

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**
Кафедра вищої та прикладної математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан факультету
конструювання та дизайну
Ружило З. В.

« 4 червня 2022 р.

РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО

на засіданні кафедри вищої
та прикладної математики

Протокол № 20 від 18 травня 2022 р.
завідувач кафедри _____ / Батечко Н.Г./

РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО

Гарант ОП «Галузеве машинобудування»

Булгаков В.Д.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вища та прикладна математика

Освітня програма «Галузеве машинобудування»

Стандарт вищої освіти України для першого (бакалаврського) рівня галузі знань 13 «Механічна інженерія», спеціальності 133 «Галузеве машинобудування».

Затверджено та введено в дію наказом Міністерства освіти і науки України від 16.06.2020 р. № 806.

<https://mon.gov.ua/storage/app/media/vyshcha/standarty/2020/06/17/133%20Haluzeve%20mashynobuduvannya%20bakalavr.pdf> для спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»

Факультет конструювання та дизайну

Розробник: канд. фіз. мат. наук, доцент **Цюпій Тамара Іванівна**

Київ – 2022 р.

1. Опис навчальної дисципліни**Вища та прикладна математика**

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень		
Освітньо-кваліфікаційний рівень	Бакалавр	
Галузь знань	13 «Механічна інженерія»	
Спеціальність	133 «Галузеве машинобудування»	
Спеціалізація		
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	300	
Кількість кредитів ECTS	10	
Кількість змістових модулів	12	
Курсовий проект (робота) (якщо є в навчальному плані)	–	
Форма контролю	Залік (1 семестри), іспит (2,3,4 семестр)	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	2022-2023	2022-2023
Семестр	1-4	1-5
Лекційні заняття	135 год.	26 год.
Практичні, семінарські заняття	120 год.	22 год.
Лабораторні заняття		.
Самостійна робота	45 год.	252 год.
Індивідуальні завдання		
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання:	6 год (I семестр) 5 год (II семестр) 4 год (III семестр) 2 год (IV семестр)	

2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни

Дисципліна «Вища та прикладна математика» є не тільки потужним засобом розв'язання прикладних задач, але й елементом загальної культури майбутнього фахівця.

Мета. Дисципліна «Вища та прикладна математика» є частиною теоретичної підготовки, без якої неможливе вивчення дисциплін професійного спрямування. Вивчення дисципліни «Вища та прикладна математика» ставить за мету виховання у студентів математичної культури, формування здатності до логічного мислення, що стимулює розвиток інтелекту і здібностей студентів.

Завдання. Надати підготовку з вищої та прикладної математики, яка дозволить студентам: оволодіти основними методами дослідження і розв'язку математичних задач, навчитись самостійно поглиблювати свої математичні знання та проводити математичний аналіз прикладних задач, здобути теоретичні та практичні навички, необхідні для розв'язання складних спеціалізованих задач та вирішення практичних проблем у галузі машинобудування.

У результаті вивчення дисципліни «Вища та прикладна математика» студент повинен **знати**:

- означення, теореми, формули з основних розділів вищої та прикладної математики;
- роль і місце математичних методів при розв'язанні прикладних задач;
- **вміти**:
- використовувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;
- визначати оптимальні алгоритми для виконання чисельних розрахунків; - самостійно опрацьовувати математичну літературу.

Набуття компетентностей:

Стандарт вищої освіти України для першого (бакалаврського) рівня галузі знань 13 «Механічна інженерія», спеціальності 133 «Галузеве машинобудування». Затверджено та введено в дію наказом Міністерства освіти і науки України від 16.06.2020 р. № 806.

<https://mon.gov.ua/storage/app/media/vyshcha/standarty/2020/06/17/133%20Haluzeve%20mashynobuduvannya%20bakalavr.pdf>

Згідно цього стандарту студент повинен набути такі **компетентності**:

ЗК4. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

ЗК6. Здатність проведення досліджень на певному рівні;

ЗК10. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій; **та фахові (спеціальні) компетентності**:

ФК1. Здатність застосовувати типові аналітичні методи та комп'ютерні програмні засоби для розв'язування інженерних завдань галузевого машинобудування, ефективні кількісні методи математики, фізики, інженерних наук, а також

відповідне комп'ютерне програмне забезпечення для розв'язування інженерних задач галузевого машинобудування;

ФК2. Здатність застосовувати фундаментальні наукові факти, концепції, теорії, принципи для розв'язування професійних задач і практичних проблем галузевого машинобудування.

В результаті вивчення дисципліни студент досягає **результатів навчання:**

РН1. Знання і розуміння засад технологічних, фундаментальних та інженерних наук, що лежать в основі галузевого машинобудування відповідної галузі;

РН4. Здійснювати інженерні розрахунки для вирішення складних задач і практичних проблем у галузевому машинобудуванні;

РН6. Відшукувати потрібну наукову і технічну інформацію в доступних джерелах, зокрема, іноземною мовою, аналізувати і оцінювати її.

3. Програма та структура навчальної дисципліни для повного терміну денної форми навчання.

I семестр

Змістовий модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри

Тема лекційного заняття 1. Визначники та їх властивості. Розклад визначника за елементами рядка (стовпця).

Тема лекційного заняття 2. Матриці та дії над ними.

Тема лекційного заняття 3. Обернена матриця. Ранг матриці.

Тема лекційного заняття 4. Методи розв'язування систем лінійних рівнянь: метод Гауса, метод Крамера, метод оберненої матриці.

Тема лекційного заняття 5. Дослідження систем лінійних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі. Однорідні системи рівнянь.

Тема лекційного заняття 6. Вектори та операції над ними. Скалярний добуток векторів.

Тема лекційного заняття 7. Векторний і мішаний добуток векторів.

Тема лекційного заняття 8. Лінійна залежність векторів. Базис. Розклад вектора за базисом.

Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії

Тема лекційного заняття 1. Системи координат на площині та в просторі. Основні задачі ПДСК.

Тема лекційного заняття 2. Рівняння прямої на площині.

Тема лекційного заняття 3. Взаємне розташування прямих.

Тема лекційного заняття 4. Рівняння площини і прямої в просторі.

Тема лекційного заняття 5. Взаємне розташування прямих і площин.

Тема лекційного заняття 6. Криві другого порядку: коло, еліпс.

Тема лекційного заняття 7. Криві другого порядку: гіпербола, парабола.

Тема лекційного заняття 8. Перетворення прямокутної системи координат.

Тема лекційного заняття 9. Поверхні другого порядку.

Змістовий модуль 3. Вступ до математичного аналізу

Тема лекційного заняття 1. Множини та операції над ними.

Тема лекційного заняття 2. Функція однієї змінної та її властивості. Границя послідовності.

Тема лекційного заняття 3. Границя функції, теореми про границі.

Тема лекційного заняття 4. Важливі границі та їх використання для розкриття невизначеностей.

Тема лекційного заняття 5. Еквівалентні нескінченно малі функції та їх застосування.

Тема лекційного заняття 6. Неперервність функцій. Властивості неперервних функцій.

II семестр

Змістовий модуль 1. Диференціальне числення функції однієї змінної

Тема лекційного заняття 1. Похідна функції однієї змінної. Основні правила та формули диференціювання.

Тема лекційного заняття 2. Геометричний та фізичний зміст похідної.

Тема лекційного заняття 3. Диференціювання неявних та параметрично заданих функцій. Логарифмічна похідна.

Тема лекційного заняття 4. Диференціал функції. Похідні і диференціали вищих порядків.

Тема лекційного заняття 5. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала.

Тема лекційного заняття 6. Монотонність функції, екстремум функції.

Найбільше і найменше значення функції на відрізку.

Тема лекційного заняття 7. Опуклість, угнутість кривих. Точки перегину. Асимптоти.

Тема лекційного заняття 8. Повне дослідження функції. Побудова графіка функції.

Змістовий модуль 2. Функції багатьох змінних.

Тема лекційного заняття 1. Поняття функції багатьох змінних. Границя та неперервність функції.

Тема лекційного заняття 2. Частинні похідні. Повний диференціал.

Тема лекційного заняття 3. Похідні та диференціали вищих порядків.

Тема лекційного заняття 4. Екстремум функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції в замкненій множині.

Тема лекційного заняття 5. Похідна за напрямком. Градієнт функції.

Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функції однієї змінної

Тема лекційного заняття 1. Комплексні числа.

Тема лекційного заняття 2. Первісна функції. Невизначений інтеграл та його властивості.

Тема лекційного заняття 3. Методи інтегрування в невизначеному інтегралі.

Тема лекційного заняття 4. Інтегрування раціональних функцій.

Тема лекційного заняття 5. Інтегрування тригонометричних функцій.

Тема лекційного заняття 6. Інтегрування ірраціональних функцій.

Тема лекційного заняття 7. Визначений інтеграл та його властивості. Методи інтегрування.

Тема лекційного заняття 8. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла.

Тема лекційного заняття 9. Невласні інтеграли.

III семестр

Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння.

Тема лекційного заняття 1. Диференціальні рівняння, основні поняття. Задача Коші.

Тема лекційного заняття 2. Диференціальні рівняння першого порядку: рівняння з відокремлюваними змінними, однорідні рівняння, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі.

Тема лекційного заняття 3. Диференціальні рівняння вищих порядків.

Основні поняття. Рівняння, що допускають пониження порядку.

Тема лекційного заняття 4. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Структура розв'язку.

Тема лекційного заняття 5. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Системи диференціальних рівнянь.

Змістовий модуль 2. Кратні та криволінійні інтеграли

Тема лекційного заняття 1. Подвійний інтеграл та його властивості.

Тема лекційного заняття 2. Застосування подвійного інтеграла в задачах геометрії та механіки.

Тема лекційного заняття 3. Потрійний інтеграл та його обчислення.

Тема лекційного заняття 4. Застосування потрійного інтеграла.

Тема лекційного заняття 5. Криволінійний інтеграл I роду та його застосування.

Тема лекційного заняття 6. Криволінійний інтеграл II роду та його застосування.

Змістовий модуль 3. Ряди

Тема лекційного заняття 1. Числові ряди, збіжність та сума ряду. Необхідна умова збіжності ряду. Ознаки збіжності знакододатних числових рядів.

Тема лекційного заняття 2. Знакозмінні ряди, абсолютна та умовна збіжність. Знакопозначені ряди, ознака Лейбніца.

Тема лекційного заняття 3. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Область збіжності степеневих рядів. Застосування степеневих рядів.

Тема лекційного заняття 4. Ряди Фур'є.

IV семестр

Змістовий модуль 1. Випадкові події.

Тема лекційного заняття 1. Випадкові події та операції над ними.

Означення ймовірності.

Тема лекційного заняття 2. Елементи комбінаторики та їх застосування.

Тема лекційного заняття 3. Теореми додавання і множення ймовірностей.
 Тема лекційного заняття 4. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.
 Тема лекційного заняття 5. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі.
 Локальна та інтегральна формули Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.

Змістовий модуль 2. Випадкові величини.

Тема лекційного заняття 1. Дискретна випадкова величина та її числові характеристики.

Тема лекційного заняття 2. Неперервна випадкова величина та її числові характеристики.

Тема лекційного заняття 3. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин.

Тема лекційного заняття 4. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин.

Тема лекційного заняття 5. Багатовимірні випадкові величини.

Тема лекційного заняття 6. Функції випадкових величин. Закон великих чисел.

Змістовий модуль 3. Елементи математичної статистики.

Тема лекційного заняття 1. Основні поняття математичної статистики.

Тема лекційного заняття 2. Генеральна та вибіркова сукупності.

Вибіркові характеристики.

Тема лекційного заняття 3. Точкові та інтервальні оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності.

Тема лекційного заняття 4. Перевірка статистичних гіпотез. Критерій Пірсона.

Структура навчальної дисципліни для повного терміну денної (заочної) форми навчання.

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма							Заочна форма					
	тижні	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
			лекцій	практ.	лаб.	інд.	с.р.		Лекцій	практ.	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
I семестр													
Змістовий модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри													
Тема 1. Визначники та їх властивості.	1	5	2	2			1	5	1				4
Тема 2. Матриці та дії над ними.	1	4	2	2				2					2

Тема 3. Обернена матриця. Ранг матриці.	2	4	2	2				5		1			4
Тема 4. Методи розв'язування систем лінійних рівнянь.	3	5	2	2			1	5	1				4
Тема 5. Дослідження систем лінійних рівнянь.	3	5	2	2			1	2					2
Тема 6. Вектори та операції над ними. Скалярний добуток векторів.	4	4	2	2				5	1				4
Тема 7. Векторний і мішаний добуток векторів.	5	5	2	2			1	5		1			4
Тема 8. Лінійна залежність векторів. Базис. Розклад вектора за базисом.	5	5	2	2			1	2					2
Разом за змістовим модулем 1		37	16	16			5	31	3	2			26

Змістовий модуль 2. Елементи аналітичної геометрії

Тема 1. Системи координат на площині та в просторі. Основні задачі ПДСК.	6	4	2	2				4					4
Тема 2. Рівняння прямої на площині.	7	4	2	2				6	1	1			4
Тема 3. Взаємне розташування прямих.	7	4	2	2				2					2
Тема 4. Рівняння площини і прямої в просторі.	8	5	2	2			1	5	1				4
Тема 5. Взаємне розташування прямих і площин.	9	5	2	2			1	4					4
Тема 6. Криві другого порядку: коло, еліпс.	9	4	2	2				4	1	1			2
Тема 7. Криві другого порядку: гіпербола, парабола.	10	5	2	2			1	4					4

Тема 8. Перетворення прямокутної системи координат	11	5	2	2			1	2					2
--	----	---	---	---	--	--	---	---	--	--	--	--	---

Тема 9. Поверхні другого порядку.	12	5	2	2			1	2					2
Разом за змістовим модулем 2		41	18	18			5	33	3	2			28

Змістовий модуль 3. Вступ до математичного аналізу

Тема 1. Множини та операції над ними.	12	4	2	2				4					4
Тема 2. Функція однієї змінної, її властивості. Границя послідовності.	13	5	2	2			1	4					4
Тема 3. Границя функції, теореми про границі.	14	5	2	2			1	5	1	1			4
Тема 4. Важливі границі, їх використання для розкриття невизначеностей.	14	5	2	2			1	3	1	1			4
Тема 5. Еквівалентні нескінченно малі функції.	15	3	1	1			1	4					4
Тема 6. Неперервність функцій. Властивості неперервних функцій.	15	5	2	2			1	2					4
Разом за змістовим модулем 3		27	11	11			5	22	2	2			24
Разом за I семестр		105	45	45			15	92	8	6			78

II семестр

Змістовий модуль 1. Диференціальне числення функції однієї змінної

Тема 1. Похідна функції однієї змінної. Основні правила та формули диференціювання.	1	4	2	1			1	5	1				4
Тема 2. Геометричний та	1	3	2	1				5		1			4

фізичний зміст похідної.													
Тема 3. Диференціювання неявних і параметрично заданих функцій. Логарифмічна похідна.	2	3	2	1				4					4

Тема 4. Диференціал функції. Похідні та диференціали вищих порядків.	3	4	2	1			1	4					4
Тема 5. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала.	3	3	2	1				4					4
Тема 6. Монотонність та екстремум функції. Найбільше і найменше значення функції	4	5	2	2			1	5	1				4
Тема 7. Опуклість графіка функції. Точки перегину. Асимптоти.	5	5	2	2			1	4					4
Тема 8. Повне дослідження функції. Побудова графіка функції.	5	4	2	1				5		1			4
Разом за змістовим модулем 1		31	16	10			5	36	2	2			32

Змістовий модуль 2. Функції багатьох змінних

Тема 1. Поняття функції багатьох змінних. Границя та неперервність функції.	6	4	2	1			1	5	1				4
Тема 2. Частинні похідні. Повний диференціал.	7	4	2	1			1	5		1			4
Тема 3. Похідні та диференціали вищих порядків.	7	5	2	2			1	4					4

Тема 4. Екстремум функції двох змінних. Найбільше і найменше значення функції в замкненій множині.	8	5	2	2			1	6	1	1			4
Тема 5. Похідна за напрямком. Градієнт функції.	9	5	2	2			1	4					4
Разом за змістовим модулем 2		23	10	8			5	24	2	2			20

Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функції однієї змінної

Тема 1. Комплексні числа	9	5	2	2			1	2					2
Тема 2. Первісна функції. Невизначений інтеграл та його властивості.	10	3	2	1				4	1	1			2
Тема 3. Методи інтегрування в невизначеному інтегралі.	11	5	2	2			1	2					2
Тема 4. Інтегрування раціональних функцій.	11	7	4	2			1	3		1			2
Тема 5. Інтегрування тригонометричних функцій.	12	4	2	1			1	2					2
Тема 6. Інтегрування ірраціональних функцій.	13	3	2	1				4					4
Тема 7. Визначений інтеграл та його властивості. Методи інтегрування.	13	3	2	1				5	1				4
Тема 8. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла.	14	4	2	1			1	3					3
Тема 9. Невласні інтеграли.	15	2	1	1				4					4

Разом за змістовим модулем 3		36	19	12			5	29	2	2		25
Разом за II семестр		90	45	30			15	89	6	6		77

III семестр
Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння

Тема 1. Диференціальні рівняння, основні поняття. Задача Коші.	1	5	2	2			1	5	1			4
Тема 2. Диференціальні рівняння першого порядку.	2	5	2	2			1	7	1	1		6

Тема 3. Диференціальні рівняння вищих порядків.	3	5	2	2			1	6		1		6
Тема 4. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.	4	5	2	2			1	5	1			6
Тема 5. Лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Системи диференціальних рівнянь	5	5	2	2			1	6		2		6
Разом за змістовим модулем 1		25	10	10			5	29	3	4		28

Змістовий модуль 2. Кратні та криволінійні інтеграли.

