

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ
Кафедра вищої та прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету інформаційних технологій
“ _____ (Глазунова О.Г.)
“ _____ 20__ р.



“СХВАЛЕНО”
на засіданні кафедри
вищої та прикладної математики
Протокол №13 від “06” травня 2024 р.

Завідувач кафедри

(Мейш Ю.А.)

”РОЗГЛЯНУТО”
Гарант ОП «Комп’ютерні науки»

Гарант ОП
(Руденський Р.А.)

РОБОЧА ПРОГРАМА
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Галузь знань 12 «Інформаційні технології»
Спеціальність 122 «Комп’ютерні науки»
Освітня програма «Комп’ютерні науки»
Факультет Інформаційних технологій
Розробник: Шостак Сергій Володимирович, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Опис навчальної дисципліни Вища математика

| | | |
|---|---|--|
| Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь | | |
| Освітній ступінь | <i>Бакалавр</i> | |
| Спеціальність | <i>122 «Комп'ютерні науки»</i> | |
| Освітня програма | <i>«Комп'ютерні науки»</i> | |
| Характеристика навчальної дисципліни | | |
| Вид | обов'язкова / вибіркова | |
| Загальна кількість годин | <i>300</i> | |
| Кількість кредитів ECTS | <i>10</i> | |
| Кількість змістових модулів | <i>6</i> | |
| Курсовий проект (робота) (за наявності) | - | |
| Форма контролю | <i>1- залік, 2- екзамен</i> | |
| Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм здобуття вищої освіти | | |
| | Денна форма здобуття вищої освіти | Заочна форма здобуття вищої освіти |
| Курс (рік підготовки) | <i>2024-2025</i> | |
| Семестр | <i>1-2</i> | |
| Лекційні заняття | <i>60 год.</i> | |
| Практичні, семінарські заняття | <i>90 год.</i> | |
| Лабораторні заняття | - | |
| Самостійна робота | <i>150 год.</i> | |
| Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми здобуття вищої освіти | <i>1 сем. – 4 год.</i> | |
| | <i>2 сем. – 6 год.</i> | |

1. Мета, завдання, компетентності та програмні результати навчальної дисципліни

Мета:

- формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення;
- навчання основним математичним методам, необхідним для аналізу і моделювання пристроїв, процесів і явищ, при пошуку оптимальних розв'язків задач, що виникають при розробці комп'ютерних програм та інформаційних систем.

Завдання: Основною задачею вивчення дисципліни “Вища математика” є забезпечення теоретичної підготовки загальноосвітніх, загально-інженерних і спеціальних дисциплін, враховуючи зростаючу роль математичних методів моделювання, проектування, дослідження і планування. Роль вищої математики полягає в оволодінні математичними основами сучасного математичного апарату. Знання з вищої математики дають можливість проводити аналіз і розв’язання прикладних інженерних задач, сприяють розвиткові логічного та алгоритмічного мислення. В результаті вивчення дисципліни студенти зможуть реалізувати набуті знання з вищої математики в інтелектуальній і практичній діяльності в галузі комп’ютерних наук.

Набуття компетентностей:

інтегральна компетентність (ІК): Здатність розв’язувати складні задачі і проблеми під час професійної діяльності у галузі інформаційних технологій, володіння навичками роботи з комп’ютером для вирішення задач проектування та програмування інформаційних систем.

загальні компетентності (ЗК):

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

ЗК6. Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями;

ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

спеціальні (фахові) компетентності (СК):

СК1. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв’язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп’ютерних наук, аналізу та інтерпретування;

СК3. Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв’язності та нерозв’язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

СК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об’єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв’язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв’язування професійних задач.

Програмні результати навчання (ПРН):

ПР1. Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп’ютерних

наук.

