

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ



ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор НУБіП України

С. Ніколаєнко

2019 р.

ЗАВДАННЯ

для I туру Всеукраїнської олімпіади НУБіП України 2019 року з  
МАТЕМАТИКИ

Голова предметно-методичної комісії

 /Н. Батечко/

Київ – 2019

**Анкета учасника I туру  
Всеукраїнської олімпіади НУБіП України 2020 року  
з МАТЕМАТИКИ**

<b>Прізвище</b>	_____
<b>Ім'я</b>	_____
<b>По батькові</b>	_____
<b>Адреса</b>	_____
<b>Проживання</b>	_____
	_____
	_____
<b>Назва та адреса закладу освіти</b>	_____
	_____
	_____
<b>Номер тел.</b>	_____
	_____
<b>E-mail</b>	_____
	_____

**Частина 1 (базовий рівень)****(15 завдань, одна правильна відповідь на завдання)**

**Завдання 1–15 мають чотири варіанти відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді. (оцінка за правильно виконане завдання – 2 бали)**

1. Обчисліть:

$$\left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{11}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{12}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{25}\right).$$

А	Б	В	Г
2,6	2,7	2,8	2,9

Відповідь: \_\_\_\_\_

2. Три студенти по черзі друкували на комп'ютері реферат. Спочатку перший студент надрукував  $\frac{11}{18}$  від загального об'єму реферату, потім другий –  $\frac{1}{9}$  від загального об'єму реферату і, нарешті, третій надрукував останні 25 сторінок. Знайдіть загальний об'єм надрукованого студентами реферату (у сторінках).

А	Б	В	Г
70	80	90	100

Відповідь: \_\_\_\_\_

3. Знайдіть значення виразу  $\log_{x\sqrt{y}}\left(\frac{\sqrt{y}}{x^2}\right) + \log_{y\sqrt{x}}(x\sqrt{y})$ , якщо  $\log_x y = 0,5$ .

А	Б	В	Г
0,15	-0,15	1,5	-1,5

Відповідь: \_\_\_\_\_

4. Знайдіть найменше значення параметра  $a$ , при якому графік функції  $g(x) = 5^x$ , де  $x \in [-1; 2]$ , перетинає графік функції  $y = a$ .

А	Б	В	Г
0,2	0,3	0,4	0,5

Відповідь: \_\_\_\_\_

5. Обчисліть площу геометричної фігури, множина точок якої є множиною розв'язків системи нерівностей  $\begin{cases} |x| + |y| \leq 9, \\ y \geq -4. \end{cases}$

А	Б	В	Г
32	64	99	137

Відповідь: \_\_\_\_\_

6. Розв'яжіть рівняння  $\frac{x^2}{x^2-2x+1} - \frac{2x}{x-1} = 3$ . У відповідь запишіть найменший корінь цього рівняння.

А	Б	В	Г
-0,5	0,5	-1	1

Відповідь: \_\_\_\_\_

7. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння  $4\sin^2(3x) - 3 = 0$ .

А	Б	В	Г
$-\frac{\pi}{9}$	$-\frac{\pi}{18}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$

Відповідь: \_\_\_\_\_

8. Знайдіть кількість цілих розв'язків нерівності  $|x + 13| \cdot (7 - |x|) \geq 0$ .

А	Б	В	Г
4	8	16	20

Відповідь: \_\_\_\_\_

9. Столяру необхідно змайструвати круглий стіл на 9 персон. Знайдіть діаметр цього стола (в см), якщо на кожну персону виділяється 80 см периметра стола. При обчисленні вважайте, що  $\pi \approx 3$ .

А	Б	В	Г
230 см	240 см	360 см	380 см

Відповідь: \_\_\_\_\_

10. Графіком рівняння  $(x + 18)^2 + |y - 4| = 0$  є одна точка. Знайдіть суму координат цієї точки.