Тема 1. Подвійний інтеграл та його властивості.	6	5	2	2			1	5	1			4
Тема 2. Застосування подвійного інтеграла	7	5	2	2				4				4
Тема 3. Потрійний інтеграл та його обчислення.	8	5	2	2			1	4				4

Тема 4. Застосування потрійного інтеграла.	9	5	2	2			1	4					4
Тема 5. Криволінійний інтеграл I роду та його застосування.	10	5	2	2			1	6	1	1			4
Тема 6. Криволінійний інтеграл II роду та його застосування.	11	5	2	2			1	7		1			6
Разом за змістовим модулем 2		29	12	12			5	30	2	2			26
Змістовий модуль 3. Ряди													
Тема 1. Числові ряди, збіжність та сума ряду. Ознаки збіжності знакододатних числових рядів.	12	6	2	2			2	7	1				6
Тема 2. Знакозмінні ряди, абсолютна та умовна збіжність. Знакопозережні ряди, ознака Лейбніца	13	5	2	2			1	6		1			5
Тема 3. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Область збіжності степеневого ряду. Застосування степеневих рядів.	14	5	2	2			1	8	1	1			6
Тема 4. Ряди Фур'є.	15	5	2	2			1	6					6
Разом за змістовим модулем 3		21	8	8			5	27	2	2			23
Разом за III семестр		75	30	30			15	89	6	6			77

IV семестр													
Змістовий модуль 1. Випадкові події.													
Тема 1. Випадкові події та операції над ними. Означення ймовірності.	1-2	4	2	2					4	1	1		2

Елементи комбінаторики та їх застосування.													
Тема 2. Теорема додавання і множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формули Байеса.	3-4	4	2	2				2					2
Тема 3. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна формули Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.	5	4	2	2				3	1				2
Разом за змістовим модулем 1		12	6	6				9	2	1			6
Змістовий модуль 2. Випадкові величини													
Тема 1. Дискретна випадкова величина та її числові характеристики. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин.	6-7	4	2	2				4	1	1			2
Тема 2. Неперервна випадкова величина та її числові характеристики. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин.	8-9	4	2	2				3	1				2
Тема 3. Багатовимірні випадкові величини. Функції випадкових величин. Закон великих чисел.	10	2	1	1				2					2
Разом за змістовим модулем 2		10	5	5				9	2	1			6

Змістовий модуль 3. Елементи математичної статистики													
Тема 1. Основні поняття математичної статистики.	11	2	1	1									
Тема 2. Генеральна та вибіркова сукупності. Вибіркові характеристики.	12-13	2	1	1				6	1	1			4

Тема 3. Точкові та інтервальні оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності.	14	2	1	1				4	1	1			2
Тема 4. Перевірка статистичних гіпотез. Критерій Пірсона.	15	2	1	1				2					2
Разом за змістовим модулем 3		8	4	4				12	2	2			8
Разом за IV семестр		30	15	15				30	6	4			20
Усього годин		300	135	120			45	300	26	22			252

4. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість Годин
1		
2		

5. Теми практичних занять

I семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість Годин
	I модуль. Елементи лінійної та векторної алгебри	
1	Обчислення визначників.	1
2	Дії над матрицями.	2
3	Обернена матриця. Ранг матриці.	1
4	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Крамера, методом Гаусса, методом оберненої матриці.	2
5	Дослідження систем лінійних рівнянь.	1
6	Лінійні операції над векторами. Скалярний добуток векторів.	2
7	Векторний, мішаний добуток векторів та їх застосування.	1
8	Розклад вектора за базисом.	2
	II модуль. Елементи аналітичної геометрії	
9	Основні задачі ПДСК.	1
10	Рівняння прямої на площині.	2
11	Взаємне розташування прямих. Кут між прямими.	1
12	Рівняння площини у просторі.	1

13	Рівняння прямої у просторі. Взаємне розташування площин і прямих.	1
14	Криві другого порядку: коло, еліпс.	2
15	Криві другого порядку: гіпербола, парабола.	2
16	Зведення рівнянь кривих 2-го порядку до канонічного виду	1
17	Поверхні другого порядку.	1
	III модуль. Вступ до математичного аналізу	
18	Множини та операції над ними.	2
19	Властивості функції однієї змінної.	2
20	Обчислення границь функції.	2
21	Нескінченно малі та нескінченно великі величини.	2
22	Використання важливих границь.	1
23	Дослідження функції на неперервність.	2

II семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	I модуль. Диференціальне числення функції однієї змінної	
1	Обчислення похідних функцій. Геометричний та фізичний зміст похідної.	4
2	Диференціал функції. Похідні і диференціали вищих порядків.	2
3	Правило Лопітала. Розкриття невизначеностей.	2
4	Монотонність функції, екстремум функції. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.	2
5	Опуклість графіка функції. Повне дослідження функції.	2
6	Застосування похідної для прикладних задач.	2
	II модуль. Функції багатьох змінних	
7	Область визначення функції багатьох змінних. Границя і неперервність.	2
8	Частинні похідні і повний диференціал функції багатьох змінних. Похідні та диференціали вищих порядків.	2
9	Екстремум функції двох змінних.	2
10	Найбільше і найменше значення функції в замкненій множині.	2
	III модуль. Інтегральне числення функції однієї змінної	
11	Обчислення невизначених інтегралів	2
12	Обчислення невизначених інтегралів	2

13	Інтегрування раціональних функцій.	2
14	Інтегрування тригонометричних та ірраціональних виразів.	2
15	Обчислення визначених інтегралів.	3
16	Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла.	2

III семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість Годин
I модуль. Диференціальні рівняння		
1	Диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку.	2
2	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.	4
3	Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.	4
4	Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків. Метод варіації сталих.	2
5	Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Системи диференціальних рівнянь.	3
II модуль. Кратні та криволінійні інтеграли		
6	Обчислення подвійних інтегралів.	2
7	Застосування подвійних інтегралів.	2
8	Обчислення потрійних інтегралів.	2
9	Застосування потрійних інтегралів.	2
10	Обчислення криволінійних інтегралів I роду.	2
11	Обчислення криволінійних інтегралів II роду.	2
III модуль. Ряди		
12	Дослідження на збіжність знакододатних числових рядів.	2
13	Дослідження на абсолютну та умовну збіжність знакозмінних рядів. Ознака Лейбніца.	2
14	Знаходження області збіжності степеневого ряду. Застосування степеневих рядів.	2
15	Ряди Фур'є.	2

IV семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
I модуль. Випадкові події		
1	Випадкові події та операції над ними. Означення ймовірності.	2
2	Елементи комбінаторики та їх застосування	
3	Теореми додавання і множення ймовірностей.	1
4	Формула повної ймовірності. Формули Байеса.	
5	Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Наближені формули Муавра-Лапласа.	3
II модуль. Випадкові величини		
6	Дискретна випадкова величина та її числові характеристики.	2
7	Основні закони розподілу дискретної випадкової величини.	
8	Неперервна випадкова величина та її числові характеристики.	2
9	Основні закони розподілу неперервної випадкової величини.	
10	Двовимірна випадкова величина та її числові характеристики.	1
11	Функції випадкових величин. Закон великих чисел.	
III модуль. Елементи математичної статистики.		
12	Вибірка. Статистичний розподіл частот. Полігон і гістограма.	2
13	Вибірковий метод. Вибіркові характеристики.	
14	Оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності.	1
15	Перевірка статистичних гіпотез.	1
Разом за IV семестр		15

6. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		
2		

7. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

Контрольні питання з вищої та прикладної математики, I семестр

1. Матриці та дії над матрицями.
2. Визначники та їх властивості. Обчислення визначників 2-го та 3-го порядку.
3. Мінори та алгебраїчні доповнення елементів визначника. Визначники вищих порядків.
4. Обернена матриця та умови її існування. Знаходження оберненої матриці.
5. Ранг матриці та його властивості.
6. Системи лінійних рівнянь. Основні поняття.
7. Методи розв'язування систем лінійних рівнянь. Формули Крамера.
8. Метод оберненої матриці.
9. Метод Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь.
10. Дослідження систем лінійних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі.
11. Однорідні системи лінійних рівнянь.
12. Вектори, основні поняття. Довжина вектора, орт вектора, напрямні косинуси.
13. Лінійні операції над векторами та їх властивості.
14. Колінеарність та компланарність векторів.
15. Лінійна залежність векторів. Базис. Розклад вектора за базисом.
16. Координати вектора. Дії над векторами, заданими своїми координатами.
17. Скалярний добуток векторів, його алгебраїчні та геометричні властивості.
18. Векторний добуток векторів та його властивості.
19. Мішаний добуток векторів та його властивості.
20. Системи координат. Прямокутна декартова система координат, основні задачі ПДСК на площині і в просторі.
21. Полярна система координат. Перехід від полярної системи координат до ПДСК, і навпаки.
22. Рівняння лінії на площині. Основні поняття.
23. Канонічне та параметричне рівняння прямої на площині. Рівняння прямої із заданим кутовим коефіцієнтом.
24. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Рівняння прямої у відрізках на осях.
25. Рівняння прямої, що проходить через задану точку і має заданий вектор нормалі. Загальне рівняння прямої та його аналіз.
26. Нормальне рівняння прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального вигляду.
27. Відстань від точки до прямої. Взаємне розміщення прямих.
28. Кут між двома прямими на площині. Умови паралельності і перпендикулярності прямих.
29. Криві другого порядку. Загальне рівняння кривих другого порядку.
30. Еліпс, його канонічні рівняння та основні характеристики.
31. Гіпербола, її канонічні рівняння та основні характеристики.
32. Парабола, її канонічні рівняння та основні характеристики.
33. Зведення рівняння кривої другого порядку до канонічного виду.
34. Загальне рівняння площини, основні випадки.
35. Різні види рівнянь площини у просторі. Відстань від точки до площини.
36. Кут між двома площинами, умови паралельності і перпендикулярності площин.

37. Канонічне і параметричне рівняння прямої у просторі. Пряма як перетин двох площин.
38. Кут між двома прямими у просторі. Умови паралельності і перпендикулярності прямих.
39. Взаємне розташування двох прямих у просторі. Умова перетину двох прямих у просторі. Мимобіжні прямі.
40. Взаємне розташування прямої і площини. Знаходження точки перетину прямої та площини.
41. Кут між прямою і площиною у просторі.
42. Множини та операції над ними. Числові множини.
43. Функція та її характеристики.
44. Основні елементарні функції, їх властивості та графіки.
45. Числова послідовність Границя числової послідовності.
46. Границя функції. Теореми про границі.
47. Перша і друга чудові границі та їх застосування.
48. Нескінченно малі та нескінченно великі величини. Еквівалентність нескінченно малих.
49. Неперервність функції. Точки розриву.
50. Властивості неперервних функцій.

Контрольні питання з вищої та прикладної математики , II семестр

1. Задачі, що приводять до поняття похідної. Похідна функції.
2. Геометричний та механічний зміст похідної.
3. Правила диференціювання. Похідна складної функції.
4. Таблиця похідних. Логарифмічна похідна.
5. Диференціювання неявних та параметрично заданих функцій.
6. Диференціал функції та його застосування..
7. Похідні та диференціали вищих порядків.
8. Правило Лопітала. Розкриття невизначеностей.
9. Застосування похідної. Умови монотонності функції.
10. Екстремум функції. Необхідна та достатні умови існування екстремуму.
11. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.
12. Опуклість графіка функції та точки перегину.
13. Асимптоти графіка функції.
14. Схема дослідження функцій. Приклади.
15. Поняття первісної та невизначеного інтеграла.
16. Властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів.
17. Методи інтегрування у невизначеному інтегралі.
18. Інтегрування раціональних функцій.
19. Інтегрування ірраціональних виразів.
20. Інтегрування тригонометричних функцій.
21. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла.
22. Означення визначеного інтеграла. Умови його існування.
23. Геометричний та механічний зміст інтеграла.

24. Властивості визначеного інтеграла.
25. Інтеграл із змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца.
26. Методи інтегрування у визначеному інтегралі. Приклади.
27. Геометричні застосування визначеного інтеграла.
28. Невласні інтеграли I і II роду.
29. Функції багатьох змінних. Основні поняття.
30. Границя і неперервність функції багатьох змінних.
31. Частинні похідні та диференційовність функції багатьох змінних.
32. Повний диференціал. Частинні похідні вищих порядків.
33. Похідна за напрямком. Градієнт функції.
34. Екстремум функції двох змінних. Необхідна та достатня умова існування екстремуму.
35. Найбільше і найменше значення функції двох змінних в замкненій множині.
36. Застосування частинних похідних у прикладних задачах.

Контрольні питання з вищої та прикладної математики , III семестр

1. Диференціальні рівняння. Основні поняття.
2. Диференціальні рівняння першого порядку. Неповні диференціальні рівняння.
3. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.
4. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку.
5. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.
6. Диференціальні рівняння вищих порядків, основні поняття.
7. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Структура розв'язку.
8. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами.
9. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
10. Системи диференціальних рівнянь.
11. Подвійний інтеграл. Поняття інтеграла та його властивості.
12. Обчислення подвійного інтеграла в декартових та полярних координатах.
13. Геометричні та фізичні застосування подвійного інтеграла .
14. Потрійний інтеграл. Поняття інтеграла та його властивості.
15. Обчислення потрійного інтеграла в декартових, циліндричних та сферичних координатах.
16. Геометричні та фізичні застосування потрійного інтеграла.
17. Криволінійний інтеграл I-го роду. Поняття інтеграла та його властивості.
18. Обчислення криволінійного інтеграла I-го роду (різні випадки).
19. Застосування криволінійного інтеграла I-го роду.
20. Криволінійний інтеграл II-го роду. Поняття інтеграла і його властивості.
21. Обчислення криволінійного інтеграла II-го роду (різні випадки).
22. Криволінійний інтеграл II-го роду. Формула Гріна.
23. Умови незалежності криволінійного інтеграла II-го роду від шляху інтегрування.

24. Застосування криволінійного інтеграла I-го роду.
25. Числові ряди. Основні поняття. Необхідна умова збіжності ряду.
26. Ознаки збіжності знакододатніх числових рядів.
27. Знакозмінні та знакопочережні ряди. Ознака Лейбниця.
28. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінних числових рядів.
29. Функціональні та степеневі ряди. Основні поняття.
30. Збіжність степеневих рядів. Теорема Абеля. Область збіжності ряду.
31. Властивості збіжних степеневих рядів.
32. Ряди Тейлора і Маклорена. Розклад функцій в степеневий ряд.
33. Розклади основних елементарних функцій.
34. Застосування степеневих рядів у наближених обчисленнях.
35. Ряди Фур'є для 2π -періодичної функції.
36. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій.
37. Ряди Фур'є для $2l$ -періодичної функції.

Контрольні питання з вищої та прикладної математики, IV семестр

1. Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події.
2. Операції над подіями та їх властивості.
3. Простір елементарних подій. Повна група подій.
4. Класичне і статистичне означення ймовірності. Геометрична ймовірність.
5. Елементи комбінаторики: розміщення, перестановки та сполучення.
6. Застосування елементів комбінаторики.
7. Теорема додавання ймовірностей подій та їх наслідки.
8. Умовні ймовірності. Теорема множення ймовірностей подій.
9. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.
10. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі.
11. Схема Бернуллі. Найімовірніше число появи події.
12. Локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.
13. Дискретна випадкова величина (ДВВ). Закон розподілу ДВВ.
14. Функція розподілу випадкової величини та її властивості.
15. Числові характеристики дискретних випадкових величин та їх властивості.
16. Неперервна випадкова величина (НВВ). Інтегральна функція розподілу НВВ.
17. Диференціальна функція розподілу (щільність) НВВ та її властивості.
18. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин.
19. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин.
20. Дискретна двовимірна випадкова величина та її числові характеристики.
21. Функція випадкової величини. Закон розподілу та її числові характеристики.
22. Предмет та методи математичної статистики.
23. Генеральна сукупність і вибірка. Вибірковий метод.
24. Варіаційний ряд. Статистичний розподіл (точковий та інтервальний).
25. Полігон і гістограма. Емпірична функція розподілу.
26. Вибіркові характеристики: вибіркове середнє, вибіркова дисперсія, вибіркове середнє квадратичне відхилення, мода і медіана.
27. Статистичні оцінки параметрів розподілу випадкової величини генеральної сукупності. Точкові та інтервальні оцінки.

28. Довірчі інтервали для математичного сподівання та середнього квадратичного відхилення нормально розподіленої випадкової величини.
29. Статистичні гіпотези та їх перевірка. Статистичний критерій.
30. Критерій Пірсона для перевірки гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.

Комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

Тест 1.1. Розв'язати нерівність:		$\begin{vmatrix} x & 2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} < 0.$
1	$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$	
2	$x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$	
3	$x \in (2; 5)$	
4	$x \in (1; 2)$	
5	Інша відповідь	

Тест 1.2. Розв'язати нерівність		$\begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ -5 & 1 & 3 \\ -5 & 1 & x \end{vmatrix} < 0$
1	$x \in (-3; 5)$	
2	$x \in (-5; 3)$	
3	$x \in (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$	
4	$x \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$	
5	Інша відповідь	

Тест 1.3. Розв'язати нерівність:		$\begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 6 & 1 & x \\ 8 & 1 & x^2 \end{vmatrix} < 0$
1	$x \in (0; 1)$	
2	$x \in (-5; 0)$	
3	$x \in (-5; 5)$	
4	$x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$	
5	Інша відповідь	

Тест 1.4. Розв'язати нерівність		$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & x & x \\ 3 & 0 & x \end{vmatrix} < 0$
1	$x \in (0; 7)$	
2	$x \in (-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$	
3	$x \in (-7; 0)$	
4	$x \in (0; 2)$	
5	Інша відповідь	

Тест 1.5. Розв'язати нерівність:	
---	--

	$\begin{vmatrix} x & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & x \end{vmatrix} < 0.$
1	$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
2	$x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$
3	$x \in (2; 3)$
4	$x \in (-2; 3)$
5	Інша відповідь

Тест 1.6. Розв'язати нерівність	
	$\begin{vmatrix} x & 2 & 0 \\ -1 & x & -1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} \leq 0$
1	$x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$
2	$x \in [-2; 0]$
3	$x \in [-2; 3]$
4	$x \in [-3; 2]$
5	Інша відповідь

Тест 2.1. Знайти добуток матриць $A \cdot B$, де $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.	
1	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$
2	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 15 & 11 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
3	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 7 \end{pmatrix}$
4	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
5	Інша відповідь

Тест 2.2. Знайти добуток матриць $A \cdot B$, де $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.	
1	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
2	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$
3	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$
4	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
5	Інша відповідь

Тест 2.3. Знайти добуток матриць $A \cdot B$, де $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.	
1	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$
2	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$
3	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$
4	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
5	Інша відповідь

Тест 2.4. Знайти добуток матриць $A \cdot B$, де $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.	
1	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

2	$A \cdot B = \begin{pmatrix} -11 & 9 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$
3	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & -10 \\ 9 & -7 \end{pmatrix}$
4	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$
5	Інша відповідь

Тест 2.5. Знайти добуток матриць $A \cdot B$, де $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
2	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$
3	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
4	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}$
5	Інша відповідь

Тест 2.6. Знайти добуток матриць $A \cdot B$, де $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$.

1	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$
2	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$
3	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & -10 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$
4	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$
5	Інша відповідь

Тест 3.1. Розв'язати систему рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

1	(1; -1; 2)
2	(2; 1; -1)
3	(1; 2; 3)
4	(1; 1; 1)
5	Інша відповідь

Тест 3.2. Розв'язати систему рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

1	(1; -1; 2)
2	(2; 1; -1)
3	(1; 2; 3)
4	(1; 1; 1)
5	Інша відповідь

Тест 3.3. Розв'язати систему рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

1	(1; -1; 2)
2	(2; 1; -1)
3	(1; 2; 3)
4	(1; 1; 1)
5	Інша відповідь

Тест 3.4. Розв'язати систему рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса:

$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 7 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$	
1	(1; -1; 2)
2	(2; 1; -1)
3	(1; 2; 3)
4	(1; 1; 1)
5	Інша відповідь

Тест 3.5. Розв'язати систему рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса:	
$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$	
1	(1; -1; 2)
2	(2; 1; -1)
3	(1; 2; 3)
4	(1; 1; 1)
5	Інша відповідь

Тест 3.6. Розв'язати систему рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса:	
$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 5 \end{cases}$	
1	(1; -1; 2)
2	(2; 1; -1)
3	(1; 2; 3)
4	(1; 1; 1)
5	Інша відповідь

Тест 4.1. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо	
$\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} - 4\vec{q}, \vec{p} = 2, \vec{q} = 1, \gamma = (\widehat{\vec{p}; \vec{q}}) = \frac{\pi}{6}$	
1	13 (кв. од)
2	10 (кв. од)
3	7 (кв. од)
4	9 (кв. од)
5	Інша відповідь

Тест 4.2. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо	
$\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}, \vec{b} = 3\vec{p} + 4\vec{q}; \vec{p} = 2, \vec{q} = 1, \text{кут } (\widehat{\vec{p}; \vec{q}}) = \frac{\pi}{6}$	
1	10(кв. од)
2	21 (кв. од)
3	17 (кв. од)
4	15 (кв. од)
5	Інша відповідь

Тест 4.3. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо	
$\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} - 4\vec{q}, \vec{p} = 1, \vec{q} = \sqrt{2}, \gamma = (\widehat{\vec{p}; \vec{q}}) = \frac{\pi}{4}$	
1	14 (кв. од)
2	10(кв. од)
3	16 (кв. од)
4	18 (кв. од)
5	Інша відповідь

Тест 4.4. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо	
$\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} - 3\vec{q}, \vec{p} = 1, \vec{q} = \sqrt{2}, \gamma = (\widehat{\vec{p}; \vec{q}}) = \frac{\pi}{4}$	
1	8 (кв. од)
2	5 (кв. од)
3	10 (кв. од)
4	7 (кв. од)

5	Інша відповідь
---	----------------

Тест 4.5. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}, \vec{b} = \vec{p} - \vec{q}, \vec{p} = 1, \vec{q} = 2, \gamma = (\widehat{\vec{p}; \vec{q}}) = \frac{\pi}{2}$	
1	7 (кв. од)
2	10(кв. од)
3	20(кв. од)
4	15 (кв. од)
5	Інша відповідь

Тест 4.6. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}, \vec{b} = 2\vec{p} - 4\vec{q}, \vec{p} = 1, \vec{q} = 2, \gamma = (\widehat{\vec{p}; \vec{q}}) = \frac{\pi}{6}$	
1	8 (кв. од)
2	16 (кв. од)
3	10 (кв. од)
4	14 (кв. од)
5	Інша відповідь

Тест 5.1. У трикутнику з вершинами A(4; -3), B(1; -2), C(2; 5), рівняння медіани BD має вигляд:	
1	$x - 3y - 9 = 0$
2	$2x + y - 2 = 0$
3	$4x + 3y - 9 = 0$
4	$3x - 2y - 7 = 0$
5	Інша відповідь

Тест 5.2. У трикутнику з вершинами A(4;- 5), B(1; 2), C(2; -3), рівняння медіани BD має вигляд:	
1	$2x + y - 9 = 0$
2	$2x - 3y - 8 = 0$
3	$3x + y - 5 = 0$
4	$2x - y + 7 = 0$
5	Інша відповідь

