

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра вищої та прикладної математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан

факультету конструювання
та дизайну

Зіновій Ружилю



“ 5 ” червня 2023 р.

РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО

на засіданні кафедри вищої та
прикладної математики

Протокол № 14 від 1 травня 2023 р.

В. о. завідувача кафедри Людмила Панталієнко

/Людмила Панталієнко/

РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО

Гарант ОП «Галузеве машинобудування»

Володимир Булгаков

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вища та прикладна математика

Освітня програма «Галузеве машинобудування»

Стандарт вищої освіти України для першого (бакалаврського) рівня галузі знань 13 «Механічна інженерія», спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» (скорочений термін навчання). Затверджено та введено в дію наказом Міністерства освіти і науки України від 16.06.2020 р. № 806.

<https://mon.gov.ua/storage/app/media/vyshcha/standarty/2020/06/17/133%20Haluzeve%20mashynobuduvannya%20bakalavr.pdf> для спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»

Факультет конструювання та дизайну

Розробник: канд. фіз. мат. наук, доцент **Цюпій Тамара Іванівна**

Київ – 2023 р.

1. Опис навчальної дисципліни

Прикладна математика

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень		
Освітньо-кваліфікаційний рівень	Бакалавр	
Галузь знань	20 «Аграрні науки та продовольство»	
Спеціальність	208 «Агроінженерія»	
Спеціалізація		
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	120	
Кількість кредитів ECTS	4	
Кількість змістових модулів	3	
Курсовий проект (робота) (якщо є в навчальному плані)	–	
Форма контролю	Іспит (2 семестр)	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	2023 – 2024	2023 – 2024
Семестр	2	2
Лекційні заняття	30 год.	12 год.
Практичні, семінарські заняття	30 год.	12 год.
Лабораторні заняття		
Самостійна робота	60 год.	96 год.
Індивідуальні завдання		
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання:	4 год. (2 семестр)	

2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни.

Дисципліна «Прикладна математика» є не тільки потужним засобом розв'язання прикладних задач, але й елементом загальної культури майбутнього фахівця.

Мета. Дисципліна «Прикладна математика» є частиною теоретичної підготовки, без якої неможливе вивчення дисциплін професійного спрямування. Вивчення дисципліни «Прикладна математика» ставить за мету виховання у студентів прикладної математичної культури, формування здатності до логічного мислення, що стимулює розвиток інтелекту і здібностей студентів.

Завдання. Надати підготовку з прикладної математики, яка дозволить студентам: оволодіти основними методами дослідження і розв'язку математичних задач, навчитись самостійно поглиблювати свої математичні знання та проводити математичний аналіз прикладних задач, здобути теоретичні та практичні навички, необхідні для розв'язання складних спеціалізованих задач та вирішення практичних проблем у галузі агроінженерії.

У результаті вивчення дисципліни «Прикладна математика» студент повинен **знати:**

- означення, теореми, формули з основних розділів прикладної математики;
- роль і місце математичних методів при розв'язанні прикладних задач; **вміти:**
- використовувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;
- визначати оптимальні алгоритми для виконання чисельних розрахунків; - самостійно опрацьовувати математичну літературу.

Набуття компетентностей:

Стандарт вищої освіти України для першого (бакалаврського) рівня галузі знань 20 «Аграрні науки та продовольство», спеціальності 208 «Агроінженерія». Затверджено та введено в дію наказом Міністерства освіти і науки України від 05.12.2018 р. № 1340.

https://nubip.edu.ua/sites/default/files/u284/208_agroinzheneriya_2.pdf

Згідно цього стандарту студент повинен набути такі **компетентності:**

Інтегральна компетентність:

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі агропромислового виробництва, що передбачає застосування певних знань та вмінь, технологічних методів та прийомів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності:

ЗК-2. Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.

ЗК-6. Здатність вибирати і використовувати механізовані технології, в тому числі в системі точного землеробства; проектувати та управляти технологічними процесами й системами виробництва, первинної обробки, зберігання, транспортування та забезпечення якості сільськогосподарської продукції відповідно до конкретних умов аграрного виробництва.

