

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра вищої та прикладної математики

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**  
Декан факультету землевпорядкування

\_\_\_\_\_ Євсюков Т.О.  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 р.

**РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО**  
на засіданні кафедри вищої  
та прикладної математики  
Протокол № 20 від “ 18 ” 05 2022 р.  
Завідувач кафедри  
Батечко Н.Г.

РОЗГЛЯНУТО  
Гарант ОП Геодезія та землеустрій  
Ковальчук І.П.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**«Вища математика»**

Спеціальність 193 «Геодезія та землеустрій»

Факультет (ННІ) землевпорядкування

Розробники: доцент кафедри вищої та прикладної математики, к. ф.- м. н.. доцент Арнаута Н.В.

**КИЇВ – 2022 р.**

# 1. Опис навчальної дисципліни

## «Вища математика» (денна форма навчання)

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень

Освітній рівень	«Бакалавр»
Напрям підготовки	
Спеціальність	193 – «Геодезія та землеустрої»
Спеціалізація	

### Характеристика навчальної дисципліни

Вид	Обов'язкова
Загальна кількість годин	<b>180</b>
Кількість кредитів ECTS	6
Кількість змістових модулів	6
Курсовий проект (робота) (за наявності)	
Форма контролю	<b>Екзамен . залік</b>

### Показники навчальної дисципліни для денної та заочної **форм навчання**

	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки (курс)	1	
Семестр	1	-
Лекційні заняття	<b>15</b> год.	- год.
Практичні, семінарські заняття	30-	год.
Лабораторні заняття	год.	- год.
Самостійна робота	<b>10</b> год.	- год.
Індивідуальні завдання	- год.	- год.
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	3 год.	-

Рік підготовки (курс)	1	
Семестр	2	-
Лекційні заняття	<b>15</b> год.	- год.
Практичні, семінарські заняття	30-	год.
Лабораторні заняття	год.	- год.
Самостійна робота	<b>10</b> год.	- год.
Індивідуальні завдання	- год.	- год.
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	3 год.	-

Рік підготовки (курс)	2	
Семестр	1	-
Лекційні заняття	<b>30</b> год.	- год.
Практичні, семінарські заняття	30-	год.
Лабораторні заняття	год.	- год.
Самостійна робота	<b>10</b> год.	- год.

Індивідуальні завдання	- год.	- год.
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	3 год.	-

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни «Вища математика»

**Метою** вивчення вищої математики є формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення.

**Завдання навчальної дисципліни** – вища математика:

- оволодіння основами математичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних геодезичних задач;
- вміння самостійно знаходити, вивчати і застосовувати наукову літературу та інші інформаційні джерела і ресурси з вищої математики;
- напрацювання навичок з математичного дослідження прикладних задач, а саме вміння перевести конкретну інженерну, геодезичну задачу на математичну мову з наступною побудовою її математичної моделі;
- вміння досліджувати побудовані математичні моделі;
- оволодіння методами обробки і аналізу результатів, отриманих при дослідженні розроблених математичних моделей.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати**:

- \* основи вищої математики, що є фундаментом математичної освіти інженера;
- \* роль та місце математичних методів в розв'язуванні цілої низки конкретних задач геодезії.

**вміти:**

- сформулювати найпростіші прикладні задачі і побудувати математичні моделі реальних об'єктів і процесів, що в них протікають;
- розробити раціональні методи дослідження створених моделей, проводити їх якісне та кількісне дослідження, зокрема:
  - побудувати і проаналізувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, вибрати раціональний метод розв'язку і знайти розв'язки;
  - скласти адекватну математичну модель прикладної геодезичної задачі та знайти її розв'язок методами математичного аналізу;
  - скласти диференціальне рівняння досліджуємого процесу або явища і розв'язати його;

**Набуття компетентності:**

**загальні компетентності (ЗК)**

- Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями з вищої математики.
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- Здатність планувати та управляти часом.
- Здатність працювати автономно.
- Здатність працювати в команді.

- Здатність до міжособистісної взаємодії.
- Здатність реалізувати свої права та обов'язки як члена суспільства; усвідомлення цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства і необхідності його сталого розвитку, верховенства права, прав та свобод людини і громадянина в Україні.
- Здатність зберігати, примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії, закономірностей розвитку предметної області, її місця в загальній системі знань про природу й суспільство, а також в розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для відпочинку та ведення здорового способу життя.