ПР2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

ПР6. Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

згідно з якими студент повинен **знати**:

- Операції над векторами, матрицями;
- Методи обчислення визначників;
- Методи розв'язування систем лінійних рівнянь;
- Методи та прийоми дослідження прямих, площин та кривих другого порядку;
- Методи знаходження границь;
- Методи дослідження функцій за допомогою похідної;
- Методи інтегрування функцій;
- Застосування інтегралів;
- Методи та прийоми розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем;
- Застосування рядів,

вміти:

- володіти апаратом матриць і математичними методами векторної алгебри та аналітичної геометрії;
- застосовувати похідну та інтеграл для розв'язання прикладних задач;
- сформулювати інженерну задачу в математичних термінах;
- побудувати математичну модель задачі та знайти шляхи розв'язання одержаної моделі, зокрема:
- проаналізувати систему алгебраїчних рівнянь та знайти її розв'язки;
- розробляти алгоритм пошуку рішення;
- скласти модель оптимізаційної задачі та знайти її розв'язок методами математичного аналізу;
- скласти модель задачі при обчисленні площі, об'єму, площі поверхні, маси, тиску, роботи, механічних моментів та ін., а також уміти її розв'язати точними або наближеними методами;
- скласти диференціальне рівняння процесу або явища і розв'язати його точно або наближено;
- застосовувати наявне програмне забезпечення ПК при розв'язанні конкретних математичних задач;

- реалізувати набуті знання з вищої математики в інтелектуальній і практичній діяльності в галузі комп'ютерних наук.

2. Програма та структура навчальної дисципліни для:

– повного терміну денної (заочної) форми здобуття вищої освіти.

| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | | | |
|--|-----------------|-----------|--------------|-----------|-----|-----|-----------|--------------|--------------|----|-----|-----|------|--|
| | денна форма | | | | | | | Заочна форма | | | | | | |
| | Тиж ні | усього | у тому числі | | | | | усього | у тому числі | | | | | |
| | | | л | п | лаб | інд | с.р. | | л | п | лаб | інд | с.р. | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | |
| I семестр | | | | | | | | | | | | | | |
| Змістовий модуль 1. <u>Елементи лінійної та векторної алгебри</u> | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Визначники , їх властивості та обчислення. | 1 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | | |
| Тема 2. Матриці. | 2 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | | |
| Тема 3. Розв'язування і дослідження систем лінійних рівнянь. | 3 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | | |
| Тема 4. Векторна алгебра. Основні поняття. | 4 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | | |
| Тема 5. Лінійні операції над векторами в координатній формі. Скалярний ,векторний і мішаний добуток векторів. | 5 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | | |
| Разом за змістовим модулем 1 | | 30 | 10 | 10 | | | 10 | | | | | | | |

Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|-----------|-----------|-----------|--|--|-----------|--|--|--|--|--|--|
| Тема 1. Пряма на площині. | 6 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 2. Рівняння площини і прямої в просторі. | 7 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 3. Взаємне розташування прямих, площин і прямої та площини у просторі. | 8 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 4. Криві другого порядку. Коло. Еліпс. | 9 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 5. Криві другого порядку. Гіпербола. Парабола. | 10 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Разом за змістовим модулем 2 | | 30 | 10 | 10 | | | 10 | | | | | | |

Змістовий модуль 3. Вступ до математичного аналізу

| | | | | | | | | | | | | | |
|--|----|---|---|---|--|--|---|--|--|--|--|--|--|
| Тема 1. Функції. Основні характеристики функцій. | 11 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 2. Границя числової послідовності. | 12 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 3. Границя функції. | 13 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 4. Особливі границі. | 14 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |
| Тема 5. Неперервність функцій. | 15 | 6 | 2 | 2 | | | 2 | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|-----------|-----------|-----------|--|--|-----------|--|--|--|--|--|--|
| Разом за змістовим модулем 3 | | 30 | 10 | 10 | | | 10 | | | | | | |
| Разом за 1 семестр | | 90 | 30 | 30 | | | 30 | | | | | | |