В результаті вивчення дисципліни студент досягає **результатів навчання:**

РН-3. Усвідомлювати цінність захисту незалежності, територіальної цілісності та демократичного устрою України.

РН-6. Формулювати нові ідеї та концепції розвитку агропромислового виробництва.

РН-17. Вибирати та застосовувати механізовані технології відповідно до агрокліматичних умов та обґрунтовувати технології за економічними та якісними критеріями.

3. Програма та структура навчальної дисципліни для повного терміну денної (заочної) форми навчання.

Програма навчальної дисципліни

Прикладна математика

II семестр

Змістовий модуль 1. Випадкові події.

Тема лекційного заняття 1. Випадкові події та операції над ними. Означення ймовірності. Елементи комбінаторики та їх застосування.

Тема лекційного заняття 2. Теореми додавання і множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.

Тема лекційного заняття 3. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна формули Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.

Змістовий модуль 2. Випадкові величини.

Тема лекційного заняття 1. Дискретна випадкова величина та її числові характеристики. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин.

Тема лекційного заняття 2. Неперервна випадкова величина та її числові характеристики. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин.

Тема лекційного заняття 3. Багатовимірні випадкові величини. Функції випадкових величин. Закон великих чисел.

Змістовий модуль 3. Елементи математичної статистики.

Тема лекційного заняття 1. Основні поняття математичної статистики.

Тема лекційного заняття 2. Генеральна та вибіркова сукупності. Вибіркові характеристики.

Тема лекційного заняття 3. Точкові та інтервальні оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності.

Тема лекційного заняття 4. Перевірка статистичних гіпотез. Критерій Пірсона.

Структура навчальної дисципліни для повного терміну денної (заочної) форми навчання.

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин													
	денна форма							Заочна форма						
	тижні	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
			лекцій	практ.	лаб.	інд.	с.р.		лекцій	практ.	лаб.	інд.	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	

II семестр

Змістовий модуль 1. Випадкові події.

Тема 1. Випадкові події та операції над ними. Означення ймовірності. Елементи комбінаторики та їх застосування.	1-2	16	4	4			8		23	1	2			26
---	-----	----	---	---	--	--	---	--	----	---	---	--	--	----

Тема 2. Теорема додавання і множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.	3-4	16	4	4			8						
---	-----	----	---	---	--	--	---	--	--	--	--	--	--

Тема 3. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна формули Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.	5	16	4	4			8	19	1	2			16
Разом за змістовим модулем 1		48	12	12			24	4	2	4			42

Змістовий модуль 2. Випадкові величини

Тема 4. Дискретна випадкова величина та її числові характеристики. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин.	6-7	16	4	4			8	11	1	1			9
Тема 5. Неперервна випадкова величина та її числові характеристики. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин.	8-9	16	4	4			8	17	1	1			15

Тема 6. Багатовимірні випадкові величини. Функції випадкових величин. Закон великих чисел.	10	8	2	2			4	11		1			10
Разом за змістовим модулем 2		40	10	10			20	33	2	3			34
Змістовий модуль 3. Елементи математичної статистики													
Тема 7. Основні поняття математичної статистики.	11	8	2	2			4						
Тема 8. Генеральна та вибіркова сукупності. Вибіркові характеристики.	12- 13	8	2	2			4	16	1	1			14
Тема 9. Точкові та інтервальні оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності.	14	8	2	2			4	17	1	2			14
Тема 10. Перевірка статистичних гіпотез. Критерій Пірсона.	15	8	2	2			4						
Разом за змістовим модулем 3		32	8	8			16	33	2	3			28
Усього годин за II семестр		120	30	30			60	120	6	10			104

4. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість Годин
1		
2		

**5. Теми практичних занять
II семестр**

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
I модуль. Випадкові події		
1	Випадкові події та операції над ними. Означення ймовірності.	2
2	Елементи комбінаторики та їх застосування	2
3	Теорема додавання і множення ймовірностей.	2
4	Формула повної ймовірності. Формули Байєса.	2
5	Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Наближені формули Муавра-Лапласа.	2
II модуль. Випадкові величини		
6	Дискретна випадкова величина та її числові характеристики.	2
7	Основні закони розподілу дискретної випадкової величини.	2
8	Неперервна випадкова величина та її числові характеристики.	2
9	Основні закони розподілу неперервної випадкової величини.	2
10	Двовимірна випадкова величина та її числові характеристики.	2
11	Функції випадкових величин. Закон великих чисел.	2
III модуль. Елементи математичної статистики.		
12	Вибірка. Статистичний розподіл частот. Полігон і гістограма.	2
13	Вибірковий метод. Вибіркові характеристики.	2
14	Оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності.	2
15	Перевірка статистичних гіпотез.	2
Разом за II семестр		30

6. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		
2		

7. Контрольні питання, комплекти завдань для визначення рівня засвоєння знань студентами

Контрольні питання з прикладної математики, 2 семестр

1. Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події.
2. Операції над подіями та їх властивості.
3. Простір елементарних подій. Повна група подій.
4. Класичне і статистичне означення ймовірності. Геометрична ймовірність.
5. Елементи комбінаторики: розміщення, перестановки та сполучення.
6. Застосування елементів комбінаторики.
7. Теореми додавання ймовірностей подій та їх наслідки.
8. Умовні ймовірності. Теореми множення ймовірностей подій.
9. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.
10. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі.
11. Схема Бернуллі. Найімовірніше число появи події.
12. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.
13. Дискретна випадкова величина (ДВВ). Закон розподілу ДВВ.
14. Функція розподілу випадкової величини та її властивості.
15. Числові характеристики дискретних випадкових величин та їх властивості.
16. Неперервна випадкова величина (НВВ). Інтегральна функція розподілу НВВ.
17. Диференціальна функція розподілу (щільність) НВВ та її властивості.
18. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин.
19. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин.
20. Дискретна двовимірна випадкова величина та її числові характеристики.
21. Функція випадкової величини. Закон розподілу та її числові характеристики.
22. Предмет та методи математичної статистики.
23. Генеральна сукупність і вибірка. Вибірковий метод.
24. Варіаційний ряд. Статистичний розподіл (точковий та інтервальний).
25. Полігон і гістограма. Емпірична функція розподілу.
26. Вибіркові характеристики: вибіркове середнє, вибірка дисперсія, вибіркове середнє квадратичне відхилення, мода і медіана.
27. Статистичні оцінки параметрів розподілу випадкової величини генеральної сукупності. Точкові та інтервальні оцінки.
28. Довірчі інтервали для математичного сподівання та середнього квадратичного відхилення нормально розподіленої випадкової величини.
29. Статистичні гіпотези та їх перевірка. Статистичний критерій.
30. Критерій Пірсона для перевірки гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.

