{\text{он}}, \end{cases} \quad (2)$$

де U – напруга на якірній обмотці двигуна; ω – кутова швидкість руху ротора двигуна; c – коефіцієнт, який визначається конструкцією двигуна ($c = \frac{pN}{2\pi a}$); p – число пар полюсів двигуна; N – число активних провідників обмотки якоря; a – число паралельних віток обмотки якоря; Φ – магнітний потік двигуна (приймаємо, що магнітний потік є постійною величиною); $I_{\text{я}}$ – струм якірного кола двигуна; $R_{\text{я}}$ – опір якірного кола двигуна; L – індуктивність обмотки якоря; J – приведений до вала двигуна момент інерції рухомих частин механізму; $M_{\text{он}}$ – момент статичного опору приведений до вала двигуна.

Згідно першого закону комутації електричних кіл струм не може стрибком зміни своє значення. Аналізуючи систему рівнянь (2) можна

прийти до висновку, що момент двигуна також не може стрибкоподібно змінитись. Якщо ми розглядаємо режим пуску механізму із приводом постійного струму, то необхідно, щоб виконувались умови:

$$\omega(0) = I_{я}(0) = 0. \quad (3)$$

Якщо $M_{on}(0)=0$, то умови (3) можна переписати таким чином:

$$\omega(0) = \dot{\omega}(0) = 0. \quad (4)$$

Подамо систему рівнянь (2) у вигляді одного рівняння. Для цього виразимо струм якоря із другого рівняння системи (2):

$$I_{я} = \frac{J\dot{\omega}}{c\Phi} + \frac{M_{on}}{c\Phi}. \quad (5)$$

Враховуючи, що $M_{on}=\text{const}$, знайдемо вищу похідну виразу (5) за часом:

$$\dot{I}_{я} = \frac{J\ddot{\omega}}{c\Phi}. \quad (6)$$

Підставляючи вирази (5) та (6) у перше рівняння системи (2), отримаємо шукане диференціальне рівняння:

$$\begin{aligned} U &= \omega c\Phi + \left(\frac{J\dot{\omega}}{c\Phi} + \frac{M_{on}}{c\Phi}\right)R_{я} + L\frac{J\ddot{\omega}}{c\Phi} = \omega c\Phi + \frac{JR_{я}\dot{\omega}}{c\Phi} + \frac{M_{on}R_{я}}{c\Phi} + L\frac{J\ddot{\omega}}{c\Phi} = \\ &= \frac{M_{on}R_{я}}{c\Phi} + \omega c\Phi + \frac{JR_{я}}{c\Phi}\dot{\omega} + L\frac{J}{c\Phi}\ddot{\omega}. \end{aligned} \quad (7)$$

Функції навантаження (моменту опору робочої машини), які досліджуються у лабораторній роботі, представляються у вигляді кусочних функцій, які на початку руху двигуна (пуск) рівні нулю і лише після моменту часу T_1 ($T_1=15$ секунд) відрізняються від нуля. Опис вказаних функцій M_{on} приведено нижче.

3. case 1:

$$case1 = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq t \leq T_1; \\ 1,5M_{ном}, & \text{при } t > T_1, \end{cases} \quad (8)$$

де $M_{ном}$ – номінальний момент двигуна. Функція case 1 означає, що після моменту часу T_1 на валу двигуна починає діяти постійне навантаження, яке у півтора рази перевищує номінальний крутний момент двигуна.

4. case 2:

$$case2 = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq t \leq T_1; \\ 0 \leq \text{випадкова функція} \leq M_{ном}, & \text{при } t > T_1. \end{cases} \quad (9)$$

Функція case 2 означає, що після моменту часу T_1 на валу двигуна починає діяти навантаження, яке не перевищує номінальний крутний момент і змінюється випадково у межах від 0 до $M_{ном}$.

5. case 3:

$$case3 = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq t \leq T_1; \\ 1,5M_{ном} \left| \sin \left(\frac{8\pi t}{T - T_1} \right) \right|, & \text{при } t > T_1. \end{cases} \quad (10)$$

Функція case 3 означає, що після моменту часу T_1 на валу двигуна починає діяти періодичне навантаження, є складною функцією часу і яке змінюється у межах від 0 до $1,5M_{ном}$.

6. case 4:

$$case4 = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq t \leq T_1; \\ 1,5M_{ном} \left(1 + \text{sign} \left(\sin \left(\frac{8\pi t}{T - T_1} \right) \right) \right), & \text{при } t > T_1. \end{cases} \quad (11)$$

Функція case 4 означає, що після моменту часу T_1 на валу двигуна починає діяти навантаження, є релейною функцією часу і яке змінюється у межах від 0 до $3M_{ном}$.

7. case 5:

$$case5 = \begin{cases} 0, & \text{при } 0 \leq t \leq T_1; \\ M_{ном} \left(\frac{2\omega}{\omega_{ном}} \right), & \text{при } t > T_1. \end{cases} \quad (12)$$

Функція case 5 означає, що після моменту часу T_1 на валу двигуна починає діяти навантаження, яке є складною функцією кутової швидкості руху двигуна і змінюється у межах від 0 до $M_{ном}$.

Постійними величинами при моделюванні є: число пар полюсів двигуна ($p=2$); число активних провідників обмотки якоря ($N=810$); число паралельних віток обмотки якоря ($a=1$); магнітний потік двигуна ($\Phi=0,0092$ Вб); опір якорного кола двигуна ($R_я=0,54$ Ом); індуктивність обмотки якоря ($L=0,0046$ Гн); приведений до вала двигуна момент інерції рухомих частин механізму ($J=5$ кг·м²); номінальна кутова швидкість двигуна ($\omega_{ном} = \frac{U_{ном}}{c\Phi} - \frac{R_я M_{ном}}{(c\Phi)^2}$); номінальна напруга живлення двигуна ($U_{ном}=200$ В).

Тривалість моделювання руху двигуна становить 60 секунд ($T=60$ секунд).

Завдання: підібрати коефіцієнти ПД-регулятора напруги живлення двигуна таким чином, щоб забезпечити стабілізацію кутової швидкості руху двигуна із заданою точністю. Точність стабілізації кутової швидкості оцінюється за відносною похибкою відпрацювання кутової швидкості у момент закінчення моделювання. Цей показник визначається таким чином:

$$\omega_{відн} = \frac{\omega(T) - \omega_{ном}}{\omega_{ном}} \cdot 100\%. \quad (13)$$

Необхідно забезпечити $\omega_{відн} < 0,3\%$.

Ще однією умовою для налаштування регулятора руху двигуна є така:

$$U_{живл} = U_{ном} + U_{рег} \leq 2U_{ном}, \quad (14)$$

де $U_{рег}$ – напруга яка додається до номінальної напруги двигуна і використовується для стабілізації його кутової швидкості.

Налаштування коефіцієнтів регулятора руху двигуна необхідно провести при виконанні умов (13) та (14) та для всіх функцій case 1 – case 5.

Всі розрахунки імітаційного моделювання руху двигуна необхідно провести у файлі Mathematica „ПД-регулятор двигуна.nb”.

2.2. Порядок виконання роботи

1. Записати назву, мету роботи та основні положення завдання до виконання роботи, а саме: 1) систему диференціальних рівнянь (2) та „робоче” рівняння (7), яке використовується при моделюванні; 2) початкові умови (4); 3) значення всіх постійних величин, які використовуються при моделюванні; 4) опис функцій моменту опору робочої машини (case 1 – case 5); 5) обмеження, які накладаються на процес (12) та (13) ; 6) завдання.
2. Записати формулу напруги регулювання $U_{рег}$.
3. Обнулити всі коефіцієнти ПД-регулятора (обнуління коефіцієнтів рівнозначне відключенню регулятора).
4. Провести імітаційний експеримент №1 (номер експеримент відповідає функції збурення case) руху двигуна без застосування ПД-регулятора.
5. Встановити коефіцієнт пропорційної складової регулятора в ненульове значення та провести моделювання із налаштованим П-регулятором. Оцінити результат моделювання.
6. Встановити коефіцієнт диференціальної складової регулятора в ненульове значення та провести моделювання із налаштованим ПД-регулятором. Оцінити результат моделювання.

7. Встановити коефіцієнт інтегральної складової регулятора в ненульове значення та провести моделювання із налаштованим ПІД-регулятором. Оцінити результат моделювання..
8. Якщо завдання виконано успішно, то занести значення коефіцієнтів налаштованого ПІД-регулятора та інші параметри процесу у таблицю 2.

Таблиця 2.

Результати налаштування ПІД-регулятора руху двигуна

| Експерименти | Коефіцієнти ПІД-регулятора | | | Параметри процесу | |
|--------------|----------------------------|-------|-------|-------------------|---------------------|
| | k_I | k_P | k_D | $U_{живл}, В$ | $\omega_{відн}, \%$ |
| №1 | | | | | |
| №2 | | | | | |
| №3 | | | | | |
| №4 | | | | | |
| №5 | | | | | |

9. Провести імітаційні експерименти №2-5 та занести отримані результати у таблицю 2.
10. Замалювати у лабораторний зошит графіки: 1) функцій збурення M_{on} (case 1 – case 5); 2) графік кутової швидкості руху двигуна при налаштованому ПІД-регуляторі; 3) графік зміни напруги живлення двигуна при налаштованому ПІД-регуляторі.
11. На основі проведених імітаційних експериментів зробити висновки.

3. Контрольні питання

11. Назвіть вимоги до приводів мехатронних систем та поясніть умови з яких вони впливають?
12. Зобразіть структуру електроприводу у складі мехатронної системи. Поясніть потоки інформації, електричної та механічної енергії у ній.
13. Використовуючи рис. 2, поясніть принцип виникнення крутного моменту у колекторному двигуні постійного струму?
14. Які способи регулювання двигуна постійного струму Вам відомі?
15. Який діапазон регулювання кутової швидкості та крутного моменту можна досягти за допомогою приводу постійного струму?
16. Якими рівняннями описується динаміка руху двигуна постійного струму у перехідних режимах.
17. Поясніть фізичний зміст початкових умов руху двигуна (4).
18. Вкажіть робочі машини, моменти опору яких, характеризуються наведеними функціями (8)-(12)?