II семестр

Змістовий модуль 4. Похідна та її застосування

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|-----------|----------|-----------|--|--|-----------|--|--|--|--|--|--|
| Тема 1. Похідна функції однієї змінної. | 1 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема2. Диференціювання функцій однієї змінної. | 2 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 3. Застосування похідної до дослідження функції. | 3 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема4. Диференціювання функцій кількох змінних. | 4 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Разом за змістовим модулем 4 | | 60 | 8 | 16 | | | 36 | | | | | | |

Змістовий модуль 5. Інтеграл та його властивості.

| | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|----|---|---|--|--|---|--|--|--|--|--|--|
| Тема 1. Комплексні числа. | 5 | 12 | 2 | 4 | | | 6 | | | | | | |
| Тема 2. Невизначений інтеграл та його властивості. | 6 | 12 | 2 | 4 | | | 6 | | | | | | |
| Тема 3. Інтегрування різних функцій | 7 | 12 | 2 | 4 | | | 6 | | | | | | |
| Тема4. Визначений інтеграл та його застосування. | 8 | 12 | 2 | 4 | | | 6 | | | | | | |
| Тема5. Подвійний та потрійний інтеграл та їх | 9 | 12 | 2 | 4 | | | 6 | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|------------|-----------|-----------|--|--|------------|--|--|--|--|--|--|
| обчислення. | | | | | | | | | | | | | |
| Разом за змістовим модулем 5 | | 60 | 10 | 20 | | | 30 | | | | | | |
| Змістовий модуль 6. Звичайні диференціальні рівняння. Ряди. | | | | | | | | | | | | | |
| Тема1. Диференціальні рівняння першого порядку. | 10 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема2. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку. | 11 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 3. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. | 12 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 4. Числові ряди. | 13 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 5. Степеневі ряди. | 14 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 6. Ряди Фур'є. | 15 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Разом за змістовим модулем 6 | | 90 | 12 | 24 | | | 54 | | | | | | |
| Разом за 2 семестр | | | | | | | | | | | | | |
| | | 210 | 30 | 60 | | | 120 | | | | | | |

3. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1 | Обчислення визначників. | 2 |
| 2 | Операції над матрицями. | 2 |
| 3 | Розв'язування систем лінійних рівнянь. | 2 |
| 4 | Вектори. Лінійні операції над векторами. | 2 |
| 5 | Скалярний добуток векторів. Векторний та мішаний добуток векторів. | 2 |
| 6 | Метод координат. Пряма на площині. | 2 |
| 7 | Площина. Пряма у просторі. | 2 |

| | | |
|----|--|---|
| 8 | Взаємне розташування прямої та площини у просторі. | 2 |
| 9 | Криві другого порядку. Коло. Еліпс. | 2 |
| 10 | Криві другого порядку. Гіпербола. Парабола. Спростення рівняння 2-го степеня. | 2 |
| 11 | Функція. Основні властивості функцій. Елементарне дослідження. | 4 |
| 12 | Обчислення границі послідовності. | 4 |
| 13 | Обчислення границі функції. | 4 |
| 14 | Перша та друга чудові границі. Порівняння нескінченно малих величин. | 4 |
| 15 | Неперервність функцій. | 4 |
| 16 | Обчислення похідних. Рівняння дотичної та нормалі до кривої. Дотична площина і нормаль до поверхні. | 4 |
| 17 | Похідні та диференціали вищих порядків. | 4 |
| 18 | Екстремум функцій. Найбільше, найменше значення функції в замкненій області. Опуклість, угнутість кривої. Перегин. Асимптоти. Повне дослідження функцій. | 4 |
| 19 | Функції двох змінних. Частинні похідні. Екстремум. | 4 |
| 20 | Комплексні числа. | 4 |
| 21 | Невизначений інтеграл. Безпосереднє інтегрування. Методи інтегрування. | 4 |
| 22 | Інтегрування найпростіших раціональних дробів та раціональних функцій. | 4 |
| 23 | Інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій. | 4 |
| 24 | Обчислення визначених інтегралів. Застосування визначеного інтеграла. | 4 |
| 25 | Обчислення та застосування кратних інтегралів. | 4 |
| 26 | Диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними. Однорідні та лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі. | 4 |
| 27 | Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають пониження порядку. | 4 |
| 28 | Лінійні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами. | 4 |
| 29 | Дослідження на збіжність числових рядів. | 4 |
| 29 | Степеневі ряди та їх застосування. | 4 |
| 30 | Ряди Фур'є. | 4 |

