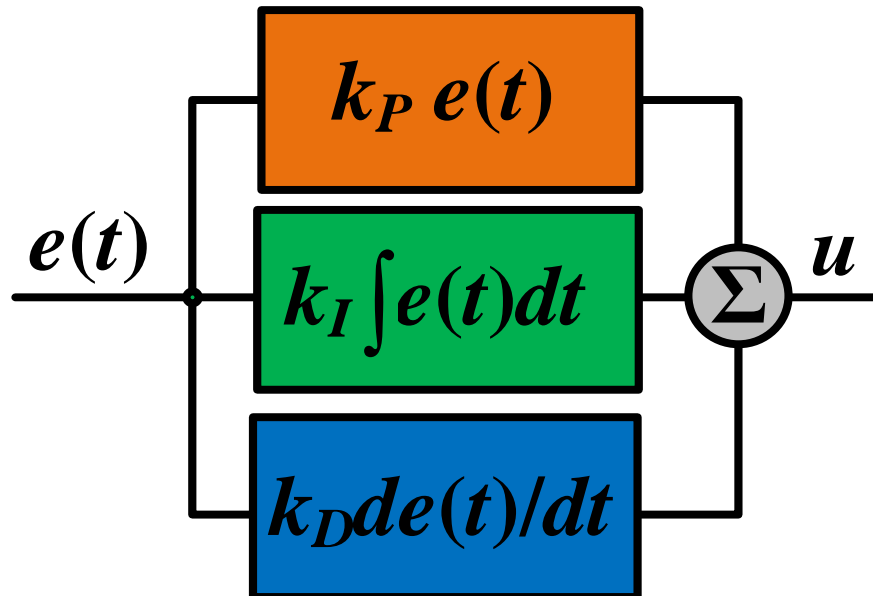


НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ



РОЗРОБЛЕННЯ ВИСОКОЕФЕКТИВНИХ  
АВТОМАТИЧНИХ РЕГУЛЯТОРІВ

Науково-методичні рекомендації для підприємств  
України з проектування та експлуатації пристроїв  
автоматичного регулювання

Київ – 2021

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

**РОЗРОБЛЕННЯ ВИСОКОЕФЕКТИВНИХ  
АВТОМАТИЧНИХ РЕГУЛЯТОРІВ**

**Науково-методичні рекомендації для підприємств  
України з проектування та експлуатації пристроїв  
автоматичного регулювання**

**Київ – 2021**

УДК 681.5

Рекомендації розроблено на основі результатів виконання науково-дослідної роботи молодих вчених „Розроблення високоефективних автоматичних регуляторів” (номер державної реєстрації 0119U100758) і схвалено на засіданні наукової ради факультету конструювання та дизайну Національного університету біоресурсів і природокористування України, протокол №1 від 25 жовтня 2021 р.

**Автори розробки:**

Ромасевич Ю.О., д.т.н., проф.;

Ловейкін В.С., д.т.н., проф.;

Ляшко А.П., к.т.н.;

Шевчук О.Г., к.т.н.;

Макарець В.В., аспір.

**Рецензенти:**

Головач І.В., д.т.н., проф.;

Почка К.І., д.т.н., проф.;

Кузьмінець М.П., д.т.н., проф.

Ромасевич Ю.О. Розроблення високоефективних автоматичних регуляторів. Київ.: ЦП „КОМПРІНТ”, 2021. – 72 с.

**ISBN**

Наведено вказівки щодо процедури синтезу високоефективних автоматичних регуляторів для широкого класу об’єктів регулювання.

Для отримання рекомендацій та за додатковою інформацією звертатися на кафедру конструювання машин і обладнання НУБіП України  
03041, м. Київ, вул. Героїв Оборони, 12 в  
тел. (044) 527-87-34  
romasevichyuriy@ukr.net

© Ромасевич Ю.О., Ловейкін В.С.,  
Ляшко А.П., Шевчук О.Г.,  
Макарець В.В., 2021  
© НУБіП України, 2021

## 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Науково-методичні рекомендації регламентують нові підходи до синтезу та налаштування автоматичних регуляторів для різноманітних технологічних процесів у промисловості, сільському господарстві, транспорті та інших сферах економіки, у тому числі нелінійних об'єктів регулювання. Загальною рисою такого підходу є отримання оптимальних за певним показником (або групою показників) автоматичних регуляторів при врахуванні різноманітних обмежень, нелінійностей та інших факторів, які ускладнюють синтез чи налаштування автоматичних регуляторів.

Науково-методичні рекомендації розроблено на основі теоретичних та експериментальних досліджень лінійних та нелінійних автоматичних регуляторів, які базуються на загальній концепції синтезу оптимальних систем керування. Остання, в свою чергу, ґрунтується на застосуванні апарату метаевристичних технологій, зокрема, для відшукування розв'язків екстремальних задач.

Такий підхід передбачає пошук глобального мінімуму критерію на множині параметрів регулятора (для ПД-регулятора – лише три коефіцієнти, для нейрорегулятора – десятки або сотні). Однак, у відомих наукових працях недостатньо обґрунтовано підходи щодо оптимізації регуляторів із врахуванням різноманітних обмежень, врахування нелінійностей об'єктів регулювання (квадрокоптери, гіроборди, моноколеса, сигвеї), часових затримок тощо. Це не дозволяє у повному обсязі реалізувати наявні резерви стосовно підвищення ефективності автоматичних регуляторів.

Одна із найбільш потужніших тенденцій у сфері розробки автоматичних регуляторів полягає у використанні математичного апарату штучних нейронних мереж. Однак, зведення вихідної задачі синтезу оптимального регулятора до задачі навчання штучної нейронної мережі може бути пов'язано з проблемами „застрягання” оптимізаційних алгоритмів у локальних мінімумах цільової функції.

Для усунення цих та інших перешкод авторами було розроблено декілька модифікацій методу рою часточок, які широко використані для розв'язання оптимізаційних задач. Отримані результати дали змогу виконати синтез оптимальних нейрорегуляторів для різноманітних об'єктів регулювання, що представлено у науково-методичних рекомендаціях.

Крім того, у науково-методичних рекомендаціях наведено метод синтезу оптимальних двопозиційних автоматичних регуляторів із мінімальною кількістю перемикачів. Отриманий результат дозволяє подовжити ресурс виконавчих пристроїв систем автоматичного регулювання.

Одним із важливих результатів, які знайшли відображення у науково-методичних рекомендаціях, є оптимальні регулятори руху для вантажопідйомних кранів прольотного типу. Вони дають змогу проводити експлуатацію кранів із максимальною продуктивністю та мінімізувати втрати енергії при переміщенні вантажів (навіть при наявності вітрових поривів).

Крім того, у науково-методичних рекомендаціях описано програмний продукт, який розроблений авторами і який дає змогу на основі оптимізаційних підходів виконати налаштування ПІ-регуляторів для об'єктів регулювання до третього порядку включно.

## **2. ГАЛУЗЬ ЗАСТОСУВАННЯ**

Науково-дослідні рекомендації можуть бути використані у виробничих і науково-дослідних установах та підприємствах, які спеціалізуються на розробці, налаштуванні і експлуатації засобів автоматизації у галузі сільськогосподарського виробництва, машинобудування, транспорту, будівельної галузі, житлово-комунального господарства тощо.

## **3. ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО АВТОМАТИЧНИХ РЕГУЛЯТОРІВ**

Для того, щоб виконати постановку задачі синтезу оптимального автоматичного регулятора необхідно вказати загальні вимоги до його роботи. Ці вимоги вкажемо у ранжованій формі, тобто у порядку спадання їх важливості:

- 1) вимога стійкості регулювання (автоматичний регулятор повинен забезпечувати стійкість замкненої системи регулювання);
- 2) вимога забезпечення обмежень на регулювання (обмеження можуть бути представлені складними функціями фазових координат об'єкта регулювання, функцією регулювання та їх вищими похідними за часом);
- 3) вимога забезпечення мінімізації одного чи декількох показників якості регулювання (такі показники будемо у подальшому називати критеріями оптимізації. У даних рекомендаціях будуть представлені інтегральні та термінальні критерії, тобто критерії у часовій області).

Переходячи до математичного запису можемо отримати наступну форму задачі синтезу (налаштування) автоматичного регулятора [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} Cr_{\kappa} \rightarrow \min, \kappa \in \overline{(1, K)}; \\ f_{\lambda} \left( \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \frac{d^i u}{dt^i}, A_j, B_i \right) \leq F_{\lambda}, \lambda = \overline{(1, L)}; \\ u = U \left( \frac{d^j x(t)}{dt^j}, P \right); \\ \lim_{t \rightarrow \infty} x = r, \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d^j x(t)}{dt^j} = 0; \\ \sum_{j=0}^m A_j \frac{d^j x(t)}{dt^j} = \sum_{i=0}^n B_i \frac{d^i u}{dt^i}, \end{array} \right. \quad (3.1)$$

де  $Cr_{\kappa}$  –  $\kappa$ -й критерій мінімізації (не втрачаючи загальності у постановці задачі приймаємо, що всі критерії відображають різні небажані характеристики об'єкта регулювання;  $K$  – загальна кількість критеріїв оптимізації;  $x$  – регульована змінна;  $u$  – регулювання;  $U$  – у загальному випадку нелінійна функція своїх аргументів;  $f_{\lambda}$  –  $\lambda$ -а функція, яка в загальному випадку залежить від регульованої змінної  $x$  та її вищих похідних із часом, регулювання  $u$  та його вищих похідних з часом, а також коефіцієнтів  $A_j$  та  $B_i$  об'єкта регулювання;  $F_{\lambda}$  – граничне значення  $\lambda$ -ї функції;  $L$  – загальна кількість обмежень у оптимізаційній задачі;  $r$  – уставка;  $P$  – множина параметрів автоматичного регулятора;  $t$  – час;  $m$  – порядок об'єкта регулювання;  $n$  – порядок чисельника передаточної функції об'єкта регулювання. Розв'язок задачі (3.1) представляється такими значеннями параметрів автоматичного регулятора із множини  $P$ , які задовольняють всі її умови. Зауважимо, що в сенсі обчислювальної складності задача (3.1) є непростю особливо для значних  $m$  і  $n$ . Саме тому ефективність алгоритму оптимізації має вирішальне значення. Застосування оптимізаційного методу вимагає перевірки на кожній ітерації нерівностей (3.1). Це ускладнює роботу метода оптимізації та збільшує обчислювальну складність задачі. Тому існує необхідність звести початкову задачу (3.1) до задачі із одним (узагальненим) критерієм без обмежень.

## 4. ТЕОРЕТИЧНІ ПЕРЕДУМОВИ РОЗРОБЛЕННЯ НАУКОВО-МЕТОДИЧНИХ РЕКОМЕНДАЦІЙ

### 4.1. Розробка узагальненого критерію оптимізації

Найважливіша вимога до налаштування регулятора – це стійкість, яка математично представлена четвертим рядком системи (3.1). Вирази, які описують вимогу стійкості, можуть бути замінені одним термінальним

критерієм – нормою похибки та її вищими похідними з часом. Однак, у практиці синтезу автоматичних регуляторів прийнято вважати, що об'єкт регулювання є стійким, якщо змінна  $x$  досягла діапазону  $(0,9 \dots 1,05)r$ , а вищі похідні змінної  $x$  із часом незначні. Таким чином, ми можемо замінити вимогу стійкості наступним термінальним критерієм:

$$Ter = \begin{cases} 0, \text{ якщо } 0,95r \leq x(T_S) \leq 1,05r \wedge \frac{d^j x(T_S)}{dt^j} < sv_j; \\ \delta_T \sqrt{(x(T_S) - r)^2 + \sum_{j=1}^m \left( \frac{d^j x(T_S)}{dt^j} \right)^2}, \text{ якщо} \\ 0,95r > x(T_S) \vee x(T_S) > 1,05r \vee \frac{d^j x(T_S)}{dt^j} > sv_j, \end{cases} \quad (4.1)$$

де  $T_S$  – момент часу, коли умови стійкості дотримуються;  $sv_j$  – невелике допустиме значення  $j$ -ї похідної  $x$  з часом;  $\delta_T$  – термінальний коефіцієнт, який відображає важливість досягнення умови стійкості. Абсолютний мінімум критерію (4.1) дорівнює нулю. Коли він досягається, то вимоги стійкості виконуються. Проблема зведення множини критеріїв  $Cr_k$  до комплексного критерію може бути вирішена із використанням наступної формули:

$$CC = \sum_{k=1}^K w_k g_k Cr_k \rightarrow \min, \quad (4.2)$$

де  $w_k$  –  $k$ -й ваговий коефіцієнт, що відображає важливість критерію  $Cr_k$ ;  $g_k$  – коефіцієнт  $k$ -го критерію, що зводить добуток  $Cr_k g_k$  до безрозмірного виду. Така форма комплексного критерію дозволяє на компромісній основі виконати зведення оптимізаційних критеріїв, що мають різну важливість, до одного критерію. Останній представляється у вигляді лінійної згортки.

Сукупність нерівностей (другий рядок системи (3.1)) може бути замінена наступним критерієм:

$$Cr_{ineq} = \begin{cases} 0, \text{ якщо } F_\lambda - f_\lambda \left( \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \frac{d^i u}{dt^i}, A_j, B_i \right) \geq 0; \\ \delta_p \sum_{y=1}^Y (F_y - f_y \left( \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \frac{d^i u}{dt^i}, A_j, B_i \right)), \text{ якщо} \\ F_1 - f_1 \left( \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \frac{d^i u}{dt^i}, A_j, B_i \right) < 0 \vee F_2 - f_2 \left( \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \frac{d^i u}{dt^i}, A_j, B_i \right) < 0 \dots \\ \dots \vee F_L - f_L \left( \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \frac{d^i u}{dt^i}, A_j, B_i \right) < 0, \end{cases} \quad (4.3)$$

де  $y$  – індекс невиконаної нерівності у вимогах (3.1);  $Y$  – загальна кількість невиконаних нерівностей;  $\delta_p$  – штрафний коефіцієнт. Сутність критерію (4.3) полягає у тому, що при невиконанні хоча б однієї нерівності критерій буде мати значну величину. З іншого боку, якщо всі нерівності виконуються критерій  $Cr_{ineq}$  перетворюється на нуль і не впливає на подальшу мінімізацію узагальненого критерію.

Тепер ми можемо записати узагальнений критерій оптимізації. Перш ніж ми викладемо його вираз, слід зробити зауваження. Кожен із критеріїв (4.1)-(4.3) має різну значимість. Для того, щоб врахувати цей фактор, узагальнений критерій оптимізації повинен мати належні особливості топології. Вони полягають у тому, що його топологія має форму „яма в ямі” (рис. 4.1). Вираз узагальненого критерію, який відповідає такій топології, має наступну форму [1]:

$$Cr = Ter + Cr_{ineq} + CC \rightarrow \min . \quad (4.4)$$

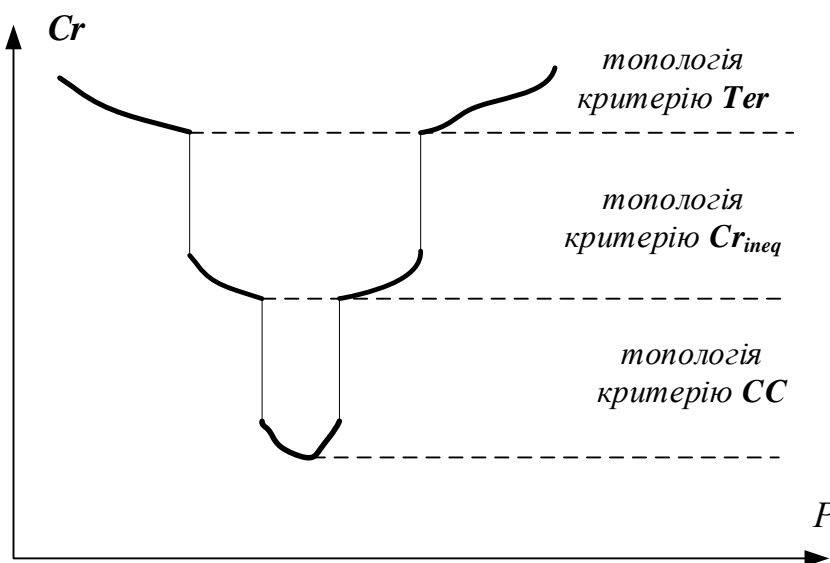


Рис. 4.1. Графік умовної залежності величини критерію (4.4) від параметрів регулятора  $P$

Верхня яма (рис. 4.1) відображає топологію критерію (4.1), середня яма відповідає критерію (4.3), і, нарешті, нижня має топологію критерію (4.2). Вкладеність описаних ям забезпечується коефіцієнтами  $\delta_T$  і  $\delta_p$ , вони повинні встановлюватися таким чином, щоб  $\delta_T \gg \delta_p > 0$ .

#### 4.2. Розробка методики параметричної оптимізації регуляторів

Для того, щоб використати критерій (4.4) у задачах оптимізації (тобто для обчислення невідомих параметрів регулятора  $P$ ) необхідно сформулювати



функцію входами якої є параметри регулятора, а виходом – значення критерію (4.4). Ця MISO-функція (Multi In – Single Out) базується на відомій математичній моделі об'єкта регулювання, що охоплений контуром зворотного зв'язку із регулятором. Таким чином, її можна представити графічно у наступному вигляді (рис. 4.2).



Рис. 4.2. Графічне представлення MISO-функції для проведення оптимізації регулятора

Математичною моделлю у даному випадку є системи диференціальних рівнянь, які описують динаміку регулювання. Зазначимо, що у теорії автоматичного регулювання для синтезу та аналізу систем поширення отримали передаточні функції. Однак, кожній передаточній функції можна поставити у відповідність систему диференціальних рівнянь і тому принципових проблем стосовно переходу від одного виду математичної моделі до іншої немає.

MISO-функція працює таким чином. При введенні на її вхід чисельних значень  $P$  відбувається чисельне інтегрування системи диференціальних рівнянь, що описують динаміку регулювання (ці операції представляють тіло MISO-функції). Інтегрування рівнянь виконується для певного часового проміжку, який залежить від найбільшої постійної часу об'єкта регулювання. Його величину вибирають достатньою для того, щоб перехідний процес міг закінчитись, тобто щоб термінальний критерій (4.1) міг бути рівним нулю. Крок інтегрування може бути постійним або змінним.

Знайшовши чисельний розв'язок системи диференціальних рівнянь у тілі MISO-функції, надалі формуються окремі компоненти критерію (4.4) і їх зважена сума, тобто величина узагальненого критерію (4.4) надходить на її вихід. Таким чином, MISO-функції вертає чисельне значення критерію (4.4).

Тривалість доступу до MISO-функції залежить від порядку об'єкта регулювання, величини кроку чисельного інтегрування, методу чисельного інтегрування та тривалості часового проміжку, протягом якого виконується моделювання.

Сформувавши MISO-функцію, надалі можна використати один із методів чисельної оптимізації для того, щоб знайти оптимальні значення параметрів автоматичного регулятора.

Оскільки топологія критерію (4.4) може бути достатньо складною, особливо це стосується топології критерію (4.2) (так званої „нижньої ями”), то доцільним є використання різноманітних метаевристичних методів оптимізації. У подальших дослідженнях були використані модифіковані методи рою часточок [2, 3], які у значній мірі позбавлені недоліку передчасної збіжності (що суттєво підвищує вірогідність знаходження глобального мінімуму MISO-функції) та не потребує значних обчислювальних ресурсів для знаходження розв’язку оптимізаційних задач.

## 5. МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ПІ-РЕГУЛЯТОРА

### 5.1. Об’єкти регулювання

Для ілюстрації використання розробленої методики налаштування оптимальних значень коефіцієнтів автоматичного регулятора проведемо такі розрахунки для ПІ-регулятора. Для цього оберемо декілька класів тестових передаточних функцій, які відповідають об’єктам регулювання різних порядків (табл. 5.1), які запропоновані у роботі [4].

Таблиця 5.1 – Перелік класів тестових передаточних функцій та деякі їх характеристики

Класи передаточних функцій	Характеристики
$G_1(s)=1/(s+1)^n;$ $n=2; 3$	Ці системи є дуже поширеними. При $n=2$ за допомогою ПІ- та ПІД-регуляторів можна досягнути гарних результатів регулювання. Для великих значень $n$ об’єкт регулювання поводить себе як система із значним запізненням. Передаточні функції цього класу тривалий час використовуються для задач тестування розроблених регуляторів їх виробниками.
$G_2(s)=(1-\alpha s)/(s+1)^3;$ $\alpha=0,1$	Ці передаточні функції мають три однакові полюси і нуль, який знаходиться у правій півплощині. Якість регулювання визначається параметром $\alpha$ : вона погіршується із збільшенням цього параметра.
$G_3(s)=e^{-2s}/(5s+1)^2$	Передаточна функція, що описує об’єкт регулювання із часовою затримкою.

Роботу регуляторів будемо оцінювати у режимах відпрацювання уставки  $r=1$ .

### 5.2. Комплекс оціночних показників

Оцінку якості регулювання будемо виконувати за комплексом позиційних (термінальних) та інтегральних показників, які наведені у табл. 5.2. Крім того, у цій же таблиці вказані формули для їх розрахунків.

Таблиця 5.2 – Опис оціночних показників роботи регуляторів для різних режимів регулювання

Назва показника	Формула
Середня нормальна похибка регулювання (СНПР)	$t_p^{-1} \int_0^{t_p}  e  dt$
Модуль середнього регулювання (МСР)	$t_p^{-1} \int_0^{t_p}  u  dt$
Перерегулювання (ПР), %	$\frac{\max(x-r)}{r} \cdot 100$
Тривалість регулювання (ТР), с	$t_p = t, \text{ при}$ $ x(t) - r  \leq 0,05r$

У табл. 5.2 використано наступне позначення:  $t_p$  – тривалість регулювання.

### 5.3. Результати роботи оптимального за швидкодією ПІ-регулятора

Розрахунки виконані для всіх класів передаточних функцій (табл. 5.3). Коефіцієнти ПІ-регуляторів були розраховані за допомогою методів: Циглера-Нікольса [5], AMIGO [6], Чьена-Хронеса-Резвіка [7], Лямбда [8].

У проведених розрахунках було враховано обмеження на перерегулювання – воно повинно було бути нульовим. Критерієм оптимізації у проведених дослідженнях виступала тривалість регулювання.

Застосування методики оптимізації налаштування регуляторів дало змогу визначити коефіцієнти пропорційної та інтегральної складових регулятора. Надалі було виконано моделювання процесу регулювання при відпрацюванні завдання ( $r=1$ ) та розрахунок якісних показників регулювання: СНПР, МСР, ТР. Отримані дані занесені у табл. 5.3, де крім них записані також дані, які відповідають використанню ПІ-регуляторів, що налаштовані за допомогою інших інженерних методів. У табл. 5.3 внесені лише дані для тих методів налаштування ПІ-регулятора, які відповідають

нульовому перерегулюванню. Найкращі показники виділені жирним шрифтом.

Таблиця 5.3 – Якісні показники регулювання за допомогою налаштованих ПІ-регуляторів

Метод налаштування	Значення		СНПР	МСР	ТР, с
	$K_p$	$T_i$			
$G_1(s)$ при $n=2$					
AMIGO	0,495	2,559	0,44	0,90	5,7
Чьена-Хронеса-Резвіка	1,449	1,618	<b>0,25</b>	1,08	5,9
Лямбда	0,293	4,828	0,35	<b>0,79</b>	13,2
Оптимальний	1,204	1,462	0,50	1,24	<b>2,7</b>
$G_1(s)$ при $n=3$					
Циглера-Нікольса	1,229	3,438	<b>0,25</b>	0,98	12,3
AMIGO	0,295	5,637	0,40	0,81	13,6
Чьена-Хронеса-Резвіка	0,820	6,188	<b>0,25</b>	0,88	22,9
Лямбда	0,268	6,464	0,38	<b>0,80</b>	16,4
Оптимальний	0,609	3,182	0,53	0,98	<b>5,8</b>
$G_2(s)$ при $\alpha=0,1$					
Циглера-Нікольса	1,135	4,025	<b>0,24</b>	0,95	15,6
AMIGO	0,280	5,974	0,40	0,81	14,5
Чьена-Хронеса-Резвіка	0,757	7,245	0,25	0,86	26,8
Лямбда	0,264	6,558	0,38	<b>0,80</b>	16,5
Оптимальний	0,724	3,033	0,55	1,03	<b>5,2</b>
$G_3(s)=e^{-2s}/(5s+1)^2$					
Циглера-Нікольса	1,291	12,725	0,25	1,00	45,9
AMIGO	0,305	22,121	0,40	0,82	53,4
Чьена-Хронеса-Резвіка	0,861	22,905	<b>0,25</b>	0,89	85,0
Лямбда	0,270	26,142	0,37	<b>0,80</b>	67,1
Оптимальний	0,631	12,174	0,53	1,00	<b>22,5</b>

Крім того, побудовано графічні залежності (рис. 5.1) досягнення регульованою змінною  $x$  уставки  $r$  для різних об'єктів регулювання та різних методів налаштування ПІ-регулятора.

Графічні залежності, які показані на рис. 5.1, дають змогу встановити, що швидкодія ПІ-регулятора, що налаштований за допомогою розробленої методики, є значно кращою. Це досягається за рахунок деякого погіршення інших показників якості регулювання (табл. 5.3). Крім того, перерегулювання при роботі всіх досліджуваних регуляторів є нульовим (рис. 5.1).