Тест 5.3. У трикутнику з вершинами A(5; 2), B(4; -3), C(-1; 4), рівняння медіани BD має вигляд:	
1	$3x + y - 9 = 0$
2	$2x - 3y - 8 = 0$
3	$x + 2y - 5 = 0$
4	$5x - y - 7 = 0$
5	Інша відповідь

Тест 5.4. У трикутнику з вершинами A(3; 2), B(2; -3), C(5; 4), рівняння медіани BD має вигляд:	
1	$2x + y - 9 = 0$
2	$2x - 3y - 8 = 0$
3	$x + 2y - 5 = 0$
4	$3x - y - 9 = 0$
5	Інша відповідь

Тест 5.5. У трикутнику з вершинами A(2; -5), B(6; -7), C(4; 1), рівняння медіани BD має вигляд:	
1	$x - 3y - 10 = 0$
2	$5x - 3y - 9 = 0$
3	$5x + 3y - 9 = 0$
4	$3x + 2y - 7 = 0$
5	Інша відповідь

Тест 5.6. У трикутнику з вершинами A(6; 4), B(4; -1), C(-2; 2), рівняння медіани BD має вигляд:	
1	$x - 3y - 9 = 0$
2	$2x + 3y - 1 = 0$
3	$4x + 3y - 9 = 0$
4	$2x + y - 7 = 0$
5	Інша відповідь

Тест 6.1. Границя функції $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{x-4}$ дорівнює:	
1	1
2	0,5
3	0,25
4	0
5	Інша відповідь

Тест 6.2. Знайти границю функції: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$:	
1	1
2	0,5
3	0,25
4	2
5	Інша відповідь

Тест 6.3. Знайти границю функції: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$:	
1	1
2	0,6
3	0,25
4	0
5	Інша відповідь

Тест 6.4. Границя функції $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ дорівнює:	
1	1
2	0,5
3	0,25
4	2
5	Інша відповідь

Тест 6.5. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 25}$:	
1	1
2	0,5
3	0,25
4	3
5	Інша відповідь

Тест 6.6 Знайти границю функції: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\arctg 5x}$:	
1	1
2	0,5
3	0,25
4	1,4
5	Інша відповідь

Тест 7.1: Знайти похідну від функції, заданої неявно: $e^y = x^2 + y^3$.	
1	$y' = \frac{2x}{e^y - x^2}$

2	$y' = \frac{2y}{e^x - 3y^2}$
3	$y' = \frac{x}{e^y + 3y^2}$
4	$y' = \frac{2x}{e^y - 3y^2}$
5	Інша відповідь

Тест 7.2: Знайти похідну від функції, заданої неявно: $\sin y = 3x + y^2$	
1	$y' = \frac{3}{\cos x - y}$
2	$y' = \frac{3}{\cos y - 2x}$
3	$y' = \frac{3}{\cos x - 2x}$
4	$y' = \frac{3}{\cos y - 2y}$
5	Інша відповідь

Тест 7.3: Знайти похідну від функції, заданої неявно: $\ln y = x^2 - y$	
1	$y' = \frac{3y}{xy - 1}$
2	$y' = \frac{xy}{2 - y}$
3	$y' = \frac{2xy}{1 - x}$
4	$y' = \frac{2xy}{1 - y}$
5	Інша відповідь

Тест 7.4: Знайти похідну від функції, заданої неявно: $x^4 + y^4 = x^2 y^2$	
1	$y' = \frac{x(y^2 - 2x^2)}{2y^2 - x^2}$
2	$y' = \frac{2y^2 - x^2}{x(y^2 - 2x^2)}$
3	$y' = \frac{x(y^2 - 2x^2)}{y(2y^2 - x^2)}$
4	$y' = \frac{xy^2 - 2x^2}{2y^2 - x^2}$
5	Інша відповідь

Тест 7.5: Знайти похідну від функції, заданої неявно: $e^y + xy = 5$	
1	$y' = -\frac{5 + xy}{e^y + x}$
2	$y' = -\frac{x}{e^y + x}$
3	$y' = -\frac{x}{e^y + x}$
4	$y' = -\frac{y}{e^x + x}$

5	Інша відповідь
---	----------------

Тест 7.6: Знайти похідну від функції, заданої неявно: $x^2y^3 + \cos y = 3$	
1	$y' = -\frac{2x^3y}{3x^2y^2 + \sin y}$
2	$y' = -\frac{2xy^3}{3x^2y^2 + \sin y}$
3	$y' = \frac{2xy^3}{\sin y - 3x^2y^2}$
4	$y' = \frac{2xy^3}{3x^2y^2 + \sin y}$
5	Інша відповідь

Тест 8.1. Знайти невизначений інтеграл: $\int \left(4x^3 - \frac{1}{x^2+1} + e^x \right) dx$	
1	$5x^4 + \operatorname{arctg}x - e^x + C$
2	$x^4 + \operatorname{arctg}x - e^x + C$
3	$x^4 - \operatorname{arctg}x + e^x + C$
4	$x^4 - \operatorname{tg}x + e^x + C$
5	Інша відповідь

Тест 8.2. Знайти невизначений інтеграл: $\int \left(3x^2 + 5^x - \frac{4}{x} \right) dx$.	
1	$4x^3 + \frac{5^x}{\ln 5} - \ln x + C$
2	$x^4 + 5^x \cdot \ln 5 + \frac{4}{x^2} + C$
3	$x^3 + \frac{5^x}{\ln 5} - 4\ln x + C$
4	$x^3 + \frac{5^x}{\ln 5} - \operatorname{arccos}x + C$
5	Інша відповідь

Тест 8.3. Знайти невизначений інтеграл: $\int \left(5x^4 - \cos x + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$	
1	$5x^5 + \sin x + \operatorname{tg}x + C$
2	$x^5 - \sin x + \operatorname{arcsin}x + C$
3	$x^5 + \sin x + \operatorname{arctg}x + C$
	$5x^4 + \operatorname{tg}x + \operatorname{arcsin}x + C$
5	Інша відповідь

Тест 8.4. Знайти невизначений інтеграл: $\int \left(3^x - \sin x + \frac{1}{x^2+1} \right) dx$.	
	$\frac{3^x}{\ln 3} + \cos x + \operatorname{arctg}x + C$

2	$\frac{3^x}{\ln 3} - \cos x + \arcsin x + C$
3	$\frac{3^x}{\ln 3} + \cos x + \operatorname{tg} x + C$
4	$\frac{3^x}{\ln 3} - \cos x - \operatorname{arctg} x + C$
5	Інша відповідь

Тест 8.5. Знайти невизначений інтеграл: $\int \left(e^x + \frac{5}{\cos^2 x} - 8x^3 \right) dx$	
1	$e^x + 5 \operatorname{ctg} x - x^4 + C$
	$e^x + 5 \operatorname{tg} x - 2x^4 + C$
3	$e^x + \operatorname{tg} x - 3x^4 + C$
4	$e^x + 5 \operatorname{arctg} x + x^5 + C$
5	Інша відповідь

Тест 8.6. Знайти невизначений інтеграл: $\int \left(7x^6 - \frac{1}{\sin^2 x} + 3^x \right) dx.$	
1	$x^7 + \operatorname{ctg} x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$
2	$x^7 + \operatorname{tg} x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$
3	$7x^7 + \operatorname{arctg} x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$
4	$x^7 + \arcsin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$
5	Інша відповідь

Тест 9.1. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі першим економістом дорівнює 0,1, другим – 0,2. Перший економіст заповнив 40 документів, а другий – 60. Навмання взятий з папки документ виявився з помилкою. Знайдіть ймовірність того, що його склав перший економіст	
1	0,2
2	0,25
3	0,5
4	0,75
5	Інша відповідь

Тест 9.2. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі першим економістом дорівнює 0,2, другим – 0,4. Перший економіст заповнив 70 документів, а другий – 30. Навмання взятий з папки документ виявився з помилкою. Знайдіть ймовірність того, що його склав другий економіст.	
1	$\frac{5}{17}$
2	$\frac{9}{23}$
3	$\frac{11}{25}$
4	$\frac{1}{2}$

5	Інша відповідь
---	----------------

Тест 9.3. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі першим економістом дорівнює 0,2, другим – 0,1. Перший економіст заповнив 20 документів, а другий – 80. Навмання взятий з папки документ виявився з помилкою. Знайдіть ймовірність того, що його склав перший економіст.

1	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{2}$
4	0,5
5	Інша відповідь

Тест 9.4. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі першим економістом дорівнює 0,4, другим – 0,2. Перший економіст заповнив 35 документів, а другий – 65. Навмання взятий з папки документ виявився з помилкою. Знайдіть ймовірність того, що його склав другий економіст.

1	$\frac{13}{25}$
2	$\frac{13}{27}$
3	$\frac{12}{25}$
4	$\frac{11}{27}$
5	Інша відповідь

Тест 9.5. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі першим економістом дорівнює 0,3, другим – 0,1. Перший економіст заповнив 40 документів, а другий – 60. Навмання взятий з папки документ виявився з помилкою. Знайдіть ймовірність того, що його склав перший економіст.

1	0,5
2	$\frac{1}{6}$
3	0,3
4	0/3
5	Інша відповідь

Тест 9.6. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі першим економістом дорівнює 0,1, другим – 0,2. Перший економіст заповнив 30 документів, а другий – 70. Навмання взятий з папки документ виявився з помилкою. Знайдіть ймовірність того, що його склав другий економіст.

1	0,1
2	0,5
3	0,75
4	0,3
5	Інша відповідь

Тест 10.1. Знайти медіану вибірки: 9, 3, 2, 7, 10, 4, 9, 8, 5, 3.	
1	4
2	5
3	6
4	7
5	Інша відповідь

Тест 10.2. Знайти моду вибірки 4, 3, 8, 9, 3, 7, 9, 3, 5, 4.	
1	3
2	4
3	5
4	9
5	Інша відповідь

Тест 10.3. Знайти медіану вибірки 2, 6, 3, 8, 1, 5, 9, 3, 7, 1.	
1	5
2	4
3	3
4	2
5	Інша відповідь

Тест 10.4. Знайти моду вибірки : 4, 7, 9, 10, 4, 8, 9, 4, 7, 10.	
1	2
2	4
3	7
4	10
5	Інша відповідь

Тест 10.5. Знайти медіану вибірки 4, 10, 5, 12, 3, 8, 4, 9, 2, 7.	
1	4
2	6
3	7
4	10
5	Інша відповідь

Тест 10.6. Знайти моду вибірки 7, 8, 10, 7, 11, 4, 8, 7, 11, 10.	
1	11
2	10
3	8
4	7
5	Інша відповідь

Завдання 2. Знайти обернену матрицю A^{-1} до даної матриці A і зробити перевірку, обчисливши добуток матриць A та A^{-1} .

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad 2. A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad 3. A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & -4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad 5. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad 6. A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$7. A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 15 & -7 & 4 \end{pmatrix}, \quad 8. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad 9. A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 5 & -7 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 12 & 6 & -3 \end{pmatrix}, \quad 11. A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 21 \\ 21 & 2 & 16 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad 12. A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad 14. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & -5 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad 15. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad 17. A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad 18. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$19. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}, \quad 20. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad 21. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$22. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad 23. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad 24. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad 26. A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad 27. A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ -5 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad 29. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad 30. A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Завдання 3. Розв'язати систему рівнянь методом Гауса.

$$1. \begin{cases} 2x - 3y + z = 2, \\ x + 5y - 4z = -5, \\ 4x + y - 3z = -4. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x + y + 3z = 3, \\ x - 3y + z = 2, \\ 2x - y - 2z = 8. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + 3y - z = 2, \\ x - y + 3z = -4, \\ 3x + 5y + z = 4. \end{cases} \quad 5. \begin{cases} 3x + 4y + z = -2, \\ 2x + y + 3z = 5, \\ x - 2y + z = 14 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 2x - y + 3z = 1, \\ x + 2y + z = 8, \\ 4x - 3y - 2z = -1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 2y + 3z = 5, \\ 2x - y - z = 1, \\ x + 3y + 4z = 6. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 3x + 2y - z = 3, \\ x - y + 2z = -4, \\ 2x + 2y + z = 4. \end{cases} \quad 9. \begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 2x - 3y + 2z = 2, \\ 3x + y + z = 8. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x - 3y - z = 1, \\ 2x + y + z = -7, \\ 2x - y - 3z = 5. \end{cases} \quad 11. \begin{cases} 2x + 4y + z = 4, \\ 3x + 6y + 2z = 4, \\ 4x - y - 3z = 1. \end{cases} \quad 12. \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ x - y - 3z = 13, \\ 3x - 2y + 4z = -15. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x - 3y + z = 3, \\ x + y - 2z = 4, \\ 3x - 2y + 6z = 0. \end{cases} \quad 14. \begin{cases} 5x - y - z = 0, \\ x + 2y + 3z = 14, \\ 4x + 3y + 2z = 16. \end{cases} \quad 15. \begin{cases} 3x + y - 2z = 1, \\ x - 2y + 3z = 5, \\ 2x + 3y - z = -4. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x - 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 20, \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases} \quad 17. \begin{cases} x + y + 2z = -1, \\ 2x - y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -2. \end{cases} \quad 18. \begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8, \\ 2x - y - 3z = -4, \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x + y - z = 1, \\ 8x + 3y - 6z = 2, \\ 4x + y - 3z = 3. \end{cases} \quad 20. \begin{cases} x - 4y - 2z = -3, \\ 3x + y + z = 5, \\ 3x - 5y - 6z = -9. \end{cases} \quad 21. \begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 1. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9, \\ 2x + 5y - 3z = 4, \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases} \quad 23. \begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases} \quad 24. \begin{cases} x + y - z = 1, \\ 8x + 3y - 6z = 2, \\ -4x - y + 3z = -3. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x - 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 20, \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases} \quad 26. \begin{cases} x + y + 2z = -1, \\ 2x - y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -2. \end{cases} \quad 27. \begin{cases} 2x + 4y + 2z = 8, \\ 2x - y - 3z = -1, \\ x + 5y + z = 0. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 5x - 3y + z = -4, \\ x + 2y + z = -1, \\ 2x + 4y + 3z = 1. \end{cases} \quad 29. \begin{cases} 3x + 5y + 2z = -1, \\ 2x - y - 6z = 5, \\ -x + y + 3z = -4. \end{cases} \quad 30. \begin{cases} 4x + 3y + z = -1, \\ 3x - y + 3z = -2, \\ x - 5y + 2z = 2. \end{cases}$$

Завдання 4. Показати, що вектори $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ утворюють базис тривимірного векторного простору, та розкласти вектор \vec{b} за цим базисом (при розв'язуванні системи лінійних алгебраїчних рівнянь використати метод Крамера).

1. $\vec{a}_1 = (1; -5; 2), \quad \vec{a}_2 = (2; 3; 0), \quad \vec{a}_3 = (1; -1; 1), \quad \vec{b} = (3; 5; 1).$
2. $\vec{a}_1 = (3; -1; -5), \quad \vec{a}_2 = (3; -2; -8), \quad \vec{a}_3 = (0; 1; 2), \quad \vec{b} = (-3; 1; 2).$
3. $\vec{a}_1 = (3; 0; 1), \quad \vec{a}_2 = (-2; 5; 2), \quad \vec{a}_3 = (-8; -2; 3), \quad \vec{b} = (-9; 15; 5).$
4. $\vec{a}_1 = (2; 1; 1), \quad \vec{a}_2 = (1; -1; 1), \quad \vec{a}_3 = (1; 3; 1), \quad \vec{b} = (3; -4; 2).$
5. $\vec{a}_1 = (1; 2; 3), \quad \vec{a}_2 = (2; 2; 3), \quad \vec{a}_3 = (1; 1; 1), \quad \vec{b} = (5; 7; 10).$
6. $\vec{a}_1 = (2; 4; 2), \quad \vec{a}_2 = (-1; -3; 3), \quad \vec{a}_3 = (-1; 2; 0), \quad \vec{b} = (-5; 1; -15).$
7. $\vec{a}_1 = (2; 3; 4), \quad \vec{a}_2 = (3; -2; 1), \quad \vec{a}_3 = (-1; 2; 1), \quad \vec{b} = (4; 3; 6).$
8. $\vec{a}_1 = (1; 2; 3), \quad \vec{a}_2 = (0; 5; -2), \quad \vec{a}_3 = (3; -2; 1), \quad \vec{b} = (-1; 9; 15).$
9. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 7), \quad \vec{a}_2 = (1; -4; 0), \quad \vec{a}_3 = (2; 1; 3), \quad \vec{b} = (-6; 1; 1).$
10. $\vec{a}_1 = (-1; 4; -3), \quad \vec{a}_2 = (-2; -1; 2), \quad \vec{a}_3 = (3; 0; 7), \quad \vec{b} = (7; 2; 3).$
11. $\vec{a}_1 = (0; 1; 2), \quad \vec{a}_2 = (1; 0; 1), \quad \vec{a}_3 = (-1; 2; 4), \quad \vec{b} = (-2; 4; 7).$
12. $\vec{a}_1 = (1; 3; 0), \quad \vec{a}_2 = (2; -1; 1), \quad \vec{a}_3 = (0; -1; 2), \quad \vec{b} = (6; 12; -1).$
13. $\vec{a}_1 = (2; 1; -1), \quad \vec{a}_2 = (0; 3; 2), \quad \vec{a}_3 = (1; -1; 1), \quad \vec{b} = (1; -4; 4).$
14. $\vec{a}_1 = (4; 1; 1), \quad \vec{a}_2 = (2; 0; -3), \quad \vec{a}_3 = (-1; 2; 1), \quad \vec{b} = (-9; 5; 5).$
15. $\vec{a}_1 = (-2; 0; 1), \quad \vec{a}_2 = (1; 3; -1), \quad \vec{a}_3 = (0; 4; 1), \quad \vec{b} = (-5; -5; 5).$
16. $\vec{a}_1 = (5; 1; 0), \quad \vec{a}_2 = (2; -1; 3), \quad \vec{a}_3 = (1; 0; -1), \quad \vec{b} = (13; 2; 7).$
17. $\vec{a}_1 = (0; 1; 1), \quad \vec{a}_2 = (-2; 0; 1), \quad \vec{a}_3 = (3; 1; 0), \quad \vec{b} = (-19; -1; 7).$
18. $\vec{a}_1 = (1; 0; 2), \quad \vec{a}_2 = (0; 1; 1), \quad \vec{a}_3 = (2; -1; 4), \quad \vec{b} = (3; -3; 4).$
19. $\vec{a}_1 = (3; 1; 0), \quad \vec{a}_2 = (-1; 2; 1), \quad \vec{a}_3 = (-1; 0; 2), \quad \vec{b} = (3; 3; -1).$
20. $\vec{a}_1 = (-1; 2; 1), \quad \vec{a}_2 = (2; 0; 3), \quad \vec{a}_3 = (1; 1; -1), \quad \vec{b} = (-1; 7; -4).$
21. $\vec{a}_1 = (1; 1; 4), \quad \vec{a}_2 = (0; -3; 2), \quad \vec{a}_3 = (2; 1; -1), \quad \vec{b} = (6; 5; -14).$
22. $\vec{a}_1 = (1; -2; 0), \quad \vec{a}_2 = (-1; 1; 3), \quad \vec{a}_3 = (1; 0; 4), \quad \vec{b} = (6; -1; 7).$
23. $\vec{a}_1 = (1; 0; 5), \quad \vec{a}_2 = (-1; 3; 2), \quad \vec{a}_3 = (0; -1; 1), \quad \vec{b} = (5; 15; 0).$
24. $\vec{a}_1 = (1; 1; 0), \quad \vec{a}_2 = (0; 1; -2), \quad \vec{a}_3 = (1; 0; 3), \quad \vec{b} = (2; -1; 11).$
25. $\vec{a}_1 = (1; 0; 2), \quad \vec{a}_2 = (-1; 0; 1), \quad \vec{a}_3 = (2; 5; -3), \quad \vec{b} = (11; 5; -3).$
26. $\vec{a}_1 = (2; 0; 1), \quad \vec{a}_2 = (1; 1; 0), \quad \vec{a}_3 = (4; 1; 2), \quad \vec{b} = (8; 0; 5).$
27. $\vec{a}_1 = (0; 1; 3), \quad \vec{a}_2 = (1; 2; -1), \quad \vec{a}_3 = (2; 0; -1), \quad \vec{b} = (3; 1; 8).$

28. $\vec{a}_1 = (1; 2; -1)$, $\vec{a}_2 = (3; 0; 2)$, $\vec{a}_3 = (-1; 1; 1)$, $\vec{b} = (8; 1; 12)$.
 29. $\vec{a}_1 = (1; 4; 1)$, $\vec{a}_2 = (-3; 2; 0)$, $\vec{a}_3 = (1; -1; -1)$, $\vec{b} = (-9; -8; -3)$.
 30. $\vec{a}_1 = (0; 1; -2)$, $\vec{a}_2 = (3; -1; 1)$, $\vec{a}_3 = (4; 1; 0)$, $\vec{b} = (-5; 9; -13)$.