Завдання для визначення рівня засвоєння знань студентами

Завдання 1

1. В коробці лежить 20 м'ячів: 8 зелених і 12 синіх. З коробки навмання виймають чотири м'ячі. Яка ймовірність того, що хоча б один з них - зелений?
2. У класі навчається 30 учнів: 12 хлопчиків і 18 дівчаток. З класу навмання вибирають п'ять учнів. Яка ймовірність того, що серед них не більше 2 хлопчиків?
3. На полиці розміщено 10 чашок: 4 синіх та 6 червоних. З полицки навмання дістають 3 чашки. Яка ймовірність того, що серед них не менше однієї червоної?
4. У кошику лежить 25 яблук: 15 зелених і 10 жовтих. З кошика навмання виймають 6 яблук. Яка ймовірність того, що зелених і жовтих яблук буде порівну?
5. На столі лежить 30 зошитів: 14 в клітинку і 16 в лінійку. Навмання дістають сім зошитів. Яка ймовірність того, що хоча б один з них буде в клітинку?
6. У пеналі лежать 12 олівців: 3 простих і 9 кольорових. Хлопчик навмання бере шість олівців. Яка ймовірність того, що хоча б чотири з них - кольорові?
7. У шафі лежать 10 чоловічих сорочок: 3 світлих і 7 темних. З шафи навмання дістають чотири сорочки. Яка ймовірність того, що хоча б одна з них - світла?
8. На столі лежить пачка із 20 контрольних робіт, половина з яких -- зараховані. Викладач навмання дістає 5 робіт. Яка ймовірність того, що хоча б три з них - зараховані?
9. Серед 24 учнів класу 16 займаються спортом. Для перевірки стану здоров'я навмання вибирають 4 учнів. Яка ймовірність того, що не більше двох з них займаються спортом?
10. На полиці розміщено 30 книжок, серед яких 10 -- одного автора. Навмання вибирають п'ять книг. Яка ймовірність того, що не більше двох з них - одного автора?
11. Два студента прийшли на іспит. Ймовірність успішно скласти іспит для першого становить 0,7, а для другого 0,6. Знайти ймовірність того, що хоча б один із них успішно складе іспит.
12. У ящику міститься 20 деталей, з яких 15 стандартні. Із ящика навмання дістають одну за одною дві деталі. Яка ймовірність того, що обидві вони стандартні?
13. Підприємець проводить переговори з двома постачальниками. Ймовірність укладання вигідної угоди з першим постачальником становить 0,5, а з другим 0,8. Знайти ймовірність того, що підприємець укладе угоду тільки з одним із постачальників.
14. У класі навчаються 25 учнів, серед яких 12 займаються спортом. Із класу навмання вибирають двох учнів. Яка ймовірність того, що обидва вони займаються спортом?

15. Два програмісти перевіряють новостворену програму, в якій є помилка. Ймовірність помітити помилку для першого дорівнює 0,6, а для другого 0,4. Визначити ймовірність того, що хоча б один із них знайде помилку.

16. У коробці перемішані кубики двох кольорів. Хлопчик навмання дістає один за одним два кубики. Яка ймовірність того, вони одного кольору, якщо в коробці 10 синіх і 20 червоних кубиків?

17. Для уточнення діагнозу хворому роблять два аналізи. Ймовірність позитивного результату першого аналізу становить 0,5, а другого аналізу 0,6. Знайти ймовірність того, що жоден з аналізів не дасть позитивного результату.

18. В студентській групі англійську мову вивчають 16 осіб, а решта німецьку. З групи навмання вибирають двох студентів. Знайти ймовірність того, що жоден із них не вивчає німецьку мову, якщо в групі навчається 20 студентів.

19. Зі складу реалізується дві партії товару. Ймовірність вчасної реалізації першої партії становить 0,8, а другої партії 0,5. Яка ймовірність того, що вчасно буде реалізовано хоча б одну із партій?

20. У коробці "Асорті" 60% цукерок містять молочну начинку, а решта шоколадну. Дитина дістає з коробки одну за одною дві цукерки. Яка ймовірність того, що вони містять різну начинку?

21. Незалежно один від одного працюють 3 прилади. Ймовірність того, що зіпсується перший прилад, дорівнює 0,2, другий - 0,15, третій - 0,1. Знайти ймовірність того, що працюватимуть тільки два з них.

22. Підприємець має акції двох компаній. Ймовірність отримання дивідендів по акціях першої компанії дорівнює 0,7, а по акціях другої -- 0,6. Знайти ймовірність того, що він: а) отримає дивіденди по акціях тільки однієї з двох компаній; б) не отримає дивідендів взагалі.

23. Кожний з 30 екзаменаційних білетів містить по 3 питання, що не повторюються. Студент вивчив лише 60 питань. Яка ймовірність того, що взятий студентом білет містить тільки хоча б два відомих йому питання?

