Самостійна робота 1

Тема: Техніка диференціювання функцій.

Мета: Вміти знаходити похідну функції користуючись правилами диференціювання та таблицею похідних.

Ходак Максим
КН-190025
1курс

Самостійна робота 1.3
20 варіант

Знайти похідні функції:

а) $y = \sin^2 3x \cdot \cos^3 2x$

$y' = (\sin^2 3x)' \cos^3 2x + \sin^2 3x \cdot (\cos^3 2x)' =$

$= (2\sin 3x \cdot \cos 3x \cdot 3) \cdot (\cos^3 2x) + \sin^2 3x (3\cos 2x \cdot (-\sin 2x \cdot 2)) =$

$= (6\sin 3x \cos 3x)(\cos^3 2x) - (\sin^2 3x)(6\cos 2x \cdot \sin 2x) =$

$= 2 \cdot (3\cos^2 2x)(\sin 3x) \times ((\cos 3x)(\cos 2x) - (\sin 3x)(\sin 2x)) =$

$= 2 \cdot 3\cos^2 2x \sin 3x \cos 5x = 6\cos^2 2x \sin 3x \cos 5x.$

б) $y = \ln \sqrt[3]{\frac{10}{e^{3x} - e^{-3x}}} = \ln \left(\frac{10}{e^{3x} - e^{-3x}}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \ln \frac{10}{e^{3x} - e^{-3x}}.$

$y' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\frac{10}{e^{3x} - e^{-3x}}} \cdot \left(\frac{-10\, e^{3x} \cdot 3 - e^{-3x} \cdot (-3)}{(e^{3x} - e^{-3x})^2}\right) =$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{10} \cdot \left(\frac{-10(3e^{3x} + 3e^{-3x})}{(e^{3x} - e^{-3x})^2}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{10} \cdot \frac{-30e^{3x} + 30e^{-3x}}{(e^{3x} - e^{-3x})^2}$

$= \frac{e^{3x} + e^{-3x}}{e^{3x} - e^{-3x}} = -\frac{e^{3x} + \frac{1}{e^{3x}}}{e^{3x} - e^{-3x}} = -\frac{\frac{e^{6x}+1}{e^{3x}}}{\frac{e^{6x}-1}{e^{3x}}} = -\frac{e^{6x}+1}{e^{6x}-1}$

в) $y = \arccos\left(\sin\frac{x}{2}\right)$

$$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\frac{x}{2}}} \cdot \frac{\cos\frac{x}{2}}{2} = \frac{-\cos\frac{x}{2}}{2\sqrt{1-\sin^2\frac{x}{2}}}$$

$$= -\frac{\cos\frac{x}{2}}{2\sqrt{\cos^2\frac{x}{2}}} = -\frac{\cos\frac{x}{2}}{2\left|\cos\frac{x}{2}\right|}$$

г) $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\frac{\partial F(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial F(x,y)}{\partial y}}$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial x} = e^{xy} \cdot y - 2x$$

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = e^{xy} \cdot x + 2y$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\cancel{e^{xy} \cdot x + 2y}}{} = \frac{e^{xy} \cdot y - 2x}{e^{xy} \cdot x + 2y}$$

д) $y = (x^3+5)^{\sin x} = \left(e^{\ln(x^3+5)}\right)^{\sin x} = e^{\ln(x^3+5)\sin x}$

$$y' = e^{\ln(x^3+5)\sin x}\left(\frac{1}{x^3+5} \cdot 3x^2 \sin x + \ln(x^3+5)(\cos x)\right) =$$

$$= \frac{(x^3+5)^{\sin x} \cdot (3x^2 \cdot \sin x + (x^3+5) \cdot \ln(x^3+5)(\cos x))}{x^3+5}$$