### **фахові (спеціальні) компетентності (СК)**

- Здатність застосовувати фундаментальні знання з вищої математики для аналізу явищ природного і техногенного походження при виконанні професійних завдань у сфері геодезії та землеустрою.
- Здатність застосовувати теорії, принципи, методи фізико-математичних, природничих, соціально-економічних, інженерних наук при виконанні завдань геодезії та землеустрою.
- Здатність обирати та використовувати ефективні методи, технології та обладнання для здійснення професійної діяльності у сфері геодезії та землеустрою.
- Здатність застосовувати сучасне інформаційне, технічне і технологічне забезпечення для вирішення складних питань геодезії та землеустрою.
- Здатність виконувати дистанційні, наземні, польові та камеральні дослідження, інженерні розрахунки з опрацювання результатів досліджень, оформляти результати досліджень, готовати звіти при вирішенні завдань геодезії та землеустрою.
- Здатність збирати, оновлювати, опрацьовувати, критично оцінювати, інтерпретувати, зберігати, оприлюднювати і використовувати геопросторові дані та метадані щодо об'єктів природного і техногенного походження.
  - Здатність здійснювати геодезичний моніторинг земної поверхні, природних об'єктів, інженерних споруд.
- обробляти числові дані, одержані в процесі геодезичних досліджень, проаналізувати отримані дані, зробити надійні висновки;
- максимально стисло і зрозуміло викладати одержані результати та на їх основі розробляти практичні рекомендації стосовно вибору оптимальної стратегії розв'язку заданої задачі .

### 3. Програма та структура навчальної дисципліни для:

– повного терміну *денної* форми навчання;

#### 1 курс 1 семестр

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма							Заочна форма					
	тижні	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
			л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Змістовий модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри													
<b>Тема 1.</b> Визначники 2-го і 3-го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за правилом Крамера.	1-2	12	2	4				1					
<b>Тема 2.</b> Матриці: означення, лінійні операції. Обернена матриця. Матричний запис СЛАР та матричний метод розв'язування СЛАР.	3-4	12	2	4				1					
<b>Тема 3.</b> Вектори: означення, лінійні дії над векторами, їхні властивості. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів. МКР №1.	5-6	13	2	4				2					
Разом за змістовим модулем 1	22		6	12				4					
Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії													
<b>Тема 4.</b> Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Відстань від точки до прямої.	7-8	12	2	4				1					
<b>Тема 5.</b> Різні типи рівнянь площини в просторі. Відстань від точки до площини.	9-10	12	2	4				1					
<b>Тема 6.</b> Різні типи рівнянь прямої лінії в просторі, кут між прямими. Відстань від точки до прямої.	11-12	13	2	4				1					
<b>Тема 7.</b> Криві ІІ-го порядку (еліпс, коло, гіпербола, парабола):	13-15	16	3	6				3					

означення, вивід канонічних рівнянь, властивості, побудова графіків. МКР №2.												
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Разом за змістовим модулем 2	33	9	18			6						
------------------------------	----	---	----	--	--	---	--	--	--	--	--	--

Усього годин за 1 семестр	55	15	30			10						
---------------------------	----	----	----	--	--	----	--	--	--	--	--	--

### 1 курс 2 семестр

#### Змістовий модуль 1. Диференціальне числення функції однієї змінної.

<b>Тема 1.</b> Функція: означення, область визначення. Способи задання. Границя ч.п. та границя функції у точці за Коши. Техніка знаходження типових границь. I-а та II-га важливі границі, їх застосування. Основні теореми про границі. МКР №3.	1-2	16	2	4			1					
---	-----	----	---	---	--	--	---	--	--	--	--	--

<b>Тема 2.</b> Похідна ФОЗ. Техніка диференціювання. Таблиця похідних.. Похідна складеної, оберненої, неявно заданої функції. Логарифмічне диференціювання	3-4	16	2	4			1					
--	-----	----	---	---	--	--	---	--	--	--	--	--

<b>Тема 3.</b> Диференціал: означення, властивості, його застосування до наближених обчислень. Похідні вищих порядків.	5-6	16	2	4			2					
--	-----	----	---	---	--	--	---	--	--	--	--	--

<b>Тема 4.</b> Повне дослідження функції	7-8	16	2	4			1					
--	-----	----	---	---	--	--	---	--	--	--	--	--

Разом за змістовим модулем 1	29	8	16			5						
------------------------------	----	---	----	--	--	---	--	--	--	--	--	--

#### Змістовий модуль 2. Інтегральне числення функції однієї змінної.

<b>Тема 5.</b> Означення первісної та невизначеного інтеграла. Властивості. Таблиця інтегралів. Таблиця диференціалів.	9-10	16	2	4			1					
--	------	----	---	---	--	--	---	--	--	--	--	--

<b>Тема 6.</b> Три методи інтегрування: безпосередньо за табли-	11-12	16	2	4			2					
---	-------	----	---	---	--	--	---	--	--	--	--	--

цею, частинами та заміна змінної (два типи).													
<b>Тема 7.</b> Визначений інтеграл: означення, основні властивості, обчислення. Теорема Ньютона-Лейбница. Застосування визначеного інтеграла. МКР №2	13-15	24	3	6			2						
Разом за змістовим модулем 2	26	7	14				5						
Усього годин за 2 семестр	55	15	30				10						
Усього годин	110	30	60				20						