24. Магазин отримав партію з 15 телефонів, з яких 5 бракованих. Навмання для перевірки взяли три телефони. Знайти ймовірність того, що серед них буде не більше одного бракованого.

25. В автомобілі встановлено два охоронні пристрої, які працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що при викраденні спрацює перший, дорівнює 0,95, другий — 0,9. Знайти ймовірність того, що при викраденні спрацює: а) тільки один пристрій; б) хоча б один.

26. Підприємство обслуговують 3 автомобілі. Ймовірність того, що перший автомобіль потребуватиме ремонту протягом тижня, дорівнює 0,2, другий - 0,3, третій - 0,25. Знайти ймовірність того, що потребуватиме ремонту тільки один автомобіль.

27. Троє друзів вирішили зустрітися після роботи. Ймовірність вчасно прийти на зустріч для першого з них дорівнює 0,8, для другого - 0,7, а для третього - 0,6. Знайти ймовірність того, що хоча б два з них прийдуть вчасно.

28. До університету студент можна дістатися трьома способами. Ймовірність доїхати протягом 30 хвилин першим способом дорівнює 0,8,

другим - 0,9, а третім - 0,7. Яка ймовірність того, що протягом 30 хвилин він дістався до університету.

29. У відділі працює 10 співробітників, серед яких двоє знають німецьку мову. Навмання вибирають трьох. Знайти ймовірність того, що серед вибраних спеціалістів буде принаймні один, що знає німецьку мову.

30. Магазин отримує молочну продукцію від трьох виробників. Ймовірність якісної продукції для першого становить 0,9, для другого -- 0,8, а для третього -- 0,85. Яка ймовірність того, що отримана продукція буде якісною тільки від двох виробників.

Завдання 2

Для проведення тестування відібрано n учнів. Ймовірність того, що вибраний учень пройде тестування успішно, дорівнює p . Знайти ймовірність того, що серед вибраних буде m учнів, які успішно пройшли тестування.

Номер варіанта	n	P	m	Номер Варіанта	n	p	m
1	6	0,8	4	2	5	0,9	4
3	8	0,7	6	4	7	0,2	3
5	5	0,6	3	6	6	0,6	4
7	6	0,2	2	8	8	0,5	5
9	9	0,4	3	10	5	0,8	4
11	5	0,9	4	12	9	0,4	3
13	8	0,8	7	14	7	0,5	4
15	6	0,5	3	16	8	0,2	2
17	9	0,2	2	18	6	0,9	5
19	8	0,8	6	20	5	0,6	3
21	7	0,5	4	22	9	0,8	7
23	9	0,9	8	24	5	0,9	4
25	5	0,3	2	26	6	0,2	2
27	6	0,4	3	28	8	0,7	5
29	7	0,9	6	30	7	0,8	6

Завдання 3

Для контролю якості виготовленої продукції відібрано n виробів. Ймовірність того, що взятий навмання виріб є якісним, дорівнює p . Знайти ймовірність того, що серед вибраних виробів буде не менше m_1 і не більше m_2 якісних, якщо:

Варіант	N	p	m_1	m_2
1	300	0,75	210	225
2	400	0,9	345	372

3	625	0,2	450	170
4	150	0,6	78	96
5	225	0,2	45	60
6	100	0,8	72	84
7	400	0,5	200	220
8	660	0,4	210	250
9	225	0,8	170	190
10	676	0,8	530	550
11	900	0,9	790	830
12	441	0,5	215	240
13	300	0,25	75	90
14	600	0,6	330	375
15	676	0,2	150	160
16	900	0,8	720	732
17	676	0,5	330	358
18	441	0,8	360	370
19	784	0,2	147	167
20	625	0,5	312	322
21	225	0,9	200	210
22	900	0,5	470	520
23	400	0,8	300	320
24	625	0,8	490	510
25	900	0,64	560	590
26	225	0,1	32	42
27	150	0,4	54	66
28	225	0,64	140	153
29	400	0,64	246	266
30	900	0,36	288	336

Завдання 4

Випадкову величину X , що визначає добовий попит на певний продукт, задано законом розподілу. Знайти параметр a та числові характеристики цієї дискретної випадкової величини: математичне сподівання $M(X)$; дисперсію $D(X)$; середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$.