Завдання 5. Задано координати вершин трикутника ABC . Знайти:

1) довжину сторони BC ; 2) рівняння сторін AB і BC та їх кутові коефіцієнти; 3) кут B в радіанах (з точністю до 0,01); 4) рівняння висоти AD та її довжину; 5) рівняння медіани BM ; 6) рівняння прямої, що проходить через вершину C паралельно до сторони AB .

- | | |
|--|--|
| 1. $A(-8; -3), B(4; -12), C(8; 10)$. | 2. $A(-5; 7), B(7; -2), C(11; 20)$. |
| 3. $A(-12; -1), B(0; -10), C(4; 12)$. | 4. $A(-10; 9), B(2; 0), C(6; 22)$. |
| 5. $A(0; 2), B(12; -7), C(16; 15)$. | 6. $A(-9; 6), B(3; -3), C(7; 19)$. |
| 7. $A(1; 0), B(13; -9), C(17; 13)$. | 8. $A(-4; 10), B(8; 1), C(12; 23)$. |
| 9. $A(2; 5), B(14; -4), C(18; 18)$. | 10. $A(-1; 4), B(11; -5), C(15; 17)$. |
| 11. $A(-2; 7), B(10; -2), C(8; 12)$. | 12. $A(-6; 8), B(6; -1), C(4; 13)$. |
| 13. $A(3; 6), B(15; -3), C(13; 11)$. | 14. $A(-10; 5), B(2; -4), C(0; 10)$. |
| 15. $A(-4; 12), B(8; 3), C(6; 17)$. | 16. $A(-3; 10), B(9; 1), C(7; 15)$. |
| 17. $A(4; 1), B(16; -8), C(14; 6)$. | 18. $A(-7; 4), B(5; -5), C(3; 9)$. |
| 19. $A(0; 3), B(12; -6), C(10; 8)$. | 20. $A(-5; 9), B(7; 0), C(5; 14)$. |
| 21. $A(2; -4), B(-2; 1), C(17; 1)$. | 22. $A(4; -2), B(16; 17), C(-10; 4)$. |
| 23. $A(14; 10), B(-1; 1), C(3; 8)$. | 24. $A(15; 1), B(1; -5), C(8; 9)$. |
| 25. $A(-3; 4), B(-2; 0), C(5; 8)$. | 26. $A(4; -2), B(1; 0), C(-2; 5)$. |
| 27. $A(5; 1), B(1; -2), C(-4; 10)$. | 28. $A(3; -8), B(0; -2), C(6; 0)$. |
| 29. $A(12; 4), B(6; 4), C(8; -2)$. | 30. $A(10; -2), B(5; 5), C(12; 9)$. |

Завдання 6. Задано координати вершин піраміди $ABCD$. Знайти:

1) кут між векторами \vec{AB} і \vec{AC} ; 2) проекцію вектора \vec{AD} на вектор \vec{AB} ; 3) площу грані ABC ; 4) об'єм піраміди $ABCD$.

- $A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2)$.
- $A(5; -1; -4), B(9; 3; -6), C(7; 10; -14), D(5; 1; -3)$.
- $A(1; -4; 0), B(5; 0; -2), C(3; 7; -10), D(1; -2; 1)$.
- $A(-3; -6; 2), B(1; -2; 0), C(-1; 5; -8), D(-3; -4; 3)$.
- $A(-1; 1; -5), B(3; 5; -7), C(1; 12; -15), D(-1; 3; -4)$.
- $A(-4; 2; -1), B(0; 6; -3), C(-2; 13; -11), D(-4; 4; 0)$.
- $A(0; 4; 3), B(4; 8; 1), C(2; 15; -7), D(0; 6; 4)$.
- $A(-2; 0; -2), B(2; 4; -4), C(0; 11; -12), D(-2; 2; -1)$.
- $A(3; 3; -3), B(7; 7; -5), C(5; 14; -13), D(3; 5; -2)$.

10. $A(4;-2;5), B(8;2;3), C(6;9;-5), D(4;0;6)$.
11. $A(-5;0;1), B(-4;-2;3), C(6;2;11), D(3;4;9)$.
12. $A(1;-4;0), B(2;-6;2), C(12;-2;10), D(9;0;8)$.
13. $A(-1;-2;-8), B(0;-4;-6), C(10;0;2), D(7;2;0)$.
14. $A(0;2;-10), B(1;0;-8), C(11;4;0), D(8;6;-2)$.
15. $A(3;1;-2), B(4;-1;0), C(14;3;8), D(11;5;6)$.
16. $A(-8;3;-1), B(-7;1;1), C(3;5;9), D(0;7;7)$.
17. $A(2;-1;-4), B(3;-3;-2), C(13;1;6), D(10;3;4)$.
18. $A(-4;5;-5), B(-3;3;-3), C(7;7;5), D(4;9;3)$.
19. $A(-2;-3;2), B(-1;-5;4), C(9;-1;12), D(6;1;10)$.
20. $A(-3;4;-3), B(-2;2;-1), C(8;6;7), D(5;8;5)$.
21. $A(4;2;5), B(0;7;2), C(0;2;7), D(1;5;0)$.
22. $A(4;4;10), B(4;10;2), C(2;8;4), D(9;6;4)$.
23. $A(4;6;5), B(6;9;4), C(2;10;10), D(7;5;9)$.
24. $A(3;5;4), B(8;7;4), C(5;10;4), D(4;7;8)$.
25. $A(10;6;6), B(-2;8;2), C(6;8;9), D(7;10;3)$.
26. $A(1;8;2), B(5;2;6), C(5;7;4), D(4;10;9)$.
27. $A(6;6;5), B(4;9;5), C(4;6;11), D(6;9;3)$.
28. $A(7;2;2), B(5;7;7), C(5;3;1), D(2;3;7)$.
29. $A(8;6;4), B(10;5;5), C(5;6;8), D(8;10;7)$.
30. $A(7;7;3), B(6;5;8), C(3;5;8), D(8;4;1)$.

Завдання 7. Записати рівняння кривої в канонічному вигляді, визначити тип кривої та її основні характеристики. Побудувати криву.

1. $4x^2 + 25y^2 + 24x - 150y + 161 = 0$.
2. $9x^2 - 36y^2 - 54x + 72y - 279 = 0$.
3. $9x^2 - 25y^2 - 36x + 100y - 289 = 0$.
4. $16x^2 - 9y^2 - 96x - 54y - 81 = 0$.
5. $9x^2 + 36y^2 + 18x + 144y - 153 = 0$.
6. $16x^2 + 9y^2 - 64x + 72y + 64 = 0$.
7. $9x^2 - 16y^2 + 18x + 64y - 199 = 0$.
8. $4x^2 - 25y^2 + 50x + 8y - 121 = 0$.
9. $16x^2 + 4y^2 - 64x - 8y + 4 = 0$.
10. $9x^2 + 4y^2 - 72x - 16y + 124 = 0$.
11. $4y^2 - 16x^2 - 32x + 48y + 64 = 0$.
12. $25x^2 + 4y^2 - 100x + 8y + 4 = 0$.
13. $4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0$.

14. $9x^2 - 25y^2 + 36x + 50y - 214 = 0.$
15. $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y - 89 = 0.$
16. $25x^2 + 4y^2 + 50x + 40y + 25 = 0.$
17. $16x^2 - 4y^2 + 96x + 16y - 16 = 0.$
18. $9x^2 + 4y^2 + 18x + 16y - 11 = 0.$
19. $16x^2 - 9y^2 - 64x - 72y - 116 = 0.$
20. $16x^2 + 4y^2 + 96x + 16y + 64 = 0.$
21. $4x^2 - 9y^2 + 32x + 54y - 53 = 0.$
22. $9x^2 + 25y^2 - 36x + 50y - 139 = 0.$
23. $25x^2 - 4y^2 + 50x + 24y - 36 = 0.$
24. $9x^2 + 4y^2 + 54x + 24y + 81 = 0.$
25. $9y^2 - 16x^2 - 32x - 72y - 16 = 0.$
26. $16x^2 + 4y^2 + 48x + 32y + 96 = 0.$
27. $4x^2 + 25y^2 + 8x - 50y - 7 = 0.$
28. $4x^2 - 9y^2 - 8x - 54y - 113 = 0.$
29. $9x^2 + 16y^2 + 18x - 64y - 71 = 0.$
30. $9x^2 - 4y^2 - 72x + 16y + 92 = 0.$

Завдання 8.

1. Написати рівняння площини, що проходить через точку $M(-1;-1;2)$ перпендикулярно до площин $x - 2y + z - 4 = 0$, $x + 2y - 2z + 4 = 0$.
2. Скласти канонічне рівняння прямої, що проходить через точку $M(-4;-7;1)$ паралельно до прямої
$$\begin{cases} 2x + 3y + z - 6 = 0, \\ 4x + 5y - z + 2 = 0. \end{cases}$$
3. Знайти рівняння площини, що проходить через точки $A(2;0;-1)$, $B(1;-1;3)$ перпендикулярно до площини $3x + 2y - z + 5 = 0$.
4. Точки $A(-4;3;7)$, $B(2;-1;5)$, $C(-2;-6;11)$ є вершинами паралелограма $ABCD$. Скласти рівняння сторін AD і CD .
5. Задано точки $A(1;2;-1)$, $B(3;8;4)$, $C(7;5;6)$. Знайти кут між площиною, що проходить через точку A перпендикулярно до вектора \vec{AB} , і площиною, що проходить через точку B перпендикулярно до \vec{BC} .
6. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку $M(-4;3;-8)$ перпендикулярно до двох прямих $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-4}$, $\frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{-6} = \frac{z-1}{5}$.
7. Записати рівняння площини, що проходить через початок координат і через точки $A(4;-2;1)$ і $B(2;4;-3)$. Знайти відстань від точки $C(1;1;1)$ до цієї площини.
8. Скласти канонічне рівняння прямої
$$\begin{cases} x - 2y + 3z + 1 = 0, \\ 2x + y - 4z - 8 = 0. \end{cases}$$

9. Скласти рівняння площини, що проходить через точку $M(3;4;-5)$ паралельно до векторів $\vec{a} = (3,1,-1), \vec{b} = (1,-2,1)$.
10. Дано вершини трикутника $A(3;6;-7)$, $B(-5;2;3)$ і $C(4;-7;2)$. Скласти параметричне рівняння його медіани, проведеної з вершини C .
11. Знайти рівняння площини, що проходить через точку $M(10;-1;5)$ паралельно до площини $15x - 10y + 6z + 5 = 0$. Обчислити відстань від початку координат до цієї площини.
12. Дано точки $A(1;1;1)$, $B(2;3;3)$, $C(3;3;2)$. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку A перпендикулярно до векторів \vec{AB}, \vec{AC} .
13. Записати рівняння площини, знаючи, що точка $P(3;-6;2)$ є основою перпендикуляра, опущеного з початку координат на цю площину. Обчислити відстань від початку координат до цієї площини.
14. Написати рівняння перпендикуляра, опущеного з точки $A(2;3;1)$ на пряму $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$.
15. Обчислити висоту піраміди з вершинами $A(3;5;3)$, $B(-2;11;-5)$, $C(1;-1;4)$, $D(0;6;4)$, опущеної з вершини D .
16. Знайти кут між прямими $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ та $\begin{cases} x+y-z=0, \\ x-y-5z-8=0. \end{cases}$
17. Скласти рівняння площини, що проходить через точки $K(1;-1;2)$ і $M(3;1;2)$ перпендикулярно до площини $4x - 5y + 3z - 2 = 0$.
18. В паралелограмі $ABCD$ задано три вершини $A(-2;8;-4)$, $B(9;-5;6)$, $C(-6;-2;10)$. Скласти рівняння діагоналей AC і BD .
19. Записати рівняння площини, що проходить через початок координат і точки $A(2;2;1)$, $B(-4;-4;-2)$. Знайти кут між цією площиною та площиною $x + 4y - 10z - 5 = 0$.
20. Скласти параметричні рівняння прямої $\begin{cases} x+2y-z-6=0, \\ 2x-y+z+1=0. \end{cases}$
21. Дано точки $A(2;-1;3)$, $B(1;-3;5)$, $C(6;2;5)$. Знайти відстань від точки $D(3;-2;-5)$ до площини, яка проходить через задані точки.
22. Знайти кут між прямою $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-5}{2}$ та прямою, що проходить через дві точки $A(0;3;-1)$, $B(2;12;5)$.
23. Скласти рівняння площини, що проходить через точку $M(1;5;2)$ паралельно до площини, що проходить через три точки $A(4;-3;1)$, $B(3;4;0)$, $C(-1;-1;5)$.
24. Дано точки $A(-1;3;-4)$, $B(0;2;-7)$, $C(4;-3;6)$. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку A перпендикулярно до векторів \vec{AB}, \vec{AC} .
25. Скласти рівняння площини, що проходить через точку $M(2;1;-3)$ перпендикулярно до двох площин $2x - 3y + z - 5 = 0$, $x + 4y - 2z + 3 = 0$.
26. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $M(-1;3;0)$ перпендикулярно до площини ABC , якщо $A(-3;-2;-4)$, $B(-4;2;-7)$ і $C(5;0;3)$.
27. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $C(4;-2;1)$ перпендикулярно до прямої AB , якщо $A(3;-1;5)$, $B(7;1;1)$.

28. Скласти рівняння сторін трикутника з вершинами $A(7;2;-6)$, $B(11;-3;5)$, $C(-3;4;-2)$ та знайти рівняння його медіани, проведеної з вершини B .
29. Знайти точку перетину площини, яка проходить через точку $C(0;1;-1)$ перпендикулярно до прямої AB , де $A(-1;2;3)$, $B(3;4;-1)$, із прямою AB .
30. Знайти проекцію точки $M(1;-1;-2)$ на пряму $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$. Обчислити відстань від цієї точки до прямої.

Завдання 9. Обчислити границі функцій.

Варіант	Завдання
1	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-3x^2}{4x^2-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 5x}{3x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{x-1}$.</p>
2	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+1}{2-x-5x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x^2-49}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^2 3x}{x \sin 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{2x-5}$.</p>
3	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x-3}{5-x^2-4x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos 4x}}{\sin 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x}{4x+3} \right)^{1-3x}$.</p>
4	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-x^3-x}{1-x-x^4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+5x}-1}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1-\cos 6x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{4}{x}}$.</p>
5	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^3-x^2+1}{7+5x+x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x^2}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos^3 5x}{x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+1} \right)^{x+2}$.</p>

6	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{5 - x^2 - 4x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt{1-4x}}{2x^2 + x}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\cos x - \cos^3 x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{3x-5}$.</p>
7	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3}{1 - 3x + 2x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+5x^2} - 1}{x^3 + 5x^2}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 4x}{\sin 5x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x+5}{6x-1} \right)^{4x+3}$.</p>
8	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 16}{1 - x^2 + 3x^4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x^2 + 1} - 1}{x^3 - 4x^2}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 + \cos 6x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 5x)^{\frac{3}{x}}$.</p>
9	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x + 3x^4}{x^4 + x - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x^2 - 9}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{x \sin 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{\frac{x+3}{2}}$.</p>
10	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3}{2x^5 - x^4 + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x \operatorname{tg} 5x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{2x}{x-1}}$.</p>
11	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 3x^3 - 1}{3 - x^4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 3x}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \operatorname{tg} 4x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 2} (5 - 2x)^{\frac{3x}{x-2}}$.</p>
12	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + x^2 - 3x + 1}{1 - x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{3x+3}}{x^2 - 4}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 6x}{1 - \cos 8x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 5)^{\frac{4x}{x-3}}$.</p>
13	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 27}{1 - x^2 + 3x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg} 7x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (4x - 3)^{\frac{3x}{x-1}}$.</p>

14	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x - 3}{x^2 - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x^2 - 1}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{3x}$.</p>
15	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 5}{5 - x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{5x} - 5}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{1 - \cos 4x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+5} \right)^{1-2x}$.</p>
16	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4x - x^4}{2x^4 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2 - 3x^3}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos^2 5x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{2x+1}{x-1}}$.</p>
17	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + x - 3}{3x^2 - 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 4x}{x \sin 5x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{x+2}{x-1}}$.</p>
18	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 1}{5x^2 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 5}{\sqrt{x^2 + 25} - 5}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 4x - \cos 4x}{\sin 2x \operatorname{tg} 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} (6 - 5x)^{\frac{x+1}{x-1}}$.</p>
19	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x^2 + 2}{3x^3 - x^4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{x^2 - 16}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{x \sin 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+1} \right)^{2x-3}$.</p>
20	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 4x^2 + 2x}{x^5 - x^4 + 7x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{6x+1} - 5}$;</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{x \operatorname{tg} 2x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x+1} \right)^{3x+2}$.</p>
21	<p>a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 4}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{3x} - x}$;</p>

	$\text{B) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 4x}; \text{Г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+2} \right)^{\frac{x-1}{3}}.$
22	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{x^3 - 1}; \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{5x} - 5};$ $\text{B) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{\operatorname{tg}^2 5x}; \text{Г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-4} \right)^{\frac{x}{2}}.$
23	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{x^3 - 27}; \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+5x} - \sqrt{1-2x}}{x^2 - 2x};$ $\text{B) } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg}^2 5x \operatorname{tg}^2 3x; \text{Г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-2x}{3-2x} \right)^{1-2x}.$
24	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 16}{3x^4 + 2x^3 - 1}; \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 9x}{\sqrt{1-4x} - \sqrt{1+4x}};$ $\text{B) } \lim_{x \rightarrow 0} \sin^2 4x \operatorname{ctg}^2 3x; \text{Г) } \lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)^{\frac{x+2}{x-2}}.$
25	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 - x^4 - 1}{x^5 + 3x^3 + x}; \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1};$ $\text{B) } \lim_{x \rightarrow 0} x \sin 2x \operatorname{ctg}^2 4x; \text{Г) } \lim_{x \rightarrow 2} (5-2x)^{\frac{2}{2-x}}.$
26	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 2x^5 + 3x^2}{3x^6 - x + 1}; \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{\sqrt{x} - 1};$ $\text{B) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 3x - \cos 3x}{x \sin 2x}; \text{Г) } \lim_{x \rightarrow 1} (3-2x)^{\frac{4}{1-x}}.$
27	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 32}{2x^5 - 3x^3 + x}; \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{\sqrt{2x} - 2};$ $\text{B) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{\cos 4x - 1}; \text{Г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-5}{2x+1} \right)^{2x-1}.$
28	$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 3x + 2}{x^2 - 3x^3 + x^4}; \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5};$

	в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\cos 4x - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{1-3x}$.
29	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 9x^2 + 2}{5x^2 - 6x^3 + 15x^4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 2x - \cos 2x}{\sin^2 x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-1}{6x+1} \right)^{2x+4}$.
30	а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 - x - 1}{-x^2 + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{x^2 - 9}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\operatorname{tg}^2 7x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^{5x+1}$.

Завдання 10. Дослідити функцію на неперервність. Визначити характер точок розриву.