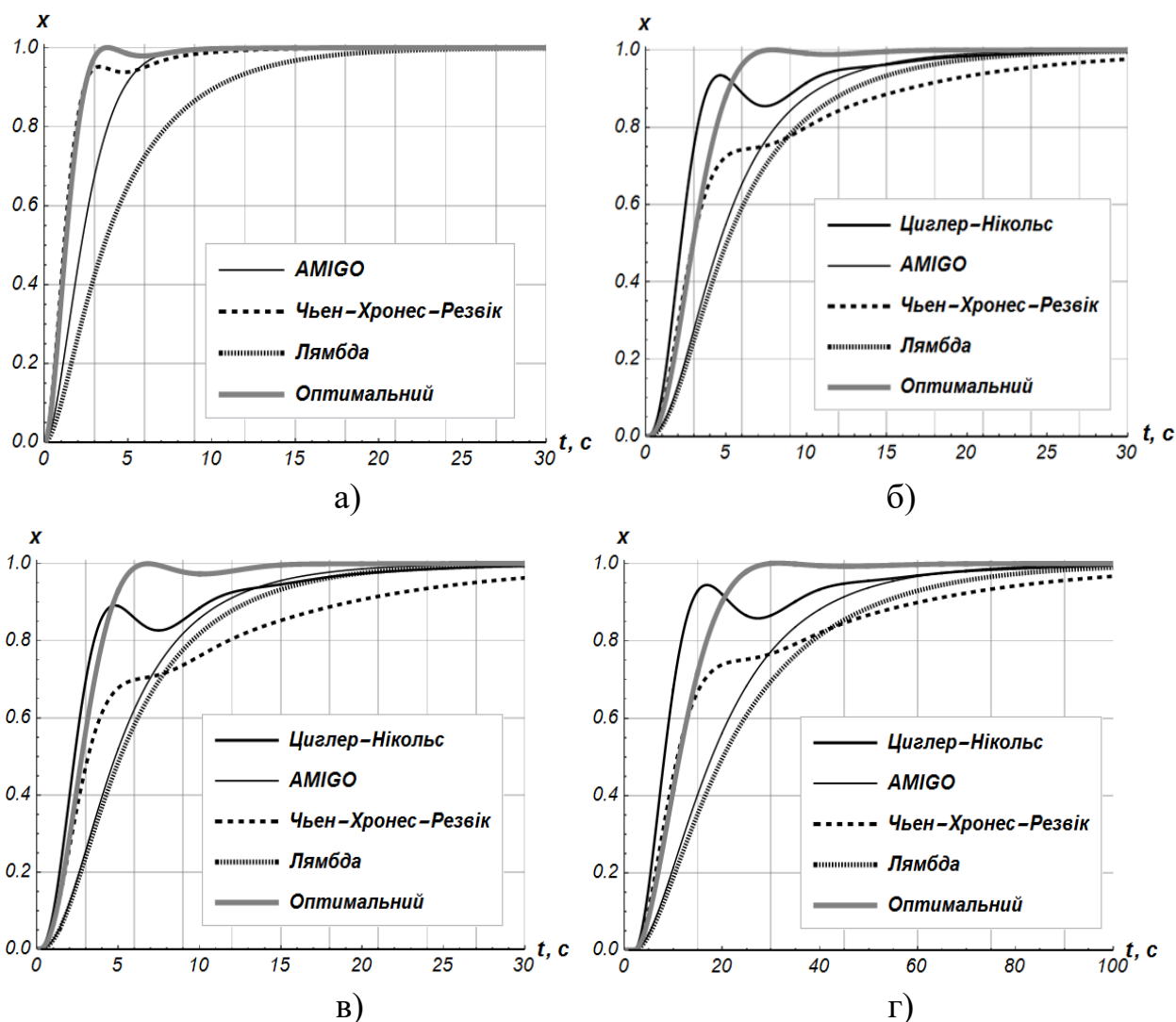


Рис. 5.1. Графічні залежності зміни регульованої змінної, що відповідає застосуванню ПІ-регулятора для об'єктів регулювання із передаточними функціями: а)  $G_1(s)$  при  $n=2$ ; б)  $G_1(s)$  при  $n=3$ ; в)  $G_2(s)$  при  $\alpha=0,1$ ; г)  $G_3(s)$

Із даних, які наведені у табл. 5.3, видно, що швидкодія оптимально налаштованого ПІ-регулятора більша у 2,11...4,88 рази – для об'єкта регулювання з передаточною функцією  $G_1(s)$  ( $n=2$ ), у 2,12...3,95 рази – для об'єкта регулювання з передаточною функцією  $G_1(s)$  ( $n=3$ ), у 2,79...5,15 рази – для об'єкта регулювання з передаточною функцією  $G_2(s)$  ( $\alpha=0,1$ ), у 2,04...3,77 рази – для об'єкта регулювання з передаточною функцією  $G_3(s)$ .

Проведений аналіз дозволяє стверджувати, що розроблений підхід є ефективним інструментом для оптимального налаштування автоматичних регуляторів (зокрема класичних ПІ-регуляторів) для випадків накладання обмежень на параметри процесу регулювання.

## 6. МЕТОДИКА СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ ДВОПОЗИЦІЙНИХ РЕГУЛЯТОРІВ

### 6.1. Розробка методики синтезу оптимальних двопозиційних регуляторів із мінімальною кількістю перемикачів

Значна частина регуляторів працює за найпростішим законом „включено-виключено”. Такі двопозиційні регулятори можуть реалізувати неперервні закони регулювання (наприклад, ПД-алгоритм). Для цього на вихід ПД-регулятора необхідно підключити широтно-імпульсний модулятор (ШІМ) [9]. У цьому випадку кількість перемикачів залежить від несучої частоти ШІМ. Однак, значна величина несучої частоти ШІМ зумовлює велику кількість перемикачів, що для багатьох виконавчих пристроїв (електродвигунів, електроклапанів) є небажаним, оскільки при цьому зменшується ресурс їх роботи. З іншої сторони, зменшення кількості перемикачів зумовить погіршення якості регулювання, що також є негативним факторами. Тому необхідно розробити метод, який би дозволив забезпечити раціональний компроміс між кількістю перемикачів та прийнятною якістю регулювання.

Для того, щоб мінімізувати кількість перемикачів функції регулювання представимо її у вигляді наступної залежності:

$$u(A, x, b) = \begin{cases} u_{\min}, & \text{якщо } f(A, x) < b; \\ u_{\max}, & \text{якщо } f(A, x) \geq b, \end{cases} \quad (6.1)$$

де  $A$  – вектор параметрів регулятора, які необхідно налаштувати;  $x$  – вектор фазових координат системи;  $b$  – величина порогу, яка визначає перемикач між величинами  $u_{\min}$  та  $u_{\max}$ ;  $u_{\min}$  та  $u_{\max}$  – відповідно мінімальне та максимальне значення функції регулювання;  $f$  – функція своїх аргументів, яка у загальному випадку може бути нелінійною.

У частинному випадку застосування ПІ-закону регулювання вираз (6.1) можна записати у наступному вигляді:

$$u = \begin{cases} u_{\min}, & \text{якщо } K_p e + T_i^{-1} \int_0^t e dt < b; \\ u_{\max}, & \text{якщо } K_p e + T_i^{-1} \int_0^t e dt \geq b, \end{cases} \quad (6.2)$$

де  $K_p$  та  $T_i$  – коефіцієнти налаштування пропорційної та інтегральної складових регулятора відповідно.

Таким чином, серед параметрів регулятора є додатковий параметр  $b$ , який необхідно налаштувати. Отже, загальна кількість параметрів

(аргументів) для налаштування двопозиційного ПІ-регулятора рівна трьом. Їх вибір повинен задовольняти умову мінімальної кількості перемикачів регулювання при забезпеченні інших умов та вимог: умови стійкості регулювання; умов, які виражаються через нерівності (наприклад, умова рівності нулю перерегулювання); вимог мінімізації комплексу оптимізаційних критеріїв.

Процес знаходження оптимального двопозиційного регулятора подібний до того, який був описаний у п. 4.1. Однак, в узагальнений оптимізаційний критерій необхідно ввести показник кількості перемикачів функції регулювання, що помножений на коефіцієнт  $\delta_S$ . У цьому випадку узагальнений критерій  $Cr$  прийме такий вигляд:

$$Cr = Ter + Cr_{ineq} + S \cdot \delta_S + CC \rightarrow \min, \quad (6.3)$$

де  $Ter$  – термінальний критерій, який відображає вимоги стійкості регулювання і який виражається через норму фазового вектора у кінці процесу регулювання;  $Cr_{ineq}$  – критерій, який враховує вимоги щодо обмежень на регулювання;  $S$  – кількість перемикачів функції регулювання;  $CC$  – комплексний критерій у задачі синтезу оптимального регулятора.

Топологію критерію (6.3) можна проілюструвати за допомогою рис. 6.1. Верхня „яма” відповідає термінальному критерію  $Ter$  (тобто, критерію мінімізації фазових координат у кінці процесу регулювання, або, іншими словами, умові стійкості регулювання); „яма”, яка знаходиться нижче, відповідає топології критерію  $Cr_{ineq}$ ; наступна „яма” має складну форму – це поєднання перевернутого усіченого конуса із твірною, кут нахилу якої пропорційний коефіцієнту  $\delta_S$  (вершина конуса відповідає мінімальній кількості перемикачів регулювання) та форми (топології) комплексного критерію оптимізації  $CC$  (рис. 6.1).

Потрібна топологія узагальненого критерію створена завдяки величинам вагових коефіцієнтів кожного із його компонентів:

$$\delta_T \gg \delta_p \gg \delta_S > 0, \quad (6.4)$$

де  $\delta_T$ ,  $\delta_p$  та  $\delta_S$  – вагові коефіцієнти термінального критерію, критерію, який відображає обмеження, та критерію кількості перемикачів відповідно.

Характерна топологія критерію  $Cr$  (рис. 6.1) створена для того, щоб забезпечити послідовне забезпечення всіх умов задачі: спочатку відшукується точка на множині стійких розв’язків задачі, надалі знаходиться точка на підмножині, на якій забезпечуються нерівності при регулюванні,

потім знаходиться точка на підмножині, на якій кількість перемикань є мінімальною, надалі знаходиться точка, яка забезпечує мінімум комплексного критерію оптимізації (положення кожної із вказаних точок описується трьома координатами: чисельними значеннями параметрів  $K_p$ ,  $T_I$  та  $b$ ).

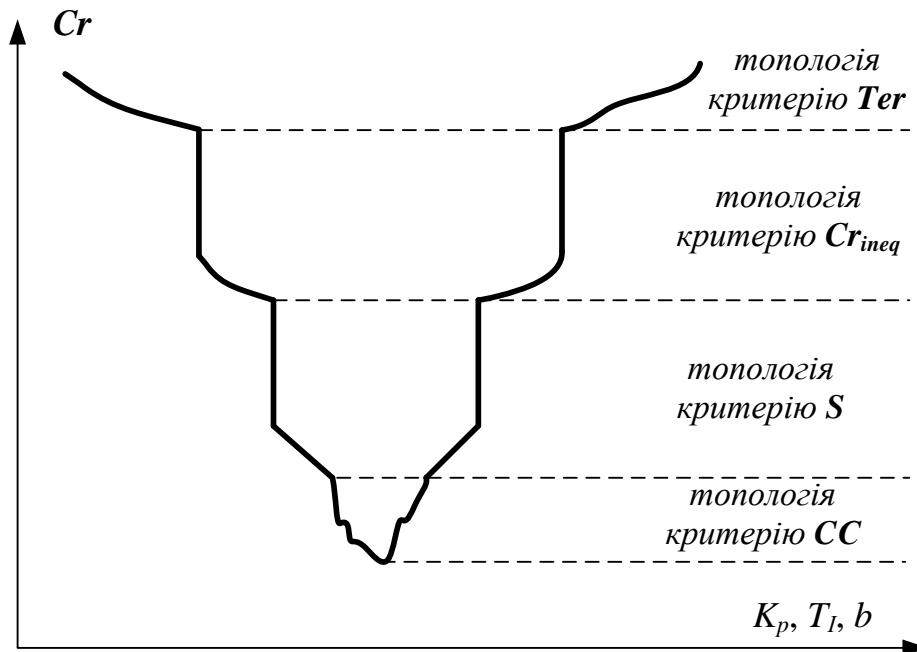


Рис. 6.1. Графік умовної залежності величини критерію (6.3) від параметрів двопозиційного ПІ-регулятора  $K_p$ ,  $T_I$  та  $b$

Таке послідовне відшукування точок на підмножинах дозволяє використовувати методи чисельної оптимізації, зокрема, популяційні методи [2, 3], оскільки визначення положення однієї точки забезпечує поширення інформації серед інших членів популяції. При цьому вся популяція намагається дістатися цієї точки і знаходить нову положення нової точки на новій підмножині. Таким чином, виконується послідовний спуск рою до „нижньої” ями та визначення чисел  $K_p$ ,  $T_I$  і  $b$ , які є розв’язком задачі.

## 6.2. Приклад використання методик

Для того, щоб оцінити ефективність розробленої методик, щодо синтезу оптимального ПІ-регулятора із мінімальною кількістю перемикань функції регулювання були проведені розрахунки для декількох об’єктів регулювання другого та третього порядків. Передаточні функції цих об’єктів регулювання наведені у табл. 6.1.

Одна із передаточних функцій має часову затримку. Перша передаточна функція описує процес регулювання температури зерносушарки, друга – теплиці, третя – котла КВГМ-100, а четверта – електроприводу



мобільного робота, який використовується у теплиці. Передаточні функції  $G_1(s)$ - $G_3(s)$  описують регулювання по каналу „потужність – температура”, а остання – регулювання по каналу „напруга живлення – кутова швидкість руху приводу робота” [10]. Передаточні функції  $G_1(s)$ - $G_3(s)$  мають досить значні постійні часу, на відміну від них передаточна функція  $G_4(s)$  описує швидкоплинні процеси, тому має малі постійні часу.

Таблиця 6.1 – Передаточні функції об’єктів регулювання та області пошуку коефіцієнтів  $K_p$  та  $T_i$

Передаточна функція	Область пошуку коефіцієнтів	
	$K_p$	$T_i$
$G_1(s) = \frac{1,83}{1,68 \cdot 10^4 s^2 + 4,60s + 1}$	$0 \dots 5 \cdot 10^0$	$0 \dots 5 \cdot 10^2$
$G_2(s) = \frac{2,60 \cdot 10^{-2}}{2,73 \cdot 10^5 s^2 + 1,35 \cdot 10^3 s + 1}$	$0 \dots 1 \cdot 10^2$	$0 \dots 1 \cdot 10^2$
$G_3(s) = \frac{4,47 \cdot 10^{-1} e^{-28,6s}}{1,83 \cdot 10^5 s^3 + 1,53 \cdot 10^4 s^2 + 9,40 \cdot 10^1 s}$	$0 \dots 5 \cdot 10^0$	$0 \dots 5 \cdot 10^7$
$G_4(s) = \frac{1}{8,20 \cdot 10^{-5} s^2 + 6,17 \cdot 10^{-3} s + 2,30 \cdot 10^{-2}}$	$0 \dots 2 \cdot 10^0$	$0 \dots 5 \cdot 10^0$

Задача налаштування ПІ-регулятора полягала у визначенні значень коефіцієнтів пропорційної  $K_p$  та інтегральної  $T_i$  складових, які б забезпечували мінімум наступного критерію:

$$CC = 0,5t_p^{-1} \int_0^{t_p} u dt + 0,3t_p^{-1} \int_0^{t_p} e dt + 0,6t_p \rightarrow \min, \quad (6.5)$$

де  $t_p$  – тривалість регулювання;  $u$  – регулювання;  $e$  – похибка,  $e=r-x(t)$ ;  $x(t)$  – регульований параметр;  $r$  – уставка (завдання). Коефіцієнти у виразі (6.5) наведені в числовій формі: вони зводять їх розміри до безрозмірної форми і відповідають важливості кожного з них.

Для тестових передаточних функцій у табл. 6.1 наведено області пошуку коефіцієнтів  $K_p$  та  $T_i$ .

Оскільки у даному прикладі розглядаються двопозиційні регулятори, то необхідно вказати значення верхньої та нижньої меж регулювання. Для всіх об’єктів регулювання нижня межа регулювання рівна нулю  $u_{\min}=0$ , а верхні такі: для  $G_1(s)$   $u_{\max}=2$ ; для  $G_2(s)$   $u_{\max}=50$ ; для  $G_3(s)$   $u_{\max}=1$ ; для  $G_4(s)$   $u_{\max}=0,05$ .

Для оптимальних регуляторів із формувачем ШІМ сигналу на виході задачу оптимального налаштування коефіцієнтів регулятора було розв’язано

без врахування модуляції сигналу, тобто у розрахунках прийнято, що регулятор є неперервним. У подальшому при моделюванні роботи регулятора та визначенні показників якості регулювання, було застосовано широтно-імпульсну модуляцію сигналу із різною несучою частотою ШІМ. Для різних об'єктів регулювання межі зміни несучої частоти ШІМ різні, що викликано різними значеннями постійних часу об'єктів регулювання.

Показниками якості регулювання обрано: середню нормальну похибку регулювання (СНПР),  $t_p^{-1} \int_0^{t_p} |e| dt$ ; модуль середнього регулювання (МСР),

$t_p^{-1} \int_0^{t_p} |u| dt$ ; перерегулювання (ПР),  $\frac{\max(x-r)}{r} \cdot 100$ ; тривалість регулювання (ТР)

$t_p=t$ , при  $|x(t)-r| \leq 0,05r$ ; кількість перемикань (КП) функції регулювання.

Чисельні показники якості регулювання різних об'єктів налаштованими ПІ-регуляторами наведено у табл. 6.2. Для об'єкта із передаточною функцією  $G_3(s)$  несуча частота ШІМ обрана із врахуванням можливості реалізації уставки: при більших або менших величинах частоти виникав вихід регульованої величини за уставку. Аналіз даних, які наведені у табл. 6.2, показує, що введення у постановку задачі критерію – кількості перемикань керування – дає змогу її зменшити. Крім того, наприклад, для об'єкта із передаточною функцією  $G_3(s)$  у результаті розв'язування задачі отримано лише одне перемикання. При цьому тривалість такого регулювання менша, ніж при неперервному регулюванні.

Для того, щоб наглядно оцінити якість регулювання наведемо графічні залежності (рис. 6.2). Графік чорного кольору відповідає зміні регульованого параметру, а сірого – функції регулювання (сигнал з виходу регулятора). Аналіз графіків, які наведена на рис. 6.2, показує, що збільшення несучої частоти ШІМ зумовлює збільшення кількості перемикань, що є цілком очевидним фактом. Разом з тим, при будь-якій частоті ШІМ виникає небажаний ефект перерегулювання, у той час як для неперервного варіанту оптимального регулятора перерегулювання майже для всіх об'єктів регулювання рівне нулю (для передаточної функції  $G_4(s)$  перерегулювання при роботі регулятора з мінімальною кількістю перемикань рівне 1,8%, хоча за час перехідного режиму руху перемикань регулювання немає).

Аналіз показників, які наведені у табл. 6.2, а також графічних залежностей, які наведені на рис. 6.2, дає змогу зробити висновок: при синтезі двопозиційних оптимальних регуляторів необхідно враховувати їх специфіку на етапі постановки задачі. У випадках, коли цього не буде зроблено кількість перемикань керування (регулювання) буде більшою, ніж

мінімальна можлива. Тобто, такий регулятор не можна розглядати як оптимальний з позицій кількості перемикань [11].

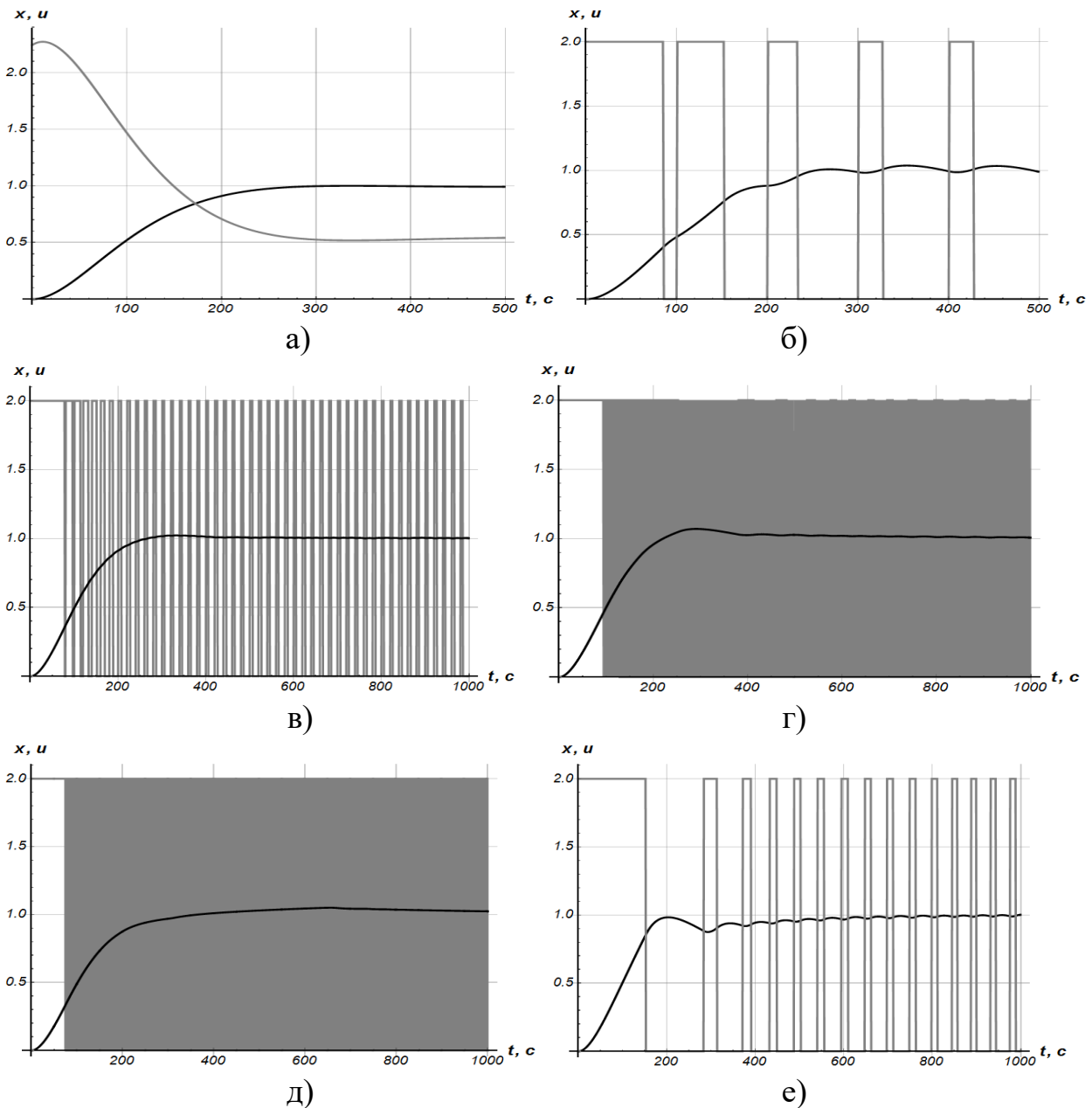


Рис. 6.2. Графіки регулювання для передаточної функції  $G_1(s)$ : а) неперервне регулювання; б) двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,01 Гц); в) двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,05 Гц); г) двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,2 Гц); д) двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 1 Гц); е) регулювання із мінімальною кількістю перемикань

Обидва регулятори: неперервний та регулятор із мінімальною кількістю перемикань мають різні коефіцієнти налаштування пропорційної та інтегральної складових. Проведені розрахунки показали, що методику мінімізації кількості перемикань можна успішно застосовувати у для налаштування двопозиційних регуляторів.

Таблиця 6.2 – Якісні показники регулювання оптимальними регуляторами: неперервним, двопозиційними (із різними несучими частотами ШІМ), двопозиційним із мінімальною кількістю перемикачів регулювання

Спосіб регулювання	Параметри			СНПР	МСР	ТР, с	ПР, %	КП
	$K_p$	$T_i$	$b$					
Об'єкт із передаточною функцією $G_1(s)$								
Неперервне регулювання	2,234	209,674	-	0,42	1,32	255	0,0	-
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,01 Гц)				0,48	1,46	232	3,8	4
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,05 Гц)				0,49	1,42	221	2,3	15
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,2 Гц)				0,32	1,15	346	7,0	101
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 1 Гц)				0,19	0,86	662	5,1	1176
Регулювання із мінімальною кількістю перемикачів	1,195	171,260	0,757	0,26	0,97	450	0,0	6
Об'єкт із передаточною функцією $G_2(s)$								
Неперервне регулювання	85,688	15,668	-	0,49	66,72	1125	0,0	-
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,002 Гц)				0,16	42,52	6944	12,5	19
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,005 Гц)				0,20	43,60	5411	12,2	34
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,01 Гц)				0,20	43,81	5321	12,2	64
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,2 Гц)				0,21	43,93	5047	12,1	1146
Регулювання із мінімальною кількістю перемикачів	572,845	33,478	30,889	0,39	46,85	2222	0,0	2
Об'єкт із передаточною функцією $G_3(s)$								
Неперервне регулювання	0,327	$4,68 \cdot 10^7$	-	0,36	0,12	1683	0,0	-
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,002 Гц)				0,33	0,18	1051	1,2	5
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,005 Гц)				0,32	0,13	1434	0,7	15
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 0,01 Гц)				0,35	0,13	1401	1,2	27
Регулювання із мінімальною кількістю перемикачів	9,282	$2,41 \cdot 10^7$	6,407	0,36	0,25	738	0,0	1
Об'єкт із передаточною функцією $G_4(s)$								
Неперервне регулювання	0,122	2,311	-	0,39	0,07	0,126	0,0	-
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 20 Гц)				0,20	0,03	0,501	9,9	15
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 50 Гц)				0,23	0,03	0,388	9,0	25
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 100 Гц)				0,25	0,03	0,397	9,0	51
Двопозиційне регулювання (частота ШІМ – 200 Гц)				0,26	0,04	0,402	9,2	99
Регулювання із мінімальною кількістю перемикачів	14,638	25,349	0,0186	0,52	0,05	0,205	1,8	0

## 7. МЕТОДИКА СИНТЕЗУ ЛІНІЙНОГО РЕГУЛЯТОРА РУХУ ВАНТАЖОПІДЙОМНОГО КРАНА

### 7.1. Постановка задачі синтезу регулятора

Значна частина вантажопідійомних кранів працюють при вітрових поривах. Останні зумовлюють виникнення маятникових коливань вантажу, які досить складно усунути. Тому актуальною є задача синтезу автоматичного регулятора руху крана із вантажем на гнучкому підвісі.

Для ілюстрації застосування методики синтезу регулятора руху системи використано двомасову динамічну модель крану з вантажем, яка зображена на рис. 7.1 [12].