1.

X	10	20	30	40	50
P	0,1	a	0,42	0,25	0,08

2.

X	100	200	300	400	500
P	0,12	0,25	0,28	a	0,17

3.

X	5	10	15	20	25
P	a	0,35	0,24	0,13	0,12

4.

X	3	10	17	21	24
P	0,2	0,15	a	0,3	0,1

5.

X	1	3	5	7	11
P	0,1	0,15	0,42	0,25	a

6.

X	13	17	19	23	29
P	0,5	0,03	0,25	0,12	a

7.

X	31	37	39	41	43
P	0,2	0,1	0,22	a	0,38

8.

X	27	33	36	40	42
P	0,3	a	0,2	0,15	0,25

9.

X	18	21	24	27	30
P	0,2	0,15	a	0,15	0,1

10.

X	41	46	50	55	60
P	0,1	0,15	0,4	a	0,14

11.

X	5	8	10	15	20
P	0,4	a	0,15	0,2	0,05

12.

X	10	15	20	25	30
P	0,1	0,2	0,05	a	0,15

13.

X	6	10	12	16	18
P	a	0,25	0,2	0,15	0,1

14.

X	8	10	16	20	22
P	0,3	0,12	a	0,08	0,2

15.

X	20	30	40	50	60
p	0,14	0,2	0,08	0,4	a

16.

X	21	27	30	32	35
p	0,2	0,1	0,05	0,25	a

17.

X	32	36	38	40	42
p	0,06	0,1	0,24	a	0,25

18.

X	16	18	22	25	28
p	0,1	a	0,35	0,1	0,15

19.

X	42	45	50	52	56
p	0,25	0,1	a	0,05	0,2

20.

X	51	53	55	57	59
p	0,3	0,1	0,4	a	0,1

21.

X	12	24	36	48	60
p	0,05	a	0,4	0,2	0,05

22.

X	10	20	30	40	50
p	0,15	0,2	0,25	a	0,3

23.

X	25	30	35	40	45
p	a	0,35	0,2	0,15	0,1

24.

X	33	36	39	42	46
p	0,2	0,05	a	0,3	0,35

25.

X	18	20	24	28	32
p	0,12	0,18	0,4	0,2	a

26.

X	24	27	29	32	35
p	0,45	0,1	0,2	0,15	a

27.

X	12	16	18	21	24
p	0,22	0,1	0,18	a	0,3

28.

X	42	43	44	45	46
p	0,25	a	0,25	0,1	0,2

29.

X	50	52	54	56	58
P	0,03	0,1	a	0,17	0,3

30.

X	21	25	28	32	35
P	0,1	0,12	0,4	a	0,28

Завдання 5

Неперервна випадкова величина задана інтегральною функцією розподілу (непарні варіанти) або диференціальною функцією розподілу (парні варіанти). Знайти: 1) диференціальну функцію розподілу (непарні варіанти) або інтегральну функцію розподілу (парні варіанти); 2) ймовірність того, що випадкова величина попаде в заданий інтервал (α, β) ; 3) математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення; 4) побудувати графіки інтегральної і диференціальної функцій розподілу.

№ варіанта	Інтегральна або диференціальна функція розподілу	Інтервал (α, β)
1	2	3
1	$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ \frac{1}{2} (x+1), & -1 < x \leq 1, \\ 1 & x > 1 \end{cases}$	(0;0,8)
2	$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ a(x-1), & 1 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3 \end{cases}$	(2;2,5)
3	$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{1}{4} (x+1)^2, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(1,8;2,3)
4	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ a(x - \frac{1}{2}), & 1 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2 \end{cases}$	(1;3/2)
5	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(1;1,8)