Варіант	Функція	Варіант	Функція
1.	$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2}$	2.	$f(x) = \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 + x - 2}$
3.	$f(x) = \frac{5x^2 - x - 4}{x^2 + 2x - 3}$	4.	$f(x) = \frac{3x^2 + 5x - 8}{x^2 + 4x - 5}$
5.	$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{2x^2 + x - 3}$	6.	$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 + 5x - 7}$
7.	$f(x) = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 + 5x - 6}$	8.	$f(x) = \frac{2x^2 + 7x - 9}{x^2 + 3x - 4}$
9.	$f(x) = \frac{4x^2 - 3x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$	10.	$f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 3x + 2}$
11.	$f(x) = \frac{3x^2 - 7x + 4}{x^2 - 4x + 3}$	12.	$f(x) = \frac{4x^2 - 7x + 3}{x^2 - 5x + 4}$
13.	$f(x) = \frac{5x^2 - 7x + 2}{x^2 - 6x + 5}$	14.	$f(x) = \frac{2x^2 - 9x + 7}{x^2 - 7x + 6}$
15.	$f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 + 3x - 4}$	16.	$f(x) = \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 - x - 2}$
17.	$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 9}{x^2 - 3x - 4}$	18.	$f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 7}{x^2 - 4x - 5}$
19.	$f(x) = \frac{3x^2 - 4x - 7}{x^2 - 2x - 3}$	20.	$f(x) = \frac{4x^2 - x - 5}{x^2 - 4x - 5}$

21.	$f(x) = \frac{5x^2 - x - 6}{x^2 - 5x - 6}$	22.	$f(x) = \frac{6x^2 - x - 7}{x^2 - 5x - 6}$
23.	$f(x) = \frac{4x^2 - 3x - 7}{x^2 - 6x - 7}$	24.	$f(x) = \frac{4x^2 - 5x - 9}{x^2 - 7x - 8}$
25.	$f(x) = \frac{6x^2 - x - 7}{x^2 - x - 2}$	26.	$f(x) = \frac{7x^2 - x - 8}{x^2 - 7x - 8}$
27.	$f(x) = \frac{4x^2 - 7x - 11}{x^2 - 3x - 4}$	28.	$f(x) = \frac{4x^2 + x - 3}{x^2 + 4x + 3}$
29.	$f(x) = \frac{3x^2 + x - 2}{x^2 + 3x + 2}$	30.	$f(x) = \frac{5x^2 + x - 4}{x^2 + 5x + 4}$

Завдання 11. Знайти: 1) похідні $\frac{dy}{dx}$ заданих функцій а) -- д);

2) похідні $\frac{d^2y}{dx^2}$ функцій а) та д); 3) скласти рівняння дотичної і нормалі до кривої а) в точці з абсцисою x_0 ; 4) дослідити функцію а) і побудувати її графік.

Варіант	Завдання
1	а) $y = \frac{x^3}{3 - x^2}, x_0 = 1$; б) $y = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \frac{2x + 4}{\sin x}$; в) $y = x^{\arctg x}$; г) $x^4 + y^4 = x^2 y^2$; д) $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = t^3. \end{cases}$
2	а) $y = \frac{2x}{x^2 - 4}, x_0 = 3$; б) $y = \arctg(x - \sqrt{x^2 + 1})$; в) $y = x^{\frac{1}{\ln x}}$; г) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$; д) $\begin{cases} x = \frac{1}{\cos t}, \\ y = \operatorname{tg} t. \end{cases}$
3	а) $y = \frac{x}{x^2 + 1}, x_0 = 1$; б) $y = \ln \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}$; в) $y = \sqrt[3]{\frac{(x + 2)(x - 1)}{x^5}}$; г) $x^5 + y^3 + y - x = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t}, \\ y = \frac{1}{t}. \end{cases}$
4	а) $y = \frac{x^2 + 1}{x}, x_0 = 2$; б) $y = \arcsin e^x + \arcsin \sqrt{1 - e^{2x}}$; в) $y = x^{2^x}$; г) $x^y = \sin y^2$; д) $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$

5	<p>a) $y = \frac{x}{(x-1)^2}, x_0 = 2$; б) $y = \sqrt{e^{3x} + 1} + \frac{\ln(x^3 + 5)}{\sin x}$;</p> <p>в) $y = \sqrt[3]{\frac{(x+2)x}{x^5}}$; г) $7x^2 + 5y^3 + \sin y = 1$; д) $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$</p>
6	<p>a) $y = \frac{(x-1)^2}{x-2}, x_0 = 3$; б) $y = \operatorname{arctg} \frac{3x-x^3}{1-3x^2}$; в) $y = (\sqrt{x})^{\sqrt{x}}$;</p> <p>г) $y^2 = 5x^2 y^3$; д) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \ln(t^3 + 1). \end{cases}$</p>
7	<p>a) $y = 4x + \frac{1}{x}, x_0 = 2$; б) $y = \ln \sqrt{\operatorname{tg}(8x^2 + 4)}$; в) $y = x^{\operatorname{arcsin} x}$;</p> <p>г) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; д) $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t. \end{cases}$</p>
8	<p>a) $y = \frac{x^2 + 6}{x^2 - 1}, x_0 = 2$; б) $y = \ln \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}$; в) $y = \sqrt[5]{\frac{(x+2)}{(x-1)^3(2x+1)}}$;</p> <p>г) $e^x \sin y - e^y \cos x = 0$; д) $\begin{cases} x = \arccos \sqrt{t}, \\ y = \sqrt{t - t^2}. \end{cases}$</p>
9	<p>a) $y = \frac{x^3 - 8}{x}, x_0 = 3$; б) $y = 4 \operatorname{arctg} \frac{e^x - 2x^3}{1 + x^2}$;</p> <p>в) $y = \frac{2^x(x+1)^3}{(x-1)^2 \sqrt{2x+1}}$; г) $(x-5)y^4 = x^3$; д) $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t). \end{cases}$</p>
10	<p>a) $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}, x_0 = 1$; б) $y = \sqrt{\operatorname{ctg} 5} + \frac{\sin^2 8x}{1 - 7x^2}$; в) $y = \frac{e^x \sqrt{x+1}}{(x-1)^3 \sqrt{5x-1}}$;</p> <p>г) $2x \ln y + y^4 - x = 0$; д) $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \frac{1}{t}. \end{cases}$</p>
11	<p>a) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}, x_0 = 2$; б) $y = \sqrt{\frac{1 + \sin^2 x}{1 - \sin x}}$; в) $y = \frac{e^x(x+1)^6}{3^{4x} 2^{5x}}$;</p> <p>г) $\sin xy + \cos xy = 0$; д) $\begin{cases} x = \ln \cos t, \\ y = \ln \sin t. \end{cases}$</p>
12	<p>a) $y = \frac{x^3 + 16}{x}, x_0 = 1$; б) $y = \frac{x-3}{2} \sqrt{6x - x^2 - 8}$; в) $y = x^x e^{-x^2}$;</p> <p>г) $2^x + 2^y = 2^{x+y}$; д) $\begin{cases} x = 5 \cos 3t, \\ y = 4 \sin 3t. \end{cases}$</p>

13	<p>a) $y = \frac{x^3 - 4}{4x^2}, x_0 = 1$; б) $y = \frac{x^6 + 3x - 8x^3}{\sqrt{9 - 3x^2}}$; в) $y = \frac{e^{x^2} x^2}{\sqrt[3]{x^2 + 1}}$;</p> <p>г) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{1-t}}. \end{cases}$</p>
14	<p>a) $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}, x_0 = 2$; б) $y = \frac{\cos 9x + 3}{\sqrt{8 - 3x^3}}$; в) $y = x^x e^{-x^2} \sqrt[3]{x}$;</p> <p>г) $5x^2 + 7y^2 - 10x + 2y - 1 = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \sin^2 t. \end{cases}$</p>
15	<p>a) $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}, x_0 = 1$; б) $y = \frac{5x^4 + 3x}{\ln \sqrt{9 - 3x^2}}$; в) $y = \sqrt[5]{\frac{(x-1)^2 e^{2x}}{x^3}}$;</p> <p>г) $\arcsin \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$; д) $\begin{cases} x = t \sin t, \\ y = \frac{1}{\sin 2t}. \end{cases}$</p>
16	<p>a) $y = \frac{4x}{x^2 + 4}, x_0 = -1$; б) $y = \frac{1}{5} \ln \frac{x-2}{x+5} - \frac{1}{2} \arcsin 2x$;</p> <p>в) $y = (\sin x)^{\arcsin x}$;</p> <p>г) $x + y = \arcsin x - \arcsin y$; д) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \frac{1}{\cos t}. \end{cases}$</p>
17	<p>a) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}, x_0 = 3$; б) $y = \frac{\sin \cos(x + 3x^2)}{e^{4x+5}}$; в) $y = x^2 e^{x^2} \ln x$;</p> <p>г) $xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}, \\ y = \ln t. \end{cases}$</p>
18	<p>a) $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}, x_0 = -1$; б) $y = \operatorname{arctg}(e^x - e^{-x})$; в) $y = x \sqrt[3]{\frac{e^x(x+1)}{x-1}}$;</p> <p>г) $x + y = \operatorname{arctg} 2xy$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$</p>
19	<p>a) $y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}, x_0 = 4$; б) $y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{\cos 9x}$; в) $y = (\sin x)^{x^2}$;</p> <p>г) $e^y + 2xy = e$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{t+1}, \\ y = \sin t. \end{cases}$</p>

20	<p>a) $y = \frac{4x^3}{x^2 - 1}, x_0 = 2$; б) $y = \ln \frac{5 + x^2}{5 - x^2}$; в) $y = x^{-x} 2^{x^3} \ln 3x$;</p> <p>г) $xy^2 + \ln y = 1$; д) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln \cos t. \end{cases}$</p>
21	<p>a) $y = \frac{x^2}{x - 1}, x_0 = 3$; б) $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x + 4}}{5 - x}$; в) $y = \frac{x^2}{1 - x} \sqrt[3]{\frac{3 - x}{(3 + x)^2}}$;</p> <p>г) $x^3 + y^3 - 2x^2 y^2 = 0$; д) $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t. \end{cases}$</p>
22	<p>a) $y = \frac{x^4}{x^3 - 1}, x_0 = 2$; б) $y = \frac{\sin^2 5x + 1}{3 \cos^3 x}$; в) $y = x^2 \sqrt[4]{\frac{(1 - x)^3 \sin x}{(\sqrt{3 + x})}}$;</p> <p>г) $5x^2 + 7y^3 - 2x^2 y^2 - 4 = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = tg^2 t. \end{cases}$</p>
23	<p>a) $y = \frac{3x + 1}{9 - x^2}, x_0 = 1$; б) $y = \sqrt{1 - x^2} + x \arcsin \sqrt{1 - x^2}$; в) $y = 2^{x^x}$;</p> <p>г) $x \sin y + y \sin x = 0$; д) $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}, \\ y = \ln t. \end{cases}$</p>
24	<p>a) $y = \frac{x^3 - 3}{x^2}, x_0 = 2$; б) $y = \ln \frac{\sqrt{1 + x^2} + 2x}{\sqrt{1 + x^2} - 2x}$; в) $y = (\operatorname{arctg} x)^{x^2}$;</p> <p>г) $\sin(y - x^2) - 2xy^2 = 0$; д) $\begin{cases} x = \frac{1}{t^2}, \\ y = \frac{1}{t^2 + 1}. \end{cases}$</p>
25	<p>a) $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}, x_0 = 1$; б) $y = \frac{\sin(5 + x^2)}{5 \cos^3 x}$; в) $y = \frac{\sqrt[5]{x^2 + 1} \sqrt[3]{x - 1}}{x^2}$;</p> <p>г) $\frac{y}{x} + e^x = 1$; д) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$</p>
26	<p>a) $y = \frac{2x + 1}{x^2}, x_0 = 2$; б) $y = \arcsin^3 2x + \ln 5^{6x}$; в) $y = \frac{\sqrt[3]{x \sin^3 x}}{e^x}$;</p> <p>г) $e^y + e^x - 2x^2 = 0$; д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln \sin t. \end{cases}$</p>
27	<p>a) $y = \frac{2x^2}{4x^2 - 1}, x_0 = 1$; б) $y = \ln \cos^2 5x + \frac{e^{2x+4}}{\cos 8x}$; в) $y = (\ln x)^{\sin x}$;</p>

	$\text{г) } \sin(x+y) - \cos(x+y) = 1; \text{ д) } \begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{t-1}}. \end{cases}$
28	$\text{а) } y = \frac{x^2 + 5x}{x-1}, x_0 = -1; \text{ б) } y = \sqrt{4x-8} + \frac{9^{x-7}}{\sqrt{\arcsin 5x}};$ $\text{в) } y = x^{\sqrt{x^2-1}}; \text{ г) } x - y + x \sin y = 0; \text{ д) } \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = \sin \frac{t}{2}. \end{cases}$
29	$\text{а) } y = \frac{(4-x)^2}{9(2-x)}, x_0 = 1; \text{ б) } y = \frac{\ln(6+x^2)}{\cos^2(5-x^2)}; \text{ в) } y = \frac{\sqrt[3]{e^x(x-1)}}{(1+x)^3};$ $\text{г) } e^{xy} - x^2 + y^3 = 0; \text{ д) } \begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 6(2 + \cos t). \end{cases}$
30	$\text{а) } y = \frac{x}{3-x^2}, x_0 = 1; \text{ б) } y = \frac{e^{6x+7}(3+x^2)}{5-x^2}; \text{ в) } y = (x^2 + 1)^{\arcsin x};$ $\text{г) } y - x^2 = \operatorname{arctg} y; \text{ д) } \begin{cases} x = \sin t - t \cos t, \\ y = \cos t + t \sin t. \end{cases}$

Завдання 12. Знайти екстремуми заданої функції.

Варіант	Завдання	Варіант	Завдання
1	$z = x^2 + 2y^2 - 2xy + 8x - 10y + 30.$	16	$z = x^2 - 3xy + 6x + 2.$
2	$z = -3x^2 - 2y^2 + 2xy + 10.$	17	$z = 4(x-y) - x^2 - y^2.$
3	$z = x^2 + y^2 - xy + 9x - 6y + 20.$	18	$z = 2x^2 + 3y^2 + 2x - y + 4.$
4	$z = -x^2 - y^2 - xy + 3x + 6y.$	19	$z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$
5	$z = -x^2 - y^2 + 4(x-y).$	20	$z = x^2 + y^2 + 9xy - 3.$
6	$z = 2y^2 + (x-1)^2.$	21	$z = 3x^2 + 2y^2 + 2xy + 5.$
7	$z = -2y^2 + (x-1)^2.$	22	$z = x^2 - 2y^2 + 4xy + 10.$
8	$z = x^2 + y^2 - xy + 3x - 2y + 1.$	23	$z = x^2 + 2y^2 - 2xy + x + 3.$
9	$z = -6x^2 + y^2 - 9xy + 12.$	24	$z = x^2 + y^2 - 2xy + x + 2y + 6.$
10	$z = x^2 + y^2 - 3x - 12y + 5.$	25	$z = 2x^2 + y^2 - 8xy - 5.$
11	$z = 3x^2 + 2xy + 10x - 1.$	26	$z = x^2 + 4y^2 + 2xy + y + 1.$
12	$z = 2y^2 + 3xy - 5x + 2.$	27	$z = x^2 + y^2 - 5xy - x + y.$
13	$z = x^2 + y^2 - 6x + 3y.$	28	$z = x^2 - y^2 + 6y - 3x - 3.$
14	$z = x^2 + y^2 + 2xy - 6x - y.$	29	$z = -4x^2 + y^2 - xy + 2x + 2.$

15	$z = 3x^2 + 2y^2 - xy.$	30	$z = 8x^2 + y^2 + 2x - y - 7.$
----	-------------------------	----	--------------------------------

Завдання 13. Обчислити невизначені інтеграли.

Варіант	Завдання
1	а) $\int \frac{2^x}{x^2} dx$; б) $\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx$; в) $\int \frac{dx}{x^2(x^2+1)}$; г) $\int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$; д) $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$.
2	а) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+2\cos x}} dx$; б) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$; в) $\int \frac{x^2+15x+6}{(2x+1)(2x-x^2)} dx$; г) $\int \frac{\sqrt{x^2-16}}{x} dx$; д) $\int \frac{dx}{1+\sin x}$.
	а) $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{1+e^{4x}}}$; б) $\int x^2 e^{4x} dx$; в) $\int \frac{x^2-6x-18}{(x-2)(x^2+2x+5)} dx$; г) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$; д) $\int \frac{dx}{2\sin x+3\cos x}$.
4	а) $\int \frac{\ln x+2}{x\sqrt{\ln x}} dx$; б) $\int \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx$; в) $\int \frac{8x-15}{x(x^2-4x+5)} dx$; г) $\int \frac{x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$; д) $\int \frac{dx}{2-\sin^2 x}$.
5	а) $\int x e^{-x^2} dx$; б) $\int \cos \sqrt{x} dx$; в) $\int \frac{2x^2-3x-12}{x^3+x^2-6x} dx$; г) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}$; д) $\int \frac{dx}{1+2\sin x+3\cos x}$.
6	а) $\int \frac{dx}{4x^2-9}$; б) $\int x^2 \sin 6x dx$; в) $\int \frac{x^2+15x+6}{(2x+1)(2x-x^2)} dx$; г) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{9-x^2}}$; д) $\int \frac{dx}{5\sin x-3}$.
7	а) $\int \sqrt[3]{2-7x} dx$; б) $\int x \cos^2 x dx$; в) $\int \frac{(x^4+1)dx}{(x-1)(1+x^2)}$; г) $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{2-x^2}}$; д) $\int \frac{dx}{5\cos x-4}$.
8	а) $\int \frac{x dx}{6x^2+5}$; б) $\int \frac{x dx}{\cos^2 3x}$; в) $\int \frac{5x^3+9x^2-22x-8}{x^2-4x} dx$;

	$\Gamma) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(1+x^2)^2}}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{5 + \sin 4x}.$
9	$\text{a) } \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad \text{б) } \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^2 - x}{(x-2)^3} dx;$ $\Gamma) \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{2x^2 + 1}}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{2 \cos 3x + 4}.$
10	$\text{a) } \int x^2 e^{x^3} dx; \quad \text{б) } \int x \arcsin x dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^3 + 4x^2 + 6}{(x+1)(2+x^2)} dx;$ $\Gamma) \int \frac{\sqrt{1+2x^2} dx}{x}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{3 \cos 2x - 7}.$
11	$\text{a) } \int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx; \quad \text{в) } \int \frac{(4x^2 + 4x - 11) dx}{(2x-1)(4x^2 - 4x - 15)};$ $\Gamma) \int \frac{\sqrt{x^2 - 4} dx}{x^3}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{4 - 5 \sin x}.$
12	$\text{a) } \int \sin^4 x \cos x dx; \quad \text{б) } \int x \ln(x^2 + 1) dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^4 - x + 1}{x^3 + 2x} dx;$ $\Gamma) \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 - 1}}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{4 \sin 5x + 1}.$
13	$\text{a) } \int \frac{dx}{1-4x}; \quad \text{б) } \int e^x (x^2 - 2x + 7) dx; \quad \text{в) } \int \frac{x+1}{x^4 - x^3} dx;$ $\Gamma) \int \frac{\sqrt{x^2 + 9} dx}{x^2}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x + 3}.$
14	$\text{a) } \int \frac{dx}{\cos^2 3x}; \quad \text{б) } \int (4x^2 + 6x - 7) \ln x dx; \quad \text{в) } \int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)(x+3)};$ $\Gamma) \int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{2 \sin 4x - 1}.$
15	$\text{a) } \int \frac{dx}{(x-4)^3}; \quad \text{б) } \int x \operatorname{arctg} x dx; \quad \text{в) } \int \frac{x^3 + 2}{x(1+x^2)} dx;$ $\Gamma) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^2}}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{3 \cos 2x - 1}.$
16	$\text{a) } \int \sin x \cos^2 x dx; \quad \text{б) } \int (x^2 + 2) e^x dx; \quad \text{в) } \int \frac{(x^3 + 1) dx}{x^3 - 5x^2 + 6x};$ $\Gamma) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 2}}; \quad \Delta) \int \frac{dx}{2 \sin 2x + 1}.$

17	<p>a) $\int x^4 e^{2x^5} dx$; б) $\int (x^2 - 2x) \sin x dx$; в) $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + x}$;</p> <p>г) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} dx$; д) $\int \frac{dx}{2 - \cos 4x}$.</p>
18	<p>a) $\int \frac{dx}{3x + 2}$; б) $\int (2x - 3) \cos 3x dx$; в) $\int \frac{x^4 + 1}{x^4 - 1} dx$;</p> <p>г) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^3} dx$; д) $\int \frac{dx}{5 \sin x - 4 \cos x}$.</p>
19	<p>a) $\int x \sqrt{3 - x^2} dx$; б) $\int (x^2 + 1) e^{-2x} dx$; в) $\int \frac{dx}{x^3 + 1}$;</p> <p>г) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{x^4} dx$; д) $\int \frac{dx}{3 \cos 6x - 5}$.</p>
20	<p>a) $\int x^2 5^{x^3} dx$; б) $\int (x - 5) e^{3x} dx$; в) $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$;</p> <p>г) $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{2 - x^2}}$; д) $\int \frac{dx}{1 - 3 \sin 4x + 2 \cos 4x}$.</p>
21	<p>a) $\int \frac{dx}{3x^2 + 4}$; б) $\int x^2 \operatorname{ch} x dx$; в) $\int \frac{x}{x^3 - 1} dx$;</p> <p>г) $\int \frac{x^4}{\sqrt{3 - x^2}} dx$; д) $\int \frac{dx}{4 + \cos 8x}$.</p>
22	<p>a) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos x}}$; б) $\int x^2 \arccos x dx$; в) $\int \frac{(x^2 + 1) dx}{(x + 1)^2 (x - 1)}$;</p> <p>г) $\int \frac{x + 4}{\sqrt{9 - x^2}} dx$; д) $\int \frac{dx}{2 \sin 6x - 1}$.</p>
23	<p>a) $\int \frac{\sqrt{\ln 3x - 1}}{x} dx$; б) $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$; в) $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$;</p> <p>г) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x} dx$; д) $\int \frac{dx}{5 \sin 6x - 7}$.</p>
24	<p>a) $\int \frac{\arccos 3x}{\sqrt{1 - 9x^2}} dx$; б) $\int \sin \sqrt{1 - 2x} dx$; в) $\int \frac{x^4 - x + 2}{x^3 + 3x^2} dx$;</p> <p>г) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16 - x^2}}$; д) $\int \frac{dx}{1 - 4 \cos 6x}$.</p>
25	<p>a) $\int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg} x - 6}}{\sin^2 x} dx$; б) $\int (x - 5) \cos \frac{x}{2} dx$; в) $\int \frac{dx}{(x + 1)(x + 2)^2}$;</p> <p>г) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(1 + x^2)^5}}$; д) $\int \frac{dx}{5 - 8 \cos 8x}$.</p>

26	а) $\int \frac{\operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx$; б) $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$; в) $\int \frac{x-3}{x^4+4x^2} dx$; г) $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2-1}}$; д) $\int \frac{dx}{1-2\cos 5x}$.
27	а) $\int e^x (e^x + 5)^4 dx$; б) $\int (x+2)3^{2x} dx$; в) $\int \frac{x+1}{x^3+2x} dx$; г) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$; д) $\int \frac{dx}{\sin 5x-5}$.
28	а) $\int x \sin(x^2) dx$; б) $\int \frac{x dx}{\sin^2 3x}$; в) $\int \frac{dx}{x^3-5x^2+6x}$; г) $\int x^3 \sqrt{x^2+9} dx$; д) $\int \frac{dx}{2-\cos 7x}$.
29	а) $\int \frac{3^{\ln x}}{x} dx$; б) $\int (5x-1)e^{-x} dx$; в) $\int \frac{2x^4-1}{x^3+x} dx$; г) $\int \frac{\sqrt{25-x^2}}{x^2} dx$; д) $\int \frac{dx}{2\sin 9x-1}$.
30	а) $\int x^8 \sqrt{5-x^2} dx$; б) $\int (1-3x)\cos 2x dx$; в) $\int \frac{dx}{x^3+x^2+4x+4}$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{(6+x^2)^3}}$; д) $\int \frac{dx}{4+3\operatorname{tg} x}$.