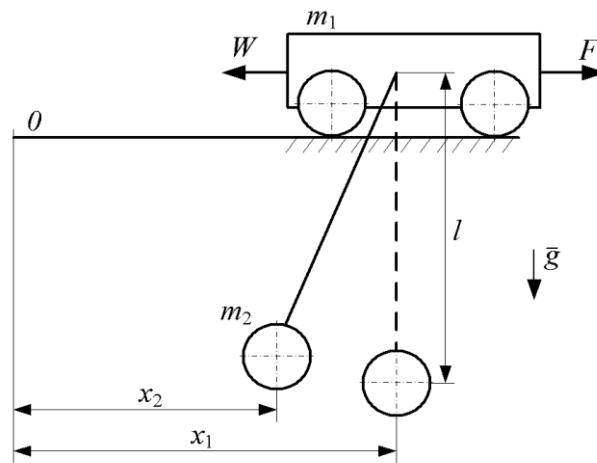


Рис. 7.1. Динамічна модель руху системи «кран-вантаж»

Динамічна модель, яка зображена на рис. 7.1, описується математичною моделлю:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = F - W; \\ x_1 = x_2 + \frac{l}{g} \ddot{x}_2, \end{cases} \quad (7.1)$$

де  $x_1$  і  $x_2$  – узагальнені координати зведених мас крана і вантажу відповідно;  $m_1$  і  $m_2$  – зведені маси крана і вантажу відповідно;  $F$  – зведене рушійне або гальмівне зусилля приводу крана;  $W$  – сила статичного опору переміщення крана ( $W=(m_1+m_2)g \cdot 0,01$ );  $l$  – довжина гнучкого підвісу вантажу;  $g$  – прискорення вільного падіння. Для того, щоб виконати постановку задачі синтезу оптимального регулятора руху крана необхідно задати крайові умови руху зведених мас системи. Вони мають вигляд:

$$\begin{cases} x_1(0) = x_2(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0; \\ x_1(T) = x_2(T) = x_T, \dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) = V, \end{cases} \quad (7.2)$$

де  $T$  – тривалість розгону системи;  $x_T$  – відстань, на яку переміститься кран у кінці розгону;  $V$  – усталена швидкість руху крана. Крайові умови (7.2) означають рух системи зі стану спокою, а термінальний (кінцевий) стан системи означає усталений рух із усуненням маятникових коливань вантажу.

Існує безліч способів (керувань) переведення системи «кран-вантаж» із початкового у кінцевий стан. Серед цієї множини необхідно обрати один, який би забезпечував мінімізацію критерію:

$$Int = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T P^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (F \cdot \dot{x}_1)^2 dt} \rightarrow \min, \quad (7.3)$$

де  $P$  – потужність, яку споживає двигуна механізму переміщення крана. Критерій (7.3) відображає витрати енергії під час розгону крана. Бажано, щоб витрати енергії були мінімальними – це дозволить підвищити енергоефективність його роботи. У даній методиці використаємо обмеження на величину рушійного зусилля та швидкість його зміни в часі, а також на реверс крана. Перше обмеження пов'язане із перевантажувальною здатністю приводу механізму переміщення крана, а друге – із обмеженням на швидкість наростання струму в частотному перетворювачі, який виступає джерелом живлення електроприводу крана. Обмеження пов'язане із перевантажувальною здатністю приводу механізму переміщення крана представляється в наступному вигляді:

$$F_{\min} \leq F \leq F_{\max}, \quad (7.4)$$

де  $F_{\min}$  та  $F_{\max}$  – мінімально та максимально можливі значення рушійного зусилля приводу механізму переміщення крану. Також накладається обмеження на швидкість зміни рушійного зусилля:

$$\dot{F}_{\min} \leq \dot{F} \leq \dot{F}_{\max}, \quad (7.5)$$

де  $\dot{F}_{\min}$  та  $\dot{F}_{\max}$  – мінімально і максимально можливі швидкості наростання рушійного зусилля. Окрім обмежень на величину та швидкість наростання (спадання) рушійного зусилля слід врахувати ще обмеження на реверс крана та неперевищення його номінальної швидкості:

$$0 \leq \dot{x}_1 \leq V, \quad t \in [0, T]. \quad (7.6)$$

Кінематичні обмеження (7.6) досягаються за рахунок регулювання рушійного зусилля. Як тільки швидкість крана виходить на обмеження,

наприклад  $\dot{x}_1=V$ , подальше збільшення рушійного зусилля, яке може викликати пришвидшення крана, припиняється. Аналогічна ситуація відбувається при  $\dot{x}_1=0$  з тією лише різницею, що вводиться заборона гальмівного (від'ємного) зусилля приводу, яке змінює напрям руху крана після його зупинки (коли змінюється знак  $\dot{x}_1$ ).

Таким чином, задача оптимального керування рухом системи «кран-вантаж» поставлена.

## 7.2. Дослідження стійкості регулювання руху динамічної системи «кран-вантаж»

Однією із головних вимог при синтезі оптимального регулятора є забезпечення стійкості руху системи. Дослідження стійкості регулювання руху системи «кран-вантаж» проведемо використовуючи модель (7.1). Для цього із врахуванням другого рівняння системи (7.1) подамо перше рівняння у наступному вигляді:

$$m_1 \left( \ddot{x}_2 + \frac{l}{g} \cdot x_2 \right) + m_2 \cdot \ddot{x}_2 = F - W. \quad (7.7)$$

Виконаємо спрощення отриманого рівняння (7.7) та отримаємо:

$$(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x}_2 + m_1 \cdot \frac{l}{g} \cdot x_2 = F - W. \quad (7.8)$$

Поділимо рівняння (7.8) на коефіцієнт, який стоїть перед вищою похідною і отримаємо:

$$x_2 + \ddot{x}_2 \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \frac{g}{l} = \frac{F - W}{m_1} \cdot \frac{g}{l}. \quad (7.9)$$

Введемо позначення:  $\Omega = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \frac{g}{l}}$  – частота коливань вантажу

відносно рухомої точки підвісу;  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$  – частота коливань математичного маятника;

$\dot{x}_2 = y_2$  (ця заміна дасть змогу понизити порядок рівняння (7.9) на одиницю);  $u = \frac{F - W}{m_1}$  – регулювання (функція регулювання руху системи).

Тоді можемо математичну модель руху системи (7.9) представити у наступному вигляді:

$$\ddot{y}_2 + \Omega^2 \cdot y_2 = u \Omega_0^2 \quad (7.10)$$

Регулятор руху динамічної системи «кран-вантаж» представимо у такому вигляді:

$$u = (x_1 - x_2)K_1 + (V - \dot{x}_1) \cdot K_2 + (V - \dot{x}_2) \cdot K_3, \quad (7.11)$$

де  $K_1, K_2, K_3$  – коефіцієнти регулятора які необхідно визначити. Із врахуванням заміни  $\dot{x}_2 = y_2$  та другого рівняння системи (7.1) вираз (7.11) можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} u &= K_1 \cdot \Omega_0^{-2} \cdot \ddot{x}_2 + (V - \dot{x}_2 - \Omega_0^{-2} \cdot \ddot{x}_2) \cdot K_2 + (V - \dot{x}_2) \cdot K_3 = \\ &= V(K_2 + K_3) - (K_2 + K_3)y_2 + K_1 \cdot \Omega_0^{-2} \dot{y}_2 - \Omega_0^{-2} \cdot K_2 \ddot{y}_2. \end{aligned} \quad (7.12)$$

З урахуванням виразу (7.12) рівняння (7.10) можемо представити у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_2 + \Omega^2 \dot{y}_2 &= \Omega_0^2 \cdot (V(K_2 + K_3) - (K_2 + K_3)y_2 + \\ &+ K_1 \cdot \Omega_0^{-2} \dot{y}_2 - \Omega_0^{-2} \cdot K_2 \ddot{y}_2). \end{aligned} \quad (7.13)$$

Спростуючи рівняння (7.13), будемо мати:

$$\ddot{y}_2 + \dot{y}_2 K_2 + y_2 (\Omega^2 - K_1) + y_2 \Omega_0^2 (K_2 + K_3) = V \Omega_0^2 (K_1 + K_3). \quad (7.14)$$

Характеристичне рівняння, що відповідає (7.14), має такий вигляд:

$$s^3 + s^2 K_2 + s(\Omega^2 - K_1) + \Omega_0^2 (K_2 + K_3) = 0. \quad (7.15)$$

Для того, щоб розв'язок диференційного рівняння (7.14) був стійкий необхідно, щоб корені його характеристичного рівняння (7.15) знаходились у лівій півплощині, тобто щоб вони мали від'ємні дійсні частини. Це досягається вибором значень коефіцієнтів регулятора  $K_1, K_2, K_3$ .

Для того, щоб визначити ці значення коефіцієнтів, тобто для забезпечення стійкості руху системи «кран-вантаж», використаємо критерій стійкості Рауса-Гурвіца [13]. Для цього складемо матрицю Гурвіца:

$$H = \begin{bmatrix} K_2 & \Omega_0^2 (K_2 + K_3) & 0 \\ 1 & \Omega^2 - K_1 & 0 \\ 0 & K_2 & \Omega_0^2 (K_2 + K_3) \end{bmatrix}. \quad (7.16)$$

Тепер складемо діагональні мінори матриці (7.16):

$$\Delta_1 = K_2;$$



$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} K_2 & \Omega_0^2(K_2 - K_3) \\ 1 & \Omega^2 - K_1 \end{vmatrix} = -K_1 \cdot K_2 + K_2 \cdot \Omega^2 - K_2 \cdot \Omega_0^2 - K_3 - \Omega_0^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} K_2 & \Omega_0^2(K_2 + K_3) & 0 \\ 1 & \Omega^2 - K_1 & 0 \\ 0 & K_2 & \Omega_0^2(K_2 + K_3) \end{vmatrix} = (K_2 + K_3) \cdot \Omega_0^2 \cdot (-K_1 \cdot K_2 \cdot \Omega^2 - K_2 \Omega_0^2 - K_3 \cdot \Omega_0^2).$$

Необхідною і достатньою умовою стійкості руху системи «кран-вантаж», згідно критерія Рауса-Гурвіца, є система нерівностей:

$$\begin{cases} \Delta_1 \geq 0; \\ \Delta_2 \geq 0; \\ \Delta_3 \geq 0. \end{cases} \quad (7.17)$$

Із системи нерівностей (7.17) можемо отримати:

$$\begin{cases} K_2 \geq 0; \\ K_1 \leq \Omega^2; \\ -K_2 \leq K_3; \\ K_3 \leq \Omega_0^{-2}(-K_1 \cdot K_2 + K_2(\Omega^2 - \Omega_0^2)). \end{cases} \quad (7.18)$$

Отримані результати дають змогу встановити межі області пошуку коефіцієнтів  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , які приведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1 – Значення меж пошуку коефіцієнтів  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  регулятора, які забезпечують стійкість руху динамічної системи «кран-вантаж»

Коефіцієнт	Область пошуку значень
$K_1$	$-5 \cdot 10^6 \dots 0$
$K_2$	$0 \dots 5 \cdot 10^6$
$K_3$	$0 \dots 5 \cdot 10^6$

Області пошуку значень коефіцієнтів  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  отримали з аналізу нерівностей (7.18) при різних комбінаціях зведених мас вантажу, крана та довжини гнучкого підвісу вантажу.

Отримані межі дають змогу виконати пошук невідомих коефіцієнтів регулятора при яких, за параметрів системи, що відповідають практиці експлуатації кранів, рух системи буде стійким.

### 7.3. Зведення вихідної задачі до задачі безумовної оптимізації

Логічним етапом у розв'язанні задачі є її дискретизація, тобто перехід від неперервних до дискретних виразів. Для цього спочатку запишемо математичну модель руху системи (5.1) у канонічній вигляд:

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = v_2; \\ \dot{v}_2 = (x_1 - x_2) \cdot \frac{g}{l}; \\ \dot{x}_1 = v_1; \\ \dot{v}_1 = \frac{F - W}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} \cdot (x_1 - x_2) \cdot \frac{g}{l}, \end{cases} \quad (7.19)$$

де  $v_1$  і  $v_2$  – узагальнені швидкості зведених мас крана і вантажу відповідно.

При дискретизації функцій  $x_1$ ,  $x_2$  та  $v_1$ ,  $v_2$ , отримаємо наступну математичну модель руху системи:

$$\begin{cases} x_{2,i} = x_{2,i-1} + v_{2,i-1} \cdot \Delta t; \\ v_{2,i} = v_{2,i-1} + (x_{1,i-1} - x_{2,i-1}) \cdot \frac{g}{l} \cdot \Delta t; \\ x_{1,i} = x_{1,i-1} + v_{1,i-1} \cdot \Delta t; \\ v_{1,i} = v_{1,i-1} + \left( \frac{F_{i-1} - W}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} (x_{1,i-1} - x_{2,i-1}) \cdot \frac{g}{l} \right) \cdot \Delta t, \end{cases} \quad (7.20)$$

де  $\Delta t$  – крок дискретизації часу;  $i$  – індекс, що пробігає значення від 1 до  $T/\Delta t$ ,  $i \in \left(1, \frac{T}{\Delta t}\right)$ .

Перейшовши до дискретних значень перепишемо критерій оптимізації (7.3):

$$Int \approx Int_{\text{disc}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{T/\Delta t} (F_i \cdot v_{1,i})^2 \Delta t} \rightarrow \min, \quad (7.21)$$

де  $Int_{\text{disc}}$  – дискретний критерій оптимізації.

Запишемо обмеження на величину рушійного зусилля (7.4):

$$F_{\min} \leq F_i \leq F_{\max}. \quad (7.22)$$

Також накладається обмеження на швидкість зміни рушійного зусилля, яке у дискретній формі приймає такий вигляд:

$$\dot{F}_{\min} \Delta t \leq F_i - F_{i-1} \leq \dot{F}_{\max} \Delta t. \quad (7.23)$$

Окрім обмежень на величину та швидкість наростання (спадання) рушійного зусилля слід врахувати ще обмеження на реверс крана та неперевищення його номінальної швидкості:

$$0 \leq \dot{v}_1 \leq V. \quad (7.24)$$

Таким чином, дискретизація задачі дала змогу врахувати обмеження на рух системи.

Зазначимо, що спочатку перевірялись обмеження (7.23), а після нього – обмеження (7.22). Якщо обмеження (7.23) порушується, то  $i$ -те значення зусилля обчислюється за формулою:

$$\tilde{F}_{onm,i} = \begin{cases} F_{i-1} + \dot{F}_{\max} \cdot \Delta t, & \text{якщо } F_{onm,i} - F_{i-1} \leq \dot{F}_{\max} \cdot \Delta t; \\ F_{i-1} - \tilde{F}_{\min} \cdot \Delta t, & \text{якщо } F_{onm,i} - F_{i-1} \leq \dot{F}_{\min} \cdot \Delta t; \\ F_{onm,i}, & \text{якщо } \dot{F}_{\min} \cdot \Delta t \leq F_{onm,i} - \tilde{F}_{i-1} \leq \dot{F}_{\max} \cdot \Delta t, \end{cases} \quad (7.25)$$

де  $F_{onm,i}$  –  $i$ -те оптимальне значення рушійного зусилля, яке визначається наступним чином:

$$F_{onm,i} = m_1(K_1(x_{1,i-1} - x_{2,i-1}) + K_2(V - v_{1,i-1}) + K_3(V - v_{2,i-1})) - W, \quad (7.26)$$

Після того, як буде визначено  $\tilde{F}_{onm,i}$  необхідно виконати перевірку умов (7.22). Це виконується за допомогою наступного виразу:

$$\tilde{\tilde{F}}_{onm,i} = \begin{cases} \tilde{F}_{onm,i}, & \text{якщо } F_{\min} \leq \tilde{F}_{onm,i} \leq F_{\max}; \\ F_{\max}, & \text{якщо } \tilde{F}_{onm,i} \geq F_{\max}; \\ F_{\min}, & \text{якщо } \tilde{F}_{onm,i} \leq F_{\min}, \end{cases} \quad (7.27)$$

де  $\tilde{\tilde{F}}_{onm,i}$  – оптимальне значення рушійного зусилля приводу, яке не порушує обмеження (7.22) та (7.23).

Зазначимо, що для того, щоб у механічних передачах приводу крана не виникали удари початкове значення рушійного зусилля було прийнято нульовим:

$$\tilde{\tilde{F}}_{onm,i} = 0. \quad (7.28)$$

Задавши чисельні значення параметрів системи  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $l$  та величини коефіцієнтів  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , можемо знайти дискретні функції  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ .

Для того, щоб врахувати кінцеві умови руху системи (7.2) введемо у розгляд термінальний критерій руху системи:

$$Ter = \begin{cases} \left( \left| V - v_1 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| V^{-1} + \left| V - v_2 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| V^{-1} + \left| x_T - x_1 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| x_T^{-1} + \left| x_T - x_2 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| x_T^{-1} \right) \cdot \Delta_T P_{ном}, \\ \text{якщо } \left| V - v_1 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \geq \Delta v_{max}, \vee \left| V - v_2 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \geq \Delta v_{max}, \vee \\ \vee \left| x_T - x_1 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \geq \Delta x_{max}, \vee \left| x_T - x_2 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \geq \Delta x_{max}, \\ 0, \text{ якщо } \left| V - v_1 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \leq \Delta v_{max} \wedge \left| V - v_2 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \leq \Delta v_{max} \wedge \left| x_T - x_1 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \leq \Delta x_{max} \wedge \\ \wedge \left| x_T - x_2 \left( \frac{T}{\Delta t} \right) \right| \leq \Delta x_{max}, \end{cases} \quad (5.29)$$

де  $\Delta v_{max}$  та  $\Delta x_{max}$  – максимально допустимі значення відхилень відповідно швидкостей та положень крана і вантажу (у рамках даного дослідження прийнято  $\Delta v_{max}=0,004$  м/с та  $\Delta x_{max}=0,004$  м);  $\Delta_T$  – ваговий коефіцієнт, який показує важливість досягнення кінцевих умов критерію  $Ter$  дає змогу забезпечити прийняте досягнення кінцевих умов руху системи та зводить розмірність критерію  $Ter$  до безрозмірного виду;  $P_{ном}$  – номінальна потужність приводу механізму переміщення крана.

Для того, щоб виконати мінімізацію критерію  $Ter$  та  $Int_{disc}$  введемо у розгляд комплексний критерій:

$$Cr = Ter + Int_{disc}. \quad (7.30)$$

Розмірність критеріїв  $Ter$  та  $Int_{disc}$  однакова, тому їх можна додавати і вираз (7.30) є коректним. Критерій  $Cr$  має наперед задані бажані властивості. Для того, щоб їх оцінити представимо графік (рис. 7.2).

Із рис. 7.2 видно, що топологія критерію  $Cr$  представляє собою «яму в ямі». «Верхня» яма представляє собою топологію критерію  $Ter$  із незначним впливом критерію  $Int_{disc}$  (його величиною можна знехтувати). «Нижня» яма відповідає топології лише критерію  $Int_{disc}$ , критерій  $Ter$  при цьому рівний нулю. Виконуючи пошук оптимальних значень  $K_1, K_2, K_3$  оптимізаційний алгоритм дійде до «прірви» і «звалиться» у «нижню» яму, де знайде шукані величини комплексного критерію  $Cr$  (7.30). Ці операції можна розглядати як звернення до функції, входи якої представляються набором чисельних

значень  $K_1, K_2, K_3$ , а вихід являє собою величину критерію  $Cr$ . Така MISO-функція може бути графічно представлена на рис 7.3.

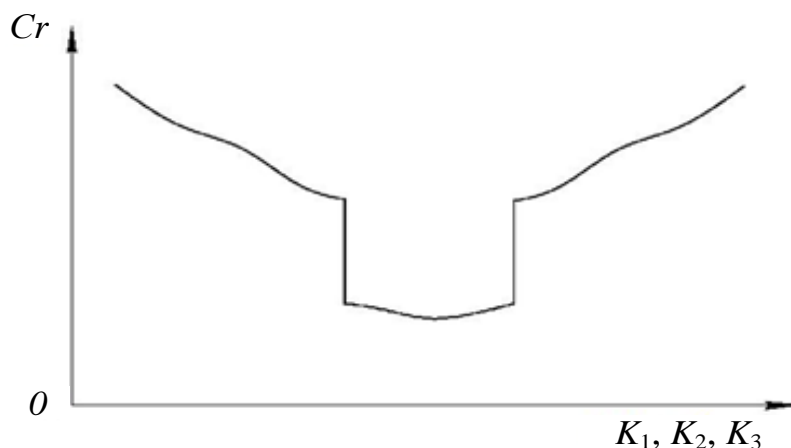


Рис. 7.2. Умовне зображення топології критерію  $Cr$

Зазначимо, що для знаходження величини  $Cr$  необхідно мати чисельні значення  $m_1, m_2, l, g$ . Вони включені у структуру MISO-функції, як незмінні параметри ( $m_1$  та  $g$  – це незмінні величини, а  $m_2$  та  $l$  на практиці змінюються. Однак, у даному дослідженні було прийнято припущення  $m_2=const$  та  $l=const$ ).

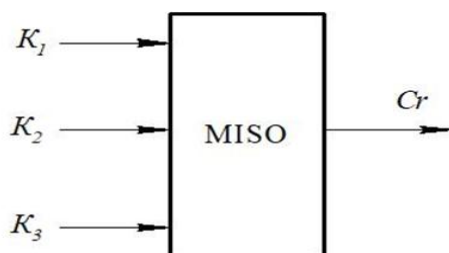


Рис. 7.3. Умовне представлення MISO-функції, яка використана для розрахунків регулятора

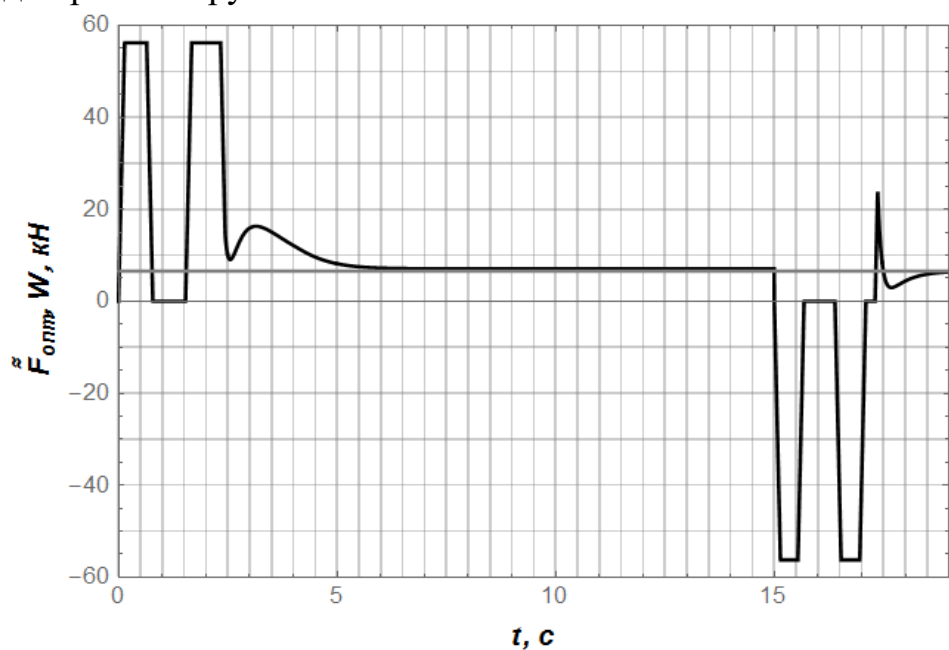
Параметри, при яких виконувались розрахунки регулятора, приведені нижче в табл. 7.2.

Таблиця 7.2 – Числові значення параметрів системи

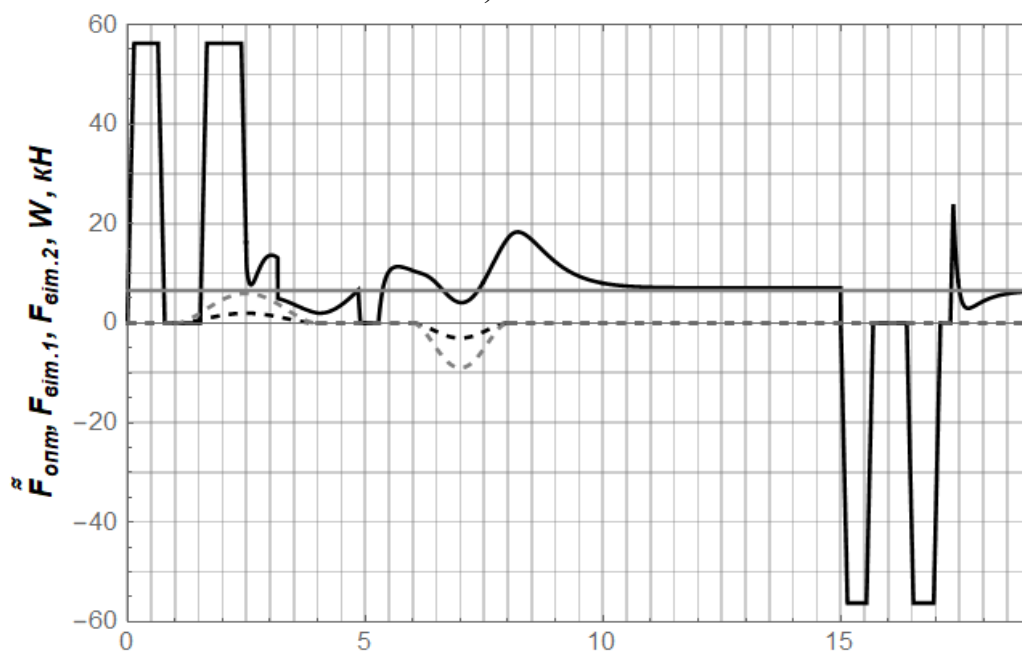
Параметр	Одиниця вимірювання	Значення
$m_1$	кг	42000
$m_2$	кг	25000
$l$	м	5
$F_{\max}$	кН	56,25
$F_{\min}$	кН	-56,25
$\dot{F}_{\max}$	кН/с	400
$\dot{F}_{\min}$	кН/с	-400
$V$	м/с	1,2

#### 7.4. Аналіз отриманих результатів

У результаті використання методу ME-PSO [2] отримано такі значення коефіцієнтів регулятора  $K_1=-1898126$ ,  $K_2=611392$ ,  $K_3=25709$ . На рис. 7.4 наведено графіки зусилля, які діють у системі «кран-вантаж» при врахуванні зміни довжини підвісу вантажу та поривів вітру. На графіках (рис. 7.4) чорною суцільною лінією позначено рушійне зусилля приводу крана, сірою – величина зусилля  $W$ , штриховими лініями – зусилля, що діють на візок та вантаж від поривів вітру.