Додаток до лабораторної роботи № 2

Програмний код Mathematica до лабораторної роботи

```
(*1. ПОСТІЙНІ ПАРАМЕТРИ*)
R = 0.54; (*опір роторного кола двигуна*)
f = 9.2 * 10 ^ (-3); (*магнітний потік двигуна: приймаємо,
що магнітний потік є постійною величиною*)
c =  $\frac{p * NN}{2 * \text{Pi} * a}$ ; (*коефіцієнт, який визначається конструкцією двигуна*)
L = 4.6 * 10 ^ (-3); (*індуктивність обмотки якоря*)
NN = 810; (*число активних провідників обмотки якоря*)
a = 1; (*число паралельних віток обмотки якоря*)
p = 2; (*кількість пар полюсів двигуна*)
J = 5; (*момент інерції ротора двигуна*)
Unom = 200; (*номінальна напруга живлення двигуна*)
 $\omega_{\text{nom}} = \frac{U_{\text{nom}}}{c * f} - \frac{R * M_{\text{nom}}}{(c * f)^2}$ ;
(*номінальна кутова швидкість двигуна*)

(*2. НАЛАШТУВАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ*)
T = 60; (*тривалість моделювання*)
steps = 1 000 000; (*кількість кроків моделювання*)
 $\Delta t = \frac{T}{\text{steps}}$ ; (*тривалість кроку моделювання*)

(*3. ЗОВНІШНЄ ЗБУРЕННЯ*)
T1 = 15; (*момент початку прикладання моменту опору робочої машини*)
Mnom = 80; (*номінальне значення моменту опору робочої машини*)
Mop = case5;
case1 = Piecewise[{{0, 0 ≤ t ≤ T1}, {1.5 * Mnom, T ≥ t > T1}, {0, t > T}}];
(*1. постійне значення моменту опору*)

funcvipadk = Interpolation[RandomReal[{Mnom, 0}, 100],
InterpolationOrder → 2];
case2 = Piecewise[{{0, 0 ≤ t ≤ T1}, {funcvipadk[t], T ≥ t > T1}, {0, t > T}}];
(*2. моменту опору - випадкова функція*)

case3 =
Piecewise[{{0, 0 ≤ t ≤ T1}, {Abs[Sin[ $\frac{8 * \pi * t}{T - T1}$ ]] * 1.5 * Mnom, T ≥ t > T1},
{0, t > T}}]; (*3. моменту опору - синусоїдальна періодична функція*)
```

```

case4 =
  Piecewise[{{0, 0 ≤ t ≤ T1}, {1.5 * Mnom * (1 + Sign[Sin[ $\frac{8 * \pi * t}{T - T1}$ ]])}, T ≥ t > T1},
    {0, t > T}]]; (*4. моменту опору - релейна періодична функція*)

case5 = Piecewise[{{0, 0 ≤ t ≤ T1}, {Mnom * ( $\frac{2 * \omega[t]}{\omega_{nom}}$ )}, T ≥ t > T1}, {0, t > T}]];
(*5. моменту опору - функція,
яка залежить від кутової швидкості двигуна*)

(*4. ПІД-РЕГУЛЯТОР РУХУ ДВИГУНА*)
krω = 0; (*коефіцієнт пропорційної складової*)
kdω = 0; (*коефіцієнт диференціальної складової*)
kIω = 0; (*коефіцієнт інтегральної складової*)
Ureg = (ωnom - ω[t]) * krω + ω'[t] * kdω + kIω * (ωnom * t -  $\int \omega[t] dt$ );
(*напруга, яка додається до номінальної для того,
щоб компенсувати дію моменту опору робочої машини*)

(*6. МОДЕЛЮВАННЯ*)
sol = NDSolve[{{ $\frac{R * Mop}{c * f} + \omega[t] * c * f + \omega'[t] * \frac{J * R}{c * f} + \omega''[t] * \frac{J * L}{c * f} == Unom + Ureg,$ 
  ω[0] == 0, ω'[0] == 0}}, ω, {t, 0, T}, MaxSteps → steps]

(*швидкість обертання двигуна*)
Plot[Evaluate[(ω[t]) /. sol], {t, 0, T},
  PlotLabel → "Кутова швидкість обертання двигуна", PlotRange → All,
  PlotStyle → {Black, Thickness[0.007]}, ImageSize → 300,
  AxesStyle → FontSize → 12,
  AxesLabel → {Text[Style["t, c", FontSize → 13, Italic]],
    Text[Style["ω, рад/с", FontSize → 13, Italic]]}, AxesOrigin → {0, 0},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]

(*момент опору робочої машини*)
Plot[Evaluate[Mop /. sol], {t, 0, T},
  PlotLabel → "Момент опору робочої машини", PlotRange → All,
  PlotStyle → {Black, Thickness[0.007]}, ImageSize → 300,
  AxesStyle → FontSize → 12,
  AxesLabel → {Text[Style["t, c", FontSize → 13, Italic]],
    Text[Style["Mоп, Нм", FontSize → 13, Italic]]}, AxesOrigin → {0, 0},
  PlotRange → All, AspectRatio → 1]

```

(*напруга живлення двигуна*)

```
Plot[Evaluate[(Unom + Ureg) /. sol], {t, 0, T},  
PlotLabel -> "Напруга живлення двигуна", PlotRange -> All,  
PlotStyle -> {Black, Thickness[0.007]}, ImageSize -> 300,  
AxesStyle -> FontSize -> 12,  
AxesLabel -> {Text[Style["t, с", FontSize -> 13, Italic]],  
Text[Style["U, В", FontSize -> 13, Italic]]}, AxesOrigin -> {0, 0},  
PlotRange -> All, AspectRatio -> 1]
```

(*кутова швидкість обертання двигуна у кінці моделювання*)

```
Print["1. Кутова швидкість обертання двигуна у кінці моделювання ",
```

```
First[ $\omega$  /. sol] [ T -  $\frac{T}{\text{steps}}$  ], " рад/с", "
```

```
", "2. Абсолютна похибка задання швидкості двигуна ",
```

```
N[First[ $\omega$  /. sol] [ T -  $\frac{T}{\text{steps}}$  ] -  $\omega_{\text{nom}}$  ], " рад/с", "
```

```
", "3. Відносна похибка задання швидкості двигуна ",
```

```

$$\frac{N[\text{First}[\omega /. \text{sol}] [ T - \frac{T}{\text{steps}} ] - \omega_{\text{nom}}]}{\omega_{\text{nom}}} * 100, " \%" ]$$

```

Лабораторна робота № 3

ВИВЧЕННЯ БУДОВИ ТА ПРИНЦИПІВ РОБОТИ МЕХАТРОННОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ РУХОМ ВАНТАЖОПІДЙОМНОГО КРАНА

Мета роботи: на прикладі мехатронної системи керування рухом крана визначити її основні структурні елементи (апаратна частина) та алгоритми роботи (програмна частина).

1. Загальні відомості про мехатронну систему вантажопідійомного крана

1.1. Апаратна частина

Мехатронна система руху кранового візка представлена в лабораторії динаміки машин кафедри конструювання машин Технічного науково-навчального інституту Національного університету біоресурсів і природокористування України (ауд. 354). Об'єкт, який підлягає керуванню – крановий візок з підвішеним до нього вантажем. Рухається візок по полицях кран-балки, яка являє собою двутавр №20 встановлений на опорах (рис. 1).

Привод візка здійснюється від асинхронного короткозамкненого двигуна ФТТ-0,08/4. Живлення приводу здійснюється від кабелів, підвішених на тросі. Електрична схема мехатронної системи представлена на рис. 2.

Для керування електродвигуном приводу кранового візка використано частотні перетворювачі FR-S540 та FR-E700 (Mitsubishi Electric), основні технічні характеристики яких приведені в таблиці 1.

Для зменшення похибки задання вихідної частоти задіяна функція компенсації ковзання (параметри частотного перетворювача P95, P96, P97). Активація цієї функції дозволяє за допомогою вихідного струму перетворювачів обчислювати ковзання двигунів і таким чином коригувати поточну вихідну частоту, якщо це потрібно.



Рис. 1. Зовнішній вигляд моделі крана

Частотні перетворювачі можуть реалізовувати закони $\frac{U}{U_{ном}} = \frac{f}{f_{ном}}$ та $\frac{U}{U_{ном}} = \left(\frac{f}{f_{ном}}\right)^2$. Крім того, частотний перетворювач FR-E700 може використовувати векторні алгоритми керування двигуном. Для обох частотних перетворювачів встановлено такий закон керування зміни напруги живлення двигуна при зміні частоти: $\frac{U}{U_{ном}} = \frac{f}{f_{ном}}$ (параметр частотного

перетворювача P14=0). Вибір цього закону обумовлений тим, що штучні механічні характеристики двигуна за невеликих частот напруги живлення мають достатньо великі критичні моменти. Тому задання цієї характеристики дозволить двигуну візка краще відпрацьовувати задану швидкість.

Для керування приводом механізму підйому вантажу використано частотний перетворювач FR-S540 скалярного типу, а для керування приводом механізму зміни вильоту вантажу частотний перетворювач FR-E700-060 векторного типу з більш високими динамічними показниками. Характеристики обох частотних перетворювачів наведені у таблиці 1.

Таблиця 1.

Технічні характеристики частотних перетворювачів FR-S540 та FR-E700

| № п/п | ПАРАМЕТР | ЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРУ | | |
|----------|--|--|---|---|
| | | FR-S540 | FR-E700 | |
| 1 | Номінальна потужність двигуна | 2,2 кВт | 3,7 кВт | |
| 2 | Номінальна вихідна потужність частотного перетворювача | 3,7 кВА | 7,2 кВА | |
| 3 | Потужність джерела живлення | 5,5 кВА | 9,7 кВА | |
| 4 | Номінальний вихідний струм | 4,8 А | 9,5 А | |
| 5 | Перевантаження | 150% при 60 сек; 200% при 0,5 сек | 150% при 60 сек; 200% при 3 сек | |
| 6 | Напруга живлення | 380 В | 380-480 В | |
| 7 | Допустимий інтервал напруг | 325-528 В | | |
| 8 | Діапазон вихідних частот | 0,5...120 Гц | 0...400 Гц | |
| 9 | Допустиме відхилення частоти | ±5 % | | |
| 10 | Час розгону/гальмування | 0; 0,1;...999 с | 0; 0,1;...3600 с | |
| 11 | Тип характеристики розгону/гальмування | лінійна, S-подібна | лінійна, S-подібна, подвійна S-подібна | |
| 12 | Максимальний пусковий момент | 0,15M _{НОМ} | 0,30M _{НОМ} | |
| 13 | Способи гальмування | 1) генераторне гальмування | гальмівний момент 0,2M _{НОМ} | |
| | | 2) динамічне гальмування | час гальмування 0...10 с | |
| | | | напруга гальмування 0,15U _{НОМ} | напруга гальмування 0,30U _{НОМ} |
| 14 | Керування | 1) зовнішнє 2) з пульта 3) комп'ютерне | | |
| 15 | Ступінь захисту | IP 20 | | |
| 16 | Охолодження | примусове повітряне | | |

В схемі керування (рис. 2) передбачено як ручне, так і комп'ютерне керування приводами.

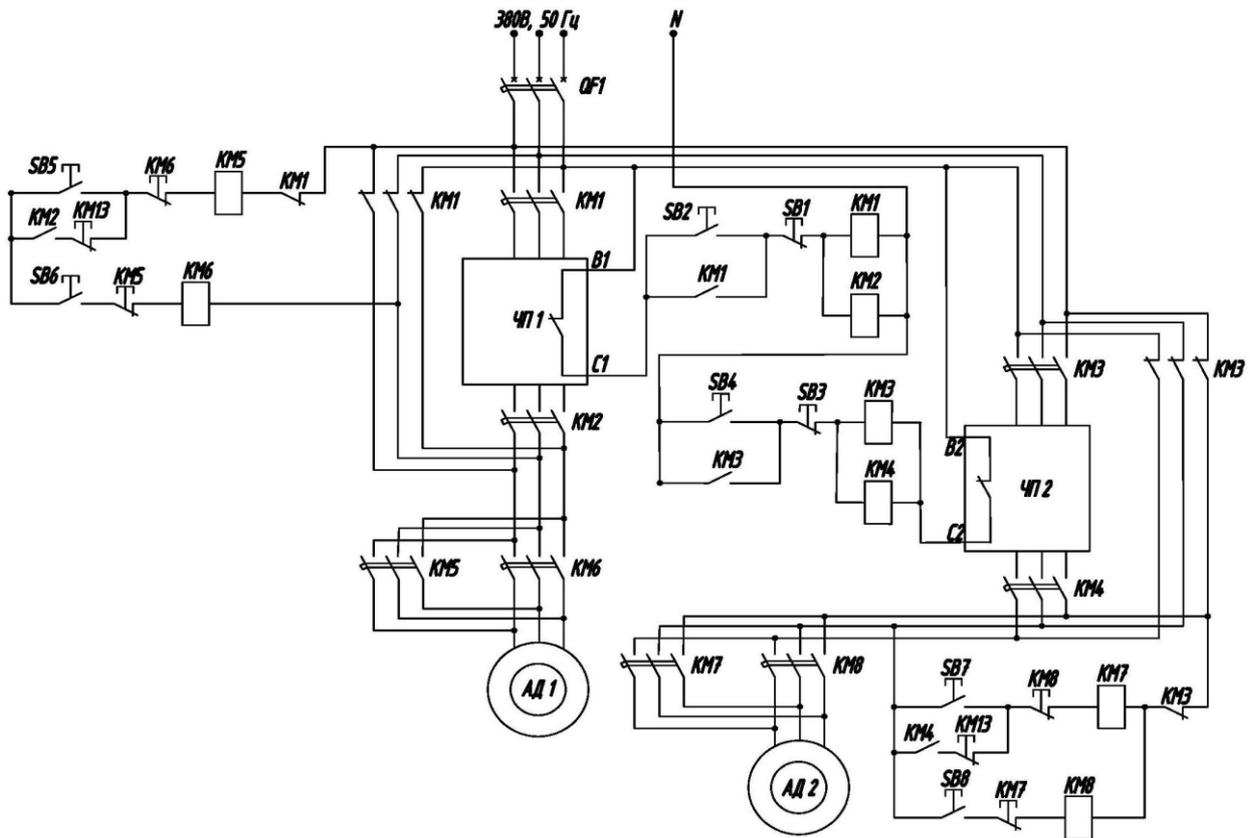


Рис. 2. Принципова електрична схема мехатронної системи крана

Ручне керування здійснюється за допомогою кнопочного поста (кнопки SB5...SB8). Кнопками SB5 або SB6 вмикається двигун першого механізму АД1, а кнопками SB7 або SB8 – двигун другого механізму АД2.