4. Теми самостійної роботи

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1 | Лінійна алгебра | 6 |
| 2 | Векторна алгебра | 4 |
| 3 | Елементи аналітичної геометрії | 10 |
| 4 | Вступ до математичного аналізу | 10 |
| 5 | Диференціювання функцій однієї змінної | 27 |
| 6 | Диференціювання функцій кількох змінних | 9 |
| 7 | Інтегральне числення функцій однієї змінної | 24 |
| 8 | Інтегральне числення функцій кількох змінних | 6 |
| 9 | Диференціальні рівняння | 27 |
| 10 | Ряди | 27 |

5. Засоби діагностики результатів навчання:

- екзамен;
- залік;
- модульні тести;
- реферати;
- розрахункові та розрахунково-графічні роботи;
- захист лабораторних та практичних робіт;

6. Методи навчання:

- словесний метод (лекція, дискусія, співбесіда тощо);
- практичний метод (лабораторні, практичні заняття);
- наочний метод (метод ілюстрацій, метод демонстрацій);
- робота з навчально-методичною літературою (конспектування, тезування, анутовання, рецензування, складання реферату);
- відеометод (дистанційні, мультимедійні, веб-орієнтовані тощо);
- самостійна робота (виконання завдань);
- індивідуальна науково-дослідна робота здобувачів вищої освіти.

7. Методи оцінювання.

- екзамен;
- залік;
- усне або письмове опитування;
- модульне тестування;
- командні проекти;
- реферати, есе;
- захист лабораторних та практичних робіт;
- презентації та виступи на наукових заходах

8. Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти. Оцінювання знань здобувача вищої освіти відбувається за 100-бальною шкалою і переводиться в національні оцінки згідно з табл. 1 чинного «Положення про екзамени та заліки у НУБіП України»

| Рейтинг здобувача вищої освіти, бали | Оцінка національна та результати складання | |
|--------------------------------------|--|---------------|
| | екзаменів | заліків |
| 90-100 | відмінно | зараховано |
| 74-89 | добре | |
| 60-73 | задовільно | |
| 0-59 | незадовільно | не зараховано |

Для визначення рейтингу здобувача вищої освіти із засвоєння дисципліни $R_{\text{дис}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу здобувача вищої освіти з навчальної роботи $R_{\text{НР}}$ (до 70 балів): $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{АТ}}$.

9. Навчально-методичне забезпечення

(вибрати необхідне чи доповнити)

- електронний навчальний курс навчальної дисципліни (на навчальному порталі НУБіП України eLearn
<https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=1685>;
<https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=2149>;
- конспекти лекцій та їх презентації (в електронному вигляді);
- підручники, навчальні посібники, практикуми;
- методичні матеріали щодо вивчення навчальної дисципліни для здобувачів вищої освіти денної та заочної форм здобуття вищої освіти;
- програма навчальної (виробничої) практики навчальної дисципліни (якщо вона передбачена навчальним планом).

10. Рекомендовані джерела інформації

Основна.

1. Клепко В.Ю., Голець В.Л. Вища математика в прикладах і задачах: Навч. посібник. 2-ге видання. – К.: Центр навч. літератури, 2019. – 594 с.
2. Стислий курс вищої математики. Частина 2. Математичний аналіз. Теорія границь. Диференціальне числення функції однієї змінної: навч. посіб./ Г.М.Тимченко, О.В.Одинцова, Н.О.Кириллова, К.І. Любицька. – Харків : ФОП Іванченко І.С., 2023. – 232 с.