Завдання 14. Обчислити визначені інтеграли.

Варіант	Завдання
1	а) $\int_0^4 \frac{dx}{x+\sqrt{2x+1}}$; б) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\sin^2 x}$.
2	а) $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx$; б) $\int_0^1 x \arcsin x dx$.
3	а) $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$; б) $\int_1^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x dx$.
4	а) $\int_1^4 \frac{\sqrt{1+2x}}{x} dx$; б) $\int_0^{\pi} (\pi-x)\sin x dx$.
5	а) $\int_1^{64} \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{x} dx$; б) $\int_0^1 x e^{3x} dx$.
6	а) $\int_{27}^{125} \frac{dx}{\sqrt[3]{x-2}}$; б) $\int_e^{e^2} x^2 \ln x dx$.

7	a) $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2} dx$; б) $\int_{-1}^0 (2x+3)e^{-x} dx$.
8	a) $\int_4^{25} \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$; б) $\int_1^{\sqrt[3]{e}} x^2 \ln x dx$.
9	a) $\int_{19}^{99} \frac{dx}{3-\sqrt{x+1}}$; б) $\int_1^2 x \ln x dx$.
10	a) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{(16+x^2)^3}}$; б) $\int_0^\pi x \cos^2 x dx$.
11	a) $\int_{-\ln\sqrt{3}}^{\ln\sqrt{3}} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$; б) $\int_1^2 x^2 \ln(x+3) dx$.
12	a) $\int_{25}^{36} \frac{dx}{x-4\sqrt{x}}$; б) $\int_0^{\pi/6} x \cos 3x dx$.
13	a) $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$; б) $\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \operatorname{arctg} x dx$.
14	a) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x} dx}{x+1}$; б) $\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x dx$.
15	a) $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$; б) $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$.
16	a) $\int_4^9 \frac{(x-1)dx}{1+\sqrt{x}}$; б) $\int_{-1}^1 \arccos x dx$.
17	a) $\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; б) $\int_0^\pi x \sin \frac{x}{2} dx$.
18	a) $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$; б) $\int_1^{e^4} \sqrt{x} \ln x dx$.
19	a) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$; б) $\int_0^\pi x \sin 2x dx$.
20	a) $\int_0^{13} \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$; б) $\int_2^3 \ln(x-1) dx$.
21	a) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$; б) $\int_0^1 \ln(x+1) dx$.
22	a) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x} dx}{e^x - e^{-x}}$; б) $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.
23	a) $\int_1^4 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$; б) $\int_{-2}^2 (1-x) \sin \pi x dx$.

24	a) $\int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$; б) $\int_0^1 \arcsin x dx$.
25	a) $\int_0^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}$; б) $\int_1^2 x \ln(x+1) dx$.
26	a) $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{2-x}}$; б) $\int_0^{\pi/6} x \sin 3x dx$.
27	a) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$; б) $\int_0^{\ln 2} x e^{-2x} dx$.
28	a) $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$; б) $\int_0^{\pi} (x \sin x)^2 dx$.
29	a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$; б) $\int_0^1 (x-1)e^{-x} dx$.
30	a) $\int_{-\pi/2}^0 \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 2} dx$; б) $\int_0^{2\pi} x^2 \sin 2x dx$.

Завдання 15. Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь.

Варіант	а)	б)	в)
1.	$x + xy + y'(y + xy) = 0$	$y' = \frac{y}{x} + \cos \frac{y}{x}$	$xy' + y - x - 1 = 0$
2.	$\cos^2 y dx + (x^2 + 1)dy = 0$	$y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{y}{x}$	$x^2 y' = 2xy + 3$
3.	$\sqrt{y} dx + x^2 dy = 0$	$y' = \frac{x+y}{x}$	$xy' - y = -\ln x$
4.	$y' = \frac{x \sin x}{\cos^4 y}$	$y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}$	$2(xy' + y) = xy^2$
5.	$2x^2 yy' + y^2 = 2$	$y' = \frac{2yx + y^2}{x^2}$	$2xy' + y = \frac{1}{y^3}$
6.	$x\sqrt{1-y^2} dx + \sqrt{1-x^2} dy = 0$	$y' = \frac{y}{x+y}$	$y' = \frac{1}{2x-y^2}$
7.	$\sqrt{y} dx - dy = 0$	$y' = \frac{2x+2y}{x}$	$y' - \frac{xy}{x^2-9} = x^3$
8.	$2xyy' = y^2 + 1$	$xy' = y\sqrt{y^2-x^2}$	$y' + xy = x^2$
9.	$xy' = ctgy$	$(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0$	$y' - y = e^{2x}$

10.	$\sin x \sin y dx + \cos x \cos y dy = 0$	$xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$	$y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$
11.	$(1 + e^x)yy' = e^x$	$xy' \cdot \ln \frac{y}{x} = x + y \ln \frac{y}{x}$	$2y' - 6y + x^2 = 0$
12.	$2\sqrt{x}y' = y$	$xyy' = y^2 + 2x^2$	$xy' + 2y = 1$
13.	$x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}y' = 0$	$y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$	$y' + \frac{y}{x^2 + x} = \frac{x}{1+x}$
14.	$(1 + x^3)y' = 3x^2y$	$(x^2 + y^2)dx - xydx = 0$	$y' + 2y = x^2 + 2x$
15.	$y' = e^{2x-4y}$	$y' = \frac{x+y}{x-y}$	$y' - \frac{y}{x} = 2 \ln x + 1$
16.	$x^2y' + y = 0$	$xy' = 2(y - \sqrt{xy})$	$xy' - y = x$
17.	$3^{x-y} dx - 4^{x+y} dy = 0$	$3xy' = 3y - xe^{\frac{y}{x}}$	$xy' + y = e^x$
18.	$x^3y' = 2y$	$y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$	$y' + \frac{y}{x^2} = e^{\frac{1}{x}}$
19.	$y' + y \sin 2x = 0$	$y = x(y' + \sqrt[3]{e^7})$	$y' + \frac{xy}{x^2 + 1} = 1$
20.	$1 + y^2 = y'\sqrt{x}$	$xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$	$y' + \frac{2xy}{x^2 - 1} = \frac{1}{x^4 - 1}$
21.	$y' = x4^{x+y}$	$xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x$	$y' + \frac{3x^2y}{x^3 + 1} = 1$
22.	$y' = 2y \operatorname{ctg} x$	$y - \sqrt{x^2 + y^2} = xy'$	$xy' + 3y = x^{-3}$
23.	$(1 + x)yy' = e^{-y^2}$	$xy' = y(1 + \ln \frac{y}{x})$	$y' + \frac{3x^2y}{x^3 + 8} = 1$
24.	$(1 + x^2)dy = \sqrt{1 - y^2} dx$	$yy' + 2\sqrt{xy} = x$	$x^2y' = y - 3$
25.	$y' \operatorname{tg} x = y$	$xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}$	$y' - \operatorname{tg} xy = \frac{1}{\cos x}$
26.	$(1 + e^x)yy' = e^x$	$xy' - y \cos \ln \frac{y}{x} = 0$	$y' - 2y = e^{2x}$
27.	$y' \sin x = y \ln y$	$xy' = xe^{\frac{y}{x}} + y$	$y' = y \operatorname{tg} x + \cos x$
28.	$y' = 2\sqrt{y} \ln x$	$y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x}$	$y' + 4y = x^2 + 2x$

29.	$y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$	$y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{2y}{x}$	$xy' + y = xy^2$
30.	$xydx + (x+1)dy = 0$	$xy' = y(4 + \ln x - \ln y)$	$y' + 2y = e^x$

Завдання 16. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння а), частинний розв'язок, що задовольняє початковим умовам, рівняння б) та розв'язати систему диференціальних рівнянь в).

Варіант	а)	б)	в)
1.	$y'' - 2y' - 3y = 0$	$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x};$ $y(0) = 2; y'(0) = 5$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y - t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$
2.	$y'' + 2y' - 3y = 0$	$y'' - 4y = 8x^3;$ $y(0) = 5; y'(0) = 1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y, \\ \frac{dy}{dt} = x - y + 2t. \end{cases}$
3.	$y'' + 4y = 0$	$y'' - 2y' - 3y = e^{4x};$ $y(0) = 2; y'(0) = 7$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 4x - y - 1. \end{cases}$
4.	$2y'' - y' - y = 0$	$y'' - 2y' = x^2 - x;$ $y(0) = 3; y'(0) = 4$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 4y + t^2. \end{cases}$
5.	$3y'' - 10y' + 3y = 0$	$y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x};$ $y(0) = 1; y'(0) = -3$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x + y - t^2, \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 2y + 2t. \end{cases}$
6.	$y'' + 5y' + 6y = 0$	$y'' + y' - 2y = \cos x - 3\sin x;$ $y(0) = 2; y'(0) = 14$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y. \end{cases}$
7.	$4y'' + 4y' + y = 0$	$y'' - 2y' + y = x^{-2}e^x;$ $y(0) = 13, y'(0) = 2$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y - 1, \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y + t. \end{cases}$

8.	$y'' + 2y' + 5y = 0$	$y'' + y' - 2y = 6x^2;$ $y(0) = 1; y'(0) = 11$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x - y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = x - y + t + 1. \end{cases}$
9.	$y'' + 25y = 0$	$4y'' - y = x^3 - 24x;$ $y(0) = 15; y'(0) = 3$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x - y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 2y + 2t - 3. \end{cases}$
10.	$y'' - 2y' + 5y = 0$	$y'' - y = e^{-x};$ $y(0) = 3; y'(0) = -1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 3y + t, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y - t^2. \end{cases}$
11.	$y'' - 10y' + 25y = 0$	$y'' - 4y' + 3y = e^{3x};$ $y(0) = 0; y'(0) = 1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + y - t^2, \\ \frac{dy}{dt} = -3x + 9y + 2. \end{cases}$
12.	$y'' + 10y' + 25y = 0$	$y'' - 4y' + 3y = e^{5x};$ $y(0) = 3; y'(0) = 15$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4x - y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y + 2t - 1. \end{cases}$
13.	$y'' - 2y' + 10y = 0$	$y'' - 6y' + 5y = e^x;$ $y(0) = -1; y'(0) = 3$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 8x - y + 2. \end{cases}$
14.	$9y'' + y = 0$	$y'' - 9y' + 20y = x^2 e^{4x};$ $y(0) = 2; y'(0) = 0$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 6y + t + 1. \end{cases}$
15.	$y'' + 9y = 0$	$y'' + 4y' - 5y = x^2;$ $y(0) = 0; y'(0) = 4$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y - t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 4x - y - 2t + 5. \end{cases}$
16.	$y'' + 2y' + 10y = 0$	$y'' - 2y' - 2y = x^2;$ $y(0) = 0; y'(0) = 5$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + y - t, \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y + t^2 + 1. \end{cases}$

17.	$y'' - 4y' + 3y = 0$	$y'' + y = 3\sin x;$ $y(0) = 3; y'(0) = 6$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y + t, \\ \frac{dy}{dt} = -2x + y + 2t - 1. \end{cases}$
18.	$y'' + 6y' + 9y = 0$	$y'' - 4y' = x^2 - 5;$ $y(0) = 3; y'(0) = -2$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x - y + t - 1, \\ \frac{dy}{dt} = 5x + y + t^2 + 1. \end{cases}$
19.	$y'' - 2y' - 2y = 0$	$2y'' - y' = x^2 + x;$ $y(0) = 2; y'(0) = 5$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 2y - t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 2y + t - 1. \end{cases}$
20.	$2y'' - 5y' + 2y = 0$	$y'' + 2y' - 3y = 4e^{-x};$ $y(0) = -2; y'(0) = 3$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y - 2t + 3. \end{cases}$
21.	$y'' - 2y' + 10y = 0$	$y'' + y' + y = 3e^{2x};$ $y(0) = -4; y'(0) = 1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y - t, \\ \frac{dy}{dt} = x + y + t^2 + 1. \end{cases}$
22.	$y'' + 4y' + 29y = 0$	$y'' - 7y' + 12y = 5x + 8;$ $y(0) = 2; y'(0) = 0$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 7x + 3y + 2t, \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y - t^2. \end{cases}$
23.	$2y'' + 5y' + 2y = 0$	$y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6;$ $y(0) = 2; y'(0) = -1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 4y + 1, \\ \frac{dy}{dt} = -x + 2y + 2t^2. \end{cases}$
24.	$y'' - 7y' + 10y = 0$	$y'' - y' = 2(1 - x);$ $y(0) = 1; y'(0) = 3$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 4y + t^2 - 2, \\ \frac{dy}{dt} = x + y + 2t. \end{cases}$
25.	$y'' - 4y' + 29y = 0$	$y'' - 2y' = e^x(x + 4);$ $y(0) = 4; y'(0) = 1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y - t. \end{cases}$

26.	$y'' + 10y' + 26y = 0$	$y'' + 4y' = \sin x;$ $y(0) = 2; y'(0) = 7$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y - t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 6y + t. \end{cases}$
27.	$y'' + 6y' + 7y = 0$	$y'' + y' = 2x - 1;$ $y(0) = 4; y'(0) = 0$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 4y - 5t^2, \\ \frac{dy}{dt} = x + y + t. \end{cases}$
28.	$y'' + 16y = 0$	$y'' + y = -4\cos x - 2\sin x;$ $y(0) = 3; y'(0) = -4$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y - 2t, \\ \frac{dy}{dt} = x + 4y + 3t^2 + 2. \end{cases}$
29.	$y'' - 6y' + 10y = 0$	$y'' + 2y' + y = 5e^{-x};$ $y(0) = 4; y'(0) = -1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = x - y - 2t - 3. \end{cases}$
30.	$y'' + 4y' + 5y = 0$	$y'' + 3y' = 16 - 6x;$ $y(0) = 1; y'(0) = -1$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 3y - 2t + 4, \\ \frac{dy}{dt} = x + 4y + t^2. \end{cases}$

Завдання 17. Змінити порядок інтегрування у повторному інтегралі а) і обчислити його; перейти до полярних координат і обчислити подвійний інтеграл б) по заданій області D .

Варі-ант	а)	б)
1.	$\int_{-4}^2 dy \int_{\frac{y^2}{2}}^{4-y} (x - 2y^2) dx;$	$\iint_D \frac{\cos \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy, D: x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{4}, x \geq 0.$
2.	$\int_{-1}^0 dy \int_{-1-y}^{\sqrt[3]{y+1}} (x^2 + 2y) dx;$	$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, D: y = -\sqrt{9 - x^2}, y = 0.$
3.	$\int_{-2}^1 dx \int_{x^2+2}^{4-x} (x + 4y) dy;$	$\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} dx dy, D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16.$

4.	$\int_{-3}^0 dx \int_{(x+1)^2}^{1-x} (x^2 - 4y) dy;$	$\iint_D \sqrt{9-x^2-y^2} dx dy, D: x^2+y^2=9, y=x, x \geq 0, y \geq 0.$
5.	$\int_0^1 dy \int_{\sqrt[3]{y-1}}^{1-y} (x^2 - 5y) dx;$	$\iint_D (1-x^2-y^2)^{\frac{3}{2}} dx dy, D: x^2+y^2=1, y=x, y=-x, x \geq 0.$
6.	$\int_0^1 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^{3-2y} (x^2 + 5y^2) dx;$	$\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy, D: x^2+y^2 \leq \ln 16.$
7.	$\int_{-1}^4 dx \int_{-3x}^{4-x^2} (3x - 4y^2) dy;$	$\iint_D \sqrt{4-x^2-y^2} dx dy, D: x^2+y^2=4, x \geq 0, y \geq 0.$
8.	$\int_0^9 dy \int_{-3+\sqrt{y}}^{3-y/3} (4x - 5y^2) dx;$	$\iint_D \frac{dx dy}{x^2+y^2}, D: x^2+y^2=1, x^2+y^2=4.$
9.	$\int_{-1}^2 dx \int_{-2-2x}^{2-2x^2} (3x^2 + 4y^2) dy;$	$\iint_D (x^2+y^2)^{-\frac{3}{2}} dx dy, D: x^2+y^2=4, x^2+y^2=16, y \geq 0.$
10.	$\int_0^4 dy \int_{(y-4)/4}^{2-\sqrt{y}} (6x^2 - y^2) dx;$	$\iint_D (x^2+y^2)^{-\frac{1}{2}} dx dy, D: x^2+y^2=4x, y=x, y=0.$
11.	$\int_{-1}^2 dy \int_{2-y}^{4-y^2} (2x^2 + 4y) dx;$	$\iint_D \sin(x^2+y^2) dx dy, D: x^2+y^2=\frac{\pi}{2}, y \geq 0.$
12.	$\int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} (3x - y^2) dy;$	$\iint_D \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2} dx dy, D: x^2+y^2=1, x^2+y^2=e^2.$
13.	$\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{3-x} (2x^2 + 2y^2) dy;$	$\iint_D (x^2+y^2)^{-3} dx dy, D: x=\sqrt{1-y^2}, x=\sqrt{4-y^2}, x=0.$
14.	$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} (x - 3y^2) dx;$	$\iint_D (x^2+y^2) dx dy, D: y=\sqrt{4-x^2}, y=x, y=\sqrt{3}x.$
15.	$\int_{-5/3}^1 dx \int_{3x^2}^{5-2x} (3x^2 - 4y^2) dy;$	$\iint_D \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2} dx dy, D: x^2+y^2=e, x^2+y^2=e^2, y \geq 0.$

16.	$\int_0^1 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^{2-y} (x^2 - 3y^2) dx;$	$\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy, D: x^2 + y^2 = 1, y \leq 0.$
17.	$\int_{-2}^0 dx \int_{x^2+x}^{-x} (x^2 + y^2) dy;$	$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, D: \begin{cases} x^2 - 4x + y^2 = 0, y = 0, \\ x^2 - 8x + y^2 = 0, x = y\sqrt{3}. \end{cases}$
18.	$\int_{-4}^2 dx \int_{5x-8}^{3x-x^2} (2x^2 + 3y^2) dy;$	$\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy, D: x^2 + y^2 = 9, y \geq 0.$
19.	$\int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} (2x^2 - y^2) dy; .$	$\iint_D \frac{x+y}{x^2+y^2} dx dy, D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x \geq 0, y \geq 0.$
20.	$\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} (2x^2 - 3y^2) dx;$	$\iint_D xy dx dy, D: \begin{cases} x^2 + y^2 - 4y = 0, y = x\sqrt{3}, \\ x^2 + y^2 - 6y = 0, x = 0. \end{cases}$
21.	$\int_0^1 dx \int_{2x}^{3x} (2x^2 - 5y) dy;$	$\iint_D \frac{2x+5y}{x^2+y^2} dx dy, D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16, x \geq 0, y \geq 0.$
22.	$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{3-2y} (2x^2 + 3y) dx;$	$\iint_D (x+y) dx dy, D: x^2 + y^2 - 4y = 0, y = -x, x \leq 0.$
23.	$\int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} (2x^2 + 9y^2) dy;$	$\iint_D \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy, D: x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9}, x^2 + y^2 = \pi^2.$
24.	$\int_0^4 dy \int_0^{\sqrt{y}} (2x^2 - 3y^2) dx;$	$\iint_D x^2 dx dy, D: x^2 + 4x + y^2 = 0, y = -x, y \geq 0.$
25.	$\int_0^e dx \int_0^{\ln x} (x + 3y) dy;$	$\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy, D: x^2 + y^2 = \frac{\pi}{6}, x^2 + y^2 = \frac{\pi}{2}.$
26.	$\int_{-1}^3 dx \int_{x-3}^{3x-x^2} (4x - 3y) dy;$	$\iint_D \frac{5x-2y}{x^2+y^2} dx dy, D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x \leq 0, y \geq 0.$
27.	$\int_{-4}^1 dx \int_{(x+1)^2}^{5-x} (x - y^2) dy;$	$\iint_D y^3 dx dy, D: \begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 0, x = \sqrt{3}y, \\ x^2 - 6x + y^2 = 0, y = x\sqrt{3}. \end{cases}$

28.	$\int_{-6}^2 dy \int_{\frac{y^2-1}{4}}^{2-y} (4x^2 + 3y) dx;$	$\iint_D \frac{y}{x^2} dx dy, D: \begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 0, y = x, \\ x^2 - 6x + y^2 = 0, y = 0. \end{cases}$
29.	$\int_{-1}^2 dx \int_{3x^2-1}^{3x+5} (3x^2 + y^2) dy;$	$\iint_D \frac{x}{y^2} dx dy, D: \begin{cases} x^2 + y^2 - 4y = 0, x = \sqrt{3}y, \\ x^2 + y^2 - 10y = 0, y = x\sqrt{3}. \end{cases}$
30.	$\int_{-2}^3 dx \int_{x^2-4}^{x+2} (4x^3 - 6y) dy;$	$\iint_D \frac{2x-y}{x^2+y^2} dx dy, D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9, x \geq 0, y \leq 0.$

Завдання 18. Обчислити криволінійні інтеграли першого роду а) та другого роду б) вздовж заданих ліній L .