Перемикання в комп'ютерний режим керування здійснюється за допомогою кнопок SB2 та SB4 для першого та другого механізмів, відповідно. При цьому розмикаються контакти KM1 і KM3 та вимикають живлення кнопочного поста, одночасно замикаються контакти пускачів KM1, KM2 та KM3, KM4 і напруга подається на частотні перетворювачі ЧП1 та ЧП2. Після чого можна керувати двигунами, змінюючи частоту струму за певними законами.

Коло перемикання режимів з'єднано через нормально замкнені контакти частотних перетворювачів (клеми B1, B2 та C1, C2), які виконують

функції запобіжників. Це зроблено для запобігання виникнення аварійних станів перетворювачів: якщо такі стани будуть виникати (перевантаження по струму, перегрів, перенапруження тощо), то контакт розімкнеться та знеструмить коло керування, що в свою чергу автоматично відключить перетворювач та переведе керування механізмом в ручний режим.

Ручне перемикання з автоматичного в ручний режим здійснюється за допомогою кнопок SB1 та SB3. Вмикання схеми здійснюється за допомогою автоматичного вимикача QF1. Така схема керування дає можливість здійснювати керування обома механізмами не тільки в ручному, або автоматичному режимах, а і поєднувати їх, при необхідності. Наприклад, одним механізмом можна керувати в автоматичному режимі, а іншим здійснювати ручне керування. Все стаціонарне електрообладнання (частотні перетворювачі, магнітні пускачі, кнопки) змонтовано в щитку (рис. 3).



Рис. 3. Щиток з електрообладнанням для керування рухом візка

До кожного електродвигуна механізмів підводиться гнучкий трьохжильний кабель живлення, вкладений у захисний короб (рис. 4).

Така конструкція фізичної моделі дозволяє проводити дослідження з визначення основних характеристик руху елементів механізмів зміни вильоту та підйому вантажу моделі крана.



а) б)
Рис. 4. Зовнішній вигляд моделі візка (електроталь):
а) візок з вантажем; б) вантажний візок

1.2. Відомості про роботу програмної частини мехатронної системи

Для реалізації керування рухом візка протягом всього циклу горизонтального переміщення використовується комп'ютерне керування частотним перетворювачем. Таке керування дає змогу розганяти та гальмувати візок за певними законами з врахуванням всіх змінних: довжини переміщення візка, довжини гнучкого підвісу вантажу, маси транспортованого вантажу, номінальної швидкості візка, допустимого прискорення візка та часу перехідних процесів руху.

Суть комп'ютерного керування полягає в наступному: з персонального комп'ютера на частотний перетворювач надходять дискретні значення

вихідної частоти напруги живлення двигуна візка. У відповідності з цими сигналами частотний перетворювач змінює вихідну частоту і електродвигун візка змінює швидкість обертання вала, що, в результаті, розганяє або гальмує візок за певними законами руху. Протягом усталеного руху частотний перетворювач підтримує постійну частоту, яка відповідає номінальній швидкості руху.

Опишемо докладніше процеси формування даних та їх передачу на перетворювач. Для формування масиву дискретних швидкостей використовується спеціально розроблена програма „Оптимальні режими руху”, інтерфейс якої представлено на рис. 5. Для унаочнення роботи програми представимо її функціональну блок-схему (рис. 6).

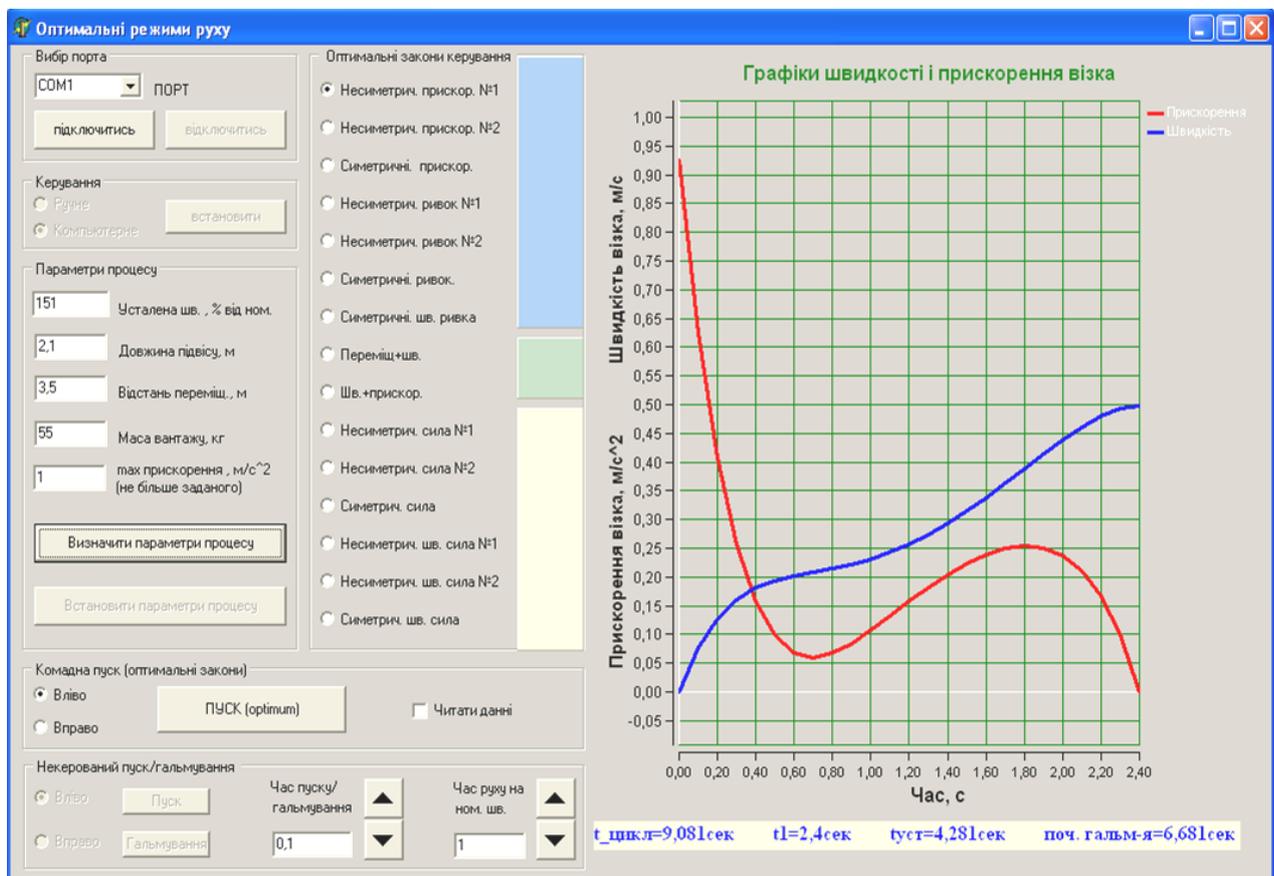


Рис. 5. Зовнішній вигляд вікна розробленої програми

Програма працює таким чином: користувач задає значення відстані переміщення візка, довжину гнучкого підвісу вантажу, при якому здійснюється транспортування вантажу, номінальну швидкість руху візка (в

дискретизації $\Delta t=0,1$ с і введеному початковому часі розгону візка довжина масиву складе 10 елементів. Далі програма заповнює елементи масиву даними: конкретними значеннями прискорення, які визначаються з формули для прискорення при обраному попередньо режимі руху. Причому кожен наступний елемент масиву визначається при часі на $0,1$ с більше ніж попередній. Після закінчення формування масиву прикорень програма приступає до визначення максимального значення прискорення. Це робиться порівнянням всіх елементів масиву між собою. Визначене максимальне значення прискорення порівнюється з допустимим, і якщо допустиме прискорення буде менше ніж максимальне то програма збільшує час розгону на $0,1$ с і повторює цикл. Цикли повторюються допоки не виконається умова $\ddot{x}_{1\max} \leq a_{\text{дон}}$ (максимальне прискорення візка не більше допустимого). Якщо ж ця умова виконується, то далі програма визначає довжину переміщення візка протягом перехідних режимів руху та порівнює її з величиною заданої відстані переміщення. При невиконанні умови $2x_1(t_1) \leq x$ (задана відстань переміщення повинна бути не меншою ніж відстані, які візок проїде при розгоні та гальмуванні) програма видає повідомлення „Введіть менше значення усталеної швидкості або більшу відстань переміщення” та виходить з циклу. У випадку виконання умови відбувається формування часу

$$\text{усталеного руху візка } (t_{\text{уст}} = \frac{x - 2x_1(t_1)}{\dot{x}_{1\text{ном}}}).$$

Довжина масиву прискорень рівна довжині масиву для дискретних значень швидкості. Таким чином, маючи кількість дискретних точок швидкості візка програма обчислює їх (це відбувається аналогічно обчисленню дискретних прискорень) та записує в масив.

Для здійснення підготовки частотного перетворювача до роботи необхідно задати час розгону та гальмування (параметри P7, P8 задано $0,1$ с). Задання здійснюється програмно – відправкою на частотний перетворювач цифрових кодованих значень цих параметрів. Необхідно також встановити параметр лінійної характеристики розгону/гальмування (параметр P29

встановлюється в 0). Вибір саме таких параметрів розгону/гальмування обумовлений тим, що за такого керування швидкість руху візка буде представляти собою ламану криву, лінійні ділянки якої будуть сполучатись в точках швидкостей, які визначені раніше. Зі збільшенням часу розгону/гальмування збільшується кількість точок, тому реальна крива буде наближатись до ідеальної краще, але при цьому затягуються перехідні процеси руху візка.

Керування швидкістю обертання вала двигуна здійснюється шляхом відправки на частотний перетворювач цифрових сигналів, які вказують яку вихідну частоту необхідно „відпрацювати”. Процес відправки масиву швидкостей для всього циклу переміщення візка здійснюється так: спочатку відправляється початкове значення частоти (початкової швидкості руху візка), до якої візок розженеться через 0,1 с, а потім дається команда на пуск. При цьому частотний перетворювач видає початкову частоту і візок починає рух. Через 0,1 с, коли початкова швидкість буде досягнута, з комп'ютера на частотний перетворювач відправляється наступне кодоване значення частоти. Електродвигун переміщення візка, у відповідності до збільшення вихідної частоти живлення, збільшує кількість обертів і через 0,1с візок досягає наступного значення дискретної швидкості. Процес повторюється до досягнення візком номінальної швидкості. Далі візок рухається на усталеній швидкості, яка являє собою останню дискретну швидкість з масиву. Під час усталеного руху програма „спить” протягом часу, який визначено раніше (t_{ycm}). Далі програма відправляє на частотний перетворювач кодовані сигнали з масиву швидкостей аналогічно до процесу розгону, але в зворотному порядку. Так здійснюється процес гальмування візка. Коли значення останньої точки масиву швидкостей (для розгону це перша точка) буде відпрацьовано, тоді комп'ютер відправить на перетворювач команду на гальмування і візок зупиниться.