## 2 курс 1 семестр

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма							Заочна форма					
	тижні	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
			л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Змістовий модуль 1. Функції кількох змінних													
<b>Тема 1.</b> Поняття функції кількох змінних. Границя функції багатьох змінних.	1	8	2	2				1					
<b>Тема 2.</b> Частинні похідні. диференціал. Похідна складеної, неявно заданої функції.	2	8	2	2				1					
<b>Тема 3.</b> Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Дотична площаина і нормаль до поверхні.	3	8	2	2				1					
<b>Тема 4.</b> Екстремум функції двох змінних. Умовний екстремум. Найбільше, найменше значення функції в області.	4-5	16	4	4				1					
<b>Тема 5.</b> Елементи скалярного поля. Похідна за напрямом.	6	8	2	2				1					

Градієнт.											
Разом за змістовим модулем 1	29	12	12			5					
Змістовий модуль 2. Кратні і криволінійні інтеграли.											
<b>Тема 6.</b> Подвійний інтеграл. Основні поняття. Властивості подвійного інтеграла	7-8	16	4	4							
<b>Тема 7.</b> Застосування подвійного інтеграла в задачах геометрії та механіки.	9-10	16	4	4		1					
<b>Тема 8.</b> Потрійний інтеграл, затосування його з задачах геометрії та механіки.	11	8	2	2		1					
<b>Тема 9.</b> Диференціальні рівняння. Основні поняття. ДР з відокремлюваними змінними.	12	8	2	2		1					
<b>Тема 10.</b> Однорідні і лінійні диференціальні рівняння. Задача Коші	13-14	16	4	4		1					
<b>Тема 11.</b> ДР вищих порядків. Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами.	15	8	2	2		1					
Разом за змістовим модулем 2	41	18	18			5					
Усього годин за 1 семестр	70	15	30			45					

#### 4. Теми практичних занять

<b>1 курс 1 семестр</b>	
<b>Тема 1.</b> Визначники 2-го і 3-го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за правилом Крамера.	4
<b>Тема 2.</b> Матриці: означення, лінійні операції. Обернена матриця. Матричний запис СЛАР та матричний метод розв'язування СЛАР.	4
<b>Тема 3.</b> Вектори: означення, лінійні дії над векторами, їхні властивості. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів. МКР №1.	4
<b>Тема 4.</b> Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Відстань від точки до прямої.	4
<b>Тема 5.</b> Різні типи рівнянь площини в просторі. Відстань від точки до площини.	4
<b>Тема 6.</b> Різні типи рівнянь прямої лінії в просторі, кут між прямими. Відстань від точки	4

до прямої.	
<b>Тема 7.</b> Криві ІІ-го порядку (еліпс, коло, гіпербола, парабола): означення, вивід канонічних рівнянь, властивості, побудова графіків. МКР №2.	6
<b>1 курс 2 семестр</b>	
<b>Тема 1.</b> Функція: означення, область визначення. Способи задання. Границя ч.п. та границя функції у точці за Коши. Техніка знаходження типових границь. I-а та ІІ-га важливі границі, їх застосування. Основні теореми про границі. МКР №3.	4
<b>Тема 2.</b> Похідна ФОЗ. Техніка диференціювання. Таблиця похідних.. Похідна складеної, оберненої, неявно заданої функції. Логарифмічне диференціювання	4
<b>Тема 3.</b> Диференціал: означення, властивості, його застосування до наближених обчислень. Похідні вищих порядків.	4
<b>Тема 4.</b> Повне дослідження функції	4
<b>Тема 5.</b> Означення первісної та невизначеного інтеграла. Властивості. Таблиця інтегралів. Таблиця диференціалів.	4
<b>Тема 6.</b> Три методи інтегрування: безпосередньо за таблицею, частинами та заміна змінної (два типи).	4
<b>Тема 7.</b> Визначений інтеграл: означення, основні властивості, обчислення. Теорема Ньютона-Лейбница. Застосування визначеного інтеграла. МКР №2.	6

## 2 курс 1 семестр

<b>Тема 1.</b> Поняття функції кількох змінних. Границя функції багатьох змінних.	2
<b>Тема 2.</b> Частинні похідні .диференціал. Похідна складеної, неявно заданої функції.	2
<b>Тема 3.</b> Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Дотична площаина і нормаль до поверхні	2
<b>Тема 4.</b> Екстремум функції двох змінних. Умовний екстремум. Найбільше, найменше значення функції в області. МКР №1	4
<b>Тема 5.</b> Елементи скалярного поля. Похідна за напрямом. Градієнт.	2
<b>Тема 6.</b> Подвійний інтеграл. Основні поняття і властивості.	4
<b>Тема 7.</b> Застосування подвійного інтеграла в задачах геометрії та механіки..	4
<b>Тема 8.</b> Потрійний інтеграл, затосування його з задачах геометрії та механіки..	2
<b>Тема 9.</b> Диференціальні рівняння. Основні поняття. ДР з відокремлюваними змінними.	2
<b>Тема 10.</b> Однорідні і лінійні диференціальні рівняння. Задача Коши.	4
<b>Тема 11.</b> Лінійні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. МКР №2	2