Варіант	Завдання
1.	а) $\int_L x dl, L: 2y = x^2$ між точками $A(0;0), B(1; \frac{1}{2})$. б) $\int_L (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy, L: y = x^2$ між точками $A(-1;1), B(1;1)$.
2.	а) $\int_L \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} dl, L$ – дуга лінії $y = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. б) $\int_L (x + 2y) dx + (x - y) dy, L$ – коло $x = 2 \cos t, y = 2 \sin t$.
3.	а) $\int_L \sin^4 x \cos x dl, L$ – дуга лінії $y = \ln(\sin x), \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$. б) $\int_L (yx - 1) dx + y^2 dy, L: y^2 = 4 - 4x$ між точками $A(1;0), B(0;2)$.
4.	а) $\int_L \sin^2 x \cos^3 x dl, L$ – дуга лінії $y = \ln(\cos x), 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$. б) $\int_L (x + y) dx + (x^2 - y^2) dy, L: x = 2 \cos t, y = 3 \sin t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.
5.	а) $\int_L \frac{x^3}{y^2} dl, L$ – дуга лінії $xy = 1$, між точками $A(1;1), B(2; \frac{1}{2})$. б) $\int_{OBA} 2yxdx - x^2 dy, OBA$ – ламана $O(0;0), B(2;0), A(2;1)$.
6.	а) $\int_{AB} (x - y) dl, AB$ – відрізок прямої $y = \frac{3}{4}x$, між $A(0;0), B(4;3)$. б) $\oint_L (x^2 + y) dx + xy dy, L$ – коло $x^2 + y^2 = 1$.

7.	<p>a) $\int_L \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}} dl$, L – відрізок прямої, що з'єднує $O(0;0)$ і $A(1;2)$.</p> <p>б) $\int_L (x^2 + y^2)dx + 2yxdy$, $L: y = x^3$ між точками $O(0;0)$ та $A(1;1)$.</p>
8.	<p>a) $\int_{AB} xdl$, вздовж параболи $y = x^2$ від $A(2;4)$ до $B(1;1)$.</p> <p>б) $\int_{AB} xdy - ydx$, (AB): циклоїда $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ від $A(2\pi;0)$ до $B(0;0)$.</p>
9.	<p>a) $\int_L \frac{1}{x + y} dl$, L – відрізок прямої $y = x + 2$ від $A(2;4)$ до $B(1;3)$.</p> <p>б) $\int_L xydx + (2y - x)dy$, $L: y = x^3$ від точки $O(0;0)$ до $A(2;8)$.</p>
10.	<p>a) $\int_L \frac{1}{x - y} dl$, L – відрізок $y = \frac{1}{2}x - 2$ між точками $A(0;-2)$, $B(4;0)$.</p> <p>б) $\int_L (x^2y - 3x)dx + ydy$, $L: x = 3\cos t$, $y = 2\sin t$ ($0 \leq t \leq \pi$).</p>
11.	<p>a) $\int_L xdl$, $L: 2y = x^2$ між точками $A(-1; \frac{1}{2})$, $B(2;2)$.</p> <p>б) $\int_L (xy - 1)dx + x^2ydy$, L – відрізок прямої від точки $A(1;0)$ до $B(0;2)$.</p>
12.	<p>a) $\int_L \frac{x^3}{y^2} dl$, L – дуга $xy = 1$, між точками $A(2; \frac{1}{2})$, $B(3; \frac{1}{3})$.</p> <p>б) $\oint_L -x^2ydx + xy^2dy$, де $L: x^2 + y^2 = 9$, (проти годинникової стрілки)</p>
13.	<p>a) $\int_L \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 8}} dl$, L – відрізок прямої між точками $O(0;0)$, $A(-3;2)$.</p> <p>б) $\int_L (2 - y)dx + xdy$, де L: арка циклоїди $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).</p>
14.	<p>a) $\int_L x^2 dl$, L – дуга $x^2 + y^2 = 1$ між точками $A(1,0)$ та $B(-1,0)$.</p> <p>б) $\int_L \frac{y}{x} dx + xdy$, L – дуга $y = \ln x$ між точками $A(1;0)$, $B(e;1)$.</p>
15.	<p>a) $\int_{AB} (x - y)dl$, AB – відрізок $y = \frac{3}{4}x$ від точки $A(1; \frac{3}{4})$ до $B(4;3)$.</p> <p>б) $\int_L (2x^2 - y)dx + xydy$, де L: еліпс $x = 3\cos t$, $y = 2\sin t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).</p>
16.	<p>a) $\int_L \sqrt{1 + x^6} dl$, L – дуга $4y = x^4$ між точками $A(1; \frac{1}{4})$ та $B(2;4)$.</p>

	б) $\int_L 2xydx + x^2dy$, L – дуга $x = 2y^2$ від точки $O(0;0)$ до $A(2;1)$.
17.	а) $\int_L y^2 dl$, L – півколо $x^2 + y^2 = R^2$, $y \geq 0$. б) $\int_L (x^2 + y^2)dx + 2yx dy$, L – дуга $y = x^3$ від точки $O(0;0)$ до $A(1;1)$.
18.	а) $\int_{OBA} (x + y)dl$, OBA – ламана $O(0;0)$, $B(0;2)$, $A(2;1)$. б) $\int_L (4 - y)dx + xdy$, L : арка циклоїди $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).
19.	а) $\int_L x^2 dl$, L : дуга $x^2 + y^2 = 16$ між точками $A(4,0)$ та $B(-4,0)$. б) $\int_L (2y - x)dx + yx dy$, L : $y = \sqrt{x}$ від точки $A(1;1)$ до $B(4;2)$.
20.	а) $\int_L \frac{x^3}{y^2} dl$, L – дуга $xy = 4$ між точками $A(2;2)$, $B(3; \frac{4}{3})$ б) $\int_L (x^2 y - 3 - x)dx + ydy$, L : $x = \cos t$, $y = 4 \sin t$ ($0 \leq t \leq \pi$).
21.	а) $\int_{AB} xdl$, вздовж параболи $y = x^2$ від точки $A(0;0)$ до $B(1;1)$. б) $\int_{OBA} 2yx dx - x^2 dy$, OBA – ламана: $O(0;0)$, $B(2;0)$, $A(2;1)$.
22.	а) $\int_L \frac{1}{x + 2y} dl$, L – відрізок $y = x + 1$ між точками $A(2;3)$, $B(1;2)$. б) $\int_L (2x - y^2)dx + xdy$, L – дуга $x = 2y^2$ від точки $O(0;0)$ до $A(2;1)$.
23.	а) $\int_{AB} (x + y)dl$, AB – відрізок $y = 6x$, від точки $A(1;6)$ до $B(2;12)$. б) $\oint_L (x^2 + y)dx + xydy$, вздовж кола $x^2 + y^2 = 16$.
24.	а) $\int_L xydl$, де L – прямокутник $OABC$: $O(0;0)$, $A(0;2)$, $B(2;0)$, $C(2;2)$. б) $\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$, L : дуга $y = x^2$ між точками $A(-1;1)$, $B(1;1)$.
25.	а) $\int_L \sqrt{2y} dl$, де L : арка циклоїди $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$). б) $\int_L (x + y)dx + (x^2 - y^2)dy$, L – дуга $x = 3 \cos t$, $y = 2 \sin t$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$).

26.	<p>a) $\int_L x dl$, L – дуга $2y = x^2$ між точками $A(-1; \frac{1}{2})$, $B(2; 2)$.</p> <p>б) $\int_L (xy - 1)dx + 2x^2 y dy$, L: відрізок прямої від $A(1; 0)$ до $B(0; 2)$.</p>
27.	<p>a) $\int_{AB} (x - 4y)dl$, AB – відрізок $y = \frac{3}{4}x$, від точки $A(1; \frac{3}{4})$ до $B(4; 3)$.</p> <p>б) $\int_L (2x^2 - y)dx + 3xy dy$, L: еліпс $x = \cos t$, $y = 4 \sin t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).</p>
28.	<p>a) $\int_{OBA} (x + 3y)dl$, OBA – ламана: $O(0; 0)$, $B(0; 2)$, $A(2; 1)$.</p> <p>б) $\int_L (4 - y)dx + 4x dy$, L: арка циклоїди $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$ $0 \leq t \leq 2\pi$.</p>
29.	<p>a) $\int_L x^2 dl$, L – дуга $x^2 + y^2 = 9$ між точками $A(3, 0)$ та $B(-3, 0)$.</p> <p>б) $\int_L (2y - x)dx + 5xy dy$, L: лінія $y = \sqrt{x}$ від точки $A(1; 1)$ до $B(9; 3)$.</p>
30.	<p>a) $\int_{AB} x dl$, вздовж параболи $y = x^2$ від точки $A(0; 0)$ до $B(2; 4)$.</p> <p>б) $\int_{OBA} 2y dx - 3(x - 1)^2 dy$, OBA – ламана: $O(0; 0)$, $B(2; 0)$, $A(2; 1)$.</p>

Завдання 20. Знайти область збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} F(x, n)$.

Варіант	$F(x, n)$	Варіант	$F(x, n)$
1.	$\frac{(-1)^n}{5^n \sqrt{n+1}} \cdot x^n$	16.	$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot x^n$
2.	$\frac{x^n}{2^n(n+1)}$	17.	$9^{-n} \cdot \frac{x^{2n}}{\sqrt{n^2 + 1}}$
3.	$\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \cdot (2x - 3)^n$	18.	$\frac{n}{\sqrt{2n+1}} \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^n$
4.	$8^n \cdot x^{3n}$	19.	$\frac{\sqrt{n}}{2^n} \cdot (x - 1)^n$
5.	$\frac{(-1)^n}{9^n(2n+1)^2} \cdot x^{2n}$	20.	$\frac{(-1)^n}{(n+1)(n+2)} \cdot x^{2n}$
6.	$\frac{(-1)^n}{\sqrt{2n-1}} \cdot x^n$	21.	$(n+1)^2 \cdot x^{3n}$
7.	$\frac{1}{n + \sqrt{n}} \cdot x^{3n}$	22.	$\frac{(x+1)^n}{n \cdot 2^{2n}}$

Завдання 1

1. В коробці лежить 20 м'ячів: 8 зелених і 12 синіх. З коробки навмання виймають чотири м'ячі. Яка ймовірність того, що хоча б один з них - зелений?

2. У класі навчається 30 учнів: 12 хлопчиків і 18 дівчаток. З класу навмання вибирають п'ять учнів. Яка ймовірність того, що серед них не більше 2 хлопчиків?

3. На полиці розміщено 10 чашок: 4 синіх та 6 червоних. З полиці навмання дістають 3 чашки. Яка ймовірність того, що серед них не менше однієї червоної?

4. У кошику лежить 25 яблук: 15 зелених і 10 жовтих. З кошика навмання виймають 6 яблук. Яка ймовірність того, що зелених і жовтих яблук буде порівну?

5. На столі лежить 30 зошитів: 14 в клітинку і 16 в лінійку. Навмання дістають сім зошитів. Яка ймовірність того, що хоча б один з них буде в клітинку?

6. У пеналі лежать 12 олівців: 3 простих і 9 кольорових. Хлопчик навмання бере шість олівців. Яка ймовірність того, що хоча б чотири з них - кольорові?

7. У шафі лежать 10 чоловічих сорочок: 3 світлих і 7 темних. З шафи навмання дістають чотири сорочки. Яка ймовірність того, що хоча б одна з них - світла?

8. На столі лежить пачка із 20 контрольних робіт, половина з яких -- зараховані. Викладач навмання дістає 5 робіт. Яка ймовірність того, що хоча б три з них - зараховані?

9. Серед 24 учнів класу 16 займаються спортом. Для перевірки стану здоров'я навмання вибирають 4 учнів. Яка ймовірність того, що не більше двох з них займаються спортом?

10. На полиці розміщено 30 книжок, серед яких 10 -- одного автора. Навмання вибирають п'ять книг. Яка ймовірність того, що не більше двох з них - одного автора?

11. Два студента прийшли на іспит. Ймовірність успішно скласти іспит для першого становить 0,7, а для другого 0,6. Знайти ймовірність того, що хоча б один із них успішно складе іспит.

12. У ящику міститься 20 деталей, з яких 15 стандартні. Із ящика навмання дістають одну за одною дві деталі. Яка ймовірність того, що обидві вони стандартні?

13. Підприємець проводить переговори з двома постачальниками. Ймовірність укладання вигідної угоди з першим постачальником становить 0,5, а з другим 0,8. Знайти ймовірність того, що підприємець укладе угоду тільки з одним із постачальників.

14. У класі навчаються 25 учнів, серед яких 12 займаються спортом. Із класу навмання вибирають двох учнів. Яка ймовірність того, що обидва вони займаються спортом?

15. Два програмісти перевіряють новостворену програму, в якій є помилка. Ймовірність помітити помилку для першого дорівнює 0,6, а для другого 0,4. Визначити ймовірність того, що хоча б один із них знайде помилку.

16. У коробці перемішані кубики двох кольорів. Хлопчик навмання дістає один за одним два кубики. Яка ймовірність того, вони одного кольору, якщо в коробці 10 синіх і 20 червоних кубиків?

17. Для уточнення діагнозу хворому роблять два аналізи. Ймовірність позитивного результату першого аналізу становить 0,5, а другого аналізу 0,6. Знайти ймовірність того, що жоден з аналізів не дасть позитивного результату.

18. В студентській групі англійську мову вивчають 16 осіб, а решта німецьку. З групи навмання вибирають двох студентів. Знайти ймовірність того, що жоден із них не вивчає німецьку мову, якщо в групі навчається 20 студентів.

19. Зі складу реалізується дві партії товару. Ймовірність вчасної реалізації першої партії становить 0,8, а другої партії 0,5. Яка ймовірність того, що вчасно буде реалізовано хоча б одну із партій?

20. У коробці "Асорті" 60% цукерок містять молочну начинку, а решта шоколадну. Дитина дістає з коробки одну за одною дві цукерки. Яка ймовірність того, що вони містять різну начинку?

21. Незалежно один від одного працюють 3 прилади. Ймовірність того, що зіпсується перший прилад, дорівнює 0,2, другий - 0,15, третій - 0,1. Знайти ймовірність того, що працюватимуть тільки два з них.

22. Підприємець має акції двох компаній. Ймовірність отримання дивідендів по акціях першої компанії дорівнює 0,7, а по акціях другої -- 0,6. Знайти ймовірність того, що він: а) отримає дивіденди по акціях тільки однієї з двох компаній; б) не отримає дивідендів взагалі.

23. Кожний з 30 екзаменаційних білетів містить по 3 питання, що не повторюються. Студент вивчив лише 60 питань. Яка ймовірність того, що взятий студентом білет містить тільки хоча б два відомих йому питання?

24. Магазин отримав партію з 15 телефонів, з яких 5 бракованих. Навмання для перевірки взяли три телефони. Знайти ймовірність того, що серед них буде не більше одного бракованого.

25. В автомобілі встановлено два охоронні пристрої, які працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що при викраденні спрацює перший, дорівнює 0,95, другий — 0,9. Знайти ймовірність того, що при викраденні спрацює: а) тільки один пристрій; б) хоча б один.

26. Підприємство обслуговують 3 автомобілі. Ймовірність того, що перший автомобіль потребуватиме ремонту протягом тижня, дорівнює 0,2, другий - 0,3, третій - 0,25. Знайти ймовірність того, що потребуватиме ремонту тільки один автомобіль.

27. Троє друзів вирішили зустрітися після роботи. Ймовірність вчасно прийти на зустріч для першого з них дорівнює 0,8, для другого - 0,7, а для третього - 0,6. Знайти ймовірність того, що хоча б два з них прийдуть вчасно.

28. До університету студент можна дістатися трьома способами. Ймовірність доїхати протягом 30 хвилин першим способом дорівнює 0,8,

другим - 0,9, а третім - 0,7. Яка ймовірність того, що протягом 30 хвилин він дістався до університету.

29. У відділі працює 10 співробітників, серед яких двоє знають німецьку мову. Навмання вибирають трьох. Знайти ймовірність того, що серед вибраних спеціалістів буде принаймні один, що знає німецьку мову.

30. Магазин отримує молочну продукцію від трьох виробників. Ймовірність якісної продукції для першого становить 0,9, для другого -- 0,8, а для третього -- 0,85. Яка ймовірність того, що отримана продукція буде якісною тільки від двох виробників.

Завдання 2

Для проведення тестування відібрано n учнів. Ймовірність того, що вибраний учень пройде тестування успішно, дорівнює p . Знайти ймовірність того, що серед вибраних буде m учнів, які успішно пройшли тестування.

Номер варіанта	n	P	m	Номер Варіанта	n	p	m
1	6	0,8	4	2	5	0,9	4
3	8	0,7	6	4	7	0,2	3
5	5	0,6	3	6	6	0,6	4
7	6	0,2	2	8	8	0,5	5
9	9	0,4	3	10	5	0,8	4
11	5	0,9	4	12	9	0,4	3
13	8	0,8	7	14	7	0,5	4
15	6	0,5	3	16	8	0,2	2
17	9	0,2	2	18	6	0,9	5
19	8	0,8	6	20	5	0,6	3
21	7	0,5	4	22	9	0,8	7
23	9	0,9	8	24	5	0,9	4
25	5	0,3	2	26	6	0,2	2
27	6	0,4	3	28	8	0,7	5
29	7	0,9	6	30	7	0,8	6

Завдання 3

Для контролю якості виготовленої продукції відібрано n виробів. Ймовірність того, що взятий навмання виріб є якісним, дорівнює p . Знайти ймовірність того, що серед вибраних виробів буде не менше m_1 і не більше m_2 якісних, якщо:

Варіант	N	p	m_1	m_2
1	300	0,75	210	225
2	400	0,9	345	372

3	625	0,2	450	170
4	150	0,6	78	96
5	225	0,2	45	60
6	100	0,8	72	84
7	400	0,5	200	220
8	660	0,4	210	250
9	225	0,8	170	190
10	676	0,8	530	550
11	900	0,9	790	830
12	441	0,5	215	240
13	300	0,25	75	90
14	600	0,6	330	375
15	676	0,2	150	160
16	900	0,8	720	732
17	676	0,5	330	358
18	441	0,8	360	370
19	784	0,2	147	167
20	625	0,5	312	322
21	225	0,9	200	210
22	900	0,5	470	520
23	400	0,8	300	320
24	625	0,8	490	510
25	900	0,64	560	590
26	225	0,1	32	42
27	150	0,4	54	66
28	225	0,64	140	153
29	400	0,64	246	266
30	900	0,36	288	336

Завдання 4

Випадкову величину X , що визначає добовий попит на певний продукт, задано законом розподілу. Знайти параметр a та числові характеристики цієї дискретної випадкової величини: математичне сподівання $M(X)$; дисперсію $D(X)$; середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$.