Технічна реалізація зв'язку частотного перетворювача та ПК здійснюється за допомогою послідовного порту COM. Апаратна частина

реалізації зв'язку здійснюється за допомогою послідовного порту RS485, який має частотний переворювач. Конвертація сигналу у відповідності до протоколу зв'язку RS232 (COM) здійснюється за допомогою конвертора інтерфейсів SC-FRPC фірми Beijer Electronics. З конвертованим сигналом можна працювати за допомогою функцій зчитування та запису даних на апаратний COM-порт. У випадку відсутності такого порту (в данному випадку мобільний ПК Toshiba Satellite такого порту не має) використовується конвертор інтерфейсів RS232/USB (UC232-10 ES-U-1001-B10 фірми FTDI Chip), який створює в системі віртуальний COM-порт. З таким віртуальним COM-портом можна працювати, як з реальним: читати та записувати данні за допомогою стандартних функцій послідовного зв'язку. Параметри послідовного зв'язку між ПК та частотним перетворювачем приведені в таблиці 2.

Пакети даних для різних типів команд (запис параметру, установка вихідної частоти, команда пуск та стоп) представляються у вигляді послідовностей символів в кодуванні ASCII.

Таблиця 2

Специфікація параметрів зв'язку між ПК та частотним перетворювачем

| Елемент | Параметр зв'язку перетворювача | Значення |
|-------------------------------|--------------------------------|--------------------|
| Метод взаємодії | - | Напівдуплекс |
| Протокол | - | Асинхронний |
| Швидкість обміну | n2 | 192 (19200 біт/с) |
| Кодування символів – ASCII | n3 | 0 (8 біт) |
| Кількість стопових бітів | n3 | 0 (1 стоповий біт) |
| Контроль парності | n4 | 0 (відсутній) |
| Вибір кінцевих символів CR/LF | n11 | 1 (CR) |
| Контрольна сума | - | завжди присутня |

Для різних типів команд використовується різні формати: для запису параметру та для установки вихідної частоти (рис. 7); для команд пуск та стоп (рис. 8).

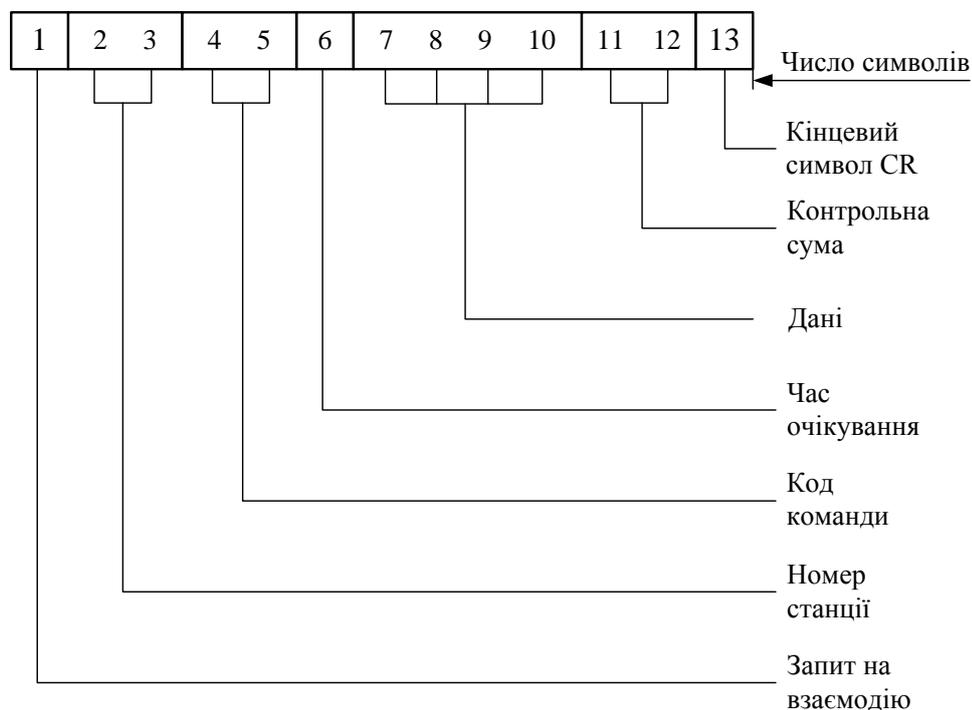


Рис. 7. Формат даних для команд запису параметру та установки вихідної частоти

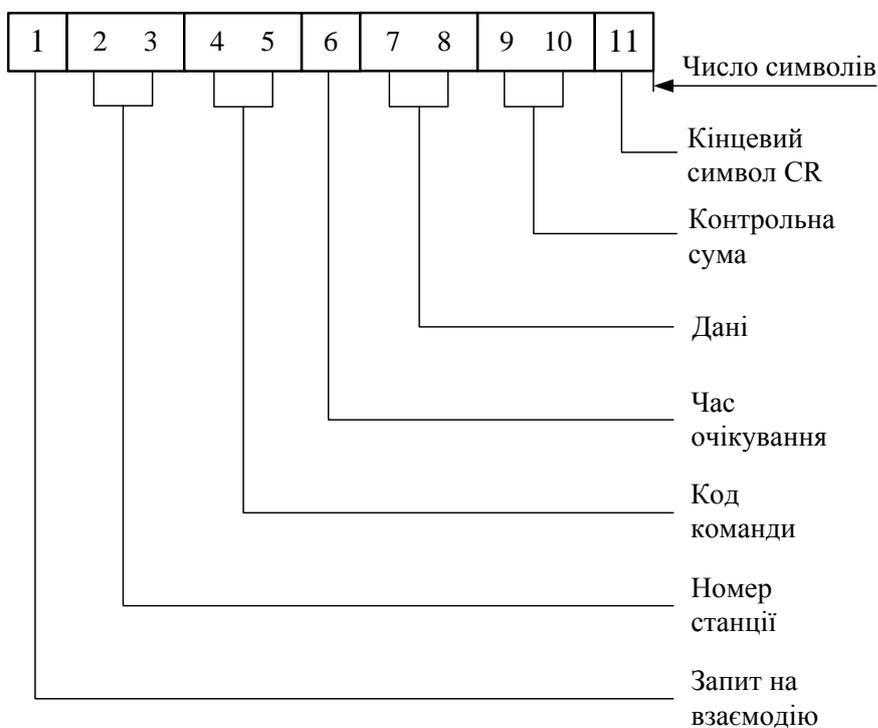


Рис. 8. Формат даних для команд пуск та стоп

Крім того, розроблена програма дозволяє здійснювати керування рухом візка з заданими параметрами (тривалість часу розгону та гальмування, тривалість руху на номінальній швидкості), але без усунення коливань вантажу. Це дозволяє моделювати режими руху реальних кранових візків.

Таким чином, керування частотного перетворювача за допомогою програми (програмна частина) та послідовного протоколу зв'язку СОМ (апаратна частина) дозволяє здійснювати рух візка з підвішеним до нього вантажем за певними законами, які дозволяють усунути коливання вантажу до кінця перехідних режимів руху.

2. Порядок виконання роботи

1. Оглянути конструкцію лабораторної моделі кранового візка, ознайомитись з роботою частотного перетворювача та елементів зв'язку між частотним перетворювачем та ПК. Записати паспортні дані частотного перетворювача та елементів зв'язку.
2. Ознайомитись з роботою програми „Оптимальні закони руху”. За допомогою програми підключитись до СОМ-порта та встановити керування частотним перетворювачем „з комп'ютера”. З'ясувати як при цьому змінились робота індикаторів частотного перетворювача.
3. Задати параметри процесу переміщення моделі крана, які приведені у таблиці 1 та записати дані, які відповідають цим параметрам.
4. Замалювати графіки швидкості руху та прискорення моделі крана для законів руху №1, №2, №3, №13 при таких параметрах: $l=2$ м, $m_{\text{вант}}=30$ кг.
5. З'ясувати як впливає на закони руху моделі крана зміна максимального значення прискорення візка a_{max} . Для цього необхідно задати параметр a_{max} рівним $0,5$ м/с² та $1,5$ м/с² і проаналізувати отримані графіки швидкості та прискорення візка.

Таблиця 1.

Дані дослідження комп'ютерної програми „Оптимальні закони руху”

| Параметри руху | Довжина гнучкого підвісу | | | | | | | |
|--|--------------------------|---|--------------------------|---|-------------------------|----|--------------------------|----|
| | $l=1$ м | | | | $l=2$ м | | | |
| | Маса вантажу | | | | | | | |
| | $m_{\text{вант}}=30$ кг | | $m_{\text{вант}}=150$ кг | | $m_{\text{вант}}=30$ кг | | $m_{\text{вант}}=150$ кг | |
| | Закони руху моделі крана | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 6 | 10 | 11 | 12 | 15 |
| Тривалість циклу, $t_{\text{цикл}}$, с | | | | | | | | |
| Тривалість розгону, t_1 , с | | | | | | | | |
| Тривалість руху на усталеній швидкості, $t_{\text{уст}}$, с | | | | | | | | |

6. Встановити тривалість розгону та гальмування крана рівною 0,1 секунд, а тривалість руху на номінальній швидкості 1 секунда. Закріпити на гаку вантаж. Натисканням кнопки „Пуск” подати сигнал частотному перетворювачу для запуску двигуна. Під час руху моделі крана спостерігати за роботою частотного перетворювача та виникненням коливань вантажу на гнучкому підвісі.
7. Встановити тривалість розгону та гальмування крана рівною 1 секунді, а тривалість руху на номінальній швидкості 5 секунд та повторити дослід при цьому прослідкувати за напрямком руху візка, яку у разі необхідності потрібно змінити.
8. Встановити у програмі „Оптимальні закони руху” параметри $l=2$ м, $m_{\text{вант}}=30$ кг, відстань переміщення 3,5 м (параметри моделі повинні відповідати встановленим). Натисканням кнопки „Визначити параметри процесу” розрахувати оптимальний закон руху крана №1

при вказаних параметрах. Налаштувати роботу частотного перетворювача за допомогою натискання кнопки „Встановити параметри процесу”.

9. Виконати пуск двигуна при встановлених параметрах. Повторити дослід при зміні напрямку руху візка моделі.
10. Повторити пункти 7 та 8 для налаштованих оптимальних законів руху крана №5, №9, №12, №14.
11. Встановити значення максимального прискорення a_{max} рівним $0,5 \text{ м/с}^2$ та повторити дослід для оптимальних законів руху крана №5, №9, №12, №14.
12. Змінити довжину гнучкого підвісу на 1 м та провести дослід при $a_{max}=1 \text{ м/с}^2$, використовуючи оптимальні закони руху моделі крана № 3 та №13.
13. Перевести керування частотним перетворювачем у ручний режим та відключитись від СОМ-порту комп'ютера.
14. На основі проведених дослідів зробити висновки.

3. Контрольні питання

1. Якими основними параметрами характеризуються частотні перетворювачі?
2. Поясніть роботу програмної частини мехатронної системи керування моделлю крана. Для цього використайте алгоритм зображений на рис. 6.
3. Для чого у схемі алгоритму роботи програми „Оптимальні режими руху” використані блоки розгалуження?
4. Як визначається час руху візка на усталеній швидкості?
5. Яке значення частоти напруги живлення подається у двигун при його руху: 1) на усталеній швидкості; 2) протягом розгону; 3) протягом гальмування?
6. Навіщо у каналі зв'язку „ПК – частотний перетворювач” використано конвертор інтерфейсів SC-FRPC?
7. Яка кількість символів використовується для: 1) команд запису параметру та установки вихідної частоти; 2) команд пуск та стоп?
8. Поясніть параметри зв'язку між ПК та частотним перетворювачем.
9. Опишіть які пристрої включає мехатронна система крана, модель якого представлена у лабораторії.