А	Б	В	Г
7	-7	14	-14

Відповідь: \_\_\_\_\_

11. Сторони трикутника дорівнюють 5, 7 та 9. На більшій стороні виберемо точку, рівновіддалену від двох інших сторін. Знайдіть довжину більшого із відрізків, на які ця точка ділить більшу сторону.

А	Б	В	Г
5,25	5,5	6,25	6,5

Відповідь: \_\_\_\_\_

12. Центри граней правильного тетраедра з'єднали, отримавши новий тетраедр. У скільки разів площа повної поверхні нового тетраедра менша за площу повної поверхні вихідного правильного тетраедра?

А	Б	В	Г
3	6	9	12

Відповідь: \_\_\_\_\_

13. Є два сплави олова та свинцю. Перший сплав містить 5% олова, а другий – 40% олова. Їх сплавили разом та отримали новий сплав масою 210 г, який містить 30% олова. Скільки грамів першого сплаву було взято?

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
15 г	30 г	45 г	60 г

Відповідь: \_\_\_\_\_

14. У правильному  $n$ -кутнику зовнішній кут в чотири рази менший за відповідний йому внутрішній кут. Якою фігурою є цей  $n$ -кутник?

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
12-кутник	10-кутник	9-кутник	8-кутник

Відповідь: \_\_\_\_\_

15. Трикутник зі сторонами 30, 40 та 50 обертається навколо більшої сторони. Обчисліть площу отриманої поверхні обертання.

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
$504\pi$	$960\pi$	$1632\pi$	$1680\pi$

Відповідь: \_\_\_\_\_

### Частина 2 (середній рівень)

(10 завдань, кілька правильних відповідей на завдання)

У завданнях 16–25 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. (Завдання на встановлення відповідності оцінюються в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 4 бали)

16. Встановіть відповідність між виразами (1 – 4) та відповідними їм значеннями параметра  $a$  (А – Г).

1  $\sqrt{\frac{1}{3} \sqrt{3 \sqrt{\frac{1}{3}}}} = 3^a$

А  $\frac{5}{24}$

2  $\sqrt[4]{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5}} = 5^a$

Б  $-\frac{3}{8}$

3  $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{7}}} = 7^a$

В  $\frac{3}{4}$

4  $\sqrt{2 \sqrt[3]{2 \sqrt{2}}} = 2^a$

Г  $\frac{1}{18}$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

17. Встановіть відповідність між завданнями (1 – 4) та числами (А – Г), які є відповідями до цих завдань.

1  $18 \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$       А 6

2  $10\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$       Б 4,5

3  $\operatorname{ctg}(4\pi + \operatorname{arccctg} 6)$       В 0,75

4  $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arccctg} \frac{4}{3}\right)$       Г 5

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

18. Встановіть відповідність між задачами (1 – 4) і їх розв’язками (А – Г).

1 Периметр прямокутного трикутника дорівнює 24, а радіус вписаного кола – 2. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.      А 4

2 Радіус кола, описаного навколо правильного трикутника, дорівнює 8. Знайдіть радіус кола, вписаного в цей трикутник.      Б 5

3 Знайдіть площу прямокутника, якщо одна з його сторін дорівнює 6, а радіус описаного навколо нього кола становить 5.      В 0,25

4 Навколо кола описана рівнобічна трапеція з кутом  $30^\circ$  при основі. Середня лінія трапеції дорівнює 1. Визначте радіус кола.      Г 48

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

19. Встановіть відповідність між твердженнями про елементи прогресій (1 – 4) і наборами чисел (А – Г), які можуть бути цими елементами.

1 Послідовні 4 елементи геометричної прогресії зі знаменником  $q = 3$       А  $n, n^2, n^3, n^4$

2 Послідовні 4 елементи геометричної прогресії зі знаменником  $q = n$       Б  $3^n, 3^{n+1}, 3^{n+2}, 3^{n+3}$

3 Послідовні 4 елементи арифметичної прогресії з різницею  $d = 1$       В  $n, 2n, 3n, 4n$

4 Послідовні 4 елементи арифметичної прогресії з різницею  $d = n$       Г  $n, n + 1, n + 2, n + 3$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

20. Встановіть відповідність між функціями (1 – 4) та їх найменшими додатними періодами (А – Г).

