Завдання з дисципліни «Прикладна математика»
для студентів спеціальності «Галузеве машинобудування», ІІкурс+І курс (скорочений термін навчання), групи 1801, 1802,1903.

Завдання №1 В партії N деталей, серед яких n стандартних. Навмання беруть m деталей. Знайти ймовірність того, що серед відібраних деталей:

а) всі стандартні;

б) рівно k стандартних $(k < m)$.

№ варіанту	N	n	m	k
1	300	275	280	265
2	400	350	345	320
3	625	560	450	420
4	150	112	108	96
5	225	200	85	80
6	100	80	72	64
7	400	350	244	220
8	660	622	270	250
9	225	200	160	150
10	260	235	210	190
11	900	850	790	770
12	440	350	285	260
13	300	225	215	190
14	600	560	390	375
15	370	320	250	235
16	800	780	720	712
17	380	350	330	325
18	210	190	160	150
19	184	152	147	140
20	524	485	392	380
21	215	192	200	190
22	190	164	170	160
23	420	380	300	285
24	520	494	490	480
25	500	482	470	465
26	325	300	290	282
27	150	124	140	130
28	450	412	240	225
29	340	314	275	265
30	480	436	380	365

Варіант завдання відповідає номеру за списком студентської групи.

Методичні вказівки до завдання №1

При вивченні цієї теми слід опрацювати базові поняття, що стосуються класифікації випадкових подій (несумісні, попарно-несумісні події, єдиноможливі події, рівноможливі події, повна група подій), класичне означення ймовірності та схему формалізації текстової задачі на безпосереднє обчислення ймовірності. Для розв'язання більш складних задач необхідно засвоїти основні формули комбінаторики та їх відмінності. Зверніть увагу на властивість стійкості та різноманітність постановок задач, що охоплюються геометричним означенням ймовірності.

Запитання для самоперевірки

1. Що називають випадковою, елементарною подією? Навести приклади.
2. Які події називаються достовірними і неможливими? Які події називають несумісними, єдино можливими, рівно можливими? Навести приклади.
3. Яка множина подій називається повною групою подій? Простором елементарних подій? Навести приклади.
4. Які події називаються протилежними? Навести приклади.
5. У чому полягає класичне означення ймовірності і коли воно застосовується?
6. Які основні властивості ймовірності?
7. Дати означення таких комбінацій: переставлення, сполучення, розміщення. Навести необхідні формули. Як розрізняти сполучення і розміщення?
8. Сформулювати основні правила комбінаторики − правило добутку і суми.
9. Як означається відносна частота події? У чому полягає її зв'язок із класичним означенням ймовірності? Сформулювати властивість стійкості.
10. Як означається геометрична ймовірність? Сформулювати постановку задачі та навести необхідні формули.

Розв'язання типових прикладів.

Приклад 1.1. Монету підкидають двічі. Описати такі події:

а) подія A – принаймні один раз з'явиться герб;

б) подія B – герб з'явиться тільки один раз;

в) подія C – герб не з'явиться жодного разу.

Розв'язання. а) Позначимо появу герба символом Г, а появу цифри − символом Ц. Тут можливі такі випадки (елементарні події):

ω_1 − (ГГ) − першого і другого разу випадає герб,

ω_2 − (ГЦ) − першого разу випадає герб, другого − цифра,

ω_3 − (ЦГ) − першого разу випадає цифра, другого − герб,

ω_4 − (ЦЦ) − першого і другого разу випадає цифра.
Простір елементарних подій є множиною, що складається з чотирьох пар:

$$\Omega = \{(ГГ),(ГЦ),(ЦГ),(ЦЦ)\}.$$

Подія A «принаймні один раз з'явиться герб» означає, що герб з'явиться або один, або два рази. Отже, $A = \{ГЦ, ЦГ, ГГ\}$.

б) Подія B відбувається, якщо першого разу випадає герб, другого − цифра і навпаки (елементарні події ω_2, ω_3). Тому $B = \{ГЦ, ЦГ\}$.

в) події C «герб не з'явиться жодного разу» відповідає одна елементарна подія ω_4. Таким чином, $C = \{ЦЦ\}$.

Приклад 1.2. За умовою прикладу 1.1 знайти ймовірності подій A, B, C.

Розв'язання. Є чотири можливі елементарні результати, що утворюють повну групу: ω_1, ω_2, ω_3, ω_4. Події A сприяють три елементарні результати:

ω_1, ω_2, ω_3, Тому, $n = 4$, $m = 3$, $P(A) = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

Події B сприяють два елементарні результати ω_2, ω_3, а події C − один: ω_4. Тому, $P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$, $P(C) = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Приклад 1.3. Скількома способами можна впорядкувати множину $\{1,2,...,2n\}$ так, щоб кожне парне число мало парний номер?