а)



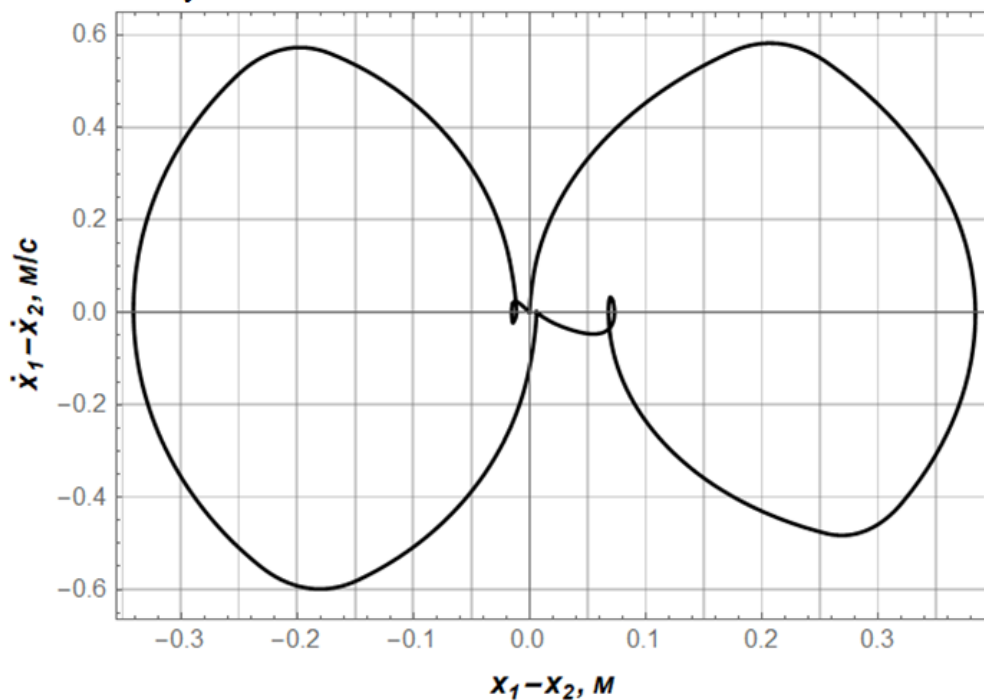
б)

Рис. 7.4. Графіки зміни діючих у системі зусиль: а) з врахуванням зміни довжини підвісу вантажу; б) з врахуванням зміни довжини підвісу вантажу та поривів вітру

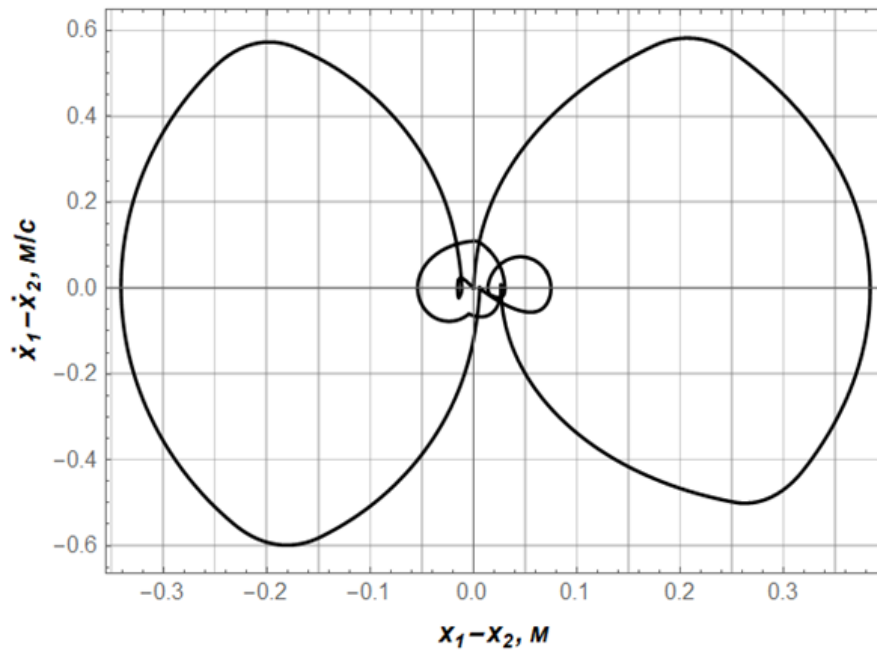
З графіків (рис. 7.4) видно, що при розгоні крана значення зусилля двічі виходить на обмеження. Крім того, на вантаж і кран діють вітрові пориви. Вони діють на вантаж та кран у напрямку їх руху (перший порив) та у протилежному напрямку (другий порив). Однак, до початку гальмування крану їхня дія на коливання вантажу усувається регулятором.

На рис. 7.5 зображені фазові портрети коливання вантажу на гнучкому підвісі. З графіків (рис. 7.5) видно, що ліві і праві частини цих графіків схожі. Вони відповідають процесам пуску і гальмування відповідно. Ця подібність викликана усуненням маятникових коливань вантажу протягом розгону та гальмування крана. Відмінності в цих графіках з'являються на ділянках, які відповідають кінцю розгону крана. З аналізу графіків, які зображено на рис. 5.5, можна зрозуміти, що саме в цей період у другому випадку на вантаж починають діяти пориви вітру. Тому на рис. 7.5, б, в кінці розгону видно відхилення від початку координат. Значна амплітуда коливань вантажу у випадку розгону крана та гальмування зумовлена різкою зміною його швидкості. З графіків (рис. 7.5) видно, що фазові точки повертаються до початку координат, а значить кран з вантажем гальмує і переходить в стан спокою.

На рис. 7.6 зображені графіки швидкості крана з вантажем. На рис. 7.6 сірою кривою показано зміну довжини гнучкого підвісу вантажу, чорною суцільною кривою – швидкість крана, чорною штриховою кривою – швидкість вантажу.



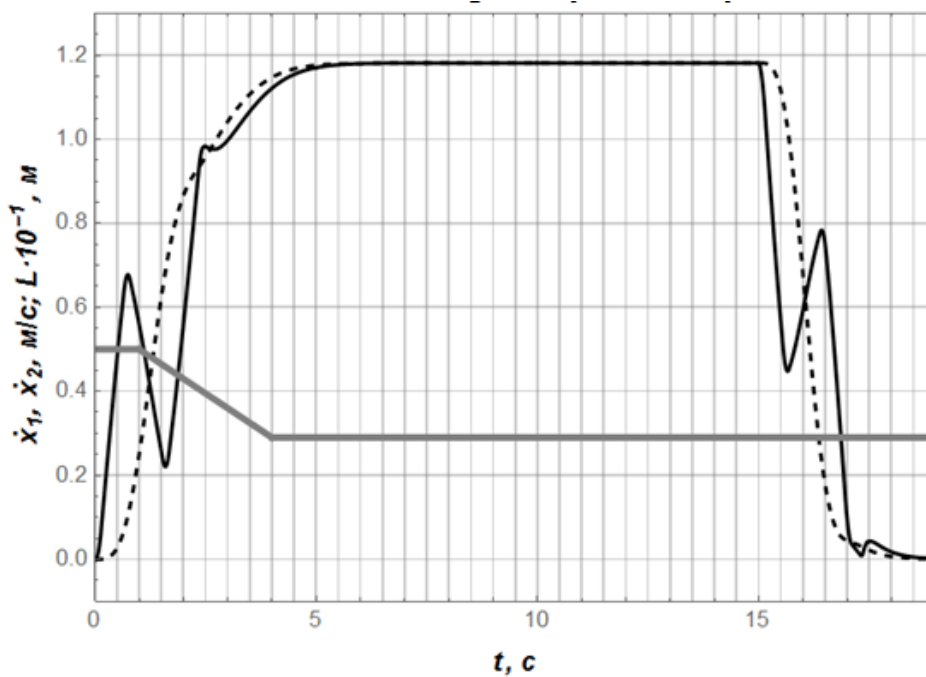
а)



б)

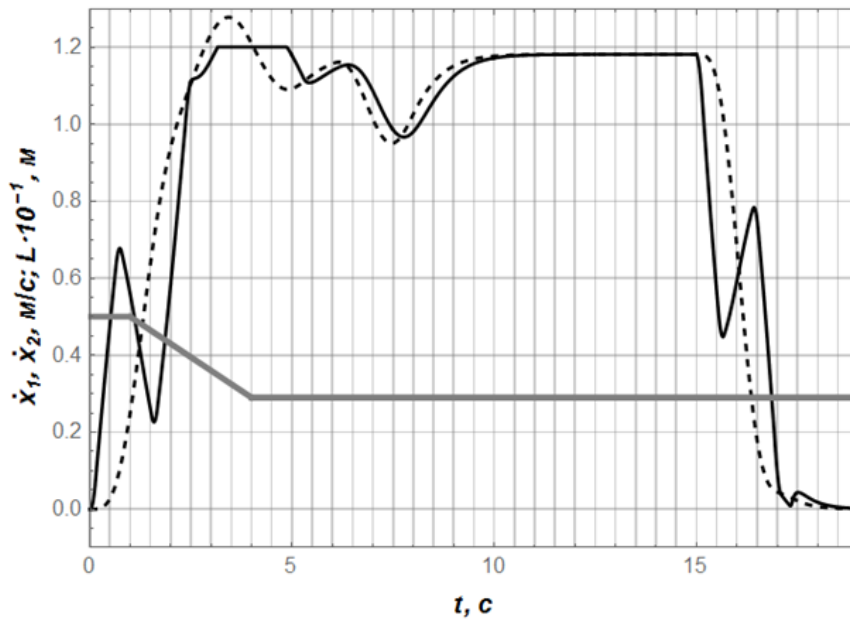
Рис. 7.5. Фазові портрети маятникових коливань вантажу на гнучкому підвісі:  
а) при зміні довжини підвісу; б) при зміні довжини підвісу та врахуванні пориву вітру

В період з 0 до 2,5 с кран з вантажем значно збільшує швидкість і до п'ятої секунди він виходить на усталений режим руху. З рис. 7.5, а, видно, що швидкість крана з вантажем збільшується плавно. З другого графіку (рис. 5.5, б) видно, що швидкість крана з вантажем наростає більш інтенсивно і досягає граничного значення швидше, ніж в першому випадку.



а)



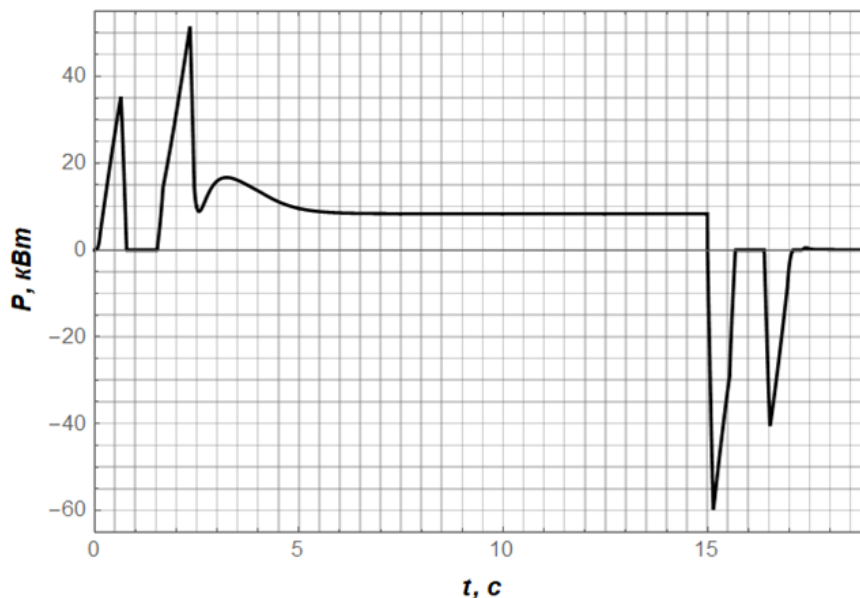


б)

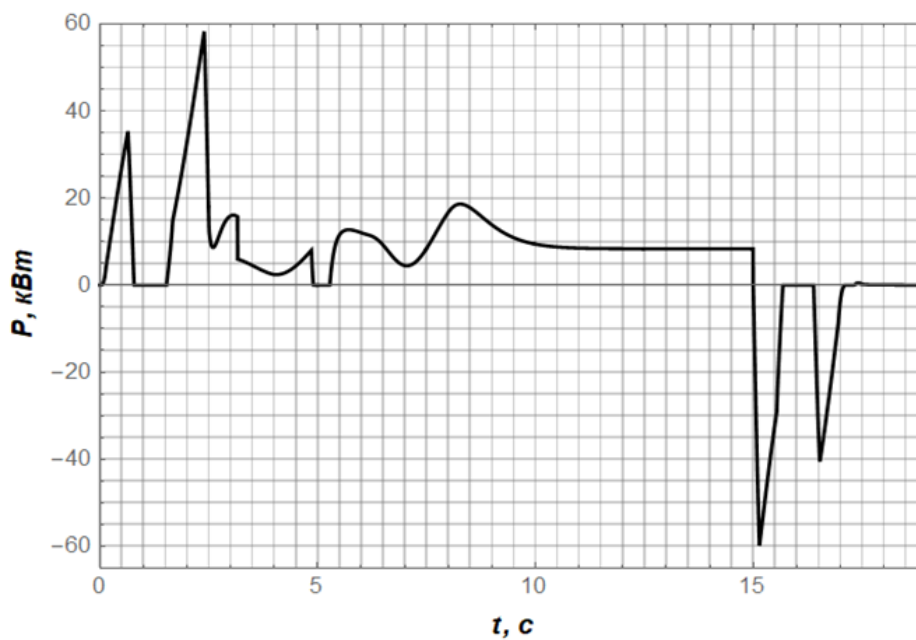
Рис. 7.6. Графіки зміни швидкості крана з вантажем: а) з врахуванням зміни довжини підвісу; б) з врахуванням зміни довжини підвісу та поривів вітру

В період з 3 с до 5 с видно дію обмеження (7.24), яке робить неможливим перевищення номінальної швидкості руху крана. Але це обмеження не впливає на швидкість вантажу, тому в цей період видно значну амплітуду відхилення швидкості руху вантажу від швидкості крана.

На рис. 7.7 зображено графіки споживаної приводом механізму переміщення крана потужності. Як видно з графіку, який представлений на рис. 7.7, б, при дії на рух динамічної системи вітрових поривів витрачається більше енергії. Це зумовлене необхідністю нейтралізації маятникових коливань вантажу, які викликані вітровими поривами.



а)



б)

Рис. 7.7. Графіки зміни потужності приводу механізму переміщення крану:  
 а) з врахування зміни довжини підвісу; б) з врахуванням зміни довжини підвісу та поривів вітру

Передбачається, що в приводі механізму переміщення крана використовується рекуперативне гальмування, що дозволяє не тільки отримувати гарні показники при гальмуванні, а й повертати частину енергії при гальмуванні. Результати застосування оптимального регулятора руху динамічної системи наведені в табл. 7.2 (в обох випадках довжина гнучкого підвісу змінюється).

Таблиця 7.2 – Чисельні значення оціночних показників

Показник	Одиниця виміру	Значення	
		без вітрових поривів	з вітровими поривами
Максимальні показники:			
- потужність	кВт	51	59
- амплітуда коливань вантажу	м	0,6	0,6
Середньоквадратичні показники:			
- коливання вантажу	м	0,26	0,26
- рушійне зусилля	кН	27	29
- витрати енергії	кДж	57,6	64,8

Як видно з табл. 7.2 при дії на вантаж зовнішніх вітрових поривів збільшуються затрати енергії при переміщенні вантажу, про що вже було сказано раніше. Це викликано тим, що для подолання дії вітрових поривів (а саме маятникових коливань вантажу на гнучкому підвісі, які ними викликані) необхідно витратити додаткову енергію [12].

## 8. МЕТОДИКА СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ НЕЙРОРЕГУЛЯТОРІВ

Одна із сучасних тенденцій у розвитку теорії автоматичного регулювання полягає у використанні штучних нейронних мереж. Ця тенденція зумовлена тим, що за допомогою останніх можна побудувати системи автоматичного керування і/або регулювання для досить складних (досить часто нелінійних) об'єктів регулювання. При цьому на всі чи окремі компоненти вектора фазового стану системи, їх вищі похідні за часом, всі чи окремі компоненти керування (вихід нейронної мережі) накладаються обмеження.

Крім того, при постановці задачі синтезу регулятора, як правило, вимагають, щоб певний критерій (або комплекс критеріїв) набував мінімуму. Ці вимоги у багатьох випадках ускладнюють задачу синтезу регулятора.

Штучну нейронну мережу можна розглядати як універсальний апроксиматор [14], тому навчена нейронна мережа може задовольнити всі (або майже всі) умови задачі синтезу автоматичного регулятора.

Таким чином, вихідна задача зводиться до задачі навчання штучної нейронної мережі. Остання розглядається як задача оптимізації.

Для навчання штучної нейронної мережі, як правило, використовують метод зворотного поширення помилки (Back Propagation) [15] та метод стохастичного градієнту [15]. Як відомо, градієнтні методи при у процесі пошуку розв'язку задачі можуть застрягати у локальних екстремумах функції ціни (для методу навчання з підкріпленням це так звана функція „нагороди”). Це знижує ефективність їх застосування.

Для навчання штучних нейронних мереж також використовують метаевристичні (неградієнтні) оптимізаційні методи. Необхідно відмітити, що при незначній кількості параметрів, які необхідно знайти (ваги та біаси (зміщення) нейронів мережі) доцільно застосовувати саме ці методи.

Однак, при досить великій кількості параметрів (тисячі або мільйони параметрів) метаевристичні оптимізаційні методи у сенсі кількості розрахунків стають досить затратними. Отже, метаевристичні підходи доцільно застосовувати у задачах навчання штучних нейронних мереж, у тому числі у галузі автоматичного регулювання, оскільки кількість налаштовуваних параметрів нейрорегуляторів є відносно незначною.

Таким чином, існує потреба у розробці методу навчання штучних нейронних мереж, які будуть застосовані для регулювання технологічних процесів і які б задовольняли вимогам мінімізації одного чи кількох оптимізаційних критеріїв та забезпечували накладені на процес обмеження.

### 8.1. Розробка методу навчання штучних нейронних мереж

Перший етап у виконанні розрахунків полягає у заданні класу мереж, для яких виконуються розрахунки. Будемо розглядати мережі прямого поширення. У загальному випадку на розмірність вхідного та вихідного вектора мережі, кількість прихованих шарів (hidden layers) та кількість нейронів у мережі не накладається обмежень. Крім того, не накладаються обмеження на вид активаційної функції нейронів, окрім окремих випадків вихідного шару: наприклад, для багатьох задач автоматичного регулювання необхідно, щоб області значень компонентів вихідного вектора включали як від'ємні так і додатні величини. У цьому випадку активаційні функції типу ReLu не задовольняють цю вимогу і необхідно використовувати інші активаційні функції (наприклад, сигмоїду). Також не накладається вимога диференційованості активаційних функцій.

Будемо використовувати модель нейрона, яка представлена на рис. 8.1.

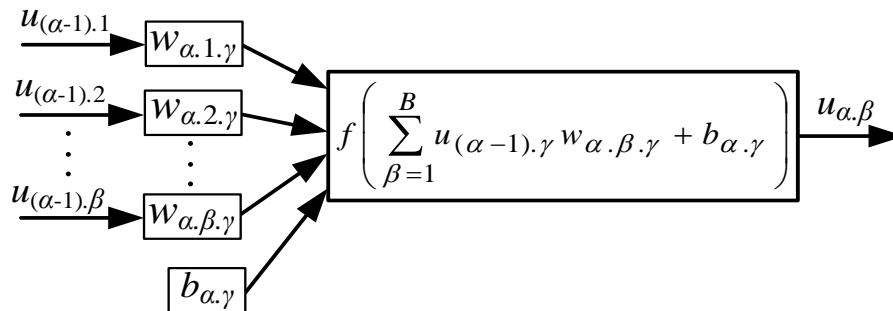


Рис. 8.1. Графічне представлення моделі штучного нейрона

Математична модель нейрона описується наступним виразом:

$$u_{\alpha, \gamma} = f \left( \sum_{\beta=1}^B u_{(\alpha-1), \beta} \cdot w_{\alpha, \beta, \gamma} + b_{\alpha, \gamma} \right), \quad \alpha \in \overline{(2, A)}, \quad \beta \in \overline{(1, B)}, \quad \gamma \in \overline{(1, \Gamma)}, \quad (8.1)$$

де  $w_{\alpha, \beta, \gamma}$  – вага синапса  $\gamma$ -го нейрона у  $\alpha$ -тому шарі, який передає сигнал від  $\beta$ -того нейрона попереднього (тобто від  $(\alpha-1)$ -го) шару;  $A$  – кількість шарів нейронної мережі, включаючи вхідний та вихідний шари;  $B$  – кількість нейронів у попередньому шарі;  $\Gamma$  – кількість нейронів у поточному шарі;  $b_{\alpha, \gamma}$  – біас (зміщення сигналу)  $\gamma$ -го нейрона у  $\alpha$ -тому шарі;  $f$  – активаційна функція нейрона (не зменшуючи загальності будемо вважати, що активаційні функції для всіх нейронів однакові);  $u_{\alpha, \gamma}$  – вихідна величина (сигнал)  $\gamma$ -го нейрона у  $\alpha$ -тому шарі;  $u_{(\alpha-1), \beta}$  – вихідна величина (сигнал)  $\beta$ -го нейрона у  $(\alpha-1)$ -му прихованому шарі. Загальна структура штучної нейронної мережі показана на рис. 8.2.

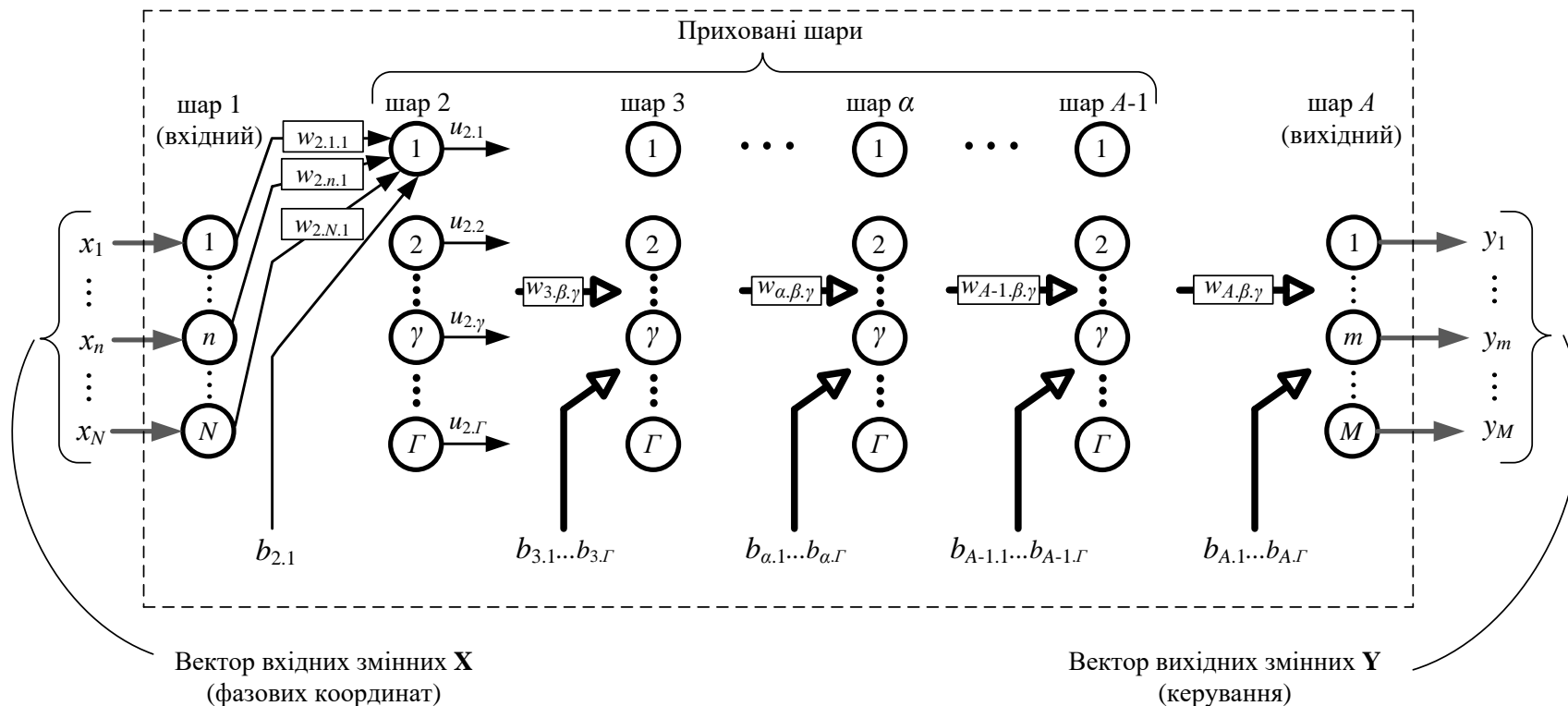


Рис. 8.2. Загальна структура штучної нейронної мережі\*

\*вхідний (перший) шар штучної нейронної мережі не виконує перетворення сигналів – він лише поширює сигнали (компоненти) вхідного вектора  $X$  до прихованих шарів мережі. На рис. 8.2 розмірність вхідного вектора  $X$  позначена через  $N$ , а вихідного  $Y$  – через  $M$ . Фазові координати у задачах регулювання, як правило, відповідають похибці регулювання та її вищим похідним за часом. Компоненти вектора регулювання відповідають сигналам, які надходять на виконавчі пристрої системи автоматичного регулювання.

Враховуючи вираз (8.1) та структуру, яка показана на рис. 8.2, можемо записати наступні залежності, які описують компоненти вихідного вектора  $Y$  мережі:

$$y_m = u_{A,m}, m \in \overline{(1, M)}. \quad (8.2)$$

Задача навчання штучної нейронної мережі полягає у визначенні таких значень ваг синапсів  $w_{\alpha,\beta,\gamma}$  та біасів  $b_{\alpha,\gamma}$ , при яких певний критерій набуває екстремуму (тип екстремуму: мінімум чи максимум визначається у постановочній частині задачі). Сутність такого критерію буде розкрита нижче.

Надалі вкажемо кількість невідомих параметрів нейронної мережі, які необхідно визначити у ході її навчання. Для мережі, структура якої показана на рис. 8.2, для цього необхідно скористатись наступною формулою:

$$V = V_w + V_b = \left( (N + M)\Gamma + (A - 3)\Gamma^2 \right) + ((A - 2)\Gamma + M), \quad (8.3)$$

де  $V_w$  та  $V_b$  – відповідно кількість ваг синапсів та кількість біасів нейронів. Зазначимо, що вираз (8.3) справедливий лише для випадку коли кількість нейронів у прихованих шарах однакова, що, однак, не зменшує загальності методу навчання штучних нейронних мереж, який буде описано нижче.

Для того, щоб навчити нейронну мережу необхідно серед відомих парадигм (навчання з вчителем – англ. *supervised learning*; навчання без вчителя – англ. *unsupervised learning*; навчання з підкріпленням – англ. *reinforcement learning*) обрати найбільш придатну.