Додаток до лабораторної роботи № 3
Інструкція користування лабораторною установкою

1. Для подачі напруги на електрообладнання установки вмикається автоматичний вимикач QF.
2. Після подачі напруги живлення на установку вона переходить у ручний режим керування. Це означає, що установка „Баштовий кран” та „Прольотний кран” керуються за допомогою кнопок із щитка (для баштового крана) та із підвісного кнопочного поста (для прольотного крана).
3. Для перемикання режимів керування механізмів підйому вантажу та переміщення візка використовуються кнопки „Ручне керування” (червона кнопка) та „Частотне керування” (жовта кнопка).
4. Після вмикання частотного керування буде працювати установка „Баштовий кран”.
5. Для переводу частотного керування на установку „Прольотний кран” використовується перемикач Баштовий кран / Прольотний кран.
6. Для переходу керування від частотного керування у ручне необхідно спочатку перевести перемикач Баштовий кран / Прольотний кран у положення „Баштовий кран”.
7. Вимикання установки здійснюється лише з режиму ручного керування.

Лабораторна робота № 4

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ РУХОМ МЕХАТРОННИХ СИСТЕМ

Мета роботи: за допомогою методів оптимального керування знайти кінематичні та силові функції руху динамічної мехатронної системи.

1. Теоретичні відомості, які стосуються методів оптимального керування

1.1. Класифікація оптимізаційних критеріїв

Класифікація оптимізаційних критеріїв, які використовуються для оптимізації керування рухом мехатронних систем, виконується за певними показниками.

1. **За фізичною сутністю** критерії поділяються на: динамічні, кінематичні, енергетичні, швидкодії. Приведемо приклади вказаних критеріїв на прикладі одномасової динамічної моделі. Динамічний критерій:

$$I_{F_{дин}^2} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} F_{дин}^2 dt = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} (m\ddot{x})^2 dt, \quad (1)$$

де m – приведена до поступального руху маса ланки механізму; t_p – тривалість руху системи; x – узагальнена координата ланки мехатронної системи (x є функцією однієї незалежної змінної – часу t , якщо не вказано інше); $F_{дин}$ – динамічна складова приводного зусилля. Точка над символом означає диференціювання за часом. Критерій (1) відображає середнє, за час руху, значення квадрату динамічної складової приводного зусилля. Динамічні критерії дають змогу оцінити зусилля та моменти, що діють у елементах мехатронних систем, а також їх вищі похідні за часом. Мінімізація динамічних критеріїв дозволяє зменшити діючі у елементах

механізмів зусилля та, як наслідок, подовжити їх строк служби.

Кінематичний критерій:

$$I_{\dot{x}^2} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \dot{x}^2 dt. \quad (2)$$

Критерій (2) відображає середнє, за час руху, значення квадрату швидкості руху ланки механізму мехатронної системи. Використання кінематичних критеріїв дозволяє дати оцінку кінематичним характеристикам руху ланки механізму: переміщенням, швидкостям, прискоренням, ривкам (швидкість зміни прискорення) тощо. Мінімізація цих критеріїв дає змогу реалізувати режими руху, які враховують різноманітні кінематичні обмеження: на величину швидкості, прискорення тощо. Енергетичний критерій:

$$I_{N_{дин}^2} = \sqrt{t_p} \int_0^{t_p} N_{дин}^2 dt = \sqrt{t_p} \int_0^{t_p} (m\ddot{x})^2 dt, \quad (3)$$

де $N_{дин}$ – динамічна складова потужності. Критерій (3) виражає квадрат енергетичних витрат протягом тривалості руху системи. Енергетичні критерії відображають витрати або/і втрати енергії (механічної, електричної) при виконанні руху. Енергетичні критерії варто використовувати для потужних механізмів або/і у випадках коли вартість використаної енергії (електричної, дизельного палива тощо) є значною. Необхідно зазначити, що у деяких випадках чітке розмежування між кінематичними, динамічними та енергетичними критеріями провести неможливо, оскільки енергетичні та динамічні характеристики механізму виражаються через його кінематичні функції, як це видно із виразів (1) та (3). Критерій швидкодії:

$$I_{t_p} = \int_0^{t_p} dt = t_p \quad (4)$$

відображає тривалість руху ланки системи.

2. **За структурою** оптимізаційні критерії бувають: одиничні та комплексні. Одиничні критерії вимагають мінімізації одного небажаного показника. Якщо цей показник вибрано невдало, то мінімізація критерію не може у значній мірі вплинути на підвищення ефективності роботи мехатронної системи. Для відображення декількох небажаних показників використовуються комплексні критерії загальної структури яких представляється у вигляді:

$$IT_{\text{компл}} = \sum_{j=1}^{\tilde{j}} \delta_j I_j + \sum_{i=1}^{\tilde{i}} \delta_i T_i, \quad (5)$$

де δ_j - ваговий коефіцієнт, який відображає „вагу” j -того одиничного інтегрального критерію I_j ; δ_i - ваговий коефіцієнт, який відображає „вагу” i -того одиничного термінального критерію T_i ; \tilde{j} та \tilde{i} - кількість відповідно інтегральних та термінальних критеріїв. Вагові коефіцієнти δ_j і δ_i пов'язані співвідношенням:

$$\sum_{j=1}^{\tilde{j}} \delta_j + \sum_{i=1}^{\tilde{i}} \delta_i = 1. \quad (6)$$

За розмірністю критерії поділяються на: розмірні та безрозмірні. Розмірні критерії дають змогу наглядно оцінити ефект від їх мінімізації. Наприклад, критерій (3), одиницею якого є Джоуль, показує енергетичні витрати при реалізації оптимізованого режиму руху мехатронної системи. Критерій (4), який вимірюється у секундах, відображає тривалість часу на виконання руху. Зазначимо, що використання комплексного розмірного критерію вимагає приведення різних фізичних величин до однієї розмірності. Це виконується шляхом множення їх на відповідні розмірні коефіцієнти, наприклад: сталі часу, жорсткості, коефіцієнти демпфування тощо. Безрозмірні критерії вимагають приведення усіх їх складових до безрозмірних величин.

3. *За видом математичного виразу* критерії розрізняють: лінійні та нелінійні. Лінійні критерії оптимізації вимагають розв'язання лінійних екстремальних задач. Прикладом лінійних критеріїв є функціонали (1) та (2) Розв'язок цих задач, як правило, шукають аналітичними методами. Мінімізація нелінійних критеріїв вимагає знаходження розв'язку нелінійних оптимізаційних задач. У загальному випадку ці розв'язки неможливо знайти у аналітичному вигляді і тому використовуються наближені чисельні методи. Прикладом нелінійного критерію є критерій виду:

$$I = \int_0^{t_p} (x - v)^b dt, \quad (7)$$

де v - задана швидкість руху ланки механізму; b - показник степеня підінтегрального виразу критерію. Якщо $b=2$, то оптимізаційна задача називається лінійно-квадратичною. У випадку $b>2$, наприклад, $b=4$ критерій (7) є нелінійним. Такий критерій „штрафує” значні відхилення швидкості ланки механізму від заданого значення v протягом часу $t \in [0, t_p]$. Якщо обрати $b=0,2$, то критерій (7) приблизно однаково „штрафує” як невеликі так і великі відхилення швидкості ланки механізму від заданого значення v протягом часу $t \in [0, t_p]$. У загальному випадку показник степеня b є несталим, який змінюється в залежності від величини динамічної похибки швидкості руху системи $\dot{x} - v$. У випадку $b \rightarrow 0$ критерій (7) перетворюється у критерій швидкодії (4). Загалом найбільший інтерес для оптимізації режимів руху механізмів мехатронних систем представляють нелінійні критерії. Тому актуальним завданням є вибір чисельних методів їх розв'язку.

1.2. Короткі відомості про методи оптимального керування

1.2.1. Варіаційне числення

Розглянемо задачу пошуку безумовного екстремуму функціонала виду:

$$J \Psi(t, \dot{y}(t), t) = \int_{t_0}^{t_k} f_0 \Psi(t, \dot{y}(t), t) dt, \quad (8)$$

де $y(t)$ - деяка функція незалежної змінної t (надалі - часу).

Припустимо, що функція $y(t)$ доставляє екстремум функціоналу (8).

Дано цій функції приріст $\Delta y(t)$ такий, що:

$$\begin{cases} \Delta y(t_0) = 0, \\ \Delta y(t_k) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Визначимо збільшення функціонала (8), викликане приростом функції $\Delta y(t)$:

$$\begin{aligned} \Delta J &= J \Psi(t) + \Delta y(t) - J \Psi(t) \\ &= \int_{t_0}^{t_k} \left[f_0 \left(y(t) + \Delta y(t), \dot{y}(t) + \frac{d\Delta y}{dt}, t \right) - f_0 \Psi(t, \dot{y}(t), t) \right] dt. \end{aligned} \quad (10)$$

Розклавши підінтегральний вираз (10) у ряд Тейлора й відкинувши всі доданки вище першого порядку малості, одержимо так звану першу варіацію функціонала:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_k} \left[\frac{\partial f_0}{\partial y} \Delta y(t) + \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \frac{d\Delta y}{dt} \right] dt. \quad (11)$$

Перша варіація функціонала є головною (лінійною) частиною його збільшення. Проінтегруємо другий доданок підінтегрального виразу (11) по частинах:

$$\int_{t_0}^{t_k} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \frac{d\Delta y}{dt} dt = \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \Delta y \Big|_{t_0}^{t_k} - \int_{t_0}^{t_k} \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \Delta y(t) dt. \quad (12)$$

Беручи до уваги вираз (9), одержимо:

$$\int_{t_0}^{t_k} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \frac{d\Delta y}{dt} dt = - \int_{t_0}^{t_k} \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \Delta y(t) dt. \quad (13)$$

Підставляючи вираз (13) в (11), запишемо:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_k} \left[\frac{\partial f_0}{\partial y} + \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \right] \Delta y(t) dt. \quad (14)$$

Оскільки функція $y(t)$ доставляє екстремум функціоналу (8), його перша варіація, визначена на цій функції, повинна бути рівною нулю:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_k} \left[\frac{\partial f_0}{\partial y} + \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} \right] \Delta y(t) dt = 0. \quad (15)$$

Рівність (15) повинна мати місце для довільних функцій $\Delta y(t)$, що задовольняють крайовим умовам (9). Це можливо, якщо функція $\Delta y(t)$ множиться на нуль, тобто виконується рівність:

$$\frac{\partial f_0}{\partial y} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{y}} = 0. \quad (16)$$

Рівняння (16) називається *рівнянням Ейлера*.

Таким чином, якщо існує така функція $y(t)$, для якої функціонал (8) досягає екстремуму, то вона задовольняє рівнянню Ейлера (16).

Відзначимо, що рівняння (16) - це необхідна, але не достатня умова екстремуму функціонала (8), подібно тому, як рівність нулю похідної деякої функції в деякій точці не є достатньою умовою екстремуму функції в цій точці. Більше того, якщо екстремум і досягається, то невідомий його вид (мінімум або максимум). Отже, розв'язок рівняння (16) потребує перевірки. Однак у багатьох випадках при розв'язуванні реальних задач оптимального керування отриманий розв'язок і вид екстремуму можна обґрунтувати фізичними міркуваннями і таку перевірку не виконують.

У випадку, якщо функціонал залежить від декількох функцій:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f_0(y_1(t), \dot{y}_1(t), y_2(t), \dot{y}_2(t), \dots, y_n(t), \dot{y}_n(t)) dt, \quad (17)$$

необхідними умовами його екстремуму будуть рівняння Ейлера, записані щодо всіх невідомих функцій:

$$\frac{\partial f}{\partial y_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{y}_i} = 0, \quad i = 1 \dots n, \quad (18)$$

де n – кількість невідомих функцій.

При розв'язуванні задач оптимального керування під функціями $y_i(t)$ потрібно розуміти невідомі траєкторії руху об'єкта $X(t)$ і саме керування $U(t)$. Тому в загальному випадку функціонал може мати вигляд:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f_0(x_1(t), \dot{x}_1(t), \dots, x_n(t), \dot{x}_n(t), u_1(t), \dot{u}_1(t), \dots, u_m(t), \dot{u}_m(t)) dt, \quad (19)$$

де m – кількість керувань об'єктом.

