

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**
Кафедра комп'ютерних наук



декан факультету інформаційних
технологій

Глазунова О.Г.
2022 р.

«СХВАЛЕНО»

на засіданні кафедри комп'ютерних наук

Протокол № _____ від «___» _____ 20__ р.

Завідувач кафедри

Б. Л. Голуб

«РОЗГЛЯНУТО»

Гарант ОП 122 «Комп'ютерні науки»

Глазунова О.Г.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА

«Комп'ютерні науки»

за спеціальністю **122 «Комп'ютерні науки»**

галузі знань **12 «Інформаційні технології»**

Факультет інформаційних технологій

Розробник: доцент, кандидат фізико-математичних наук *Нещадим О.М.*

Київ 2022

1. Опис навчальної дисципліни

Чисельні методи

(назва)

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень		
Освітній ступінь	<i>Бакалавр</i>	
Напрямок підготовки	<i>Інформаційні технології</i>	
Спеціальність	<i>122 “Комп’ютерні науки”</i>	
Спеціалізація		
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов’язкова	
Загальна кількість годин	120	
Кількість кредитів ECTS	4	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	<i>Іспит</i>	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки (курс)	2	1
Семестр	3	2
Лекційні заняття	15 год.	6
Практичні, семінарські заняття	30 год.	6
Лабораторні заняття		
Самостійна робота	75 год.	108
Індивідуальні завдання		
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	3 год.	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета дисципліни – формування компетентностей щодо використання чисельних методів до розв’язання різноманітних математичних задач, що виникають при розробці комп’ютерних програм та інформаційних систем.

Завдання вивчення дисципліни – підготовка фахівців, здатних математично формалізувати та моделювати конкретні процеси, правильно обирати наблизений метод вирішення проблеми, ефективно застосовувати чисельні методи розв’язання задачі з використанням мов програмування та комп’ютерних пакетів.

Вивчення дисципліни “Чисельні методи” сприяє формуванню у студентів наступних компетентностей.

Загальні компетентності:

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

ЗК6. Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями;

ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

СК1. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв’язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп’ютерних наук, аналізу та інтерпретування;

СК3. Здатність до логічного мислення, побудови логічних висновків, використання формальних мов і моделей алгоритмічних обчислень, проектування, розроблення й аналізу алгоритмів, оцінювання їх ефективності та складності, розв’язності та нерозв’язності алгоритмічних проблем для адекватного моделювання предметних областей і створення програмних та інформаційних систем.

СК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об’єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв’язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв’язування професійних задач.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен

знати:

- методи наближення функцій;
- чисельні методи знаходження коренів рівнянь і систем рівнянь;
- методи обчислення власних значень і власних векторів матриці;
- методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій;
- методи інтегрування звичайних диференціальних рівнянь та їх систем;
- чисельні методи розв’язування рівнянь в частинних похідних

вміти:

- аналізувати математичний опис процесів за типом рівнянь;
- розробляти алгоритм пошуку рішення;
- обґрунтовувати необхідність застосування та тип чисельного методу для вирішення конкретної задачі;
- оцінювати точність отриманого результату та ефективність обраних числових методів з точки зору витрат загального часу на обчислення;
- застосовувати наявне програмне забезпечення ПК при чисельному розв’язанні конкретних математичних задач;
- самостійно вивчати необхідну літературу.
- реалізувати набуті знання з чисельних методів в інтелектуальній і практичній діяльності в галузі комп’ютерних наук.

3. Програма та структура навчальної дисципліни для

повного терміну денної (заочної) форми навчання.

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин													
	денна форма							Заочна форма						
	Тижні	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
			Л	П	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Змістовий модуль 1. Методи розв'язування рівнянь та систем.														
Тема 1. Елементи теорії похибок. Методи розв'язування алгебраїчних рівнянь.	1-2	10	2	4			10	11	1					12
Тема 2. Методи пошуку кореня алгебраїчного рівняння.	3-4	10	2	4			10	11	1	1				14
Тема 3. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	5-6	10	2	4			10	11	1	1				14
Тема 4. Методи розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.	7-8	15	2	4			10	15		1				14
Разом за змістовим модулем 1		64	8	16			40	60	3	3				54
Змістовий модуль 2. Числове диференціювання та інтегрування.														
Тема 1. Інтерполяція функцій.	9-10	10	2	4			10	11	1	1				15
Тема 2. Числове диференціювання та інтегрування.	11-12	10	2	4			10	11	1	1				14
Тема 3. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь.	13-14	14	2	4			10	11	1	1				15
Тема 4. Наближення функцій за табличними значеннями.	15	14	1	2			5	15						10
Разом за змістовим модулем 2		56	7	14			35	60	3	3				54
Усього годин		120	15	30			75	120	6	6				108

ЛЕКЦІЇ III семестр

Змістовий модуль 1. Методи розв'язування рівнянь та систем.