Загалом вибір парадигми повинен ґрунтуватись на доступних даних для навчання. Якщо відома навчальна вибірка (множина навчальних пар „вхід-вихід”, які відображають динаміку об’єкта регулювання), то необхідно обрати парадигму навчання із вчителем. У випадку коли відома математична модель об’єкта регулювання (наприклад його передаточна функція), необхідно обрати парадигму навчання з підкріпленням. У цьому випадку агентом є нейронна мережа, а середовищем – об’єкт регулювання.

Саме таку парадигму буде застосовано у рамках даної методики. У подальшому нейронну мережу, яка буде виступати у якості регулятора будемо називати нейрорегулятором.

У загальному випадку об’єкт регулювання є МІМО-системою (англ. *multiple input multiple output*). Для лінійних об’єктів регулювання їх математична модель може бути описана за допомогою матричної передаточної функції  $G$ :

$$G = \begin{bmatrix} G_{1.1} & \dots & G_{1.m} & \dots & G_{1.M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{n.1} & \dots & G_{n.m} & \dots & G_{n.M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{N.1} & \dots & G_{N.m} & \dots & G_{N.M} \end{bmatrix}, \quad (8.4)$$

де  $G_{n.m}$  – передаточна функція  $m$ -го компонента вектора входу об'єкта регулювання  $Y$  (вектора виходу нейрорегулятора) до  $n$ -ої компонента вектора виходу об'єкта регулювання  $X$  (вектора входу нейрорегулятора) (рис. 8.3).

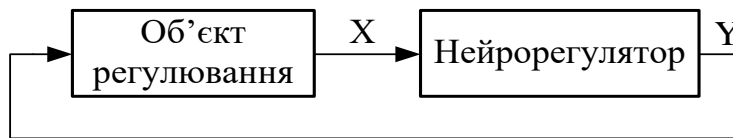


Рис. 8.3. Взаємозв'язки об'єкта регулювання та нейрорегулятора

Для лінійних та нелінійних об'єктів регулювання їх динаміка може також бути описана за допомогою системи диференціальних рівнянь:

$$\dot{X} = F(X, Y), \quad (8.5)$$

де  $F$  – нелінійна вектор-функція. Крапка над символом означає диференціювання за часом.

Ключовим поняттям даної парадигми є винагорода (англ. *reward*), яка є мірою наближення якості функціонування мережі до наперед заданого ідеалу. Навчена мережа, взаємодіючи із середовищем, отримує винагороду, а навчання мережі полягає у підборі таких невідомих значень  $w_{\alpha,\beta,\gamma}$  та  $b_{\alpha,\gamma}$  при яких вона буде максимальною. В рамках даного дослідження ми не будемо використовувати це поняття замінивши його на поняття „критерій оптимізації” і відмітивши, що між ними існує зворотно-пропорційна залежність.

Для того, щоб описати критерій оптимізації, який буде використано для навчання нейрорегулятора, наведемо постановку задачі оптимізації (навчання) нейрорегулятора:

$$\begin{cases} G = \frac{Y}{X}; \\ Y = P(X); \\ \lim_{t \rightarrow \infty} X = 0; \\ f_{\lambda}(X, Y) \leq F_{\lambda}, \quad \lambda = (\overline{1, L}); \\ Cr_{\kappa} \rightarrow \min, \quad \kappa \in (\overline{1, K}), \end{cases} \quad (8.6)$$

де  $P$  – матриця нелінійних операторів нейрорегулятора, яка відповідає перетворенню вхідного вектора  $X$  у вихідний  $Y$ ;  $Cr_k$  –  $k$ -й критерій мінімізації (не зменшуючи загальності у постановці задачі, прийmemo, що всі критерії відображають небажані характеристики процесу регулювання і тому повинні бути мінімізовані);  $K$  – загальна кількість критеріїв оптимізації;  $f_\lambda$  –  $\lambda$ -а функція, яка в загальному випадку залежить від векторів  $X$  та  $Y$ ;  $F_\lambda$  – граничне значення  $\lambda$ -ї функції;  $L$  – загальна кількість обмежень у оптимізаційній задачі. Перша стрічка системи (8.6) відображає математичну модель об'єкта регулювання, друга – нейрорегулятора, третя – вимогу стійкості регулювання, четверта – обмеження, які накладаються на процес регулювання, а п'ята – множину критеріїв, які необхідно мінімізувати. Зазначимо, що постановочна частина задачі є аналогічною до тієї, яка була використана у дослідженні [3]. Така аналогія дає змогу виконати перетворення системи (8.6) та замінити її лише одним критерієм, який і буде використано у процесі навчання нейрорегулятора. Цей критерій описується наступним чином:

$$Cr(W, B) = Ter + Cr_{ineq} + CC \rightarrow \min, \quad (8.7)$$

де  $Ter$ ,  $Cr_{ineq}$  та  $CC$  – критерії: термінальний, обумовлений обмеженнями та комплексний відповідно. Термінальний критерій описується такою залежністю:

$$Ter = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x_1(T) < v_1 \wedge \dots \wedge x_n(T) < v_n \wedge \dots \wedge x_N(T) < v_N; \\ \delta_T \|X(T)\|, & \text{якщо } x_1(T) < v_1 \vee \dots \vee x_n(T) < v_n \vee \dots \vee x_N(T) < v_N, \end{cases} \quad (8.8)$$

де  $T$  – момент часу, коли умови стійкості дотримуються;  $v_n$  – невелике допустиме значення  $n$ -ого компоненту вектора  $X$ ;  $\delta_T$  – термінальний коефіцієнт, який відображає важливість досягнення умов стійкості. Абсолютний мінімум критерію (8.8) дорівнює нулю: коли він досягається, то вимоги стійкості процесу регулювання виконуються. Обумовлений обмеженнями критерій можна записати у наступному вигляді:

$$Cr_{ineq} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } F_\lambda - f_\lambda(X, Y) \geq 0; \\ \delta_p \sum_{y=1}^Y (F_y - f_y(X, Y)), & \text{якщо } F_1 - f_1(X, Y) < 0 \vee F_2 - f_2(X, Y) < 0 \dots \vee F_L - f_L(X, Y) < 0, \end{cases} \quad (8.9)$$

де  $y$  – індекс невиконаної нерівності у вимогах (8.6);  $Y$  – загальна кількість невиконаних нерівностей;  $\delta_p$  – штрафний коефіцієнт. Згідно праці [3] суть критерію (8.9) полягає у тому, що при невиконанні хоча б однієї нерівності критерій буде мати значну величину. З іншого боку, якщо всі нерівності



виконуються критерій  $Cr_{ineq}$  перетворюється в нуль і не впливає на подальшу мінімізацію узагальненого критерію.

Множину оптимізаційних критеріїв  $Cr_k$  можна замінити на один, який описується наступним виразом [3]:

$$CC = \sum_{k=1}^K w_k g_k Cr_k \rightarrow \min, \quad (8.10)$$

де  $w_k$  –  $k$ -й ваговий коефіцієнт, що відображає важливість критерію  $Cr_k$ ;  $g_k$  – коефіцієнт  $k$ -го критерію, що зводить добуток  $Cr_k g_k$  до безрозмірного виду. Така форма комплексного критерію дозволяє на компромісній основі виконати зведення оптимізаційних критеріїв, що мають різну важливість, до одного критерію. Останній представляється у вигляді лінійної згортки [3].

Величини коефіцієнтів  $\delta_p$  та  $\delta_T$  дають змогу сформуванню потрібну топологію критерію (8.7). Остання дає змогу застосувати модифікацію методу рою часточок ME-D-PSO оскільки дозволяє якісно описати рух часточок рою по поверхні функції (8.7). Розроблений критерій (8.7) дає змогу застосувати метод для навчання нейрорегулятора. Для того, щоб проілюструвати розроблений метод на рис. 8.4 наведено його блок-схему.

На початковій стадії роботи алгоритму виконується ініціалізація постійних параметрів методу ME-D-PSO [3]: кількість ітерацій  $R$ , величину популяції рою  $D$  та прийнятну величину  $AR$  зменшення величини глобального найкращого  $GB$ . Наступний етап полягає у ініціалізації положень та швидкостей часточок рою. Положення кожної часточки буде характеризуватись  $V$ -мірним вектором. Перше розгалуження блок схеми (рис. 8.4) означає перевірку умови  $r < R$ , яка дозволяє становити закінчення всіх ітерацій алгоритму. У випадку коли ще всі ітерації не були виконані необхідно перейти в цикл. Першою операцією тіла циклу є визначення величин  $Cr$ , які відповідають ініціалізованим положенням часточок. При цьому необхідно виконати доступ до функції  $Cr$ , яка на вхід приймає  $V$ -мірний вектор, компонентами якого є значення ваг синапсів  $w_{a,\beta,\gamma}$  та біасів  $b_{a,\gamma}$  нейрорегулятора, а на виході формує скалярну величину  $Cr$ . Про роботу цієї функції буде сказано дещо пізніше.

Надалі виконується розрахунок персонального найкращого  $PB_{r,d}$  для кожної частинки та глобального найкращого  $GB_r$  для всього рою (нижній індекс  $r$  у записах  $PB_{r,d}$  та  $GB_r$  позначає номер ітерації, на якій було отримано ці величини, а нижній індекс  $d$  у записі  $PB_{r,d}$  позначає номер частинки, яка має таке значення персонального найкращого). Розгалуження у тілі циклу дозволяє перевірити ефективність виконання пошуку глобального мінімуму.

Невиконання умови  $AR \leq \frac{GB_r - GB_{r-1}}{GB_r}$  є індикатором стагнації рою. У цьому випадку рій повинен бути переініціалізованим (тобто, запускається нова епоха рою [2]). Якщо рій ефективно виконує пошук мінімуму функції  $Cr$ , то виконується оновлення векторів швидкості та положення кожної із часточок рою. Після закінчення всіх ітерацій циклу (тобто за умови  $r=R$ ) виконується перевірка умов стійкості регулювання  $Ter=0$  та умов виконання обмежень  $Cr_{ineq}=0$ . У випадку, коли ці умови та обмеження не виконуються алгоритм запускають на повторне виконання. Це обумовлено обов'язковістю виконання цих умов.

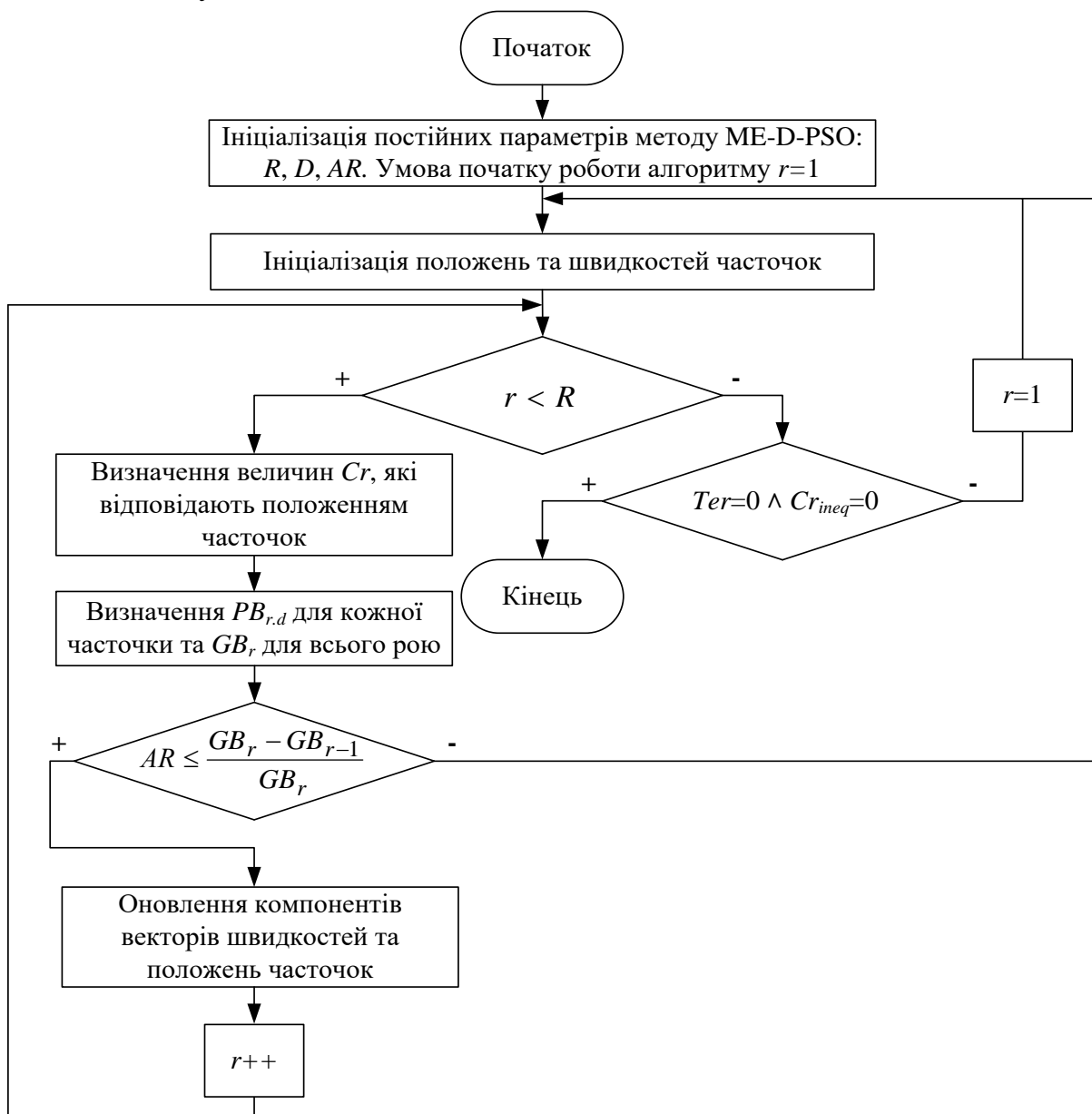


Рис. 8.4. Блок-схема, що ілюструє метод навчання нейрорегулятора

Для повного розуміння роботи методу необхідно описати як виконується доступ до функції  $Cr$ . Для цього на рис. 8.5 представимо її блок-схему.

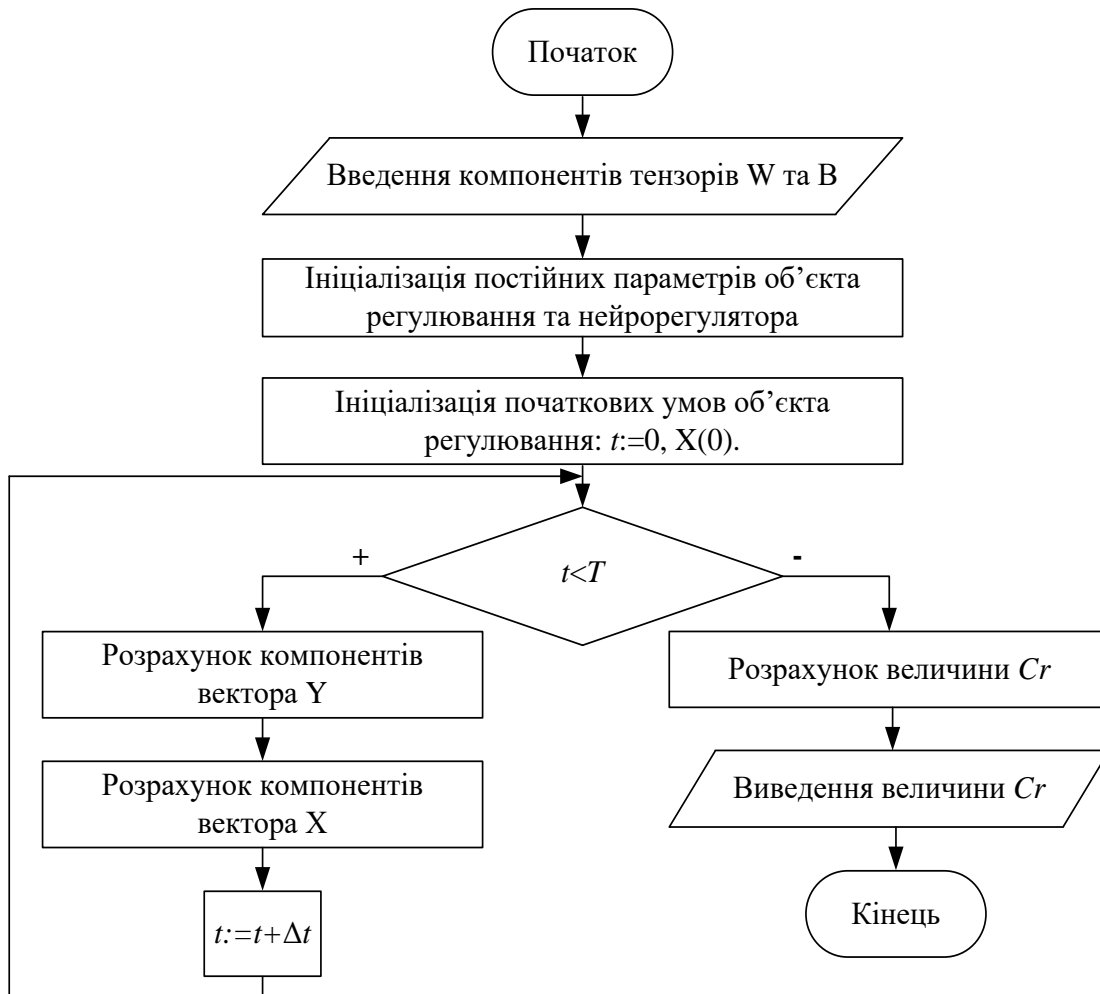


Рис. 8.5. Блок-схема функції  $Cr$

На початковому етапі роботи функції виконується введення компонентів тензора  $W$  та вектора  $B$ . Надалі проводиться ініціалізація постійних параметрів об'єкта регулювання (коефіцієнтів матричної передаточної функції) та нейрорегулятора (наприклад, вид активаційної функції), а також початкових умов (фазових координат об'єкта регулювання та уставок на початку процесу регулювання).

Після цього алгоритм переходить у цикл: після проходження тіла цикла перевіряється умова  $t < T$  закінчення моделювання процесу регулювання. У тілі циклу для певного часового такту виконується розрахунок компонентів вектора  $Y$  (із використанням моделі нейрорегулятора) та вектора  $X$  (із використанням моделі об'єкта регулювання). Коли всі часові такти виконані відбувається вихід із циклу та розрахунок величини  $Cr$ . На останньому етапі виконується виведення величини  $Cr$ .

Для того, щоб проілюструвати роботу розробленого методу були проведені розрахунки нейрорегуляторів для декількох об'єктів регулювання. Ці розрахунки описані у наступному викладі.

## 8.2. Результати моделювання роботи нейрорегуляторів

Для всіх проведених нижче розрахунків нейрорегулятор представляв собою штучну нейронну мережу прямого поширення, яка складалась з трьох шарів (з них один – прихований, який містив п'ять нейронів). Активаційна функція для всіх нейронів – арктангенс (рис. 8.6).

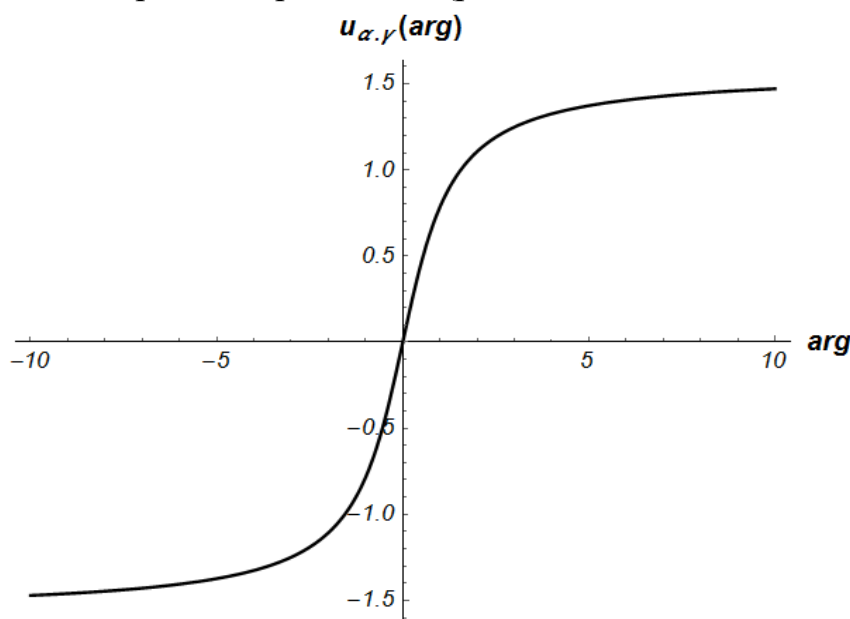


Рис. 8.6. Графік активаційної функції нейронів мережі

Надалі розглянемо декілька прикладів синтезу оптимальних нейрорегуляторів.

### 8.2.1. Нелінійні MISO об'єкти регулювання

Наступний етап у ілюстрації ефективності роботи методу навчання нейромереж для задач регулювання полягає у тому, що буде досліджено динаміку регулювання (стабілізації) малоприводних систем. Такі системи є нелінійними і тому задачі синтезу оптимальних регуляторів для них представляються досить складними. Синтез нейрорегуляторів будемо проводити для систем, динамічні моделі яких показані на рис. 8.7.

Перша система представляє собою маятник із маховиком на кінці (рис. 8.7, а) (у англійській мовній нотації така система відома під назвою „inverted wheel pendulum” або „inverted pendulum with an inertial flywheel”) [16]. Маховик приводиться у рух крутним моментом, що створюється двигуном (на рис. 8.7, а не показаний). Інерційні характеристики маятника представлені зведеними

масами  $m_w$  та  $m_p$ . Інерційні властивості маховика представлені зведеним моментом інерції  $J$ . Перевернутий маятник (рис. 8.7, б) – ще одна модель із класу малоприводних нелінійних систем (у англійській нотації така система відома під назвами „cart-pole”, „inverted pendulum on a cart” або „inverted pendulum”) [17]. Візок рухається в горизонтальній площині, а маятник виконує коливання навколо осі, яка закріплена на візку. Рух системи зумовлений приводним зусиллям, яке може змінювати знак. Воно створене приводом (як правило, від двигуна постійного струму з ШІМ). Маятник Фурути [18] (рис. 8.7, в) представляє собою вертикальну колону, яка приводиться у рух двигуном (на рис. 8.7, в не показано). До кінця колони прикріплена стріла, а на кінці стріли через шарнір кріпиться маятникова ланка. На стрілі та маятниковій ланці розташовані маси  $m_1$  та  $m_2$  відповідно. Параметри малоприводних систем визначають властивості їх регулювання. Для того, щоб проілюструвати розроблений метод навчання штучних нейронних мереж будемо вважати, що параметри систем є постійними.

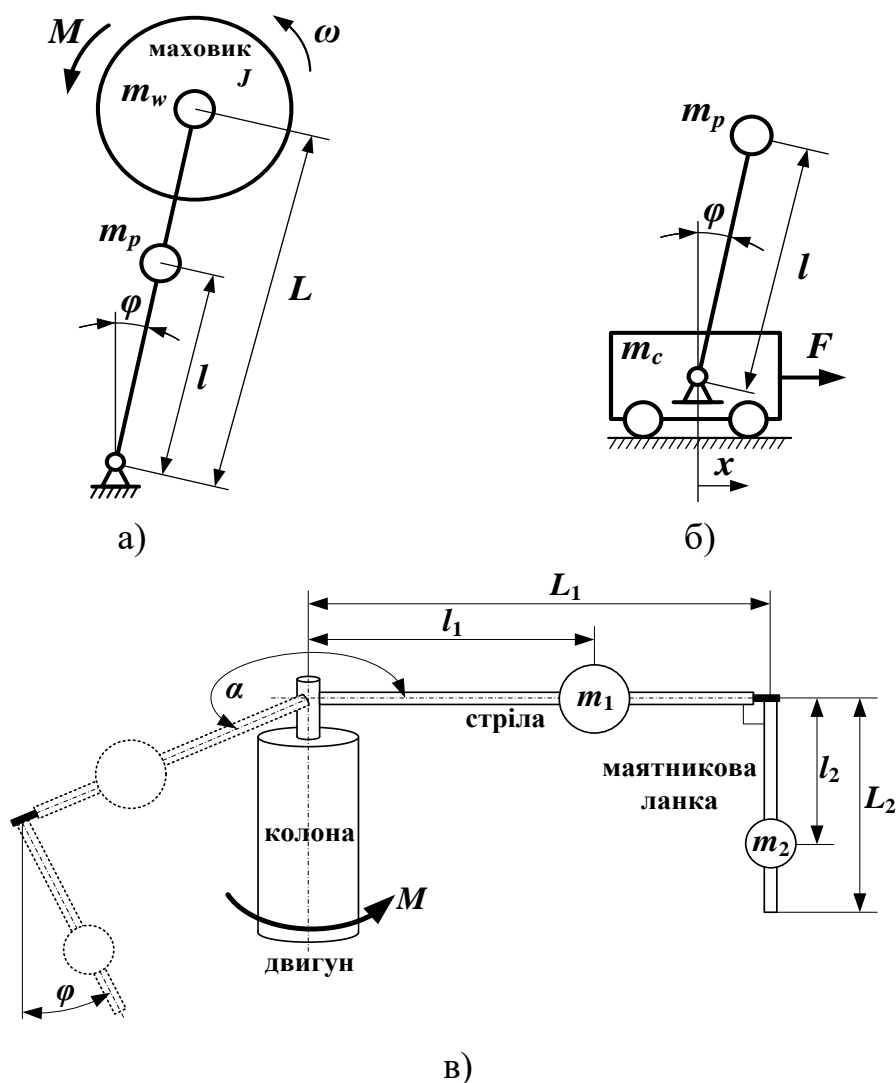


Рис. 8.7. Динамічні моделі малоприводних систем: а) перевернутий маятник з маховиком; б) перевернутий маятник; в) маятник Фурути

Математична модель руху першої малоприводної системи (рис. 8.7, а) представлена нижче:

$$\begin{cases} \alpha_1 \ddot{\varphi} + J \dot{\omega} = \alpha_2 \sin(\varphi); \\ J(\ddot{\varphi} + \dot{\omega}) = M, \end{cases} \quad (8.18)$$

де  $\varphi$  – узагальнена координата маятника (кут відхилення маятника від вертикалі);  $\omega$  – кутова швидкість руху маховика маятника;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $l$  – відстань від центра мас маятника до осі його поворота;  $L$  – еквівалентна довжина маятника;  $J$  – момент інерції маховика та ротора електродвигуна;  $M$  – електромагнітний момент, який створений двигуном;  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  – коефіцієнти, які визначаються із наступних виразів:  $\alpha_1 = J_p + m_w L^2$ ,  $\alpha_2 = (m_p l + m_w L)g$ ;  $m_p$  – маса маятника;  $m_w$  – маса маховика та електродвигуна;  $J_p$  – момент інерції маятника. Чисельні дані, які використані у розрахунках, для першої системи наведені нижче:  $L = 2,9 \cdot 10^{-1}$  м,  $l = 2,6 \cdot 10^{-1}$  м,  $J = 1,5 \cdot 10^{-3}$  кгм<sup>2</sup>,  $J_p = 4,2 \cdot 10^{-2}$  кгм<sup>2</sup>,  $m_p = 3,0 \cdot 10^{-1}$  кг,  $m_w = 2,8 \cdot 10^{-1}$  кг,  $M_{\max} = 6,0 \cdot 10^{-1}$  Нм (максимальне рушійне зусилля приводу системи). Крайові умови руху системи мають такий вигляд:

$$\begin{cases} \varphi(0) = \pi; \dot{\varphi}(0) = \omega(0) = 0; \\ \varphi(t_s) = \dot{\varphi}(t_s) = \omega(t_s) = 0. \end{cases} \quad (8.19)$$

Початкові умови руху системи (8.19) означають стан спокою маятника (у нижньому стійкому положенні) та маховика. Кінцеві (бажані) умови системи означають стан спокою маятника у верхньому нестійкому положенні рівноваги та стан спокою маховика.