Виконаємо ще одне узагальнення: якщо функціонал (8) у підінтегральному виразі містить вищі похідні компонентів вектору стану X об'єкта керування, то необхідно використовувати рівняння Ейлера-Пуассона:

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \frac{d^i}{dt^i} \frac{\partial f_0(t, x, \dot{x}, \dots, x^{(n)})}{\partial x^{(i)}} = 0. \quad (20)$$

У виразі (20) прийнято, що найвища похідна, яка входить у функціонал (8) має порядок n .

1.2.2. Принцип максимуму Л.С. Понтрягіна

Принципом максимуму називають математичний метод, розроблений академіком Л.С. Понтрягіним і його учнями для розв'язування задач

оптимального керування. Цей метод дозволяє визначити необхідні умови екстремуму функціонала виду:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f_0(X(t), U(t)) dt, \quad (21)$$

при наявності будь-яких, у тому числі неklasичних (у вигляді нерівностей) обмежень, що накладаються на вектори X і U .

Важливо відзначити, що при цьому кінцевий час t_k невідомий й підлягає визначенню при розв'язуванні задачі.

Ми будемо розглядати задачі оптимального керування, коли неklasичні обмеження задані тільки на вектор керування, чому відповідає варіант принципу максимуму, який найбільш часто використовується на практиці. Будемо вважати, що цей вектор повинен належати деякій відомій області припустимих значень Ω , тобто $U \subset \Omega$. Область може бути задана. Для визначення необхідних умов екстремуму функціонала (21) принцип максимуму, як і варіаційне числення, використовує функцію Гамільтона. Ця функція задається в такий спосіб:

$$H = \psi_0(t) f_0(X(t), U(t)) + \sum_{i=1}^n \psi_i(t) f_i(X(t), U(t)), \quad (22)$$

де $\psi_0 \dots \psi_n$ – невизначені множники; $f_i(X(t), U(t))$ – праві частини диференціальних рівнянь об'єкта представлені у формі Коші.

Відмінністю даної функції від гамільтоніана, що використовується у варіаційному численні, є присутність множника ψ_0 перед підінтегральною функцією функціонала.

При фіксованих значеннях $\psi_0 \dots \psi_n$ і $x_1 \dots x_n$ функція H є функцією керування U . Отже, з області припустимих значень можна вибрати такий вектор керуючих впливів, при якому гамільтоніан досягає максимуму. Позначимо верхню грань (максимум) значень H через $M(\Psi, X)$:

$$M(\Psi, X) = \sup_{U \subset \Omega} H(\Psi, X, U) \quad (23)$$

Сформулюємо принцип максимуму.

Для оптимальності керування $u(t)$ й траєкторії $X(t)$ необхідно існування такої ненульової неперервної вектор-функції $\Psi(t)=[\psi_0(t), \psi_1(t), \dots, \psi_n(t)]$, яка відповідає функціям $U(t)$ і $X(t)$, що:

- 1) при будь-якому t на відрізку $t_0 \leq t \leq t_k$ функція $H(\Psi, X, U)$ змінного $U \subset \Omega$ досягає при даному керуванні $U(t)$ максимуму:

$$H(\Psi(t), X(t), U(t)) = M(\Psi(t), X(t)); \quad (24)$$

- 2) у кінцевий момент часу t_k виконуються співвідношення:

$$\psi_0(t_k) \leq 0; \quad M(\Psi(t_k), X(t_k)) = 0. \quad (25)$$

Крім того, якщо $\Psi(t), X(t), U(t)$ задовольняють рівнянням:

$$\dot{\psi}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad i = 1 \dots n \quad (26)$$

і умові (24), то функції $\psi_0(t)$ і $M(\Psi(t), X(t))$ змінного t є постійними й умова (25) виконується в будь-який момент часу на відрізку $t_0 \leq t \leq t_k$.

Відзначимо, що вектор $\Psi(t)$ може бути визначений з точністю до постійного множника, оскільки очевидно, що якщо деякий вектор $\Psi^*(t)$ задовольняє умовам принципу максимуму, то вектор $k\Psi^*(t)$, де $k=\text{const}>0$, також їм задовольняє. Тому завжди при $\psi_0(t) \neq 0$ можна покласти $\psi_0(t) = -1$, що й робиться на практиці.

1.2.3. Метод динамічного програмування

Метод динамічного програмування запропонований Р. Беллманом в основному для оптимізації дискретних багатокрокових процесів, однак застосовується й для неперервних систем.

На відміну від варіаційного числення й принципу максимуму, спрямованих на відшукування оптимального керування у вигляді оптимальної програми, метод динамічного програмування орієнтований на пошук оптимальної стратегії (керування у вигляді зворотного зв'язку).

В основу методу покладений наступний *принцип оптимальності*: *оптимальна стратегія має ту властивість, що незалежно від того, яким був первісний стан системи й первісний розв'язок (керування), наступні розв'язки (наступне керування) повинні бути оптимальні щодо стану, який виник після прийняття першого розв'язку*. Це означає, що оптимальна стратегія в будь-який момент часу визначається тільки тим станом, у якому перебуває система в даний момент.

Розглянемо застосування методу для неперервних систем. Для простоти будемо вважати керування скалярним. Нехай рух об'єкта визначається рівняннями

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u, t), \quad i = 1 \dots n \quad (27)$$

або у векторній формі:

$$\dot{X} = f(X, u, t). \quad (28)$$

Необхідно визначити оптимальну стратегію $u=u(X)$, яка мінімізує функціонал:

$$J = \int_0^{t_k} f_0(X(t), u(t)) dt \quad (29)$$

з урахуванням крайової умови $X(t_k)=X_k$.

Згідно з методом динамічного програмування за початковий стан об'єкта можна прийняти будь-який стан X . При цьому мінімальне значення функціонала й оптимальне керування, що переводить об'єкт зі стану X у стан X_k , однозначно визначаються станом X . Позначимо мінімальне значення функціонала так $S(X)$:

$$S(X) = \min_{u \in U} \int_0^{t_k} f_0(X(t), u(t)) dt, \quad (30)$$

де U - область припустимих керувань.

Відмітимо, що $S(X_k)=0$, що безпосередньо випливає з (30). Інтеграл, що входить в вираз (2.83), можна представити у вигляді:

$$\int_0^{t_k} f_0(X(t), u(t)) dt = \int_0^{\Delta t} f_0(X(t), u(t)) dt + \int_{\Delta t}^{t_k} f_0(X(t), u(t)) dt. \quad (31)$$

Допустимо, на інтервалі $t=0 \dots \Delta t$ керування було оптимальним. Надалі керування повинно вибиратися, виходячи із принципу оптимальності:

$$\int_{\Delta t}^{t_k} f_0(X(t), u(t)) dt = S(X(\Delta t)) \quad (32)$$

тобто повинно бути оптимальним щодо стану $X(\Delta t)$.

Оскільки траєкторія $X(t)$ неперервна, то при $\Delta t \rightarrow 0$ справедливо наступне:

$$X(\Delta t) \rightarrow X + \dot{X}\Delta t = X + f(X, u)\Delta t, \quad (33)$$

$$\int_0^{\Delta t} f_0(X(t), u(t)) dt \rightarrow f_0(X, u)\Delta t, \quad (34)$$

де X, u - значення координат об'єкта й керування в початковий момент часу.

Підставимо вираз (33) в (32). Результат разом з (34) підставимо в (31) і далі в (29), (30), будемо мати:

$$J = f_0(X, u)\Delta t + S(X) + f(X, u)\Delta t \quad (35)$$

$$S(X) = \min_{u \in U} \left(f_0(X, u)\Delta t + S(X) + f(X, u)\Delta t \right) \quad (36)$$

Припустимо, що S – неперервно-диференційована по X функція, тоді при $\Delta t \rightarrow 0$:

$$S(X) + f(X, u)\Delta t \rightarrow S(X) + \frac{\partial S}{\partial X} f(X, u)\Delta t, \quad (37)$$

де

$$\frac{\partial S}{\partial X} f(X, u) = \frac{\partial S}{\partial x_1} f_1(X, u) + \frac{\partial S}{\partial x_2} f_2(X, u) + \dots + \frac{\partial S}{\partial x_n} f_n(X, u). \quad (38)$$

Отже:

$$S(X) = \min_{u \in U} \left(f_0(X, u)\Delta t + S(X) + \frac{\partial S}{\partial X} f(X, u)\Delta t \right). \quad (39)$$

З виразу (38) одержимо:

$$0 = \min_{u \in U} \left(f_0(X, u)\Delta t + \frac{\partial S}{\partial X} f(X, u)\Delta t \right). \quad (40)$$

Оскільки $\Delta t \neq 0$, остаточно запишемо:

$$0 = \min_{u \in U} \left(f_0(X, u) + \frac{\partial S}{\partial X} f(X, u) \right). \quad (41)$$

Рівняння (41) називається *функціональним рівнянням Беллмана*. Воно зв'язує $S(X)$ з функціями u і X , що забезпечують мінімум функціонала (29).

Його розв'язок дозволяє визначити не тільки функцію $S(X)$, але й оптимальні траєкторії і оптимальне керування. Якщо функціонал, який потребує мінімізації є квадратичним, то розв'язок рівняння (41) прийнято шукати у вигляді квадратичної форми.

Зазначимо, що використання дискретного динамічного програмування дозволяє отримати глобальний мінімум функціоналу, однак при його знаходженні необхідна велика кількість пам'яті обчислювального комп'ютера (мікроконтролера). Причому збільшення кількості координат, по яких може рухатись мехатронна система, значно збільшує вимоги до об'єму пам'яті (прокляття розмірності).

Перевагою методу динамічного програмування є те, що воно дає змогу отримати адаптивне оптимальне керування, тобто таке, яке є функцією поточних координат мехатронної системи $u=u(t, x(t))$. Недоліком притаманним даному методу є складність (в деяких випадках неможливість) розв'язання рівняння Беллмана (41).

1.2.4. Наближені методи синтезу оптимального керування

У зв'язку зі значними труднощами побудови аналітичного розв'язку задач оптимального керування виняткове значення набули різні наближені й чисельні методи їх дослідження. Залежно від алгоритмічної основи методу він може бути віднесений до тієї або іншої групи. Охарактеризуємо деякі з них. В основі першої групи методів лежить можливість зведення задачі оптимального керування до крайової задачі для системи диференціальних рівнянь за допомогою принципу максимуму з наступним використанням різних алгоритмів задання відсутніх початкових умов. До другої групи чисельних методів відносяться ті, у яких шукається оптимальне керування за допомогою ітераційних процедур у просторі керувань. При цьому використовуються формули для збільшення критерію якості при варіації керування, що приводять або до методів градієнтного типу в просторі

керувань, або до процедур послідовних наближень. Третю групу становлять чисельні процедури, засновані на переборі в просторі траєкторій або методи динамічного програмування. Крім того, є методи, ефективні для конкретних класів систем, наприклад для лінійних систем, а також методи, які вихідну задачу оптимального керування зводять до задачі математичного програмування.

2. Виконання роботи

2.1. Попередні математичні перетворення (постановка задач)

2.1.1. Визначення оптимального керування у формі зворотного зв'язку

Більшість мехатронних систем у процесі руху на початковій стадії моделювання (у першому наближенні) можна представити у вигляді руху матеріальної точки. Диференціальне рівняння руху одномасової механічної системи має такий вигляд:

$$m\ddot{x} = F - W, \quad (42)$$

де m - приведена до поступального руху маса системи; x - узагальнена координата системи (поступальне переміщення); F - приводне зусилля; W - сила статичного опору руху системи ($W = const$). Крапка над символом означає диференціювання за часом.