Лекція 1. Елементи теорії похибок . Методи розв'язування алгебраїчних рівнянь.

Наближені числа, їх абсолютні і відносні похибки. Класифікація та джерела похибок. Правила наближених обчислень і оцінка похибок при обчисленнях: додавання і віднімання наближених чисел; множення і ділення наближених чисел. Похибки обчислень значень функції. Економна схема обчислення значення поліному. Точність та умови закінчення процедури

пошуку кореня. Основні методи уточнення положення коренів трансцендентних рівнянь. Методи обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю: метод поділу навпіл (бісекції), метод Ньютона (дотичних).

Лекція 2. Методи пошуку кореня алгебраїчного рівняння.

Метод хорд (січних). Комбінований метод хорд та дотичних. Метод простих ітерацій: організація ітераційного процесу; достатня умова збіжності процесу ітерації; умова зупинки процесу при заданій точності.

Лекція 3. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) методом Гаусса і методом Гаусса з вибиранням головного елемента. Метод Халецького. Метод прогонки для тридіагональної матриці, достатні умови стійкості рішення. Метод простої ітерації, організація ітераційного процесу. Канонічна форма запису системи та варіанти переходу до неї. Достатні умови збіжності ітераційного процесу. Метод Зейделя: організація ітераційного процесу, умови збіжності та зупинення ітераційного процесу при заданій точності.

Лекція 4. Методи розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.

Обґрунтування та основні етапи методу Ньютона. Обмеження на величину кроку. Модифікований метод Ньютона. Метод простої ітерації, організація ітераційного процесу. Достатні умови збіжності та зупинки ітераційного процесу при заданій точності. Особливості рішення систем нелінійних алгебраїчних рівнянь. Вибір типу точності. Можливі ускладнення процесу пошуку рішення та деякі засоби боротьби із ними.

Змістовий модуль 2. Числове диференціювання та інтегрування.

Лекція 5. Інтерполяція функцій.

Задача інтерполяції. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Залишковий член інтерполяційної формули. Поняття про скінченні різниці. Інтерполяційні формули Ньютона: система функцій, що застосовуються, визначення коефіцієнтів та загальний вигляд першої та другої формул Ньютона. Оцінка реально необхідного степеня інтерполяційного поліному за поведінкою системи різниць. Процедура визначення коефіцієнтів. Відмінність першої (вперед) та другої (назад) формул Ньютона. Інтерполяційний многочлен Ньютона з поділеними різницями. Схема Ейткена.

Лекція 6. Числове диференціювання та числове інтегрування.

Задача числового диференціювання. Постановка задачі числового диференціювання. Особливості та труднощі числового диференціювання. Загальний підхід до отримання формул числового диференціювання на базі інтерполяційних формул. Метод чисельного диференціювання функцій з використанням інтерполяційного многочлена Ньютона.

Основні підходи до побудови формул числового інтегрування. Формули прямокутників. Квадратурна формула Ньютона-Котеса. Формула трапецій, точність. Формула Сімсона, точність. Априорна оцінка точності та вибір кроку інтегрування із умови забезпечення заданої точності. Розбиття загального інтервалу інтегрування з метою підвищення точності. Апостеріорна оцінка точності процедури інтегрування, принцип Рунге.

Лекція 7. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь.

Основні методи рішення задачі Коші. Наближені методи: метод степеневих рядів, метод послідовних наближень. Метод невизначених коефіцієнтів. Класифікація числових методів рішення задачі Коші: метод Ейлера, удосконалений метод Ейлера, удосконалений метод Ейлера-Коші, обґрунтування методу Ейлера-Коші; точність методів. Метод Рунге-Кутта. Оцінка точності.

Лекція 8. Наближення функцій за табличними значеннями.

Елементи кореляційного аналізу. Метод найменших квадратів. Рівняння регресії. Вибірковий коефіцієнт кореляції. Поняття про нелінійну кореляційну залежність. Методи лінеаризації.

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість Годин
1	Абсолютні і відносні похибки. Правила наближених обчислень.	2
2	Метод бісекції. Метод Ньютона. Комбінований метод хорд та дотичних.	2
3	Метод простих ітерацій.	2
4	Метод Гаусса. Метод Халецького.	2
5	Метод простих ітерацій, метод Зейделя.	2
6	Розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь.	2
7	Модульна контрольна робота №1.	2
8	Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Інтерполяційні формули Ньютона	2
9	Числове диференціювання.	2
10	Метод чисельного диференціювання функцій на основі інтерполяційного многочлена Ньютона.	2
11	Квадратурні формули прямокутників та трапецій,	2
12	Формула Сімпсона числового інтегрування.	2
13	Наближене розв'язування диференціальних рівнянь методом Ейлера.	2
14	Метод Рунге-Кутта. Метод найменших квадратів.	2
15	Модульна контрольна робота №2.	2

5. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

1. Які методи називаються ітераційними?
2. Чому утворюється похибка при арифметичних обчисленнях на ПК?
3. Поняття абсолютної та відносної похибки наближеного розв'язку. Де вони використовуються?
4. Сформулюйте постановку задачі розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим.
5. Яким умовам повинен задовольняти відрізок, на якому ведеться пошук розв'язку нелінійного рівняння? Як його можна знайти?
6. В чому полягає метод бісекції для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим?
7. В чому полягає метод хорд для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим?
8. В чому полягає метод Ньютона для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим?
9. В чому полягає метод Ньютона для розв'язання нелінійного рівняння з одним невідомим?
10. Сформулюйте постановку задачі розв'язання системи лінійних рівнянь.

11. Назвіть основні групи методів розв'язання систем лінійних рівнянь, вкажіть їх принципові відмінності.
12. Сформулюйте ідею методу Гауса.
13. Що називається LU-розкладенням матриці?
14. Як застосовують LU-розкладення при розв'язанні систем лінійних рівнянь?
15. Метод простої ітерації. Умови та оцінки швидкості збіжності.
16. Які проблеми пов'язані з розв'язанням систем лінійних рівнянь великої розмірності?
17. Сформулюйте постановку задачі розв'язання системи нелінійних рівнянь.
18. В чому полягає метод Ньютона для розв'язання систем нелінійних рівнянь?
19. В чому полягає метод простої ітерації для розв'язання систем нелінійних рівнянь?
20. В чому полягає метод найменших квадратів для розв'язання систем нелінійних рівнянь?
21. Поняття власного значення і власного вектора квадратної матриці.
22. Як можна відшукати максимальне та мінімальне по модулю власне значення матриці?
23. В чому полягає ідея QR-алгоритму для пошуку всіх власних значень матриці?
24. Як можна відшукати власні значення діагональної, трикутної та блоково-трикутної матриці?
25. Сформулюйте постановку задачі наближення функцій.
26. В чому полягає метод найменших квадратів для апроксимації функцій?
27. В чому полягає лінійна інтерполяція функції? Коли її слід застосовувати?
28. В чому полягає квадратична інтерполяція функції? Коли її слід застосовувати?
29. Що називається інтерполяційним поліномом Лагранжа? Коли його слід застосовувати?
30. Сформулюйте постановку задачі диференціювання функцій.
31. Що називається інтерполяційним багаточленом Ньютона?
32. Які види формул чисельного диференціювання функцій ви знаєте?
33. Що називається кроком чисельного диференціювання?
34. Сформулюйте постановку задачі чисельного інтегрування функції.
35. В чому полягає ідея методу трапецій?
36. В чому полягає ідея методу Сімпсона?
37. Який з цих методів має більшу точність?
38. Вкажіть алгоритм за яким можна розрахувати значення визначеного інтеграла з заданою точністю.
39. Що називається звичайним диференціальним рівнянням?

40. Сформулюйте постановку задачі Коші для звичайного диференційного рівняння. У якому вигляді знаходиться розв'язок чисельним методом?

41. Який з відомих Вам методів розв'язання задачі Коші для звичайного диференційного рівняння треба застосовувати в тих чи інших випадках?

42. Метод Рунге-Кутта 4-го порядку, оцінки погрішності.

Завдання 1. Нехай a, b, y - наближені числа з вірними значущими цифрами, x - точне число. Обчислити і оцінити похибку виразу $z = \frac{ab - e^x}{\sin y}$. Для обчислення значень функцій e^x і $\sin y$ скористайтесь або математичними таблицями, або мікрокалькулятором, або комп'ютером.

Завдання 2. Відокремте корені даного рівняння і уточніть їх методом половинного поділу відрізка з точністю до $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-4}$.

Завдання 3. Відокремте аналітично один з коренів даного рівняння і обчисліть його з точністю до $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-5}$ комбінованим методом хорд і дотичних.

Завдання 4. Відокремте графічно один з коренів рівняння і визначте його з точністю до $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-5}$ методом простої ітерації.

Завдання 5. Знайти наближений розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} |П| x_1 - 0,2x_2 + 2x_3 = N, \\ x_2 + |I| x_2 - 0,5x_3 = |П|, \\ -2x_1 + 3x_2 - |Пб| x_3 = |I| \end{cases}$$

з точністю до $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-3}$ методами:

а) Гаусса;

б) Халецького;

в) простої ітерації. Результати порівняти між собою.

Тут замість $|П|$, $|I|$, $|Пб|$ необхідно підставити число літер відповідно прізвища, імені та по-батькові студента в називному відмінку, а N - порядковий номер студента в журналі відвідування.