## 5. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

Питання 1

За якою формулою обчислюється відстань $d$ між двома точками $A(x_1, y_1)$ та $B(x_2, y_2)$ ?	
$d = (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2$	
$d = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$	
$d = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2$	
$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$	
$d = \sqrt{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}$	

Питання 2

	Який вигляд має рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом?
	$Ax + By + C = 0$
	$y = kx + b$
	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
	$y - y_0 = k(x - x_0)$
	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Питання 3

	Яке рівняння має пряма, що проходить через точки $A(-1;3)$ та $B(2;5)$ ?
	$x + 2y + 2 = 0$
	$y = -5x + 7$
	$5x + y - 11 = 0$
	$3x + 4y - 14 = 0$
	$2x - 3y + 11 = 0$

Питання 4

	Яка пряма має рівняння $x = 0$ ?
	Пряма, що проходить через початок координат
	Пряма, що лежить на осі $Oy$
	Пряма, що паралельна осі $Ox$
	Пряма, що паралельна осі $Oy$
	Пряма, що лежить на осі $Ox$

Питання 5

	Які умови паралельності та перпендикулярності двох прямих?
	$k_1 = \frac{1}{k_2}; \quad k_1 = -k_2$
	$k_1 = k_2; \quad k_2 = -\frac{1}{k_1}$
	$k_1 + k_2 = 1; \quad k_2 = \frac{1}{k_1}$
	$k_2 - k_1 = 1; \quad k_2 = -\frac{1}{k_1}$

Питання 6

	Які координати фокусів у еліпса $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ ?
	$F_1(-2\sqrt{3};0), \quad F_2(2\sqrt{3};0)$
	$F_1(-4;0), \quad F_2(4;0)$
	$F_1(-\sqrt{5};0), \quad F_2(\sqrt{5};0)$
	$F_1(3;0), \quad F_2(-3;0)$
	$F_1(-6;0), \quad F_2(6;0)$

Питання 7

	Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається однорідною?
	Система, у якої головний визначник = 0
	Система, у якої всі вільні члени = 0
	Система, у якої головний визначник $\neq 0$

	Система, у якої всі вільні члени $\neq 0$
	Система, яка має нульовий розв'язок

Питання 8

	Коли операція множення матриць $A_{m \times n}$ та $B_{s \times r}$ неможлива?
	Якщо $n = s$
	Якщо $m = s$
	Якщо $n \neq s$
	Якщо $n \neq r$
	Якщо $m \neq s$

Питання 9

	Обчислити визначник третього порядку $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ .
	30
	-5
	78
	-27
	29

Питання 10

	Знайти добуток матриць $A \cdot B$ , якщо $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ , $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ .
	$\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 12 \end{pmatrix}$
	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

Питання 11

	Яка матриця $A^{-1}$ називається оберненою до даної квадратної матриці $A$ ?
	Така, що $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$ , де $E$ – одинична матриця
	Така, що $A + A^{-1} = E$
	Така, що $A + A^{-1} = E$
	Така, що $A \cdot A^T = A^{-1}$ , де $A^T$ – транспоновання матриця

Питання 12

	Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} 5x + 3y = 1, \\ 2x - y = 7 \end{cases}$
--	---

	$\{2;-2\}; \Delta = -12; \Delta_x = -24; \Delta_y = 24$
	$\{3;4\}; \Delta = 10; \Delta_x = 30; \Delta_y = 40$
	$\{1;2\}; \Delta = 8; \Delta_x = 8; \Delta_y = 16$
	$\{2;-3\}; \Delta = -11; \Delta_x = -22; \Delta_y = 33$
	$\{-4;1\}; \Delta = -11; \Delta_x = 44; \Delta_y = 11$

Питання 13

	В якій точці функція $y = \frac{1}{x-1}$ має розрив?
	$x = \infty$
	$x = 1$
	$x = 0$
	$x = -1$

Питання 14

	Не користуючись правилом Лопітала, знайти границю $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}$
	-2
	25
	3
	-7,5
	12

Питання 15

	Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$ (не користуючись правилом Лопітала)
	$\frac{3}{2}$
	8
	3,5
	-17
	6

Питання 16

	Знайти границю $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$
	21
	$\frac{1}{2}$
	$-\frac{3}{2}$
	2
	-3

Питання 17

	Коли функції $\alpha_1(x)$ та $\alpha_2(x)$ , нескінченно малі при $x \rightarrow x_0$ , називаються еквівалентними?
	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\alpha_2(x)} = 0$
	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\alpha_2(x)} = A$ , де $A < \infty$