1  $y = \sin(4x)$       А  $4\pi$

2  $y = 4 + \cos x$       Б  $\pi$

3  $y = \frac{1}{4} \operatorname{tg} x$       В  $2\pi$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

$$4 \quad y = \operatorname{ctg} \left( \frac{1}{4} x \right)$$

$$\Gamma \quad \frac{\pi}{2}$$

21. Встановіть відповідність між задачами (1 – 4) та їх розв'язками (А – Г).

- 1 Вартість товару підвищилась на 25%. На скільки відсотків необхідно зменшити нову вартість товару, щоб отримати початкову вартість товару? **А** на 100%
- 2 Для додатних чисел  $a$  і  $b$  виконується рівність  $b = 2a$ . На скільки відсотків потрібно збільшити число  $a$ , щоб в результаті отримати число  $b$ ? **Б** на 50%
- 3 Вартість деякого товару зросла від 300 грн до 450 грн. На скільки відсотків від початкової ціни зросла ціна цього товару? **В** на 25%
- 4 Чисельник звичайного дробу збільшили на 25%. На скільки відсотків збільшився увесь дріб? **Г** на 20%

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

22. Встановіть відповідність між нерівностями (1 – 4) та множинами їх розв'язків (А – Г).

- 1  $x \cdot \sqrt{-(x+2)} > 0$  **А**  $(-\infty; 2]$
- 2  $|x+1,5| - |x-2,5| \leq 3$  **Б**  $[1; +\infty)$
- 3  $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{3-2x} \geq \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$  **В**  $\emptyset$
- 4  $(0,2)^{\log_{0,2}(1-x)} < \log_2 16$  **Г**  $(-3; 1)$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

23. Встановіть відповідність між твердженнями (1 – 4) про кількість розв'язків систем рівнянь та цими системами рівнянь (А – Г).

- 1 Система рівнянь не має розв'язків **А**  $\begin{cases} x - y = 0, \\ x - y = 0 \end{cases}$
- 2 Система рівнянь має безліч розв'язків **Б**  $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - y = 0 \end{cases}$
- 3 Система рівнянь має лише один розв'язок  $x = y = 0$  **В**  $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = 0 \end{cases}$

- 4 Система рівнянь має лише один розв'язок  $x = y = 1$      Г  $\begin{cases} x + y = 0, \\ x + y = 2 \end{cases}$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

24. Встановіть відповідність між задачами (1 – 4) та їх розв'язками (А – Г).

- 1 Прямокутний паралелепіпед склеєний із трьох однакових кубиків. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда, якщо ребро кожного кубика дорівнює 2.     А 16
- 2 Металевий конус, радіус основи якого дорівнює висоті і становить 4, переплавили у кульки радіуса 1. Скільки кульок вийшло (втратами при переплавці знехтуйте)?     Б 6
- 3 Свинцеву кулю радіуса 4 переплавили у маленькі кульки однакового розміру, радіус кожної з яких дорівнює 1. Скільки маленьких кульок отримали (втратами при переплавці знехтуйте)?     В 64
- 4 Три свинцеві кульки, радіуси яких 3, 4 і 5, сплавили разом і отримали нову велику кулю. Знайдіть радіус великої кулі (втратами при переплавці знехтуйте).     Г 56

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

25. Встановіть відповідність між заданими перетвореннями функції  $y = 2x - x^2$  (1 – 4) і функціями або числами, отриманими в результаті цих перетворень (А – Г)