Рівняння (42), з урахуванням позначень $x = x_1$, $\frac{F - W}{m} = u$ можна подати у канонічному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = u. \end{cases} \quad (43)$$

Виконаємо визначення оптимального керування для системи, рух якої описується рівняннями (43). При цьому критерієм оптимізації оберемо інтегральний функціонал, який за структурою є комплексним критерієм:

$$I_{\text{компл}} = \int_0^T (k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2 + k_3 u^2) dt, \quad (44)$$

де T – тривалість руху системи; k_1, k_1, k_1 - коефіцієнти при відповідних доданках у підінтегральному виразі. Будемо шукати оптимальне керування при таких крайових умовах:

$$\begin{cases} x_1(0) = s_0, x_2(0) = v_0; \\ x_1(T) = x_2(T) = 0. \end{cases} \quad (45)$$

Таким чином, необхідно перевести мехатронну систему з деякого початкового положення, яке характеризується ненульовими значеннями положення s_0 та швидкості v_0 у нульове положення при мінімізації критерію за виразом (44). Для мехатронної системи такий режим руху означає загальмовування.

Для розв'язання цієї задачі використаємо динамічне програмування. Основне функціональне рівняння Беллмана для критерію (44) прийме такий вигляд:

$$0 = \min \left[k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2 + k_3 u^2 + \frac{\partial S}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial S}{\partial x_2} u \right], \quad (46)$$

де S - функція Беллмана. Мінімум правої частини рівняння (46) будемо шукати по параметру керування u для чого продиференціюємо її за u та прирівняємо отримане до нуля:

$$2k_3 u + \frac{\partial S}{\partial x_2} = 0. \quad (47)$$

Знайдемо з рівняння (47) керування u :

$$u = -\frac{1}{2k_3} \frac{\partial S}{\partial x_2} \quad (48)$$

та підставимо отримане у рівняння (46) в результаті чого будемо мати:

$$k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2 + \frac{\partial S}{\partial x_1} x_2 - \frac{1}{4k_3} \left(\frac{\partial S}{\partial x_2} \right)^2 = 0. \quad (49)$$

Рівняння (49) є нелінійним диференціальним рівнянням у частинних похідних. Будемо шукати його розв'язок у вигляді квадратичної форми, яка задовольняє кінцеві умови руху системи (45):

$$S = A_1 x_1^2 + A_2 x_1 x_2 + A_3 x_2^2 \quad (50)$$

Візьмемо частинні похідні з виразу (50) за параметрами x_1 та x_2 :

$$\frac{\partial S}{\partial x_1} = 2A_1 x_1 + A_2 x_2, \quad (51)$$

$$\frac{\partial S}{\partial x_2} = A_2 x_1 + 2A_3 x_2. \quad (52)$$

Підставимо вирази (51) і (52) у рівняння (49) і отримаємо:

$$x_1^2 \left(k_1 - \frac{A_2^2}{4k_3} \right) + x_2^2 \left(k_2 + A_2 - \frac{A_3^2}{k_3} \right) + x_1 x_2 \left(2A_1 - \frac{A_2 A_3}{k_3} \right) = 0. \quad (53)$$

Рівняння (53) буде справедливим у тому випадку коли вирази у дужках будуть рівні нулю, оскільки $x_1 \neq 0$, $x_2 \neq 0$. Тому рівняння (53) можна замінити на систему нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} k_1 - \frac{A_2^2}{4k_3} = 0, \\ k_2 + A_2 - \frac{A_3^2}{k_3} = 0, \\ 2A_1 - \frac{A_2 A_3}{k_3} = 0. \end{cases} \quad (54)$$

Завдання №1: обрати такі корені системи алгебраїчних рівнянь (54), які забезпечують стійкість руху мехатронної системи.

2.1.2. Визначення оптимального керування у формі програмного керування

Розв'яжемо оптимізаційну задачу (42), (43), (45) класичним варіаційним методом. Умовою мінімуму інтегрального функціоналу є рівняння Ейлера-Пуассона (20). Для того, щоб знайти рівняння Ейлера-Пуассона для інтегрального функціоналу (44) подамо його у іншому вигляді:

$$I_{\text{ком}} = \int_0^T (k_1 x^2 + k_2 \dot{x}^2 + k_3 \ddot{x}^2) dt. \quad (55)$$

Надалі знайдемо частинні похідні:

$$\frac{\partial(k_1 x^2 + k_2 \dot{x}^2 + k_3 \ddot{x}^2)}{\partial x} = k_1 \frac{\partial x^2}{\partial x} = 2k_1 x, \quad (56)$$

$$\frac{\partial(k_1 x^2 + k_2 \dot{x}^2 + k_3 \ddot{x}^2)}{\partial \dot{x}} = k_2 \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{x}^2}{\partial \dot{x}} = 2k_2 \ddot{x}, \quad (57)$$

$$\frac{\partial(k_1 x^2 + k_2 \dot{x}^2 + k_3 \ddot{x}^2)}{\partial \ddot{x}} = k_3 \frac{d}{dt} \frac{\partial \ddot{x}^2}{\partial \ddot{x}} = 2k_3 \overset{IV}{x}. \quad (58)$$

Підставимо отримані вирази у формулу (20) та запишемо:

$$2k_3 \overset{IV}{x} - 2k_2 \ddot{x} + 2k_1 x = 0 \quad (59)$$

або

$$\overset{IV}{x} - \frac{k_2}{k_3} \ddot{x} + \frac{k_1}{k_3} x = 0. \quad (60)$$

Завдання №2: розв'язати крайову задачу (60), (45) та знайти вищі (включно до другої) похідні від отриманого розв'язку за часом.

Завдання №3: порівняти розв'язки задачі оптимального керування знайдених із використанням варіаційного числення та динамічного програмування при $T=1$ секунда та $T=10$ секунд.

2.2. Порядок виконання роботи

1. Для того, щоб виконати **Завдання №1** необхідно спочатку розв'язати систему алгебраїчних рівнянь (54).
2. Визначити дійсні корені системи алгебраїчних рівнянь (54). Для цього підставити конкретні значення вагових коефіцієнтів, які приведені у Таблиці 1 для кожної бригади.

Таблиця 1.

Значення вагових коефіцієнтів

| Вагові коефіцієнти | Номер бригади | | | | |
|--------------------|---------------|------|------|------|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| k_1 | 0,1 | 0,9 | 0,5 | 0,33 | 0,6 |
| k_2 | 0,1 | 0,05 | 0,25 | 0,33 | 0,2 |
| k_3 | 0,8 | 0,05 | 0,25 | 0,33 | 0,2 |

3. Знайти розв'язок задачі Коші: знайти розв'язок диференціального рівняння $\ddot{x} = -\frac{1}{2k_3}(A_2x + 2A_3\dot{x})$ при початкових умовах (45).
4. Використовуючи початкові умови для кожної з бригад, які наведені у Таблиці 2 побудувати графік фазової траєкторії руху мехатронної системи.

Таблиця 2.

Початкові умови процесу

| Початкові умови | Номер бригади | | | | |
|-----------------|---------------|-----|----|---|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| s_0 | -2 | 0,5 | 2 | 1 | 10 |
| v_0 | 1 | -1 | -1 | 3 | 1 |

5. Шляхом аналізу фазової траєкторії встановити корені системи алгебраїчних рівнянь (54), які не приводять до втрати стійкості системи (фазова траєкторія повинна стягуватись до початку координат).
6. Для того, щоб виконати **Завдання №2** потрібно використати програму Mathematica (запис коду, який дозволяє розв'язати подібну задачу приведено у Додатку – пункт 1).
7. Для того, щоб виконати **Завдання №3** необхідно побудувати графіки функцій переміщення, швидкості та прискорення мехатронної системи для результатів, які отримані за допомогою методу варіаційного числення (шостий пункт) та динамічного програмування (третій пункт). Тривалість руху мехатронної системи вибрати $T=1$ сек (запис коду, який дозволяє будувати графіки функцій у одній системі координат приведено у Додатку – пункт 1).
8. Повторити попередній пункт при $T=10$ сек.
9. Проаналізувати графіки та зробити висновки.

3. Контрольні питання

19. За якими показниками здійснюється класифікація оптимізаційних критеріїв?
20. Вкажіть, які одиниці вимірювання мають критерії (1)-(4).
21. Які методи оптимального керування вам відомі?
22. Приведіть математичну постановку задачі оптимальної швидкодії системи яка описується диференціальним рівнянням $m\ddot{x} = F$.
23. Запишіть рівняння Ейлера для функціоналів $\int_0^T \left(x^2 + \frac{\dot{x}^2}{2} \right) dt$, $\int_0^T \left(x^2 + \frac{\ddot{x}^2}{2} \right) dt$, $\int_0^T \left(x^2 + \frac{\dot{x}^2}{2} \right) dt$, $\int_0^T \left(x^2 + \frac{\ddot{x}^2}{2} \right) dt$, $\int_0^T \left(x^2 + \frac{\dot{x}^2}{2} \right) dt$, $\int_0^T \left(x^2 + \frac{\ddot{x}^2}{2} \right) dt$.
24. Чому принцип максимуму Понтрягіна є більш загальним методом аніж варіаційне числення?
25. В чому полягає принцип оптимальності Беллмана?
26. Запишіть функціональне рівняння Беллмана для функціоналів $\int_0^T \left(\sqrt{x} + t \right) dt$, $\int_0^T \left(\ddot{x}^2 + \frac{\sqrt{\ddot{x}}}{2} \right) dt$, $\int_0^T \left(x^2 \right) dt$, $\int_0^T \left(\dot{x}^2 \right) dt$, $\int_0^T \left(x^2 + \frac{t}{5} \right) dt$ та математичної моделі руху мехатронної системи (42).
27. У якому вигляді необхідно шукати розв'язок рівняння Беллмана для квадратичного критерію?
28. Чи всі розв'язки рівняння Беллмана призводять до стійкості руху динамічної системи, яка описується диференціальним рівнянням (42)?
29. У чому полягає відмінність у результатах розв'язування задачі оптимального керування за допомогою методів варіаційного числення та динамічного програмування?

Додаток до лабораторної роботи № 4

Програмний код Mathematica до лабораторної роботи

Пункт 1.

```
(*РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ*)
DSolve[{x'[t] + A * x'[t] + B * x[t] == 0, x[0] == s0, x'[0] == v0}, x[t], t];

(*СПРОЩЕННЯ ПОПЕРЕДНЬОГО РЕЗУЛЬТАТУ*)
FullSimplify[%]

(*ЗНАХОДЖЕННЯ ПЕРШОЇ ПОХІДНОЇ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ КОШІ ЗА ЧАСОМ*)
D[%, t];

(*СПРОЩЕННЯ ПОПЕРЕДНЬОГО РЕЗУЛЬТАТУ*)
FullSimplify[%]

(*ЗНАХОДЖЕННЯ ДРУГОЇ ПОХІДНОЇ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ КОШІ ЗА ЧАСОМ*)
D[%, t];

(*СПРОЩЕННЯ ПОПЕРЕДНЬОГО РЕЗУЛЬТАТУ*)
FullSimplify[%]
```

Пункт 2.

```
(*ЗАДАЄМО ТРИВАЛІСТЬ РУХУ МЕХАТРОННОЇ СИСТЕМИ*)
T = 10;

(*ЗАДАЄМО ПЕРШУ ФУНКЦІЮ*)
p1 = Plot[Sin[t], {t, 0, T},
  PlotStyle -> {Black, Thickness[0.005]}, ImageSize -> 300,
  AxesStyle -> FontSize -> 12,
  AxesLabel -> {Text[Style["t, c", FontSize -> 13, Italic]],
    Text[Style["функція 1 і 2", FontSize -> 13, Italic]]},
  AxesOrigin -> {0, 0}, PlotRange -> All, AspectRatio -> 1];
```