	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\alpha_2(x)} = 1$
	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha_1(x)}{\alpha_2(x)} = \infty$

Питання 18

	Знайти похідну функції $y = (5x^2 - \cos 2x)^4$
	$y' = 8(5x^2 - \cos 2x)^3(5x + \sin 2x)$
	$y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^3(10x - \sin 2x)$
	$y' = 2(5x^2 - \cos 2x)^4(5x + \sin 2x)$
	$y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^4(5x^2 - \cos 2x)$

Питання 19

	Знайти похідну неявно заданої функції $x + \ln y + y = 0$
	$y' = -\left(1 + \frac{1}{y}\right)$
	$y' = -2y$
	$y' = -\frac{y}{y+1}$
	$y' = y - 2 + \frac{1}{y-1}$

Питання 20

	Записати рівняння дотичної та нормалі до кривої $y = f(x)$ у точці $M_0(x_0, y_0)$
	$y - y_0 = f(x)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f'(x)}(x - x_0)$
	$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$
	$y = f'(x_0)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$
	$y = f(x)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f'(x)}(x - x_0)$

Питання 21

	Знайти екстремальні значення функції $y = 2x^2 - \frac{4}{3}x^3$
	$y_{\min} = -2; \quad y_{\max} = 5$
	$y_{\min} = -\frac{2}{3}; \quad y_{\max} = 2$
	$y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{2}{3}$
	$y_{\min} = -3; \quad y_{\max} = 1,5$
	$y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{1}{3}$

Питання 22

	Знайти найбільше та найменше значення функції $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ на відрізку $[0;3]$
--	---

	$M = 5; \quad m = -\frac{1}{2}$
	$M = 3; \quad m = 1,5$
	$M = 2\frac{2}{3}; \quad m = \frac{1}{2}$
	$M = 1,5; \quad m = -2$
	$M = \frac{3}{2}; \quad m = 0$

Питання 24

	Знайти інтеграл $\int (\ln x)^2 \cdot \frac{dx}{x}$
	$-\frac{1}{3 \ln^3 x} + C$
	$\ln \ln x  + C$
	$\frac{\ln^3}{3} + C$
	$\frac{2}{3}(1 + \ln x)^3 + C$
	$3\ln^3 x + C$

Питання 25

	Знайти інтеграл $\int \cos^3 x dx$
	$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$
	$-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$
	$\sin x + \frac{2}{3}\sin^3 x + C$
	$\cos x + \cos^3 x + C$
	$-\cos x + \frac{5}{3}\sin^3 x + C$

Питання 27

	З допомогою якої підстановки раціоналізується інтеграл виду $\int R(x, \sqrt[m]{x}, \dots, \sqrt[n]{x}) dx$ ?
	$x = t^s$ , де $s = m + \dots + n$
	$x = t^s$ , де $s$ – добуток показників коренів
	$x = t^s$ , де $s$ – найменше спільне кратне показників коренів
	$t = x^s$ , де $s = m + \dots + n$
	$t = x^s$ , де $s$ – добуток показників коренів

Питання 28

	Чому дорівнює площа фігури, обмеженої параболою $y = x^2$ , прямими $x=1$ та $x=3$ і віссю $Ox$ ?
	$S = 4$ (кв.од.)
	$S = 2,5$ (кв.од.)
	$S = 10$ (кв.од.)
	$S = 3$ (кв.од.)
	$S = 8\frac{2}{3}$ (кв.од.)

Питання 29

	Обчислити інтеграл $\int_0^1 x \cdot e^x dx$
	$\frac{1}{3}$
	$2\frac{2}{5}$
	10,5
	7
	1

Питання 30

	Знайти загальний розв'язок ДР $y \cdot y' = \frac{1-2x}{y}$
	$y = \frac{2}{3}(x + C)^2$
	$y = \sqrt[3]{C + 3x - 3x^2}$
	$y = 1 + Ce^{x^2}$
	$y = C(4 - x^2)$
	$y = e^x(x - 2) + C$

## 6. Методи навчання

Організація навчання у НУБіП України забезпечується засобами поєднання аудиторної і позааудиторної форм навчання, а саме:

- лекції;
- семінари;
- практичні заняття (лабораторні роботи, лабораторний практикум);
- самостійна аудиторна робота студентів;
- самостійна позааудиторна робота студентів;
- консультації;
- курсове проектування (курсові роботи);

Для здійснення контролю за якістю знань та вмінь студентів використовуються:

- контрольні роботи;
- індивідуальні співбесіди;
- колоквіуми;
- заліки;
- іспити;
- захист курсових робіт;

Під час вивчення дисципліни «Вища математика» використовують наступні методи навчання:

- лекції;
- практичні заняття;
- самостійна аудиторна робота студентів;
- самостійна позааудиторна робота студентів.

При вивченні дисципліни лекція традиційно посідає одне з найбільш важливих місць у навчальному процесі.