Перевернутий маятник, модель якого зображена на рис. 8.7 (б), описується системою наступних нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} (m_c + m_p) \ddot{x} + m_p l (\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) = F; \\ \ddot{x} \cos \varphi + l \ddot{\varphi} + g \sin \varphi = 0, \end{cases} \quad (8.20)$$

де  $x$  – узагальнена координата візка;  $\varphi$  – узагальнена координата маятника;  $l$  – еквівалентна довжина маятника;  $m_p$  та  $m_c$  – зведені маси вантажу та візка відповідно;  $F$  – рушійне зусилля, що діє на візок. Чисельні дані для другої малоприводної системи, які використані у розрахунках, наведені нижче:  $l = 5,0 \cdot 10^{-1}$  м,  $m_p = 3,0 \cdot 10^{-1}$  кг,  $m_c = 2,0 \cdot 10^{-1}$  кг. Крім того, максимальне приводне зусилля обмежено величиною 5,0 Н.

Крайові умови руху цієї системи записуються у такому вигляді:

$$\begin{cases} \varphi(0) = \pi; \dot{\varphi}(0) = x(0) = \dot{x}(0) = 0; \\ \varphi(t_s) = \dot{\varphi}(t_s) = x(t_s) = \dot{x}(t_s) = 0. \end{cases} \quad (8.21)$$

Початкові умови руху системи (8.21) відповідають спокою візка і положенню маятника у нижньому стійкому положенні рівноваги. Кінцеві (бажані) умови системи означають стан спокою маятника у верхньому нестійкому положенні рівноваги, а положення візка повинно співпадати із його початковим положенням. Крім того, на рух візка накладається обмеження:

$$|x(t)| \leq x_{\max}, \quad (8.22)$$

де  $x_{\max}$  – максимально допустиме відхилення візка від початкового положення. Таке обмеження обґрунтовано тим, що візок рухається по направляючих, які в умовах реальної установки мають обмежену довжину. У розрахунках, які наведені нижче, було використано обмеження  $x_{\max}=0,5$  м.

Математична модель третьої малоприводної системи (маятник Фурути) представляється системою нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \ddot{\alpha}(J_0 + J_{21} \sin^2(\varphi)) + \dot{\varphi} m_2 L_1 l_2 \cos(\varphi) - m_2 L_1 l_2 \sin(\varphi) \dot{\varphi}^2 + \dot{\alpha} \dot{\varphi} J_{21} \sin(2\varphi) = M; \\ \ddot{\alpha} m_2 L_1 l_2 \cos(\varphi) + \ddot{\varphi} J_{21} - \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 J_{21} \sin(2\varphi) g m_2 l_2 \sin(\varphi) = 0, \end{cases} \quad (8.23)$$

де  $\varphi$ ,  $\alpha$  – узагальнені координати системи (кут відхилення маятничкової ланки та кут повороту стріли відповідно);  $M$  – рушійний момент, що створений двигуном;  $L_1$  та  $L_2$  – довжини відповідно стріли та маятничкової ланки відносно осей їх обертання;  $l_1$  та  $l_2$  – відстань від центра маси  $m_1$  до осі повороту ланки стріли та відстань від центра маси  $m_2$  до осі повороту маятничкової ланки відповідно;  $m_1$  та  $m_2$  – зведені маси, які розміщені на стрілі та маятничковій ланці відповідно;  $J_0$  – зведений момент інерції колони відносно осі її обертання при умові, що маятничкова ланка знаходиться у нижньому (стійкому) положенні рівноваги ( $J_0 = J_1 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2$ );  $J_1$  – зведений момент інерції колони та двигуна відносно осі їх обертання;  $J_2$  – зведений момент інерції маятничкової ланки відносно осі її обертання;  $J_{21}$  – зведений момент інерції маятничкової ланки відносно осі її обертання ( $J_{21} = J_2 + m_2 l_2^2$ ). Точка над символом означає диференціювання за часом. Чисельні дані для першої системи наведені нижче:  $L_1=0,278$  м,  $L_2=0,3$  м,  $l_1=0,15$  м,  $l_2=0,148$  м,  $m_1=0,3$  кг,  $m_2=0,075$  кг,  $J_1=2,48 \cdot 10^{-2}$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_2=3,86 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>. Крім того, максимальний момент приводу не повинен перевищувати величину 1,0 Нм.

Крайові умови руху маятника Фурути наступні:

$$\begin{cases} \varphi(0) = \pi; \dot{\varphi}(0) = \alpha(0) = \dot{\alpha}(0) = 0; \\ \varphi(t_s) = \dot{\varphi}(t_s) = \alpha(t_s) = \dot{\alpha}(t_s) = 0. \end{cases} \quad (8.24)$$

Початкові умови руху системи означають стан спокою системи при положенні маятника у нижньому стійкому положенні рівноваги, а кінцеві умови відповідають стану спокою маятника у верхньому нестійкому положенні рівноваги. Загалом, не вимагається, щоб початкове та кінцеве положення стріли були однаковими. Однак, ми прийняли таку умову для того, щоб ускладнити задачу.

Критерієм оптимізації у проведених дослідженнях для всіх малоприводних систем виступала наступна величина:

$$CC = 2t_s + \sqrt{t_s^{-1} \int_0^{t_s} u dt} \rightarrow \min, \quad (8.25)$$

де  $u$  – керування, яке для системи (8.20) позначає рушійне зусилля, а для систем (8.17) та (8.22) – рушійний момент. Критерій оптимізації (8.25) представляє собою суму показників тривалості регулювання та середньоквадратичного значення керування. Мінімізація першого компонента критерію (8.25) зумовлює швидкий перехід з початкового положення у кінцеве, а другого – покращує енергоефективність роботи малоприводних систем (другий компонент відповідає енерговитратам приводів).

Параметри методу ME-D-PSO [3] для визначення невідомих компонентів тензора  $W$  та вектора  $V$  залишені такими ж, як і ті, що використані у попередньому підпункті роботи. Оскільки поставлені задачі є більш складними, то кількість ітерацій збільшена до 200.

Різниця у задачах навчання нейрорегулятора полягає у кількості невідомих параметрів штучної нейронної мережі (нейрорегулятора). Для того, щоб встановити кількість невідомих параметрів нейромережі було використано формулу (8.3). Для першої системи (8.18) отримано  $V=26$ , для другої (8.20) та третьої (8.23) систем  $V=31$ . Різна кількість параметрів, які необхідно знайти пов'язана із різною розмірністю вхідних векторів нейрорегуляторів (або, що теж саме, різним порядком малоприводних систем).

У результаті застосування методу отримано компоненти тензора  $W$  та вектора  $V$ , які мінімізують критерій (8.25). Динаміка регулювання для першої малоприводної системи (8.18) наведена на рис. 8.8. Зменшення узагальненого критерію оптимізації показано на рис. 8.8 (д).

Аналіз графічних залежностей, які представлені на рис. 8.8 (а) та (б), показує, що отриманий нейрорегулятор ефективно переводить маятник у верхнє нестійке положення. Однак, як видно з рис. 8.8 (б), (в), (г),



синтезований регулятор має недолік: швидке наростання крутного моменту на початку процесу регулювання.

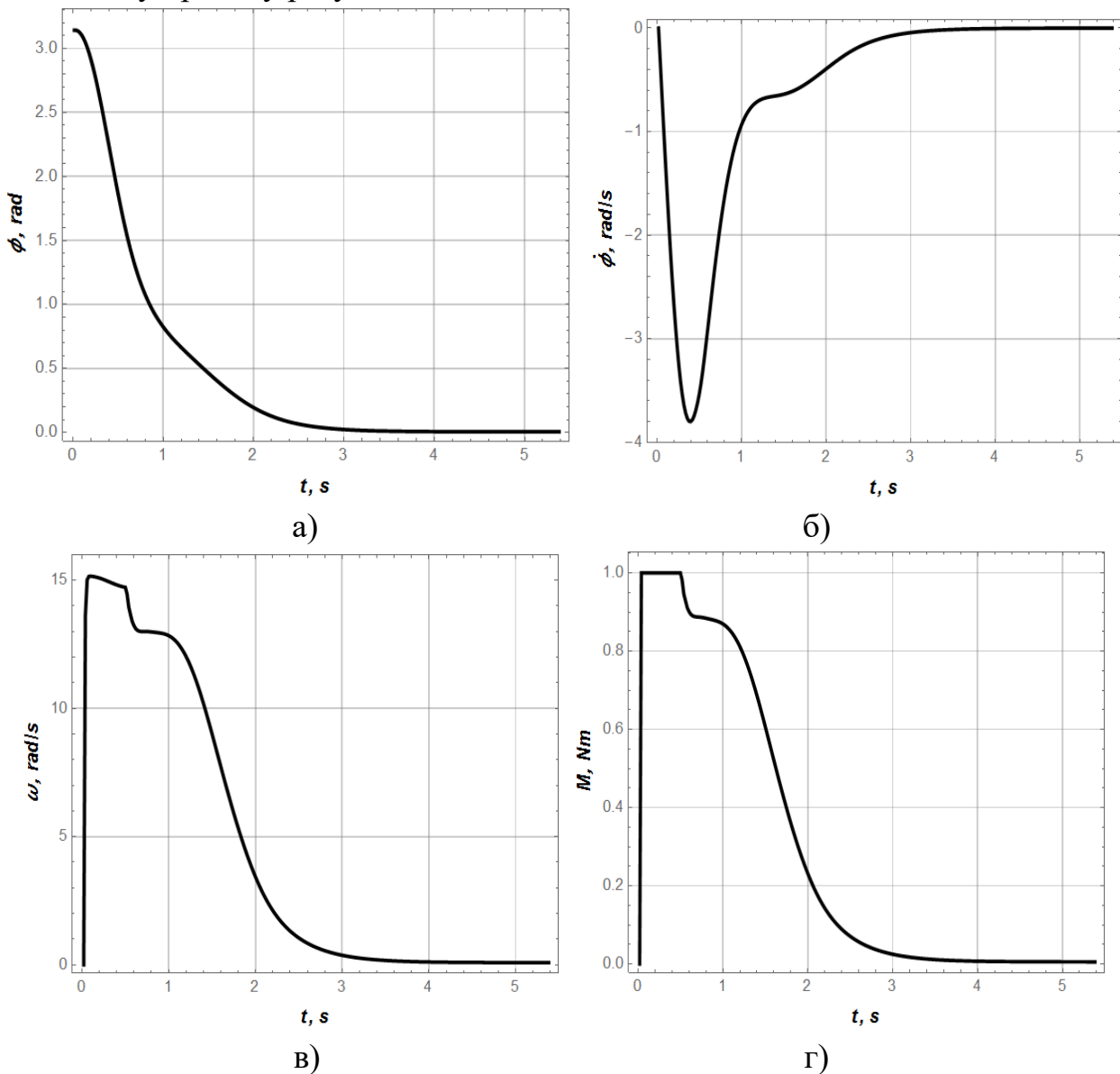
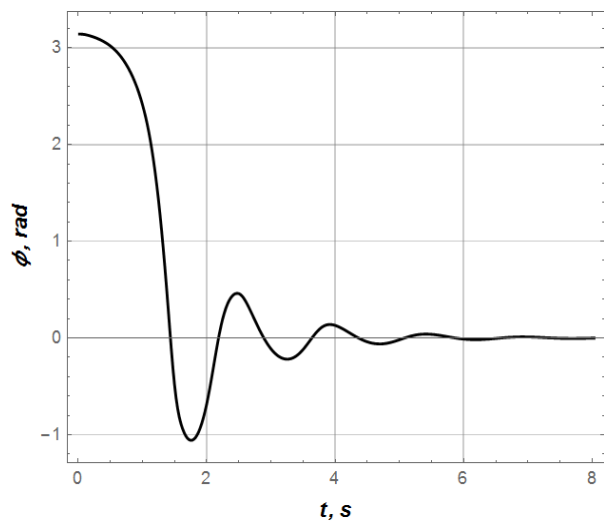
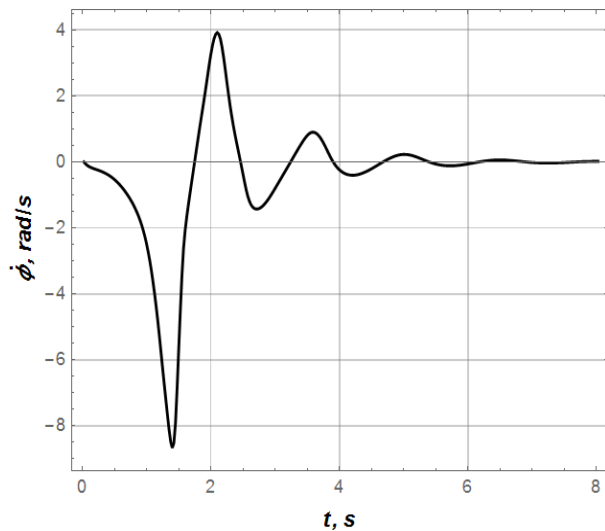


Рис. 8.8. Графіки динаміки регулювання малоприводної системи „перевернутий маятник з маховиком”: кутове положення маятника (а), кутова швидкість маятника (б), кутова швидкість маховика (в), рушійний момент приводу маховика (г)

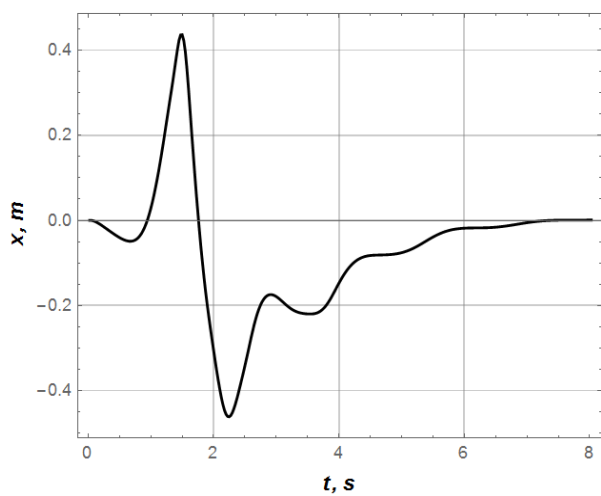
Результати оптимального регулювання системи „перевернутий маятник” за допомогою синтезованого оптимального нейрорегулятора показані на рис. 8.9. З рис. 8.9 видно, що крайові умови руху системи (8.20), а також обмеження (8.21), виконуються. Початкове положення маятника рівне  $\pi$ , а кінцеві положення всіх елементів системи – нульові. Напрямок руху візка змінювався шість разів (рис. 8.9, г). Протягом руху системи її привод виходить на обмеження (рис. 8.9, д).



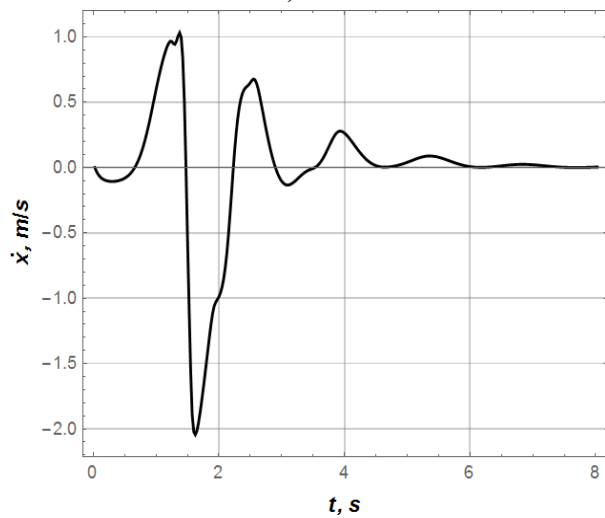
а)



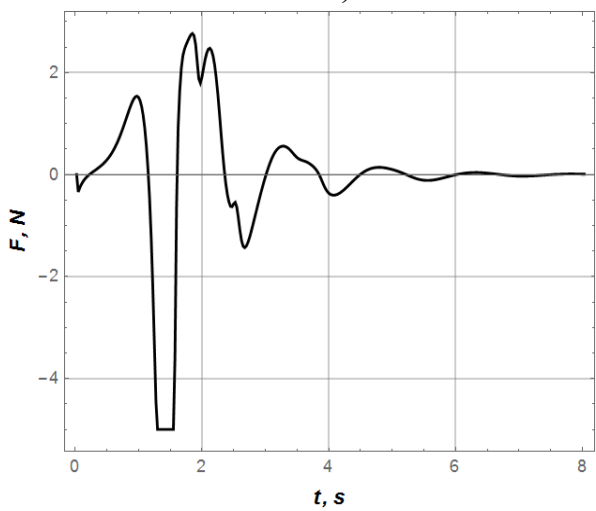
б)



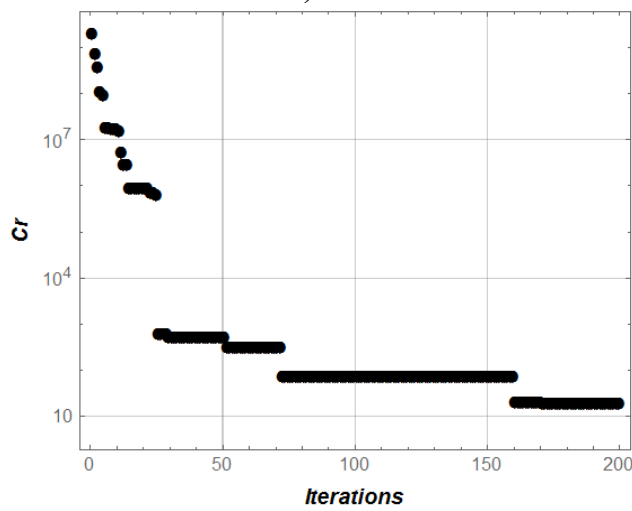
в)



г)



д)



е)

Рис. 8.9. Графіки динаміки регулювання малоприводної системи „перевернутий маятник”: кутове положення маятника (а), кутова швидкість маятника (б), положення візка (в), швидкість візка (г), рушійне зусилля двигуна (д), зменшення узагальненого критерію протягом процедури оптимізації (е)

Зазначимо, що у постановку задачі, окрім обмежень (8.21), можна вводити і інші. Наприклад, на кількість змін напрямків руху візка, кількості змін знака рушійного зусилля, кількості виходів на обмеження тощо. Вони призведуть до ускладнення задачі. У таких постановках задача буде досліджена у наступних роботах авторів.

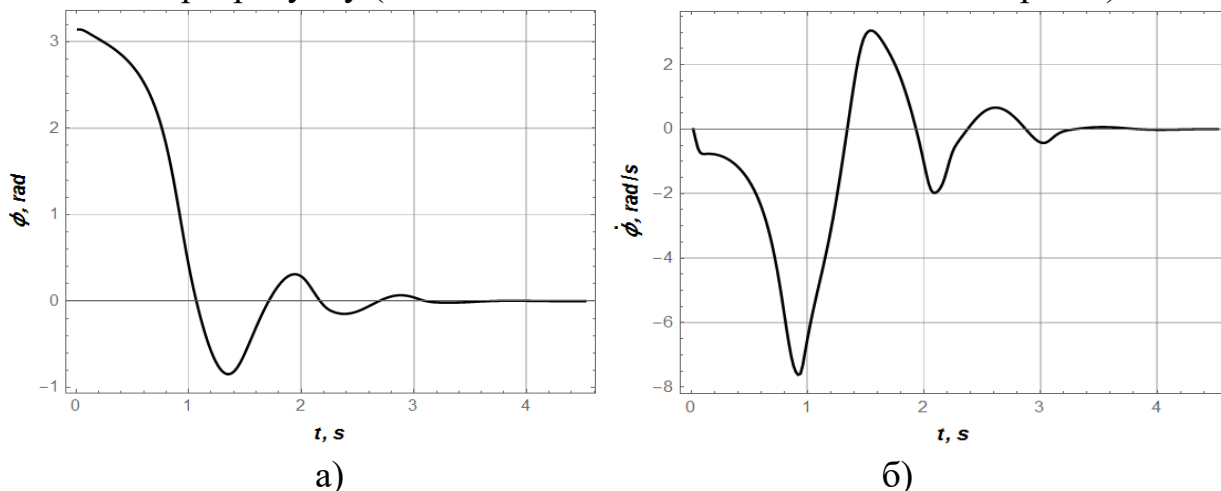
Зменшення узагальненого критерію протягом роботи алгоритму (рис. 8.9, е) є типовим: спочатку швидке зменшення величини критерію з поступовим зменшенням темпу. Останні ітерації не призводять до суттєвого покращення величини критерію (8.24). Зазначимо, що збільшення кількості ітерацій до 200 було обґрунтованим. Дійсно, 100 ітерацій для даної задачі не вистачило б для досягнення прийнятної величини оптимізаційного критерію.

Для маятника Фурути також було отримано нейрорегулятор, який відповідає умовам поставленої задачі (8.22)-(8.24). На рис. 8.10 наведено отримані результати.

З наведених на рис. 8.10 графіків видно, що протягом регулювання маятник Фурути за допомогою нейрорегулятора був переведений із початкового положення у кінцеве: маятникова ланка у кінці руху знаходилась у положенні вертикальної нестійкої рівноваги (рис. 8.10, а). Стріла сім разів змінювала напрямок руху (рис. 8.10, г) і в момент закінчення регулювання зупинилась в початковому положенні (рис. 8.10, в).

Функція рушійного моменту виходила на максимальну та мінімальну межі (рис. 8.10, д) і в кінці руху стала рівна нулю. Це означає, що у подальшому система буде знаходитись у стані спокою.

Аналіз збіжності алгоритму до мінімуму критерію (рис. 8.10, е) показує, що розв'язок задачі (шукані значення компонентів вектора біасів  $\mathbf{W}$  та тензора ваг  $\mathbf{W}$ ) був знайдений на останніх ітераціях. У випадку коли такий розв'язок не буде знайдено необхідно, згідно методики (рис. 8.4), запустити новий цикл розрахунку (інколи доцільно збільшити кількість ітерацій).



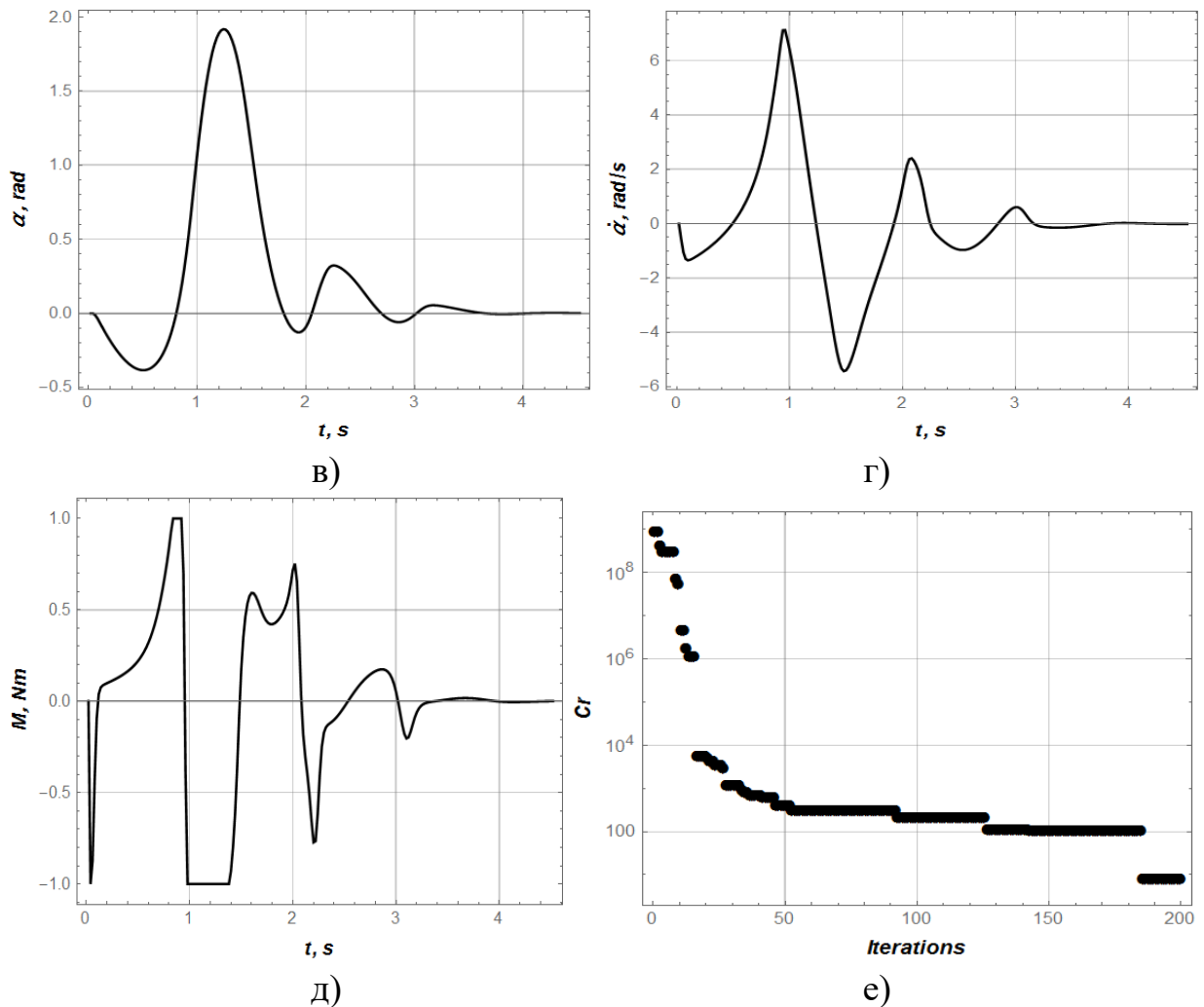


Рис. 8.10. Графіки динаміки регулювання маятника Фурути: кутове положення маятникової ланки (а), кутова швидкість маятникової ланки (б), кутове положення стріли (в), кутова швидкість стріли (в), крутний момент двигуна (д), зменшення узагальненого критерію протягом процедури оптимізації (е)

Загалом можна зробити висновок, що розроблена методика синтезу оптимальних нейрорегуляторів для нелінійних MISO-систем (на прикладі малоприводних об'єктів регулювання) показала свою ефективність. Її можна рекомендувати для розв'язання інших задач, або задач, які були розв'язані у даному підпункті, однак, у іншій постановці.