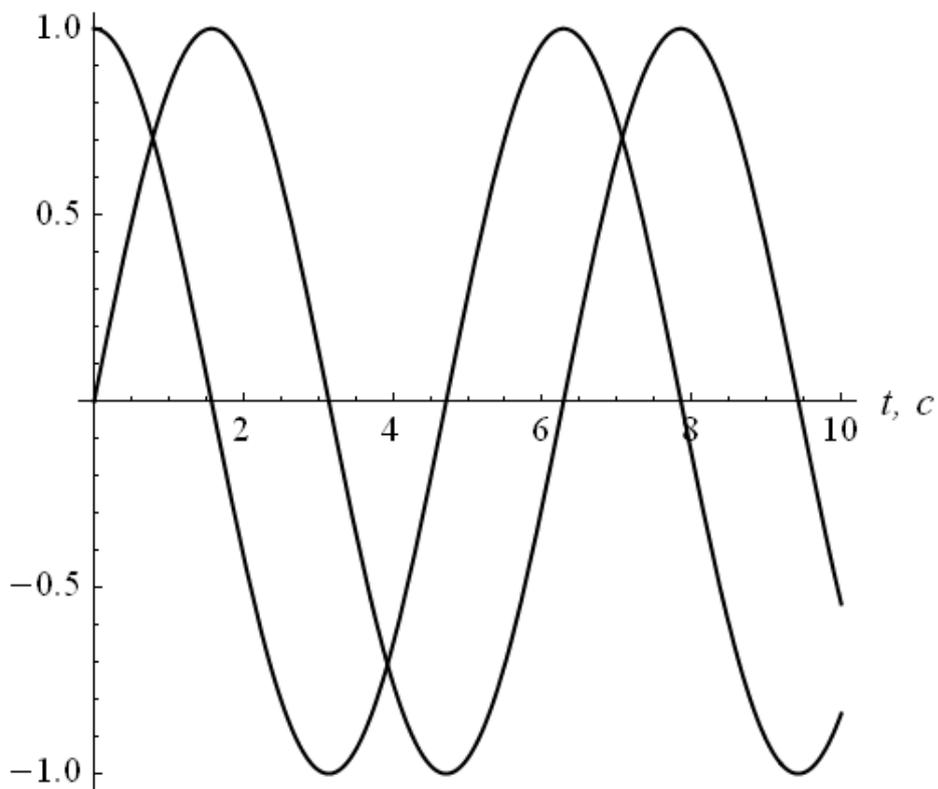
(*ЗАДАЄМО ДРУГУ ФУНКЦІЮ*)

```
p2 = Plot[Cos[t], {t, 0, T},  
  PlotStyle → {Black, Thickness[0.005]}, ImageSize → 300,  
  AxesStyle → FontSize → 12,  
  AxesLabel → {Text[Style["t, c", FontSize → 13, Italic]],  
    Text[Style["функція 1 і 2", FontSize → 13, Italic]]},  
  AxesOrigin → {0, 0}, PlotRange → All, AspectRatio → 1];
```

(*ПОКАЗУЄМО ОБИДВІ ФУНКЦІЇ РАЗОМ*)

```
Show[p1, p2]
```

функція 1 і 2



СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Попов Е.П. Основы робототехники / Е.П. Попов, Г.В. Письменный. – М.: Высшая школа, 1990. – 224 с.
2. Горитов А.Н. Моделирование адаптивных мехатронных систем / А.Н. Горитов, А.М. Корилов. – Томск: В-Спектр, 2007. – 292 с.
3. Головки В.М. Теоретичні основи автоматики: Курс лекцій / В.М. Головки. – Ніжин. – 2004. – 104 с.
4. Шандров Б. В. Технические средства автоматизации : учебник для студентов высших учебных заведений / Б. В. Шандров, А. Д. Чудаков. - М.: Издательский центр „Академия”, 2007. — 368 с.
5. Методы практического конструирования при нормировании сигналов с датчиков: по материалам семинара „Practical design techniques for sensor signal conditioning”. [автор перевода Горшков Б.Л.] / Analog Devices, AUTEX Ltd. – С.-Пб.: АВТЭКС, 2005. – 311 с.
6. Хадлстон К. Проектирование интеллектуальных датчиков с помощью Microchip dsPIC / К. Хадлстон. – К.: „МК-Пресс”, 2008. – 320 с.
7. Чиликин М.Г. Общий курс электропривода: учебник для вузов / М.Г. Чиликин, А.С. Сандлер. М.: Энергоиздат, 1981. – 567 с.
8. Фираго Б.И. Теория электропривода: учебное пособие / Б.И. Фираго, Л.Б. Павлячик. – Мн: ЗАО „Техноперспектива”, 2004. – 527 с.
9. Овчинников И.Е. Вентильные электрические двигатели и привод на их основе (малая и средняя мощность): курс лекций / И.Е. Овчинников. – СПб.: КОРОНА-Век, 2006. – 336 с.
10. Костенко М.П. Электрические машины / М.П. Костенко, Л.М. Пиотровский. - М.-Л.: Энергия, 1965. - Ч.2. - 704 с.
11. Штейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р.Т Штейнер. - Екатеринбург: УРО РАН, 2000. – 654 с.
12. Терехов В.М., Осипов О.И. Системы управления электроприводов:

- учебник / Терехов В.М., Осипов О.И.; под ред. Терехова В.М. – Саратов: Изд. центр „Академия”, 2005. – 300 с.
13. Рудаков В.В. Асинхронные электроприводы с векторным управлением / В.В. Рудаков, И.М. Столяров, В.А. Дартау– Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 136 с.
 14. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием [учебник] / Г.Г. Соколовский. – М.: Academia, 2006. – 265 с.
 15. Пат. 3824437 Germany, Method for controlling asynchronous machines / Felix Blaschke; Siemens Aktiengesellschaft. - № 237572; заявл. 16.07.1971.
 16. Усольцев А.А. Частотное управление асинхронными двигателями. Учебное пособие по дисциплинам электромеханического цикла / А.А. Усольцев. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. – 94 с.
 17. Электронный ресурс <http://www.ges.ru/raznoe/triol/29.htm>
 18. Лавріненко Ю.М., Марченко О.С., Савченко П.І., Синявський О.Ю., Войтюк Д.Г. Лисенко В.П. Электропривод: підручник (за ред. Лавріненка Ю.М.). – К.: вид-во Лір-К., 2009. – 504 с.
 19. Базовые функции преобразователей частоты: за что платим? // Конструктор машиностроитель. 2009. № 1.- С 8-10. (матеріал підготовлений компанією АДЛ).
 20. Егоров О.Д. Мехатронные модули. Расчет и конструирование: учебное пособие / О.Д. Егоров, Ю.В. Подураев. – М.: МГТУ „СТАНКИН”, 2004. – 360 с.
 21. Денисенко В.В. Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием / В.В. Денисенко. – М.: Горячая линия-Телеком, 2009. – 608 с.
 22. Saridis G.N. Journal Automatica (Journal of IFAC) / G.N. Saridis. - Vol. 25. – Issue 3. – 1989. – P. 461 – 467.
 23. Интеллектуальные системы автоматического управления / Под ред. И. М. Макарова, В. М. Лохина. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.

24. Борисевич А. Теория автоматического управления: элементарное введение с применением MATLAB / А. Борисевич. - СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. - 200 с.
25. Олейников В.А. Основы оптимального и экстремального управления / В.А. Олейников. – М.: Высшая школа, 1969. – 296 с.
26. Иванов А.О. Теорія автоматичного керування / А.О. Іванов. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет. – 2003. – 250 с.
27. Ang K.H. PID control system analysis, design, and technology / K.H. Ang, G. Chong, Y. Li // IEEE Trans. on Control Systems Technology. – Vol. 13. – №. 4. – 2005. – P. 559-576.
28. Власенко В.А. Динамическая настройка стандартных регуляторов / В.А. Власенко, О.К. Мансурова. – СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2002. – 52 с
29. Денисенко В. ПИД-регуляторы: вопросы реализации. Часть 1 / В. Денисенко // В записную книжку инженера. - №4. – 2007. – С. 86-97.
30. Денисенко В. ПИД-регуляторы: вопросы реализации. Часть 2 / В. Денисенко // В записную книжку инженера. - №1. – 2008. – С. 86-99.
31. Ловейкин В. С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / Ловейкин В. С. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
32. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтнянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с.
33. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – под. ред. Воробьева Н.Н. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 400 с.
34. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю.П. Петров. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с.
35. Рыбалев А.Н. Теория автоматического управления. Оптимальные системы. Теоретические сведения с примерами решения задач и задания к практическим и лабораторным работам / А.Н. Рыбалев. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2006. – 107 с.

36. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления / Р.П. Федоренко – М.: Наука, 1978. – 488 с.
37. Zade L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part 1 / L.A. Zade // Information Sciences. – № 8. – P. 199-249.
38. Zade L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part 2 / L.A. Zade // Information Sciences. – № 8. – P. 301-357.
39. Zade L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part 3 / L.A. Zade // Information Sciences. - № 9. – P. 43-80.
40. Гриняев С. Нечеткая логика в системах управления / Гриняев С. // Компьютерра. – 2001. – [Электронный ресурс].
<http://www.computerra.ru/offline/2001/415/13052/>
41. Комашинский В.И. Нейронные сети и их применение в системах управления и связи / В.И. Комашинский, Д.А Смирнов. – М.: Горячая линия-Телеком, 2003. – 94 с.

ЗМІСТ

| | |
|---|----|
| Порядок виконання лабораторних робіт на кафедрі конструювання машин | 3 |
| Лабораторна робота № 1. Моделювання роботи ПД-регулятора руху транспортного засобу сільськогосподарського призначення | 5 |
| 1. Загальні відомості про роботу ПД-регулятора | 5 |
| 1.1. Структура системи ПД-регулювання | 5 |
| 1.2. Закони регулювання | 5 |
| 1.3. Особливості реальних регуляторів | 9 |
| 1.4. Ручний метод налаштування ПД-регулятора | 12 |
| 2. Виконання роботи | 13 |
| 2.1. Завдання до виконання | 13 |
| 2.2. Порядок виконання роботи | 15 |
| 3. Контрольні питання | 17 |
| Додаток до лабораторної роботи №1. Програмний код Mathematica до лабораторної роботи | 18 |
| Лабораторна робота № 2. Налаштування ПД-регулятора руху приводного механізму мехатронної системи | 20 |
| 1. Загальні відомості про привод мехатронних систем | 20 |
| 1.1. Вимоги до приводів | 20 |
| 1.2. Електропривод мехатронних систем | 21 |
| 1.3. Колекторний електропривод постійного струму | 21 |
| 2. Виконання роботи | 25 |
| 2.1. Завдання до виконання | 25 |
| 2.2. Порядок виконання роботи | 29 |
| 3. Контрольні питання | 31 |
| Додаток до лабораторної роботи № 2. Програмний код Mathematica до лабораторної роботи | 32 |
| Лабораторна робота № 3. Вивчення будови та принципів роботи мехатронної системи керування рухом вантажопідйомного крана | 35 |
| 1. Загальні відомості про мехатронну систему вантажопідйомного крана | 35 |
| 1.1. Апаратна частина | 35 |

| | |
|---|----|
| 1.2. Відомості про роботу програмної частини мехатронної системи | 40 |
| 2. Порядок виконання роботи | 47 |
| 3. Контрольні питання | 50 |
| Додаток до лабораторної роботи № 3. Інструкція користування лабораторною установкою | 51 |
| | |
| Лабораторна робота № 4. Синтез оптимального керування рухом мехатронних систем | 52 |
| 1. Теоретичні відомості, які стосуються методів оптимального керування | 52 |
| 1.1. Класифікація оптимізаційних критеріїв | 52 |
| 1.2. Короткі відомості про методи оптимального керування | 56 |
| 1.2.1. Варіаційне числення | 56 |
| 1.2.2. Принцип максимуму Л.С. Понтрягіна | 58 |
| 1.2.3. Метод динамічного програмування | 61 |
| 1.2.4. Наближені методи синтезу оптимального керування | 64 |
| 2. Виконання роботи | 65 |
| 2.1. Попередні математичні перетворення (постановка задач) | 65 |
| 2.1.1. Визначення оптимального керування у формі зворотного зв'язку | 65 |
| 2.1.2. Визначення оптимального керування у формі програмного керування | 68 |
| 2.2. Порядок виконання роботи | 69 |
| 3. Контрольні питання | 71 |
| Додаток до лабораторної роботи № 4. Програмний код Mathematica до лабораторної роботи | 72 |
| | |
| СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ | 74 |