Лекція (лат. lektio - читання) - це стрункий, логічно завершений, науково обґрунтований, послідовний і систематизований виклад певної наукової проблеми, теми чи розділу навчального предмету, ілюстрований за необхідністю наочністю та демонструванням дослідів. Лекція має органічно поєднуватися з іншими видами навчальних занять, слугувати підґрунтям для поглиблення і систематизації знань, які набуваються студентами у процесі аудиторної та позааудиторної навчальної роботи.

Сучасна лекція - це посвячення слухачів у процес сумісної наукової роботи, залучення їх до наукової творчості, а не тільки передавання наукової істини. Тому характерною особливістю сучасної лекції має бути діяльнісна основа, яка означає не механічне поєднання діяльності викладача і студента, а перш за все їх взаємодію у сумісному навчальному пошуці.

Лекція повинна забезпечувати:

- науковий виклад великого об'єму чітко систематизованої і концентрованої, методично грамотно опрацьованої сучасної наукової інформації;
- доказовість і аргументованість суджень;
- достатню кількість фактів, аргументів, прикладів, текстів чи документів, які підтверджують основні тези лекції;
- ясність, логічність і лаконічність викладу інформації;
- активацію навчально-пізнавальної діяльності слухачів різноманітними засобами;
- чітке окреслення кола запитань для самостійного опрацювання з посиланням на джерела інформації;
- аналіз різних поглядів на вирішення поставлених проблем;
- надання студентам можливості слухати, осмислювати і нотувати отриману інформацію;
- встановлення контакту з аудиторією та забезпечення ефективного зворотного зв'язку;
- педагогічно доцільне використання різноманітних засобів наочності;
- педагогічну завершеність (повне висвітлення наукової проблеми чи теми з логічними висновками).

Практичні заняття (грец. prakticos - діяльний) - форма навчального заняття, на якому педагог організує детальний розгляд студентами окремих теоретичних положень навчальної дисципліни і формує уміння і навички їх практичного застосування шляхом виконання відповідно поставлених завдань. У структурі практичного заняття домінує самостійна робота студентів.

Перелік тем практичних занять визначається робочою навчальною програмою дисципліни. Правильно організовані практичні заняття мають важливе виховне та практичне значення (реалізують дидактичний принцип зв'язку теорії з практикою) і орієнтовані на вирішення наступних завдань:

- поглиблення, закріплення і конкретизацію знань, отриманих на лекціях і в процесі самостійної роботи;

- формування практичних умінь і навичок, необхідних в майбутній професійній діяльності;
- розвитку умінь спостерігати та пояснювати явища, що вивчаються;
- розвитку самостійності тощо.

Консультації - форма навчання, у процесі якої студент отримує відповіді на конкретні запитання або пояснення складних для самостійного осмислення проблем. Консультації можуть бути індивідуальними або груповими, що проводяться перед модульною контрольною роботою, заліком чи іспитом. Правильно організована консультація допомагає студентам подолати труднощі, які виникли при самостійному опрацюванні матеріалу. Консультування вельми корисне і для студентів, які успішно навчаються, але мають намір поглибити і розширити знання. Групові консультації проводяться:

- а) При необхідності детально проаналізувати питання, які були недостатньо висвітлені в лекціях або на практичних заняттях;
- б) З метою допомоги студентам у самостійній роботі, при підготовці до практичних робіт, підготовки до іспиту.

Характерною особливістю навчання у вищій школі є великий обсяг самостійної роботи студентів (СРС). Самостійні роботи - це різноманітні види індивідуальної і колективної навчально-пізнавальної діяльності студентів, які здійснюються ними на навчальних заняттях або у позааудиторний час за завданнями викладача, під його керівником, але без його безпосередньої участі.

Згідно "Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах України" самостійна робота є основним засобом оволодіння навчальним матеріалом у час, вільний від обов'язкових навчальних занять. Навчальний час, відведений на СРС регламентується робочими планами ВНЗ і складає не менше  $\frac{1}{3}$  та не більше  $\frac{2}{3}$  загального об'єму навчального часу студента, відведеного для вивчення конкретної дисципліни.

## 7. Форми контролю

Контроль та оцінювання навчальних досягнень студентів є важливою складовою навчально - виховного процесу у вищому навчальному закладі.

Контроль (від фр. control) у дидактиці вищої школи слід розуміти як педагогічний супровід, спостереження і перевірку успішності навчально-пізнавальної діяльності студентів.

Процес контролю, здійснюваний викладачем, передбачає декілька етапів:

1) перевірку (виявлення рівня отриманих студентами знань, умінь та навичок);

2) оцінювання (вимірювання рівня знань, умінь і навичок та порівняння їх з певними стандартами, окресленими вимогами навчальних програм);

3) облік (фіксація результатів у вигляді оцінок, балів, рейтингу в журналі, заліковій книжці, залікових чи екзаменаційних відомостях).