1.

X	10	20	30	40	50
P	0,1	a	0,42	0,25	0,08

2.

X	100	200	300	400	500
P	0,12	0,25	0,28	a	0,17

3.

X	5	10	15	20	25
P	a	0,35	0,24	0,13	0,12

4.

X	3	10	17	21	24
P	0,2	0,15	a	0,3	0,1

5.

X	1	3	5	7	11
P	0,1	0,15	0,42	0,25	a

6.

X	13	17	19	23	29
P	0,5	0,03	0,25	0,12	a

7.

X	31	37	39	41	43
P	0,2	0,1	0,22	a	0,38

8.

X	27	33	36	40	42
P	0,3	a	0,2	0,15	0,25

9.

X	18	21	24	27	30
P	0,2	0,15	a	0,15	0,1

10.

X	41	46	50	55	60
P	0,1	0,15	0,4	a	0,14

11.

X	5	8	10	15	20
P	0,4	a	0,15	0,2	0,05

12.

X	10	15	20	25	30
P	0,1	0,2	0,05	a	0,15

13.

X	6	10	12	16	18
P	a	0,25	0,2	0,15	0,1

14.

X	8	10	16	20	22
P	0,3	0,12	a	0,08	0,2

15.

X	20	30	40	50	60
P	0,14	0,2	0,08	0,4	a

16.

X	21	27	30	32	35
P	0,2	0,1	0,05	0,25	a

17.

X	32	36	38	40	42
P	0,06	0,1	0,24	a	0,25

18.

X	16	18	22	25	28
P	0,1	a	0,35	0,1	0,15

19.

X	42	45	50	52	56
P	0,25	0,1	a	0,05	0,2

20.

X	51	53	55	57	59
P	0,3	0,1	0,4	a	0,1

21.

X	12	24	36	48	60
P	0,05	a	0,4	0,2	0,05

22.

X	10	20	30	40	50
P	0,15	0,2	0,25	a	0,3

23.

X	25	30	35	40	45
P	a	0,35	0,2	0,15	0,1

24.

X	33	36	39	42	46
P	0,2	0,05	a	0,3	0,35

25.

X	18	20	24	28	32
P	0,12	0,18	0,4	0,2	a

26.

X	24	27	29	32	35
P	0,45	0,1	0,2	0,15	a

27.

X	12	16	18	21	24
P	0,22	0,1	0,18	a	0,3

28.

X	42	43	44	45	46
P	0,25	a	0,25	0,1	0,2

29.

X	50	52	54	56	58
P	0,03	0,1	a	0,17	0,3

30.

X	21	25	28	32	35
P	0,1	0,12	0,4	a	0,28

Завдання 5

Неперервна випадкова величина задана інтегральною функцією розподілу (непарні варіанти) або диференціальною функцією розподілу (парні варіанти). Знайти: 1) диференціальну функцію розподілу (непарні варіанти) або інтегральну функцію розподілу (парні варіанти); 2) ймовірність того, що випадкова величина попаде в заданий інтервал (α, β) ; 3) математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення; 4) побудувати графіки інтегральної і диференціальної функцій розподілу.

№ варіанта	Інтегральна або диференціальна функція розподілу	Інтервал (α, β)
1	2	3
1	$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ \frac{1}{2}(x+1), & -1 < x \leq 1, \\ 1 & x > 1 \end{cases}$	(0;0,8)
2	$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ a(x-1), & 1 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3 \end{cases}$	(2;2,5)
3	$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{1}{4}(x+1)^2, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(1,8;2,3)
4	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ a(x - \frac{1}{2}), & 1 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2 \end{cases}$	(1;3/2)
5	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(1;1,8)

6	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2}{\pi}, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$	$\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right)$
7	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^3, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(1;1,7)
8	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(4x - x^3), & 0 \leq x \leq 0,2 \\ 0, & x > 0,2 \end{cases}$	(0; 0,1)
9	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{3}(x+1), & 0 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(0,5;0,8)
10	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ a, & 2 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$	(2,5;3)
11	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}, & -1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(1;2)
12	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2x, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1 \end{cases}$	(0,2;0,8)
13	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{1}{2}x - 1, & 2 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4 \end{cases}$	(2;3)
14	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(2x - x^2), & 0 \leq x \leq 1/2 \\ 0, & x > 1/2 \end{cases}$	(1/4;1/3)
15	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ a(x-1), & 1 \leq x \leq 3, \\ 1, & x > 3, \end{cases}$	(2; 2,8)
16	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 1, \end{cases}$	(1/2;3/2)

17	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$	(0,5;0,8)
18	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1 \end{cases}$	(0,2;0,6)
19	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(-1;1)
20	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -3, \\ ax, & -3 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1, \end{cases}$	(-2;0)
21	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(1,5;1,8)
22	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{1}{4}, & -2 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2 \end{cases}$	(-1,5;1)
23	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 4, \\ 1, & x > 4, \end{cases}$	(1; 3)
24	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ a(x+1), & -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1, \end{cases}$	(0; 1/2)
25	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^{\frac{3}{2}}, & 0 \leq x \leq 4, \\ 1, & x > 4, \end{cases}$	(2; 3)
26	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ a(x-2), & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, & x > 4, \end{cases}$	(2; 3)
27	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 0.5x-1, & 2 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4 \end{cases}$	(2,5;3)

28	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ a(x-5)^2, & 5 \leq x \leq 8, \\ 0, & x > 8, \end{cases}$	(6;7)
29	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2}, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(1,5;2)
30	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2}{9}(3x-x^2), & 0 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3 \end{cases}$	(1;2)

Завдання 6

Задано вибірку, яка характеризує місячний прибуток підприємців (в тис. грн.). Дані вибірки наведено в таблиці.

- Скласти варіаційний ряд та статистичний розподіл вибірки, побудувати полігон частот.

- Скласти інтервальний статистичний розподіл вибірки, розбивши проміжок $[x_{\min}, x_{\max}]$ на 5 рівних проміжків, та побудувати гістограму частот.

Обчислити вибіркові характеристики (вибіркове середнє, вибіркову дисперсію, вибіркове середнє квадратичне відхилення, моду та медіану); знайти незміщені оцінки генеральної середньої та генеральної дисперсії.

- Вважаючи, що ознака X генеральної сукупності має нормальний розподіл, знайти довірчі інтервали для математичного сподівання a та середнього квадратичного відхилення σ з надійністю $\gamma = 0,95$.

Варіант	X
1	16, 20, 22, 21, 21, 24, 16, 18, 22, 20, 24, 18, 19, 21, 17, 17, 22, 20, 23, 14
2	44, 52, 47, 48, 46, 53, 48, 50, 47, 49, 51, 45, 46, 50, 51, 45, 52, 47, 42, 54
3	21, 19, 17, 23, 18, 22, 25, 20, 19, 18, 24, 21, 23, 17, 24, 25, 27, 20, 18, 22
4	25, 34, 33, 28, 27, 26, 30, 25, 33, 34, 35, 27, 29, 30, 35, 31, 35, 29, 30, 31
5	73, 68, 70, 65, 73, 71, 66, 69, 75, 70, 67, 67, 71, 76, 71, 72, 68, 74, 73, 70.
6	51, 55, 53, 54, 52, 60, 55, 50, 57, 54, 52, 57, 58, 53, 55, 56, 58, 52, 51, 56
7	46, 43, 50, 48, 53, 44, 47, 48, 49, 52, 50, 49, 43, 46, 47, 47, 45, 48, 49, 45
8	37, 33, 33, 32, 37, 30, 40, 34, 35, 34, 36, 35, 41, 32, 40, 34, 31, 39, 38, 35
9	55, 50, 56, 50, 51, 53, 50, 50, 48, 46, 51, 55, 53, 49, 52, 52, 50, 51, 48, 49
10	26, 22, 25, 29, 32, 24, 30, 26, 25, 28, 25, 22, 27, 29, 25, 30, 23, 22, 25, 28

8. Методи навчання

У процесі викладання дисципліни використовуються наступні методи.

- *Методи стимулювання і мотивації навчання:* а) методи формування інтересу до навчання,
б) методи формування відповідальності.
- *Методи організації і здійснення навчальних дій і операцій:*
а) *перцептивні* методи – через відчуття (словесні, наочні, практичні),
б) *логічні* методи (індуктивний, дедуктивний, аналогії),
в) *гностичні* методи (проблемний, евристичний, дослідницький, репродуктивний),
г) методи *самоуправління навчальними діями* (самостійна робота з книгами, з приладами, з комп'ютером).
- *Методи контролю і самоконтролю:*
а) методи *контролю* (усного, письмового, лабораторного, комп'ютерного),
б) методи *самоконтролю* (усного, письмового, комп'ютерного).

9. Форми контролю

Модульно-рейтингова система з дисципліни „Вища та прикладна математика”

I семестр

Модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри. (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Індивідуальне завдання «Визначники» – 10 б.

Індивідуальне завдання «Матриці» – 10 б.

Індивідуальне завдання «Системи лінійних рівнянь» – 5 б.

Індивідуальне завдання «Вектори та їх застосування» – 25 б.

Модульна контрольна робота «Елементи лінійної та векторної алгебри» – 25 б.

Модуль 2. Елементи аналітичної геометрії (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Індивідуальне завдання «Пряма на площині» – 15б.

Індивідуальне завдання «Пряма і площа у просторі» – 15б.

Індивідуальне завдання «Криві другого порядку» – 20б.

Контрольна робота «Елементи аналітичної геометрії» – 25б.

Модуль 3. Вступ до математичного аналізу (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Контрольна робота «Основні характеристики функцій» – 10б.

Індивідуальне завдання «Обчислення границь» – 20б.

Контрольна робота «Перша і друга чудові границі. Порівняння нескінченно малих» – 20б.

Індивідуальне завдання «Границя і неперервність функції» – 25б.

II семестр

Модуль 1. Диференціальне числення функції однієї змінної (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Індивідуальне завдання «Похідна функції» – 25б.

Контрольна робота «Правило Лопіталя» - 10б.

Контрольна робота «Дослідження функції на монотонність та екстремум» - 15б.

Контрольна робота «Похідна функції та її застосування» – 25б.

Модуль 2. Функції багатьох змінних. (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Контрольна робота «Границя і неперервність функцій багатьох змінних» – 10б

Контрольна робота «Частинні похідні. Повний диференціал функції» - 15б

Контрольна робота «Похідні та диференціали вищих порядків» - 15б.

Індивідуальне завдання «Екстремум функції двох змінних» – 20б.

Контрольна робота «Похідна за напрямом. Градієнт функції» - 15б.

Модуль 3. Інтегральне числення функції однієї змінної (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Контрольна робота «Комплексні числа» – 10б.

Індивідуальне завдання «Знаходження невизначених інтегралів» – 25б.

Індивідуальне завдання «Обчислення визначених інтегралів» – 25б.

Контрольна робота «Застосування визначених інтегралів» - 15б.

III семестр

Модуль 1. Диференціальні рівняння. (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Контрольна робота «Диференціальні рівняння першого порядку» – 25б.

Контрольна робота «Диференціальні рівняння, що допускають пониження порядку» – 25 б.

Індивідуальне завдання «Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Системи» - 25б.

Модуль 2. Кратні та криволінійні інтеграли (100 б.)

Поточна робота. – 30б.

Контрольна робота «Подвійний інтеграл та його застосування» –20б.

Контрольна робота «Потрійний інтеграл та його застосування» – 20б. Індивідуальне завдання «Криволінійні інтеграли I та II роду» – 30б.

Модуль 3. Ряди (100 б.) Поточна робота – 25 б.
Контрольна робота «Знакододатні числові ряди» – 25 б.
Контрольна робота «Знакозмінні числові ряди» – 25 б.
Індивідуальне завдання «Степеневі ряди. Застосування степеневих рядів» – 25 б.

IV семестр

Модуль 1. Випадкові події. (100 б.)

Поточна робота – 25 б.
Індивідуальне завдання «Елементи комбінаторики та їх застосування» – 25 б.
Індивідуальне завдання «Незалежні випробування. Схема Бернуллі» – 25 б.
Контрольна робота «Основні формули додавання і множення ймовірностей» – 25 б.

Модуль 2. Випадкові величини (100 б.)

Поточна робота – 25 б.
Індивідуальне завдання «ДВВ, її характеристики та основні закони розподілу» – 25 б.
Індивідуальне завдання «НВВ, її характеристики та основні закони розподілу» – 25 б.
Контрольна робота «Двовимірна випадкова величина» – 25 б.

Модуль 3. Елементи математичної статистики (100 б.)

Поточна робота – 25 б.
Індивідуальне завдання «Вибірковий метод. Вибіркові характеристики» – 25 б.
Індивідуальне завдання «Перевірка статистичних гіпотез. Критерії узгодження» – 25 б.
Контрольна робота «Статистичні оцінки параметрів розподілу» – 25 б.

10. Шкала оцінювання результатів

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	
82-89	B	зараховано	
74-81	C		
64-73	D		
60-63	E	задовільно	
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Примітки. 1. Відповідно до «Положення про кредитно-модульну систему навчання в НУБіП України», затвердженого ректором університету 03.04.2009 р., рейтинг студента з навчальної роботи $R_{нр}$ стосовно вивчення певної дисципліни визначається за формулою

$$R_{нр} = \frac{0,7 \cdot (R^{(1)зм} \cdot K^{(1)зм} + \dots + R^{(n)зм} \cdot K^{(n)зм})}{K_{дис}} + R_{др} - R_{штр},$$

де $R^{(1)зм}, \dots, R^{(n)зм}$ – рейтингові оцінки змістових модулів за 100-бальною шкалою;

n – кількість змістових модулів;

$K^{(1)зм}, \dots, K^{(n)зм}$ – кількість кредитів ECTS, передбачених робочим навчальним планом для відповідного змістового модуля; $K_{дис} = K^{(1)зм} + \dots + K^{(n)зм}$ – кількість кредитів ECTS, передбачених робочим навчальним планом для дисципліни у поточному семестрі; $R_{др}$ – рейтинг з додаткової роботи;

$R_{штр}$ – рейтинг штрафний.

Наведену формулу можна спростити, якщо прийняти $K^{(1)зм} = \dots = K^{(n)зм}$.

Тоді вона буде мати вигляд

$$R_{нр} = \frac{0,7 \cdot (R^{(1)зм} + \dots + R^{(n)зм})}{n} + R_{др} - R_{штр}.$$

Рейтинг з додаткової роботи $R_{др}$ додається до $R_{нр}$ і не може перевищувати 20 балів. Він визначається лектором і надається студентам рішенням кафедри за виконання робіт, які не передбачені навчальним планом, але сприяють підвищенню рівня знань студентів з дисципліни.

Рейтинг штрафний R штр не перевищує 5 балів і віднімається від **R** нр. Він визначається лектором і вводитьься рішенням кафедри для студентів, які матеріал змістового модуля засвоїли невчасно, не дотримувалися графіка роботи, пропускали заняття тощо.

2. Згідно із зазначеним Положенням *підготовка і захист курсового проекту (роботи)* оцінюється за 100 бальною шкалою і далі переводиться в оцінки за національною шкалою та шкалою ECTS.

11. Методичне забезпечення

1. О.Ю.Дюженкова, Р.Ф. Овчар. Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни "Вища математика". – К: Центр ІТ, 2010. – 60с.

2. О.М. Нецадим, О.Ю.Дюженкова, Р.Ф. Овчар. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни «Вища математика» – К.: Центр ІТ, 2011. – 102 с.

3. Дюженкова О.Ю., Овчар Р.Ф. Практикум з вищої математики. Ч.2. Навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни "Вища математика" у II семестрі. – К.: Центр ІТ, 2012. – 103 с.

4. Гнучій Ю.Б., Дюженкова О.Ю., Овчар Р.Ф. Навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни "Вища математика" для студентів заочної форми навчання. Ч.2. – К.: Центр ІТ, 2013. – 86 с.

5. Дюженкова О.Ю., Овчар Р.Ф. Практикум з вищої математики. Навчально-методичний посібник для вивчення дисципліни "Вища математика" у III семестрі. – К.: Центр ІТ, 2014. – 93 с.

6. Ю.Б. Гнучій, О. Ю. Дюженкова, О.М. Нецадим, Р.Ф. Овчар. Вища математика. Робочий зошит для індивідуальних занять студентів інженерних спеціальностей в третьому семестрі. – Київ: Центр ІТ, 2011. – 106 с.

Основна література

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2004.—379 с.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.— М.: Высш. шк, 1978.—333 с.

3. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.1: – К: Книжк. вид–во Нац. авіац. ун–ту, 2009. – 296 с.

4. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.2: – К: Книжк. вид–во Нац. авіац. ун–ту, 2005. – 276 с.

5. Денисюк В.П., Репета В.К., Гаєва К.А., Клешня Н.О. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.3: – К.: Книжк. вид-во Нац. авіац. ун-ту, 2005. – 444 с.
Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Вища школа. 2004. –647с.
6. Зайцев И.А. Высшая математика. Учебник для с/х вузов.– М.: Высшая школа, 1998. – 409 с.
7. Суліма І.М., Ковтун І.І., Батечко Н.Г., Нікітіна І.А., Яковенко В.М. Вища математика. Збірник задач. – К.: НАУ, 2003, -218с.
8. Суліма І.М., Ковтун І.І., Радчик І.А. Вища математика, ч. 1. Елементи лінійної і векторної алгебри. Аналітична геометрія. – К.: НАУ, 2003, -216с.
9. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика, ч.2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. –К.: НАУ, 2003, -297с.
10. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика. Ч.3: Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Навч. посібник – К.: Видав. центр Нац. аграр. ун-ту, 2004. – 232 с.
11. Суліма І.М., Яковенко В.М. Вища математика. Теорія ймовірностей. Математична статистика. Навч. посіб. — К.: Видав. центр Нац. аграр. ун-ту, 2004. – 238 с.

Допоміжна література

1. Бугір М.К. Математика для економістів: Лінійна алгебра, лінійні моделі. – К.: Видавничий центр “Академія”, 1998. – 268 с.
2. Валєєв К.Г., Джалладова І.Л. Вища математика: Навч. Посібник: У 2-х ч. –К.: КНЕУ, 2001. –ч. 1. –546 с.
3. Валєєв К.Г., Джалладова І.Л. Вища математика: Навч. Посібник: У 2-х ч. –К.: КНЕУ, 2001. –ч. 2. –451 с.
4. Вища математика: Збірник задач: Навч. посібник / В.П.Дубовик, І.І. Юрик, І.П. Вовкодав та ін. – К.: А.С.К., 2001. – 480 с.
5. Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие по решению задач. – Минск.: ТетраСистемс, 2001. – 288 с.
6. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Г.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах в 2-х ч., ч. 1 – М.: Высшая школа, 1997. – 304 с.
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для студентов втузов. Ч.2. – М.: Высшая школа, 1986. – 415 с.
8. Жильцов О.Б., Торбін Г.Н. Вища математика з елементами інформаційних технологій. –К.: МАУП, 2002. – 401 с.
9. Пак В.В. Носенко Ю.Л. Вища математика: підручник. –Д.: Сталкер, 2003. – 496 с.
10. Пастушенко С.М., Підченко Ю.П. Вища математика. Основні поняття, формули, зразки розв’язування задач: Навч. посібник для студентів вищих закладів освіти. – К.: Діал., 2000.-160 с.

11. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – М.: Айрис–пресс, 2007. – 608 с.
 12. Суліма І.М., Ковтун І.І., Нікітіна І.А. Застосування кратних та криволінійних інтегралів. –К.: НАУ, 2002, 44 с.
- .