Завдання 6. За заданою таблицею методом найменших квадратів знайти многочлен другого ступеня $P_2(x)$, який є якнайкращим наближенням до відповідної табличної функції.

Завдання 7. Обчислити даний інтеграл:

1) за формулою трапецій при $n = 6$ і $n = 10$, оцінити похибку наближення;

2) за формулою Сімпсона з точністю до $\varepsilon = 0,5 \cdot 10^{-3}$.

Порівняйте отримані різними способами результати за їх точністю.

6. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються наступні методи навчання:

- М1. Лекція (проблемна, інтерактивна);
- М3. Проблемне навчання – створення проблемної ситуації для зацікавленого і активного сприйняття матеріалу;
- М4. Проектне навчання (індивідуальне, малі групи, групове);
- М5. Он-лайн навчання;
- М7. Практичне навчання – практична робота для використання набутих знань до розв’язування практичних завдань;
- М8. Дослідницький метод;
 - МК1. Тестування;
 - МК2. Контрольне завдання;
 - МК3. Розрахункова робота;
 - МК4. Методи усного контролю;
 - МК5. Екзамен.

7. Форми контролю

Для студентів денної форми навчання: усне опитування (МК4) та експрес контроль (МК1) на практичних заняттях, захист індивідуальних розрахункових робіт (МК7), аудиторні модульні контрольні роботи (МК2).

8. Розподіл балів, які отримують студенти

Оцінювання знань студента відбувається за 100-бальною шкалою і переводиться в національні оцінки згідно з табл. 1 «Положення про екзамени та заліки у НУБіП України» (наказ про уведення в дію від 27.12.2019 р. № 1371).

Шкала оцінювання

<i>Рейтинг здобувача вищої освіти, бали</i>	<i>Оцінка національна за результатами складання екзамену/заліку</i>	
	<i>Екзамен</i>	<i>Залік</i>
90-100	відмінно	зараховано
74-89	добре	
60-73	задовільно	
0-59	незадовільно	не зараховано

Для визначення рейтингу студента із засвоєння дисципліни $R_{\text{дис}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації $R_{\text{ат}}$ (до 30 балів) додається до рейтингу студента з навчальної роботи $R_{\text{нр}}$ (до 70 балів): $R_{\text{дис}} = R_{\text{нр}} + R_{\text{ат}}$

Під час контролю враховуючи наступні види робіт:

- активність роботи студента на практичному занятті оцінюється по 1 балу (за 15 практичних занять - 15 балів);
- робота студента на лекційних заняттях оцінюється до 5 балів за 15 лекцій;
- захист індивідуальної домашньої роботи студента оцінюється до 30 балів;
- аудиторні модульні контрольні роботи – до 50 балів.

9. Методичне забезпечення

1. Нещадим О.М., Панкратьев В.О. Чисельні методи: Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів ОС "Бакалавр" спеціальності 122 "Комп'ютерні науки" денної форми навчання. – К.: ЦП "КОМПРИНТ", 2019. – 96 с.
2. Панкратьев В.О., Шукайло Є.М. Чисельні методи в інформатиці: Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів напряму підготовки "Комп'ютерні науки" денної форми навчання. – К.: ВЦ НУБіП, 2011. – 76 с.

10. Рекомендована література

Основна:

1. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664 с.
2. Копченова Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н.В. Копченова, И.А. Марон. – М.: Наука, 1972. – 368 с.
3. Суліма І.М. Чисельні методи із застосуванням MATLAB / І.М. Суліма, В.Ф. Мейш. – К.: Вид-во НАУ, 2003. – 320 с.
4. Фельдман Л. П. Чисельні методи в інформатиці / Л. П. Фельдман, А. І. Петренко, О. А. Дмитрієва. – К. : Видавнича група ВНУ. – 2006, – 480 с.

Допоміжна:

1. Коллатц Л. Задачи по прикладной математике /Л. Коллатц, Ю. Альбрехт. – М.: Мир, 1978. – 168 с.
2. Лященко М.Я. Чисельні методи / М.Я. Лященко, М.С. Головань. – К.: Либідь, 1996.– 288 с.
3. Мэтьюз Д. Г. Численные методы. Использование MATLAB / Д. Г. Мэтьюз, К. Д. Финк.– М.: ИД “Вильямс”, 2001. – 720 с.
4. Хемминг Р.В. Численные методы / Р.В. Хемминг. – М.: Наука, 1968. – 400 с.
5. Исаков В.Б. Элементы численных методов / В.Б. Исаков. – М.: Академия, 2003. – 192 с.
6. Самарський А. А. Численные методы / А. А. Самарський, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

11. Інформаційні ресурси

1. Електронний посібник з числових методів: режим доступу:
[mif.pu.if.ua>attachments/article/24-02-11/Chys ...](http://mif.pu.if.ua/attachments/article/24-02-11/Chys...)