- 1 Значення похідної функції  $y = 2x - x^2$  в точці  $x_0 = 0$      А 0
- 2 Первісна для функції  $y = 2x - x^2$ , графік якої проходить через точку (0; 0)     Б  $\frac{2}{3}$
- 3 Інтеграл від функції  $2x - x^2$  на проміжку [0; 3]     В 2
- 4 Площа фігури, обмеженої лініями  $y = 2x - x^2$ ;  $y = 0$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$      Г  $x^2 - \frac{x^3}{3}$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

### Частина 3 (високий рівень)

(5 завдань, завдання відкритої форми)

Розв'яжіть завдання 26 – 30. У відповідь запишіть одержані числові значення у вигляді десяткового дробу або цілого числа. (Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 6 балів)



26. Спростіть вираз:

$$\frac{\sqrt{(a-2)^2}}{a-2} - \frac{a-2}{a^2-4}$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

27. Розв'яжіть нерівність:

$$\frac{3^{2x}}{9\sqrt{x-1}} - 8 \cdot 3^{x-\sqrt{x-1}} - 9 > 0.$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

28. З посудини, яка містить 54 л чистої кислоти, відлили декілька літрів і після цього долили посудину водою до попереднього об'єму. Потім з посудини відлили суміші стільки ж літрів, як за першим разом. В результаті в суміші, що міститься в посудині, залишилось 24 л чистої кислоти. Скільки літрів кислоти вилили за першим разом?

Відповідь: \_\_\_\_\_

29. В основі піраміди лежить квадрат, площа якого  $16 \text{ см}^2$ , а всі бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть площу поверхні вписаної в дану піраміду кулі.

Відповідь: \_\_\_\_\_

30. При якому значенні параметра  $a$  сума дійсних коренів рівняння  $x^2 - \sqrt{a+2} \cdot x + a + 1 = 0$  дорівнює їх добутку?

Відповідь: \_\_\_\_\_

Підпис учасника \_\_\_\_\_

**КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ**  
відповідей на тестові завдання  
Всеукраїнської олімпіади НУБіП України 2020 року  
з математики

Метою тестування є перевірка відповідності знань і навичок учнів середніх загальноосвітніх навчальних закладів програмним вимогам з математики, з'ясування їх компетентності та оцінка ступеня підготовленості.

Оцінювання відповідей на тестові завдання здійснюється за шкалою від **0 до 100 балів**.

Кожне тестове завдання складається із 30 питань, які за ступенем складності поділені на три частини:

У **частині 1** ( базовий рівень ) пропонуються 15 завдань за вибором однієї правильної відповіді. За правильне розв'язання кожного завдання учасник олімпіади отримує **2 бали**. Відповідно за правильне розв'язання усіх завдань частини першої – **30 балів**.

У **частині 2** ( середній рівень ) пропонується 10 завдань на встановлення відповідності. За правильне розв'язання одного завдання учасник може отримати **1,2,3 або 4 бали** – 1 бал за кожен правильно визначений варіант\_відповіді. Послідовність оцінюється визначеною кількістю балів лише за умови повністю правильної відповіді. Максимальна кількість балів за правильне розв'язання завдань частини другої – **40 балів**.

**Частина 3** ( високий рівень ) складається з 5 завдань у відкритій формі з потребою у розгорнутій відповіді, за кожне правильне розв'язання яких учасник отримує **6 балів**. При оцінюванні відкритих завдань з розгорнутою відповіддю враховуються послідовні логічні дії та пояснення з посиланням на математичні факти, з яких випливають ті чи інші твердження. За ступінь висвітлення та хід розв'язання задачі учасник отримує від **0 до 6 балів**. За завдання частини 3 учасник максимально отримує **30 балів**.

Відсутність відповіді на завдання оцінюється в **0 балів**.

Максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно виконавши всі завдання олімпіадної роботи – **100 балів**.

Предметно – методична комісія оцінює роботу за загальною сумою балів, набраних учасником за результатами тестування, яка може знаходитись в межах від 0 до 100, а мінімальна кількість балів, що дозволяє брати участь у II турі Всеукраїнської олімпіади НУБіП України 2020 року з математики, повинна складати **75 балів**.