### 8.2.2. Лінійні MIMO об'єкти регулювання

Значна кількість об'єктів автоматичного регулювання відноситься до класу багатомірних систем (MIMO-систем). Такі системи мають декілька входів та декілька виходів. У найпростішому випадку MIMO-система має два входи і два виходи і описується матричною передаточною функцією розміру  $2 \times 2$ .

Для ілюстрації застосовності методу навчання штучних нейронних мереж покажемо, як він був використаний для задач синтезу нейрорегуляторів МІМО-систем.

Першою такою системою є ректифікаційна колона для сепарації води та метанолу. Математична модель такого об'єкта регулювання, яка була запропонована Вінанте та Ліубеном у роботі [19], представляє собою матричну передаточну функцію розміру 2x2:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-2,2e^{-s}}{7s+1} & \frac{1,3e^{-0,3s}}{7s+1} \\ \frac{-2,8e^{-1,8s}}{9,5s+1} & \frac{4,3e^{-0,35s}}{9,2s+1} \end{bmatrix} \quad (8.26)$$

Вихідними (регульованими) параметрами об'єкта регулювання є температури на четвертій  $T_4$  та сімнадцятій  $T_{17}$  тарілці, а вхідними (регулюваннями): інтенсивність зрошення (флегми)  $R$  та інтенсивність потоку  $V$  на дні ректифікаційної колони. Регульовані параметри вимірюються в градусах Цельсія, а вхідні (регулювання) в кг/год.

Зазначимо, що особливістю моделі (8.26) є часові затримки, які вносять ускладнення у задачу синтезу оптимального нейрорегулятора. Однак, передбачається, що метод зможе їх подолати, оскільки нейромережа є універсальним апроксиматором функції регулювання.

У випадку застосування нейронної мережі із двома входами, двома виходами, одним прихованим шаром з п'ятьма нейронами необхідно визначити 32 невідомі параметри. Їх значення повинні задовольняти наступні умови:

$$\begin{cases} 1,5 \max(t_{pez1}, t_{pez2}) + 20 \left( t_{pez1}^{-1} \int_0^{t_{pez1}} |\bar{T}_4 - T_4| dt + t_{pez2}^{-1} \int_0^{t_{pez2}} |\bar{T}_{17} - T_{17}| dt \right) \rightarrow \min; \\ \bar{T}_4 - T_4 \leq 0; \\ \bar{T}_{17} - T_{17} \leq 0, \end{cases} \quad (8.27)$$

де  $\bar{T}_4$  та  $\bar{T}_{17}$  – уставки температури на четвертій та сімнадцятій тарілках, які прийняті рівними одиниці;  $t_{pez1}$  та  $t_{pez2}$  – тривалості регулювання першої ( $T_4$ ) та другої ( $T_{17}$ ) змінних. Критерій (8.27) є комплексним: він відповідає бажанню мінімізації зваженої суми максимальної тривалості регулювання та суми середніх модулів похибок регулювання (всі компоненти комплексного критерію є небажаними). Вагові коефіцієнти 1,5 та 20, які знаходяться біля кожного із компонентів, відповідають їх важливості та зводять розмірності окремих компонентів до безрозмірного вигляду (методика зведення залишається поза рамками даних розрахунків).

Крім того, будемо вимагати, щоб перерегулювання температури на четвертій та сімнадцятій тарілках були нульовими. Це виражає другий вираз системи (8.27).

У результаті використання методу навчання штучної нейронної мережі було отримано компоненти тензора  $W$  ваг мережі та матриці  $B$  біасів, які дозволили забезпечити виконання вимог (8.27). Процес мінімізації критерію (8.27), який виконувався у результаті виконання алгоритму, проілюстровано на рис. 8.11 (б) (для даної задачі кількість ітерацій була обрана рівною 200, оскільки при меншій кількості процес не встигав збігатись).

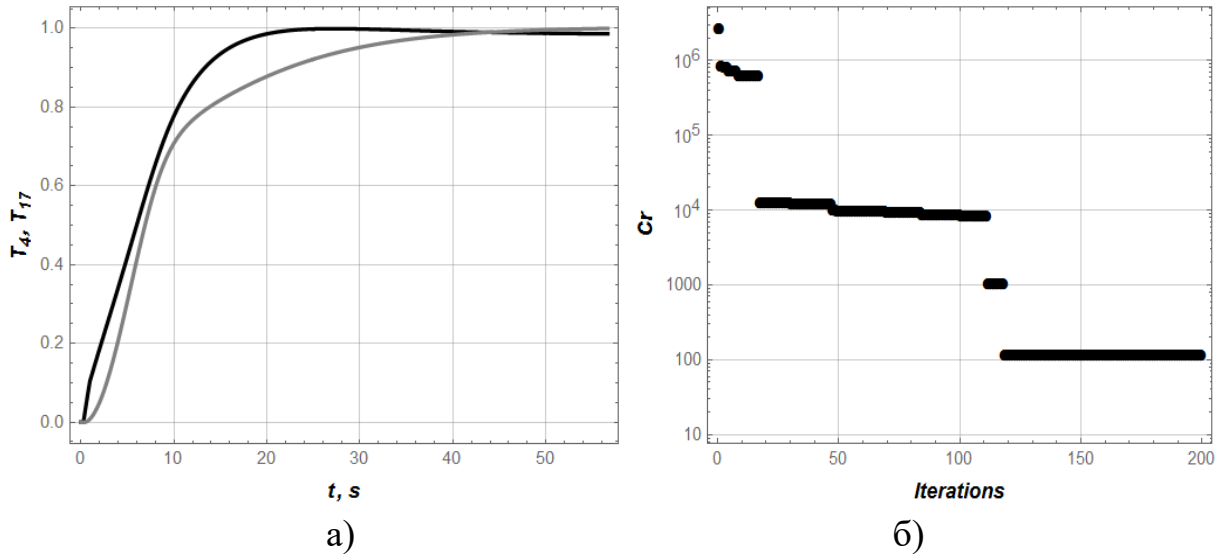


Рис. 8.11. Графіки динаміки регулювання температур на четвертій та сімнадцятій тарілках ректифікаційної колони Вінанте та Ліубена: температура на четвертій тарілці  $T_4$  (чорна лінія), температура на сімнадцятій тарілці  $T_{17}$  (сіра крива) (а), зменшення узагальненого критерію протягом процедури оптимізації (б)

З рис. 8.11 (а) видно, що регульовані змінні досить швидко виходять на уставки. Перерегулювання для обох температур (на четвертій та сімнадцятій тарілках) рівні нулю. Тривалості регулювання рівні:  $t_{pez1}=15,9$  с,  $t_{pez2}=29,6$  с.

Величини середніх модулів похибок регулювання такі:  $t_{pez1}^{-1} \int_0^{t_{pez1}} |\bar{T}_4 - T_4| dt = 0,41$

та  $t_{pez2}^{-1} \int_0^{t_{pez2}} |\bar{T}_{17} - T_{17}| dt = 0,32$ . Таким чином, задача синтезу нейрорегулятора розв'язана.

Ще однією багатомірною системою, яка досить поширена у якості тестової при розробці замкнених систем керування, є модель дистиляційної

колони Вуда-Беррі [20], яка призначена для сепарації метанолу та води. Вона представляється у вигляді матричної передаточної функції розміру 2x2:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{12,8e^{-s}}{16,7s+1} & \frac{-18,9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{-6,6e^{-7s}}{10,9s+1} & \frac{-19,4e^{-3s}}{14,4s+1} \end{bmatrix} \quad (8.28)$$

Регульованими параметрами об'єкта із матричною передаточною функцією (8.28) є концентрації продуктів в ректифікаторі  $X_B$  і в кубовому залишку  $X_D$  відповідно, а вхідними (регулюваннями): інтенсивність зрошення  $R$ , який подається в колону та витрата водяної пари  $S$ , яка подається в бойлер.

Модель (8.28) відрізняється від моделі (8.26) тим, що має більші часові затримки, а також тим, що диференціальні рівняння, що описують еволюцію обох змінних – другого порядку (для моделі (8.26) перше рівняння, яке описує зміну температури  $T_4$  – першого порядку, а рівняння для опису температури  $T_{17}$  – другого порядку). Отже, розмірність вхідного вектора нейрорегулятора системи, яка описується матричною передаточною функцією (8.28), рівна чотирьом.

Тепер можемо визначити кількість невідомих параметрів, які необхідно розрахувати у процесі навчання штучної нейронної мережі. Виконаємо такі розрахунки за допомогою формули (8.3) і отримаємо для одношарової мережі із п'ятьма нейронами у прихованому шарі  $V=37$ .

Для даної задачі синтезу нейрорегулятора використаємо подібний до (8.21) оптимізаційний критерій:

$$1,5 \max(t_{pez1}, t_{pez2}) + 20 \left( t_{pez1}^{-1} \int_0^{t_{pez1}} |\bar{X}_B - X_B| dt + t_{pez2}^{-1} \int_0^{t_{pez2}} |\bar{X}_D - X_D| dt \right) \rightarrow \min \quad (8.29)$$

та вимогу нульового перегулювання для обох змінних:

$$\begin{cases} \bar{X}_B - X_B \leq 0; \\ \bar{X}_D - X_D \leq 0, \end{cases} \quad (8.30)$$

де  $\bar{X}_B$  та  $\bar{X}_D$  – відповідні уставки регульованих змінних, які в обох випадках рівні одиниці;  $t_{pez1}$  та  $t_{pez2}$  – тривалості регулювання першої ( $X_B$ ) та другої ( $X_D$ ) змінних.

Застосування розробленого методу навчання штучної нейронної мережі дало змогу отримати компоненти тензора  $W$  ваг мережі та її матриці  $B$  біасів, за яких мінімізується критерій (8.29) та виконуються обмеження щодо нульових перегулювань (8.30).

Для ілюстрації отриманих результатів наведемо графічні залежності (рис. 8.12). Процес мінімізації критерію (8.29) проілюстровано за допомогою графіка на рис. 8.12 (б).

З рис. 8.12, (а) видно, що обидві регульовані величини досягають уставки без перерегулювання. При цьому тривалості регулювання рівні:  $t_{pez1}=60,2$  с,  $t_{pez2}=54,0$  с. Величини середніх модулів похибок регулювання

такі:  $t_{pez1}^{-1} \int_0^{t_{pez1}} |\bar{X}_B - X_B| dt = 0,29$  та  $t_{pez2}^{-1} \int_0^{t_{pez2}} |\bar{X}_D - X_D| dt = 0,26$ . Отже, і ця задача

синтезу нейрорегулятора успішно розв'язана [21].

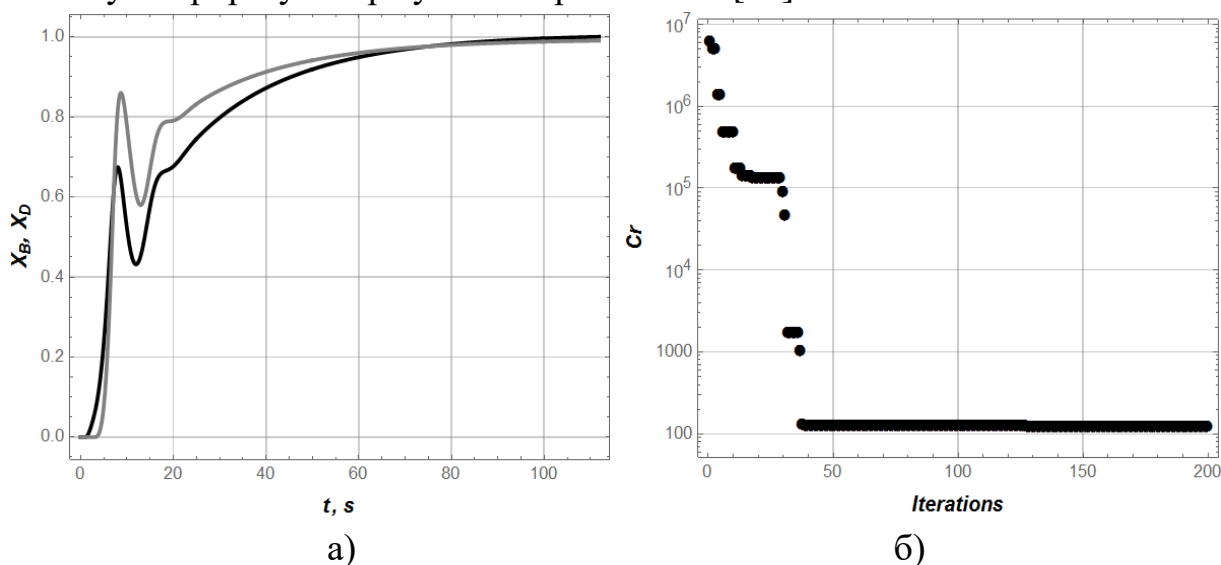


Рис. 8.12. Графіки динаміки регулювання концентрації продуктів в ректифікаторі  $X_B$  (чорна крива) і в кубовому залишку  $X_D$  (сіра крива) (а), зменшення узагальненого критерію протягом процедури оптимізації (б)

## 9. ІНСТРУКЦІЯ КОРИСТУВАННЯ РОЗРОБЛЕНИМ ПРОГРАМНИМ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯМ PI-TUNER

### 9.1. Призначення програми

Програма PI-Tuner призначена для визначення оптимальних коефіцієнтів ПІ-регулятора для об'єктів регулювання третього, другого та першого порядків із затримкою або без неї. Вона також дає можливість отримати графічні залежності зміни регульованої величини та регулювання при моделюванні процесу регулювання того чи іншого об'єкта, а також комплекс оціночних показників у часовій області.

Крім того, користувач програми має можливість задавати коефіцієнти пропорційної та інтегральної складових ПІ-регулятора власноруч та проводити аналіз процесу регулювання.



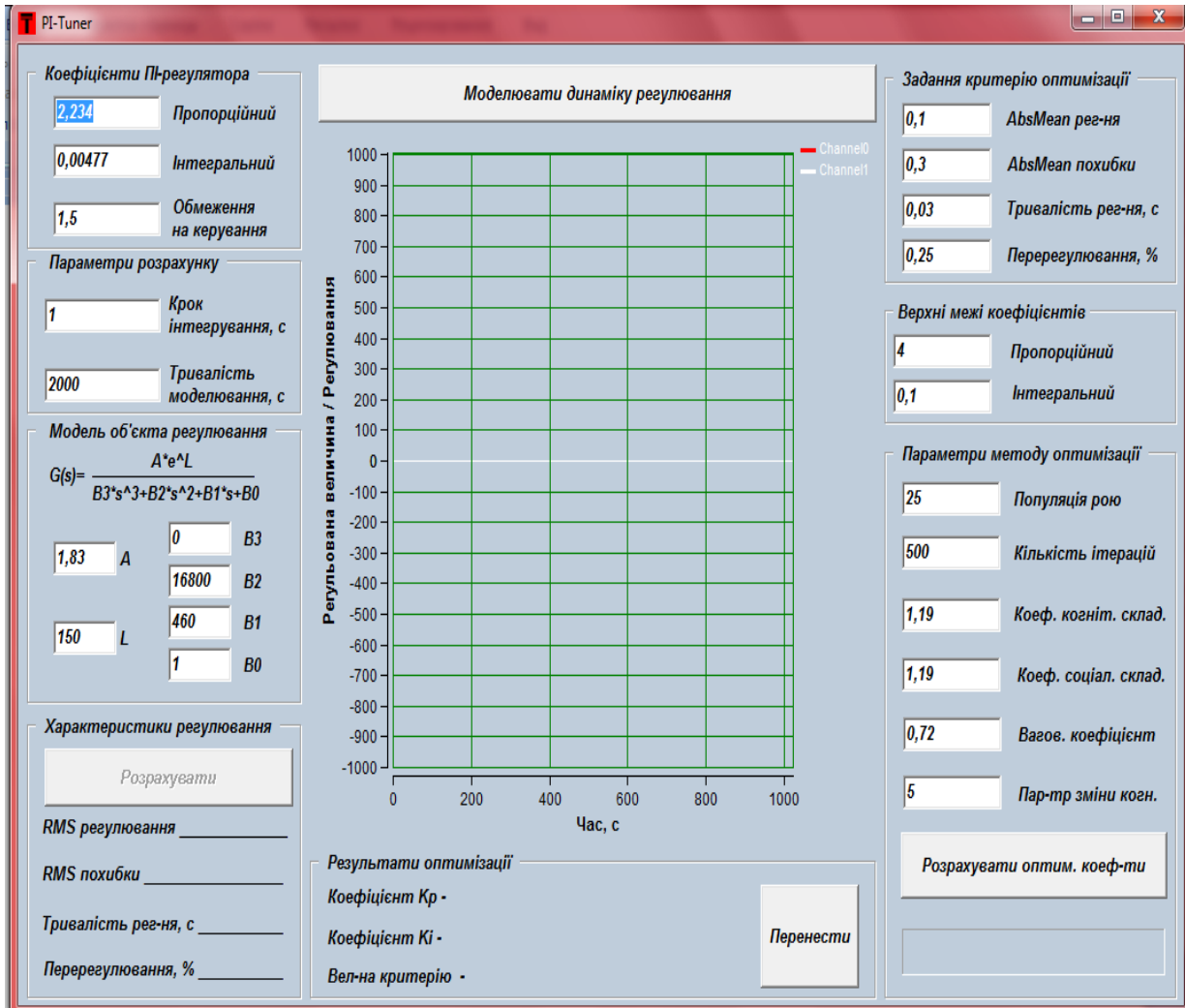
## 9.2. Початок роботи

Для того, щоб запустити програму PI-Tuner користувачу необхідно



двічі клікнути на файлі PI-Tuner.exe програми, яке має наступний вигляд

Надалі відкриється вікно



## 9.3. Знайомство з інтерфейсом програми

Вікно програми складається із окремих панелей, які містять поля для вводу, кнопки, поля для виведення графічних залежностей, індикатор виконання розрахунків, позначення тощо.

Умовно вікно програми можна поділити на три частини:

- 1) частина для проведення аналізу регулювання

**Коефіцієнти ПІ-регулятора**

Пропорційний

Інтегральний

Обмеження на керування

**Параметри розрахунку**

Крок інтегрування, с

Тривалість моделювання, с

**Модель об'єкта регулювання**

$$G(s) = \frac{A \cdot e^{-L}}{B_3 \cdot s^3 + B_2 \cdot s^2 + B_1 \cdot s + B_0}$$

A       B3

L       B2

B1

B0

**Характеристики регулювання**

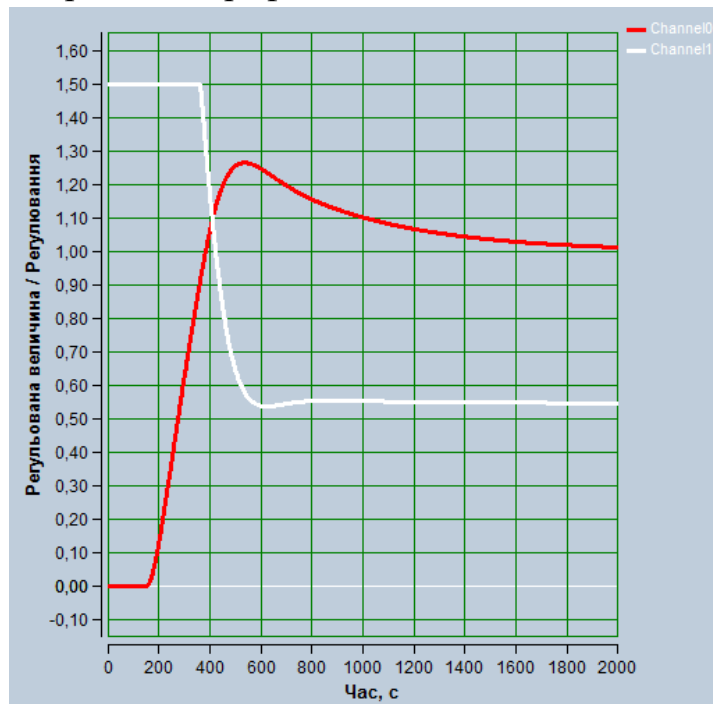
RMS регулювання 0,95

RMS похибки 1

Тривалість рег-ня, с 1344

Перерегулювання, % 26,53

2) частина для відображення графічних залежностей



3) частина для проведення розрахунків оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора

<b>Задання критерію оптимізації</b>	
<input type="text" value="0,1"/>	AbsMean рег-ня
<input type="text" value="0,3"/>	AbsMean похибки
<input type="text" value="0,03"/>	Тривалість рег-ня, с
<input type="text" value="0,25"/>	Перерегулювання, %
<b>Верхні межі коефіцієнтів</b>	
<input type="text" value="4"/>	Пропорційний
<input type="text" value="0,1"/>	Інтегральний
<b>Параметри методу оптимізації</b>	
<input type="text" value="25"/>	Популяція рою
<input type="text" value="500"/>	Кількість ітерацій
<input type="text" value="1,19"/>	Коеф. когніт. склад.
<input type="text" value="1,19"/>	Коеф. соціал. склад.
<input type="text" value="0,72"/>	Вагов. коефіцієнт
<input type="text" value="5"/>	Пар-тр зміни когн.
<input type="button" value="Розрахувати оптим. коеф-ти"/>	
<b>Результати оптимізації</b>	
Коефіцієнт $K_p$ -	<input type="button" value="Перенести"/>
Коефіцієнт $K_i$ -	
Вел-на критерію -	

## 9.4. Аналіз регулювання

### 9.4.1. Задання передаточної функції об'єкта регулювання

Для того, щоб задати модель об'єкта регулювання необхідно занести чисельні дані у поля панелі „Модель об'єкта регулювання”.

<b>Модель об'єкта регулювання</b>			
$G(s) = \frac{A \cdot e^{-L}}{B3 \cdot s^3 + B2 \cdot s^2 + B1 \cdot s + B0}$			
<input type="text" value="1,83"/>	A	<input type="text" value="0"/>	B3
		<input type="text" value="16800"/>	B2
<input type="text" value="150"/>	L	<input type="text" value="460"/>	B1
		<input type="text" value="1"/>	B0

Зверху панелі знаходиться формула передаточної функції, яка містить окремі коефіцієнти  $A$ ,  $B1$ ,  $B2$ ,  $B3$  та величину часової затримки  $L$ . Якщо об'єкт регулювання не має часової затримки то у відповідне поле необхідно ввести нуль.

<input type="text" value="0"/>	L
--------------------------------	---

Якщо розглядається об'єкт регулювання першого порядку то необхідно ввести нулі у поля  $B2$  та  $B3$ .

<input type="text" value="0"/>	<i>B3</i>
<input type="text" value="0"/>	<i>B2</i>

Якщо об'єкт регулювання другого порядку, то нуль повинен бути лише у полі *B3*.

<input type="text" value="0"/>	<i>B3</i>
--------------------------------	-----------

Коефіцієнт підсилення регулювання необхідно задавати у поле *A*.

<input type="text" value="1,83"/>	<i>A</i>
-----------------------------------	----------

Для використання моделі об'єкта регулювання у подальших розрахунках всі поля панелі „Модель об'єкта регулювання” повинні бути заповненими.

#### 9.4.2. Задання параметрів ПІ-регулятора

Для задання параметрів ПІ-регулятора користувач має заповнити всі поля панелі „Коефіцієнти ПІ-регулятора”.

<i>Коефіцієнти ПІ-регулятора</i>	
<input type="text" value="2,234"/>	<i>Пропорційний</i>
<input type="text" value="0,00477"/>	<i>Інтегральний</i>
<input type="text" value="1,5"/>	<i>Обмеження на керування</i>

Чисельні значення коефіцієнтів заносяться у відповідні поля.

Обмеження, яке накладається на максимальне значення вихідної величини регулювання, заноситься у нижнє поле. Обмеження на мінімальну величину задано у програмі рівним нулю.

#### 9.4.3. Задання параметрів розрахунку

Параметри розрахунку (крок інтегрування та тривалість моделювання) заносяться користувачем у поля панелі „Параметри розрахунку”.

<i>Параметри розрахунку</i>	
<input type="text" value="1"/>	<i>Крок інтегрування, с</i>
<input type="text" value="2000"/>	<i>Тривалість моделювання, с</i>

Крок інтегрування для об'єктів регулювання із відносно великими постійними часу задають рівним одиницям або десятим долям секунд. При зменшенні постійних часу крок інтегрування також повинен зменшуватись. Аналогічна ситуація з тривалістю моделювання: якщо постійні часу об'єкта

регулювання незначні (одиниці секунд), то крок інтегрування необхідно обирати рівним тисячним долям секунди.