3. Боднарчук Ю.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія / Ю.В. Боднарчук, Б.В. Олійник – Київ: Київський університет «Києво-Могилянська академія», 2019. – 150 с.
4. Турчанинова Л.І., Доля О.В. Вища математика в прикладах і задачах: навч. посіб. / Л.І.Турчанинова, О.В.Доля – Київ:Ліра, 2021. – 348 с.
5. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика: Навч. посіб. – К.: ЦНЛ, 2019. – 424 с.
6. Польгун К. В. Диференціальне числення функції однієї змінної (компетентнісний підхід) : навч. посіб. Кривий Ріг : Криворізький державний педагогічний університет, 2019. 112 с.

Допоміжна

1. Козира В.М. Елементарна та вища математика: посібник-довідник для учнів, абітурієнтів, студентів / В.М. Козира. – Тернопіль: Астон, 2021. –168 с.
2. Савастру О. В. Матриці та системи лінійних рівнянь: навч. посіб. / О. В. Савастру, О. М. Яковлева, С. В. Драганюк, О. М. Болдарєва, під ред. О. В. Савастру. – Одеса: Одес.нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2019. – 120 с.
3. Литвин, І. І. Вища математика. 2-ге видання: навч. посіб. / І.І.Литвин, О.М.Конончук, Г.О.Желізняк.– Київ: ЦУБ, 2019.– 368 с.
4. Батечко Н.Г., Панталієнко Л.А., Шостак С.В., Цюпій Т.І., Ружи́ло М.Я. Вища математика. Збірник задач. – К.: Вид-во НУБіП України, 2021 – 304 с.
5. Батечко Н.Г., Панталієнко Л.А., Хайдуров В.В., Цюпій Т.І., Шостак С.В. Посібник з математики для слухачів підготовчих курсів. – К.: ЦП «КОМПРИНТ», 2022. – 310 с.
6. Батечко Н.Г., Панталієнко Л.А., Шостак С.В., Цюпій Т.І., Ружи́ло М.Я. Вища математика. Збірник задач. Видання друге – К.: Вид-во НУБіП України, 2023 – 437 с.

Інформаційні ресурси.

1. Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.
<https://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf>
2. Авдєєва Т.В., Листопадова В.В., Шраменко В.М. Лінійна алгебра. Аналітична геометрія. Збірник завдань для розрахункової роботи. Для студентів 1 курсу. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 120 с.
<https://mph.kpi.ua/assets/img/books/INF/LA %201 kyrs ixf 2019.pdf>

3. Бондаренко Н.В. Лінійна алгебра: навч. посіб. / Н.В. Бондаренко, В.В. Отрашевська. – Київ: КНУБА, 2023. – 180 с.

https://org2.knuba.edu.ua/pluginfile.php/201293/mod_resource/content/11/Navchalny_posibn_Bondarenko_2023.pdf

4. Посібник до вивчення курсу «Диференціальні рівняння» [Текст] / І. Г. Баланенко, С. О. Горбонос, А. В. Сяєв. – Дніпро: РВВ ДНУ, 2020. – 88 с.

https://mmf.dnu.dp.ua/wp-content/uploads/2022/08/posibnik_dr_2020.pdf

5. Н.К.Дьяченко Інтегральне числення функції однієї змінної: навчальний посібник. – Дніпро, ДДАЕУ, 2022. – 124 с.

https://dspace.dsau.dp.ua/bitstream/123456789/6581/1/2022_%D0%94%D1%8C%D1%8F%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE%20%D0%9D.%D0%9A..pdf

6. Алексєєва І.В., Гайдей В.О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Математика в технічному університеті: Підручник КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ: Видавничий дім «Кондор», 2019. Т. 2. 504 с.

<https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/30396/1/MTU2.pdf>