Контролюючи навчально-пізнавальну діяльність студентів, викладач спрямовує свої зусилля на вирішення наступних завдань:

- виявлення якості засвоєння навчального матеріалу, ступеня відповідності отриманих умінь і навичок цілям і завданням навчальної дисципліни;

- виявлення труднощів у засвоєнні студентами навчальної інформації та типових помилок з метою їх корекції та усунення;

- визначення ефективності організаційних форм, методів і засобів навчання;
- діагностування рівня готовності студентів до сприйняття нового матеріалу.

Педагогічний контроль виконує наступні функції:

- навчальну (освітню), яка полягає у тому, щоб контрольні заходи сприяли поглибленню, розширенню, удосконаленню та систематизації знань, вмінь та навичок студентів, забезпечували зворотній зв'язок у навчанні;

- діагностично - коригуючу, спрямовану на визначення рівня знань, вмінь і навичок, а також типових помилок, прогалин та утруднень у навчанні, причин неуспішності та забезпечення заходів по їх усуненню;

- оцінювальну, яка полягає у з'ясуванні стану знань, умінь і навичок як окремих студентів так і академічної групи в цілому, а також забезпечує облік і відкритість результатів контролю, що сприяє об'єктивному оцінюванню та кращому навчанню;

- стимулюючу, що передбачає схвалення досягнутих студентами успіхів та формування позитивної мотивації до навчання, систематичної навчально-пізнавальної діяльності, розвитку почуття відповідальності за її результативність;

- розвивальну, яка полягає у тому, що за умов систематичного, педагогічно доцільного контролю розвиваються пам'ять, увага, мислення, усне та письмове мовлення, здібності, пізнавальні інтереси, активність та самостійність студентів;

- виховну, спрямовану на формування дисциплінованості, організованості, вмінь самодисципліни, позитивного ставлення до навчання, формування потреби в постійній самоосвіті та самовдосконаленні;

- прогностично-методичну, яка стосується як викладача (який отримує досить точну інформацію щодо ефективності своєї діяльності), так і студентів, оскільки вибір оптимальної методики викладання, вдосконалення методів навчання, може суттєво вплинути на кінцевий результат - якість професійної підготовки випускника ВНЗ.

## **8. Форми контролю**

Використовуються такі види контролю: попередній, поточний, тематичний, підсумковий.

Попередній контроль здійснюється з метою виявлення рівня підготовленості студента до сприйняття нового матеріалу. Така перевірка може проводитися у вигляді тестових завдань, письмових контрольних робот, фронтального усного опитування на практичних заняттях, індивідуальних чи групових консультаціях.

Тематична перевірка знань спрямована на визначення рівня засвоєння студентами певної теми чи декількох взаємопов'язаних тем (модулів). Одним з основних завдань тематичної перевірки є створення передумов для осмислення та узагальнення достатньо великої за обсягом навчальної інформації. Для проведення тематичного контролю, який може здійснюватися на підсумковому семінарі, колоквіумі чи в процесі модульної або тематичної контрольної роботи, завдання добираються та конструкуються таким чином, щоб усунути елементи випадковості та об'єктивно оцінити навчальні досягнення студентів за усіма розділами теми.

Підсумковий контроль має на меті перевірку рівня засвоєння знань, практичних умінь та навичок студентів за тривалий проміжок часу навчання семестр, за весь період навчання у ВНЗ. Мета підсумкового контролю знань полягає у виявленні структури і системи знань студентів. Складові такого контролю - семестровий контроль і державна атестація. Студента допускають до підсумкового контролю за умови виконання ним усіх видів робіт, передбачених навчальним планом на семестр з цієї дисципліни.

Іспити - спеціальні засоби здійснення підсумкової перевірки та оцінювання академічних досягнень студентів.

Семестровий іспит - форма підсумкового контролю з окремої навчальної дисципліни за семестр, що спрямована на перевірку засвоєння теоретичного та практичного матеріалу.

Іспити складають за екзаменаційними білетами, затвердженими кафедрою. Викладач в обов'язковому порядку ознайомлює студентів зі змістом екзаменаційних питань.

Для здійснення контролю за якістю знань та вмінь студентів з дисципліни «Основи системного підходу та методи прийняття рішень» використовуються наступні методи контролю:

- модульні тестові завдання;
- індивідуальні завдання;
- індивідуальні співбесіди;
- іспит.

**9. Розподіл балів, які отримують студенти.** Оцінювання знань студента відбувається за 100-балльною шкалою і переводиться в національні оцінки згідно з табл. 1 «Положення про екзамени та заліки у НУБіП України» (наказ про уведення в дію від 27.12.2019 р. № 1371)

Рейтинг студента, бали	Оцінка національна за результати складання	
	екзаменів	заліків
<b>90-100</b>	<b>Відмінно</b>	
<b>74-89</b>	<b>Добре</b>	<b>Зараховано</b>
<b>60-73</b>	<b>Задовільно</b>	
<b>0-59</b>	<b>Незадовільно</b>	<b>Не зараховано</b>

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{НР}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{ат.}} \cdot 100$ .