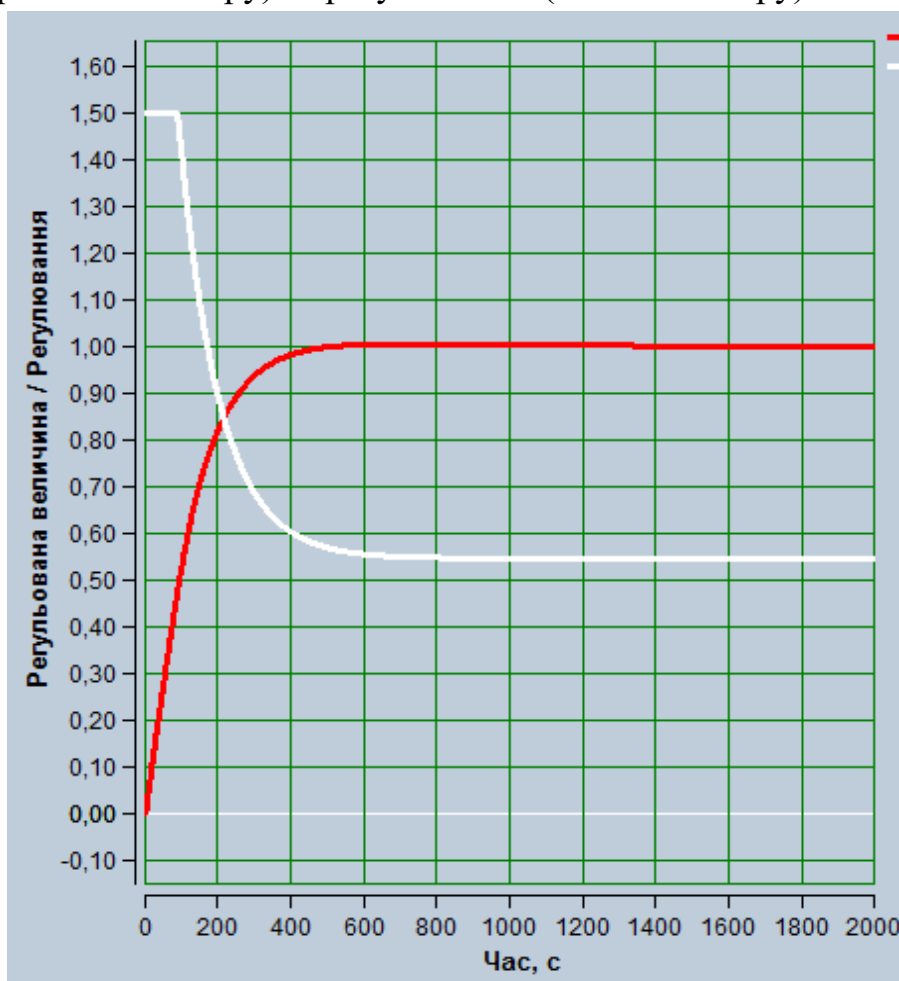
Зі збільшенням тривалості моделювання та зі зменшенням кроку інтегрування тривалість виконання розрахунків як для проведення аналізу так і при розрахунку оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора, зростає.

#### 9.4.4. Побудова графічних залежностей

Для того, щоб візуально оцінити процес автоматичного регулювання для об'єкта регулювання із заданою передаточною функцією, який регулюється ПІ-регулятором із заданим коефіцієнтами та заданою величиною обмеження на вихідну величину регулювання, необхідно натиснути кнопку

**Моделювати динаміку регулювання**

При цьому у полі нижче відобразяться два графіки: регульованої величини (червоного кольору) та регулювання (білого кольору).



Для того, щоб отримати інші графічні залежності, наприклад, для випадку інших величин коефіцієнтів ПІ-регулятора, необхідно ввести ці

величини у відповідні поля панелі „Коефіцієнти ПІ-регулятора” та повторно натиснути кнопку

**Моделювати динаміку регулювання**

Будь які зміни величин у полях панелей, які стосуються аналізу регулювання, будуть враховані лише при натисканні вказаної кнопки.

#### 9.4.5. Розрахунок показників якості регулювання

Користувач має змогу оцінити також чисельні значення показників якості регулювання. Вони відображаються у панелі „Характеристики регулювання” при натисканні на кнопку **Розрахувати**. При цьому навпроти відповідних показників будуть показані їх чисельні значення, наприклад

<i>RMS регулювання</i>	<u>1,14</u>
<i>RMS похибки</i>	<u>0,7</u>
<i>Тривалість рег-ня, с</i>	<u>320</u>
<i>Перерегулювання, %</i>	<u>0,59</u>

Всі величини при виконанні розрахунків заокруглюються до сотих.

### 9.5. Розрахунок оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора

#### 9.5.1. Задання критерію оптимізації

Визначення оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора відбувається у процесі мінімізації певного критерію оптимізації. Для задання важливості окремих його компонентів користувач має ввести вагові коефіцієнти у поля панелі „Задання критерію оптимізації”

<i>Задання критерію оптимізації</i>	
<input type="text" value="0,1"/>	<i>AbsMean рег-ня</i>
<input type="text" value="0,3"/>	<i>AbsMean похибки</i>
<input type="text" value="0,03"/>	<i>Тривалість рег-ня, с</i>
<input type="text" value="0,25"/>	<i>Перерегулювання, %</i>

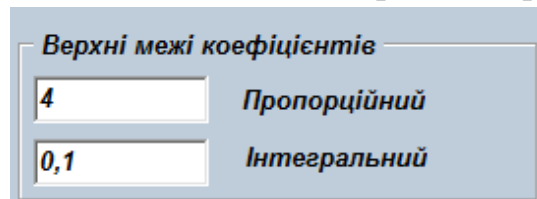
При заданні коефіцієнтів користувачу необхідно пам'ятати, що відповідні оціночні показники, на які вони будуть множитись, для різних об'єктів регулювання мають різні величини. Наприклад, для об'єкта регулювання із значними постійними часу тривалість регулювання також буде значною (сотні або тисячі секунд). Разом з тим, показники середнього

модуля похибки або перерегулювання не будуть такими значними. Це призведе до того, що показник тривалості регулювання „переважить” всі інші показники, які у структурі критерію не будуть відображені достатньо повно. У цьому випадку користувач повинен ваговий коефіцієнт, який знаходиться у полі „Тривалість регулювання”, задавати незначним (соті або тисячні долі).

У випадку, якщо той чи інший компонент не повинен бути врахований у структурі критерію, користувач має ввести у відповідне поле нуль. Кожне поле панелі повинно бути заповненим.

### 9.5.2. Задання області пошуку коефіцієнтів ПІ-регулятора

Для того, щоб задати межі пошуку оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора необхідно ввести чисельні значення у поля панелі „Верхні межі коефіцієнтів” (нижні межі для обох коефіцієнтів рівні нулю).



Верхні межі коефіцієнтів	
4	Пропорційний
0,1	Інтегральний

Користувач має подбати про те, щоб задати раціональні верхні межі областей пошуку коефіцієнтів. Якщо задати незначні верхні межі, то існує ризик того, що оптимальні значення коефіцієнтів ПІ-регулятора не попадуть у область пошуку.

У випадку, якщо у поля будуть внесені значні числа, то області пошуку будуть досить великими, що, у свою чергу, може викликати те, що оптимізаційний алгоритм не знайде оптимальні значення коефіцієнтів ПІ-регулятора.

При заданні верхніх меж користувачу необхідно орієнтуватись на чисельні значення коефіцієнтів, які можна розрахувати за одним із відомих у інженерній практиці методів (наприклад, Циглера-Нікольса, Чьена-Хронеса-Резвіка тощо). При цьому у поля панелі необхідно вносити чисельні значення, які будуть дещо більшими ніж, ті, що отримані із використанням інженерного методу налаштування ПІ-регулятора.

### 9.5.3. Задання параметрів методу оптимізації

Для того, щоб відшукати оптимальні значення коефіцієнтів ПІ-регулятора необхідно заповнити всі поля панелі „Параметри методу оптимізації”.

Користувачу рекомендовано задавати чисельність популяції у межах 10...50 частинок. Менші значення сприяють швидшому пошуку оптимальних

значень коефіцієнтів, однак вірогідність досягнення глобального мінімуму оптимізаційного критерію буде нижча. У випадку, коли користувач задасть велику кількість частинок у рої, розрахунок буде тривати довше, однак, вірогідність досягнення глобального мінімуму буде вища.

The image shows a dialog box titled "Параметри методу оптимізації" (Optimization Method Parameters). It contains six input fields, each with a numerical value and a label to its right. Below the fields is a button labeled "Розрахувати оптим. коеф-ти" (Calculate Optim. Coeffs.).

Value	Label
25	Популяція рою
500	Кількість ітерацій
1,19	Коеф. когніт. склад.
1,19	Коеф. соціал. склад.
0,72	Вагов. коефіцієнт
5	Пар-тр зміни когн.

Розрахувати оптим. коеф-ти

Крім того, із чисельністю популяції пов'язаний інший параметр – кількість ітерацій. Користувачу необхідно задавати його у межах 200...2000. Менші значення ітерацій варто задавати для менших популяцій рою і навпаки. Це пов'язано із необхідністю збіжності рою до мінімуму критерію.

Наступні параметри методу, які необхідно задавати користувачу – коефіцієнти соціальної та когнітивної складових, а також інерційний (ваговий) коефіцієнт – за замовчуванням прийняті рівними 1,19, 1,19 та 0,72. Саме такі значення рекомендуються розробниками модифікації методу для ефективного пошуку оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора. Користувач не обмежений у можливості зміни коефіцієнтів. Їх зміна може вплинути та підвищення ефективності пошуку розв'язку задачі при досить складній топології оптимізаційного критерію. Саме цей факт зумовлює можливість варіації коефіцієнтів у програмі. Однак, зміни вказаних коефіцієнтів не повинні бути значними (не більше 50% від базових, які прийняті за замовчуванням).


Останній параметр, який потребує налаштування – параметр зміни когнітивного індексу частинки. Значення, яке прийняте за замовчуванням, є



раціональним. Користувач може змінювати його. Однак, рекомендується, щоб значення цього параметра задавались в межах 3...8.

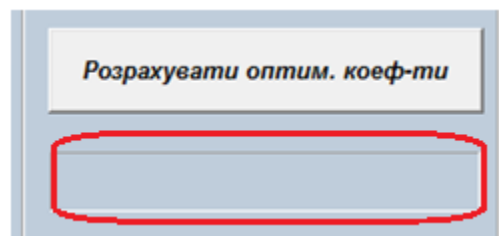
#### 9.5.4. Розрахунок оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора та відображення отриманих результатів

Для того, щоб виконати розрахунок оптимальних значень коефіцієнтів ПІ-регулятора користувач повинен натиснути кнопку

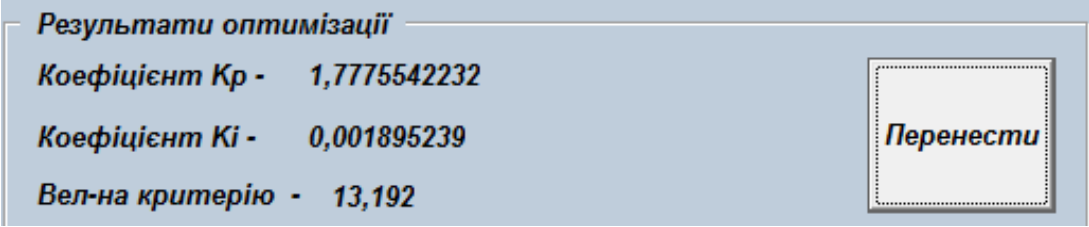


*Розрахувати оптим. коеф-ти*

При цьому алгоритм пошуку оптимальних значень коефіцієнтів буде запущено. Його виконання можна відслідковувати за допомогою індикатора прогресу, який знаходиться під кнопкою



Результати розрахунків відображаються у панелі „Результати оптимізації”



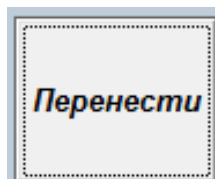
*Результати оптимізації*

<i>Коефіцієнт <math>K_p</math> -</i>	<i>1,7775542232</i>
<i>Коефіцієнт <math>K_i</math> -</i>	<i>0,001895239</i>
<i>Вел-на критерію -</i>	<i>13,192</i>

*Перенести*

Тут відображаються: знайдені коефіцієнти ПІ-регулятора (для пропорційної  $K_p$  та інтегральної  $K_i$  складових) та величина критерію оптимізації.

Для того, щоб відобразити отримані результати на графіку необхідно натиснути кнопку



При цьому отримані коефіцієнти будуть занесені у поля панелі „Коефіцієнти ПІ-регулятора”

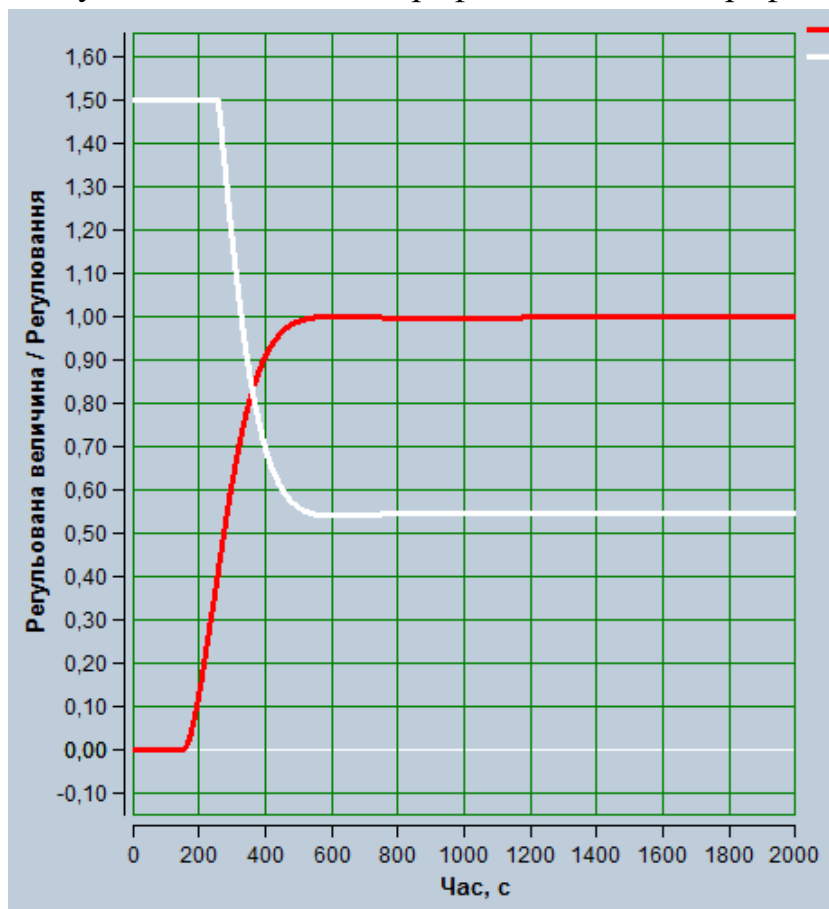
**Коефіцієнти ПІ-регулятора**

<b>1,77755422320</b>	<b>Пропорційний</b>
<b>0,00189523899</b>	<b>Інтегральний</b>

Для того, щоб оцінити динаміку регулювання користувачу достатньо натиснути на кнопку

**Моделювати динаміку регулювання**

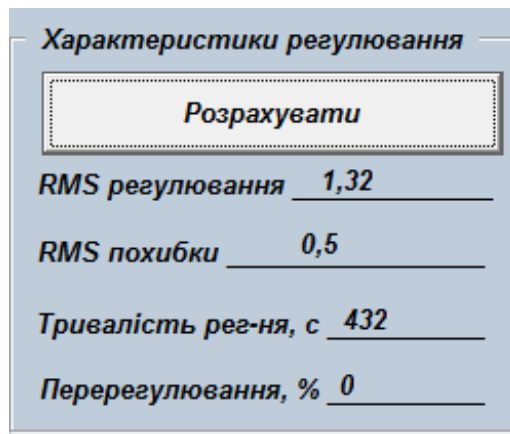
Це дає змогу вивести на панелі графіків відповідні графічні залежності



Для того, щоб встановити чисельні показники якості регулювання користувачу необхідно натиснути на кнопку

**Розрахувати**

Вона знаходиться на панелі „Характеристики регулювання”. При цьому у цій панелі відобразяться чисельні значення показників



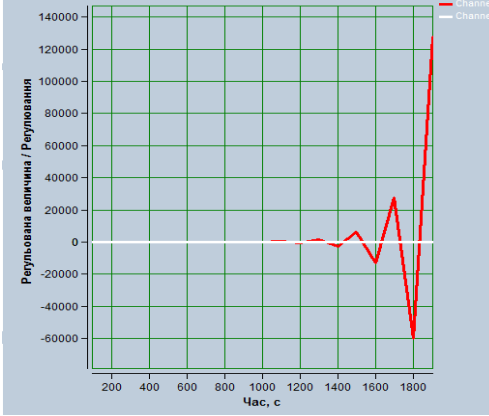
### 9.6. Можливі помилки у роботі програми та їх усунення

При роботі програми можуть виникати помилки, які необхідно усувати.

У таблиці 9.1 наведено опис помилок та методи їх усунення.

Таблиця 9.1 – Помилки у роботі програми PI-Tuner та методи їх усунення

Помилка	Приклад	Метод усунення
1	2	3
Введення невірною символу для розділення цілої та дробової частин		Натиснути ОК на повідомленні та замінити розділювач цілої та дробової частин з крапки на кому
При значних величинах регульованої величини або регулювання не відображаються графічні залежності		Вийти з програми та виконати її повторний запуск
Неактивна кнопка „Розрахувати” на панелі „Характеристики регулювання”		Натиснути кнопку <i>Модельовати динаміку регулювання</i>
Тривале виконання розрахунків	-	Зменшити величину у полі „Популяція рою”

1	2	3
Невірне відображення графічних залежностей		Вийти з програми та виконати її повторний запуск. У полі „Крок інтегрування, с” приблизно у десять разів зменшити величину. Якщо помилка не зникає, необхідно надалі зменшувати величину полі „крок інтегрування”
Інші помилки	-	Вийти з програми та виконати її повторний запуск

### 9.7. Вихід з програми

Вихід з програми здійснюється шляхом закриття її вікна. Ніяких інших операцій при цьому виконувати не потрібно.

Всі дані, які були отримані при аналізі регулювання та налаштуванні оптимальних коефіцієнтів ПІ-регулятора, втрачаються.

## 10. ВИСНОВКИ І РЕКОМЕНДАЦІЇ

1. У загальному вигляді поставлено задачу оптимального налаштування (синтезу) автоматичних регуляторів (із врахуванням обмежень та вимог стійкості регулювання) та розроблено узагальнений критерій оптимізації із топологією типу „яма в ямі”, який дозволяє звести вихідну задачу до задачі його мінімізації. Крім того, запропоновано методику побудови MISO-функції, яка дозволяє забезпечити мінімізацію узагальненого критерію.
2. На прикладі налаштування оптимального за швидкодією ПІ-регулятора показано застосування розробленої методики оптимізації. Наприклад, встановлено, що розроблена методика дозволяє підвищити швидкодію

регулювання у 2,11...4,88 рази – для об'єкта регулювання з передаточною функцією  $G(s)=1/(s+1)^2$ , у 2,12...3,95 рази – для об'єкта регулювання з передаточною функцією  $G(s)=1/(s+1)^3$ , у 2,04...3,77 рази – для об'єкта регулювання з передаточною функцією  $G(s)=e^{-2s}/(5s+1)^2$ . При цьому забезпечується обмеження стосовно нульового перерегулювання.

3. Проілюстровано застосування методики мінімізації кількості перемикачів регулювання, яка ґрунтується на модифікації узагальненого критерію оптимізації шляхом введення у його структуру кількості перемикачів регулювання. Проведені розрахунки для об'єктів регулювання другого та третього порядків, показали, що забезпечується нульове перерегулювання, а тривалість регулювання, наприклад, котла КВГМ-100 зменшилась у 2,28 разів. Крім того, кількість перемикачів регулювання при інших рівних умовах є мінімальною.
4. Виконано постановку задачі синтезу оптимального регулятора системи «кран-вантаж». Розроблено методику синтезу лінійного регулятора руху системи для чого проведено дослідження стійкості її руху системи, що дало змогу знайти межі області пошуку оптимальних значень коефіцієнтів регулятора, та розроблено комплексний інтегрально-термінальний критерій та MISO-функцію, яка йому відповідає. У подальшому за допомогою методу ME-PSO визначено оптимальні значення коефіцієнтів регулятора. Встановлено, що зміна параметрів системи (зокрема, довжини гнучкого підвісу), вплив вітрових поривів та обмеження на рушійне зусилля приводу крана (56,25 кН) і швидкість його зміни в часі (400 кН/с) не призводить до суттєвого погіршення якості регулювання, і дозволяє усунути маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі.
5. Розроблено метод навчання штучних нейронних мереж для задачі синтезу оптимальних автоматичних регуляторів, який дає змогу врахувати обмеження, що накладаються на компоненти фазового вектора стану об'єкта регулювання та вектора регулювання. Метод ґрунтується на мінімізації узагальненого критерію оптимізації у просторі значень компонентів тензора вагових коефіцієнтів нейронної мережі та компонентів матриці її біасів (зміщень). Мінімізація критерію виконувалась за допомогою розробленої модифікації методу рою часточок ME-D-PSO. Для оцінки ефективності розробленої методики проведено результати навчання нейронних мереж (нейрорегуляторів) для декількох лінійних та нелінійних

(малоприводних) об'єктів регулювання. Аналіз динаміки їх регулювання та зміни величини узагальненого критерію протягом роботи алгоритму ME-D-PSO підтвердив застосовність методу для задач синтезу оптимальних регуляторів. Зокрема, для дистиляційної колони Вуда-Беррі тривалість регулювання становила 60,2 та 54,0 с, а середні модулі похибок регулювання 0,29 та 0,26. Для ректифікаційної колони Вінанте-Ліубена тривалість регулювання склала 15,9 та 29,6 с, а середні модулі похибок регулювання 0,41 і 0,32.

6. Наведено опис функціональних можливостей програмного продукту PI-Tuner, який використано для налаштування коефіцієнтів ПІ-регулятора. Змінюючи структуру узагальненого критерію, користувач може впливати на топологічні властивості критерію. Це, у свою чергу, забезпечує відшукування розв'язку специфічної задачі налаштування ПІ-регулятора для певного об'єкта регулювання із заданим обмеженням на регулювання.
7. Отримані результати доцільно застосовувати при розробці та експлуатації систем автоматичного регулювання у галузях машинобудування, сільського господарства, переробної промисловості, житлово-комунального господарства, транспорту, будівельної галузі тощо.

#### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:**

1. Ромасевич Ю.О., Ловейкін В.С., Ляшко А.П., Макарець В.В. Розробка методу оптимального налаштування ПІ-регуляторів. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. 2019. Вип. 53. С. 56-65.
2. Romasevych, Y., Loveikin, V., Usenko S. PI-controller tuning optimization via PSO-based technique. *Przeglad Elektrotechniczny*. 2019. R. 95 NR 7. P. 33-37.
3. Romasevych Y., Loveikin V., Makarets V. Optimal constrained tuning of PI-controllers via a new PSO-based technique. *International Journal of Swarm Intelligence Research*. 2020. 11(4). P. 87-105.
4. Åström K.J., Hägglund T. Benchmark Systems for PID Control, *International Federation of Automatic Control*. 2000. P. 165-166.
5. Ziegler J.G., Nichols N.B., Optimum Settings for Automatic Controllers. *Transaction of the ASME*. 1942. Vol. 64. P. 759-768.
6. Åström K.J., Hägglund T. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, Instrument Society of America NC.: Research Triangle Park. 2 edition. 1995. p. 344.

7. Chien K.L., Hrones J.A., Reswick J.B., On the automatic control of generalized passive systems, Transaction of the ASME. 1952. Vol. 74. No. 2. P. 175- 185.
8. Eriksson L., Control Design and Implementation of Networked Control Systems. Licentiate thesis' Department of Automation and Systems Technology, Helsinki University of Technology. 2008. 118 p.
9. Горюнов А.Г., Ливенцов С.Н. Цифровой регулятор для системы управления с исполнительным механизмом постоянной скорости. Известия Томского политехнического университета. 2004. С. 131-134.
10. Lysenko V., Volbot I., Romasevych Y., Loveykin V., Voytiuk V. Algorithms of robotic electrotechnical complex control in agricultural production in Control Systems: Theory and Applications. River Publishers. 2018. P. 271-289.
11. Ромасевич Ю.О., Ловейкін В.С., Ляшко А.П. Синтез оптимального двопозиційного регулятора із мінімальною кількістю перемикачів. Енергетика і автоматика. 2020. №2. С. 23-36
12. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Пилипенко А.П., Макарець В.В. Синтез оптимального регулятора руху системи «кран-вантаж». Частина 1. Підйомно-транспортна техніка. 2020. № 3. С. 49-59.
13. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1974. 832 с.
14. Cybenko G.V. Approximation by Superpositions of a Sigmoidal function. Mathematics of Control Signals and Systems. 1989. P. 303-314.
15. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Back-Propagation and Other Differentiation Algorithms. Deep Learning. MIT Press. 2016. P. 200-220.
16. Spong M., Corke P., Lozano R. Nonlinear control of the inertia wheel pendulum. Automatica. 2001. P. 1845-1851.
17. Russ T. Underactuated Robotics: Algorithms for Walking, Running, Swimming, Flying, and Manipulation (Course Notes for MIT 6.832). <http://underactuated.mit.edu/> (дата звернення 06.04.2020).
18. Furuta K., Yamakita M., Kobayashi S. Swing-up control of inverted pendulum using pseudo-state feedback. Journal of Systems and Control Engineering. 1992. P. 263-269.
19. Vinante L. Experimental studies of distillation decoupling. Control Eng. Practice. 1972. Vol. 1. P. 999-1008.
20. Wood R., Berry M. Terminal composition control of a binary distillation column. Chem. Eng. Sci. 1973. P. 707-1717.
21. Yuriy Romasevych, Viatcheslav Loveikin, Alla Dudnyk, Vitaliy Lysenko, Natalia Zaets. Synthesis of advanced automatic control systems. Monograph. Kōima. 2020. 140 p. ISBN 978-9916-4-0282-5. URL: [http://www.ester.ee/record=b5392805~S1\\*est](http://www.ester.ee/record=b5392805~S1*est)

## Зміст

1. Загальні положення.....	3
2. Галузь застосування.....	4
3. Загальні вимоги до автоматичних регуляторів.....	4
4. Теоретичні передумови розроблення науково-методичних рекомендацій.....	5
5. Методика визначення оптимальних коефіцієнтів ПІ-регулятора.....	9
6. Методика синтезу оптимальних двопозиційних регуляторів.....	13
7. Методика синтезу лінійного регулятора руху вантажопідйомного крана.....	20
8. Методика синтезу оптимальних нейрорегуляторів.....	34
9. Інструкція користування розробленим програмним забезпеченням PI-Tuner.....	55
10. Висновки і рекомендації.....	67
Список використаних джерел.....	69



РОМАСЕВИЧ Юрій Олександрович  
ЛОВЕЙКІН Вячеслав Сергійович  
ЛЯШКО Анастасія Петрівна  
ШЕВЧУК Олександр Григорович  
МАКАРЕЦЬ Валерій Володимирович

## **РОЗРОБЛЕННЯ ВИСОКОЕФЕКТИВНИХ АВТОМАТИЧНИХ РЕГУЛЯТОРІВ**

**НАУКОВЕ ВИДАННЯ**

**Науково-методичні рекомендації для підприємств України з  
проектування та експлуатації пристроїв автоматичного регулювання**

Наклад 100 прим.