Розв'язання. Парні числа можна розставити на місцях з парними номерами (таких місць n) $n!$ способами; кожному способу розташування парних чисел на місцях з парними номерами відповідає $n!$ способів розташування непарних чисел на місцях з непарними номерами. Тому загальне число переставлень вказаного типу за правилом добутку дорівнює

$$n! \cdot n! = [n!]^2.$$

Приклад 1.4. Скількома способами можна розсадити 4 студентів на 25 місцях?

Розв'язання. Шукане число способів дорівнює числу розміщень з 25 елементів по 4, тобто

$$A_{25}^4 = P_4 \cdot C_{25}^4 = 4!\frac{25!}{4!\ 21!} = 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 = 303600.$$

Приклад 1.5. В цеху працюють 6 чоловіків і 4 жінки. За табельними номерами навмання відбирають 7 осіб. Знайти ймовірність того, що серед відібраних осіб буде 3 жінки.

Розв'язання. Введемо позначення: подія A − «серед 7-ми відібраних осіб буде 3 жінки».

$P(A)$ знайдемо за формулою (1.1).

Загальне число елементарних подій експерименту дорівнює числу способів, якими можна вибрати 7 осіб із загальної кількості 10 осіб:

$$n = C_{10}^{7} = \frac{10!}{7!\,3!} = 8 \cdot 3 \cdot 5 = 120\,.$$

Обчислимо тепер число m елементарних результатів, що сприяють події A. Серед 7-ми випадково відібраних осіб мають бути тільки 3 жінки, а значить решта (4 особи) − чоловіки. 3 жінки із загальної кількості 4 можна вибрати за табельними номерами C_4^3 способами, а 4 чоловіка − C_6^4 способами. Тому за правилом добутку

$$m = C_4^3 \cdot C_6^4 = \frac{4!}{3!\,1!} \cdot \frac{6!}{2!\,4!} = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60\,,$$

Таким чином, $P(A) = \frac{60}{120} = 0{,}5$.

Приклад 1.6. При перевірці сортаменту виробів відносна частота виробів I сорту виявилась рівною 0,75. Знайти число виробів I сорту, якщо всього було перевірено 400 виробів.

Розв’язання. Тут $W(A) = 0{,}75$, а загальне число фактично проведених дослідів $n = 400$. Шукане число m знайдемо, виходячи з формули (1.6):

$$m = 0{,}75 \cdot 400 = 300\,.$$

Приклад 1.7. У лінійному рівнянні $\alpha x = \beta$ коефіцієнт α вибирають навмання із замкненого проміжку $[0;8]$, а вільний коефіцієнт β − з проміжку $[0;10]$. Знайти ймовірність того, що корінь даного рівняння не менший одиниці.

Розв’язання. За умовою корінь рівняння має задовольняти нерівності $x = \frac{\beta}{\alpha} \geq 1$ або $\beta \geq \alpha$ (рис.1.1).

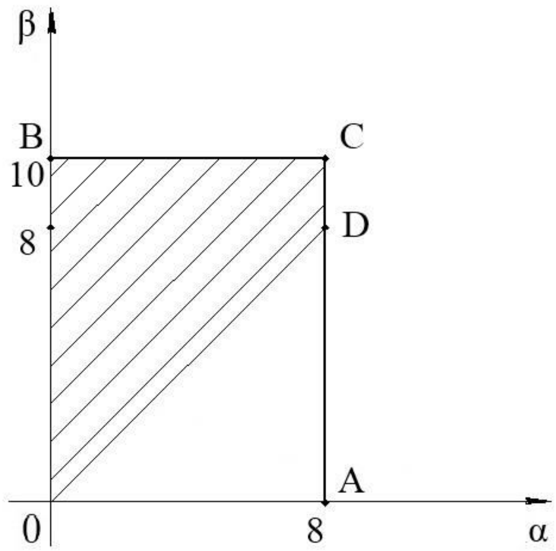

Рис.1.1.

Шукану ймовірність знаходимо за формулою

$$P = \frac{S_{OBCD}}{S_{OBCA}},$$

де $S_{OBCD} = 2 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 48$, $S_{OBCA} = 8 \cdot 10 = 80$.

Отже, $P = \frac{48}{80} = 0{,}6$.

Теоретичний матеріал до завдання №1:

1. Сулима І.М., Яковенко В.М. Вища математика. Теорія ймовірностей. Математична статистика. Навчальний посібник. К.: Вид. Центр НАУ, 2004. – 238 с.
2. Панталієнко Л.А. Методичні вказівки до виконання тестових завдань з дисципліни «Вища математика« за модулем «Теорія ймовірностей, математична статистика та основи кореляційного аналізу». – Видавничий центр НУБіП, 2011. – 71 с.
3. Панталієнко Л.А., Шостак С.В. Методичні вказівки для розв'язання типових задач з дисципліни „Прикладна математика" для студентів інженерних факультетів. К.: Вид. центр НАУ, 2007. – 54 с.
4. Конспект лекцій.

Викладач: доц. Панталієнко Л.А.

Термін виконання: до 19 березня 2020р.

Прошу надсилати виконані завдання за адресою: wnyrk15@gmail.com