## 10. Методичне забезпечення.

1. Арнаута Н.В. “Методичні вказівки з вищої математики для студентів, які навчаються за спеціальністю 193 „Геодезія та землеустрій” (Частина 1)”

2. Арнаута Н.В. “Методичні вказівки з вищої математики для студентів, які навчаються за спеціальністю 193 „Геодезія та землеустрій” (Диференціальне числення)”
3. Арнаута Н.В. “Методичні вказівки з вищої математики для студентів, які навчаються за спеціальністю 193 „Геодезія та землеустрій” (Інтегральне числення)”

## 10. Рекомендована література.

### Основна література

1. Іванова Ю.І.. Арнаута Н.В. Вища математика. Практикум. (Частина перша). - К. : КОМПРИНТ, 2017 . – 333с.
2. Іванова Ю.І.. Арнаута Н.В. Вища математика. Практикум. (Частина друга). - К. : КОМПРИНТ, 2018 . – 445с.
3. Дубовик В.П., Юрік І.І. Вища математика. – К.: Вища школа. 2004. –647с.
4. Суліма І.М., Ковтун І.І., Радчик І.А. Вища математика, ч. 1. Елементи лінійної і векторної алгебри. Аналітична геометрія. – К.: НАУ, 2003, -216с.
5. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика, ч.2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. –К.: НАУ, 2003, -297с.
6. Суліма І.М., Ковтун І.І., Батечко Н.Г., Нікітіна І.А., Яковенко В.М. Вища математика. Збірник задач. – К.: НАУ, 2003, -218с.

### Додаткова література

1. Суліма І.М., Ковтун І.І., Нікітіна І.А. Індивідуальні завдання для студентів інженерних факультетів. – К.: НАУ, 2004, 61 с.
2. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М., Вечорик А.М., Ружило М.Я. Навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни “Вища математика”. Розділ “Ряди”. –К.: НАУ, 2003, 77 с.
3. Суліма І.М., Ковтун І.І., Скороход Т.А., Овчар Р.Ф., Осіпова Т.Ю. Навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни. Розділ “Диференціальні рівняння”. –К.: НАУ, 2003, 64 с.
4. Суліма І.М., Ковтун І.І., Нікітіна І.А. Індивідуальні завдання для студентів інженерних факультетів. II семестр – К.: НАУ, 2002, 25 с.
5. Суліма І.М., Ковтун І.І., Савчук С.Г., Якимів Р.Я. Вища математика. Комплексні числа. Лекції та індивідуальні завдання. –К.: НАУ, 2002, 38 с.
6. Суліма І.М., Ковтун І.І., Овчар Р.Ф., Савчук С.Г., Якимів Р.Я. Границя функцій. Індивідуальні завдання для студентів інженерних факультетів. – К.: НАУ, 2002,38 с.
7. Суліма І.М., Ковтун І.І., Нікітіна І.А. Застосування кратних та криволінійних інтегралів. –К.: НАУ, 2002, 44 с.

## 11. Інформаційні джерела

1. Границя функцій в точці: <https://www.youtube.com/watch?v=T7iz8Saaxdk>
2. Похідна функції: [https://www.youtube.com/watch?v=6Vr\\_newj98k](https://www.youtube.com/watch?v=6Vr_newj98k)
3. Застосування похідної: <https://www.youtube.com/watch?v=1wnxKMR6acU>
4. Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла <https://www.youtube.com/watch?v=YIRJqLISJ54>
5. Визначений інтеграл: <https://www.youtube.com/watch?v=ZG1eHzsBRxM>
6. Застосування інтеграла: <https://www.youtube.com/watch?v=cD4I2U3cVUo>
7. Інституційний депозитарій електронної бібліотеки НУБіП України, кафедра вищої та прикладної математики  
<http://elibrary.nubip.edu.ua/view/divisions/vid24.html>
8. <http://www.allbest.ru/> G Бесплатные электронные библиотеки: математика
9. <http://www.exponenta.ru/> G Образовательный математический сайт: задачи с решениями, справочник по математике, консультации, курсы лекций, методические разработки и т.п.
10. <http://www.mathelp.spb.ru/> G Материалы по высшей математике в помощь студентам
11. <http://www.ispu.ru/library/math/sem1/index.htm> – Интерактивный компьютерный учебник: Пяртли А.С., Калугина Т.Ф. Высшая математика. Первый семестр.
12. <http://www.ispu.ru/library/math/sem2/index.htm> – Интерактивный компьютерный учебник: Пяртли А.С., Калугина Т.Ф. Высшая математика. Второй семестр.
13. <http://www.ispu.ru/library/lessons/index.htm> – Филичев П.В. Математика для электромехаников (конспект лекций в электронном виде)