6	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2}{\pi}, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$	$\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right)$
7	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{8}x^3, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(1;1,7)
8	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(4x - x^3), & 0 \leq x \leq 0,2 \\ 0, & x > 0,2 \end{cases}$	(0; 0,1)
9	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{3}(x+1), & 0 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(0,5;0,8)
10	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ a, & 2 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$	(2,5;3)
11	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}, & -1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(1;2)
12	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2x, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1 \end{cases}$	(0,2;0,8)
13	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{1}{2}x - 1, & 2 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4 \end{cases}$	(2;3)
14	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(2x - x^2), & 0 \leq x \leq 1/2 \\ 0, & x > 1/2 \end{cases}$	(1/4;1/3)
15	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ a(x-1), & 1 \leq x \leq 3, \\ 1, & x > 3, \end{cases}$	(2; 2,8)
16	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^2, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 1, \end{cases}$	(1/2;3/2)

17	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$	(0,5;0,8)
18	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 1, \\ 0, & x > 1 \end{cases}$	(0,2;0,6)
19	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(-1;1)
20	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -3, \\ ax, & -3 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1, \end{cases}$	(-2;0)
21	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$	(1,5;1,8)
22	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{1}{4}, & -2 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2 \end{cases}$	(-1,5;1)
23	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 4, \\ 1, & x > 4, \end{cases}$	(1; 3)
24	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ a(x+1), & -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1, \end{cases}$	(0; 1/2)
25	$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^{\frac{3}{2}}, & 0 \leq x \leq 4, \\ 1, & x > 4, \end{cases}$	(2; 3)
26	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ a(x-2), & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, & x > 4, \end{cases}$	(2; 3)
27	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 0.5x - 1, & 2 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4 \end{cases}$	(2,5;3)

28	$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 5, \\ a(x-5)^2, & 5 \leq x \leq 8, \\ 0, & x > 8, \end{cases}$	(6;7)
29	$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2}, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3 \end{cases}$	(1,5;2)
30	$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{2}{9}(3x-x^2), & 0 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3 \end{cases}$	(1;2)

Завдання 6

Задано вибірку, яка характеризує місячний прибуток підприємців (в тис. грн.). Дані вибірки наведено в таблиці.

- Скласти варіаційний ряд та статистичний розподіл вибірки, побудувати полігон частот.

- Скласти інтервальний статистичний розподіл вибірки, розбивши проміжок $[x_{\min}, x_{\max}]$ на 5 рівних проміжків, та побудувати гістограму частот.

Обчислити вибіркові характеристики (вибіркове середнє, вибіркову дисперсію, вибіркове середнє квадратичне відхилення, моду та медіану); знайти незміщені оцінки генеральної середньої та генеральної дисперсії.

- Вважаючи, що ознака X генеральної сукупності має нормальний розподіл, знайти довірчі інтервали для математичного сподівання a та середнього квадратичного відхилення σ з надійністю $\gamma = 0,95$.

Варіант	X
1	16, 20, 22, 21, 21, 24, 16, 18, 22, 20, 24, 18, 19, 21, 17, 17, 22, 20, 23, 14
2	44, 52, 47, 48, 46, 53, 48, 50, 47, 49, 51, 45, 46, 50, 51, 45, 52, 47, 42, 54
3	21, 19, 17, 23, 18, 22, 25, 20, 19, 18, 24, 21, 23, 17, 24, 25, 27, 20, 18, 22
4	25, 34, 33, 28, 27, 26, 30, 25, 33, 34, 35, 27, 29, 30, 35, 31, 35, 29, 30, 31
5	73, 68, 70, 65, 73, 71, 66, 69, 75, 70, 67, 67, 71, 76, 71, 72, 68, 74, 73, 70.
6	51, 55, 53, 54, 52, 60, 55, 50, 57, 54, 52, 57, 58, 53, 55, 56, 58, 52, 51, 56
7	46, 43, 50, 48, 53, 44, 47, 48, 49, 52, 50, 49, 43, 46, 47, 47, 45, 48, 49, 45
8	37, 33, 33, 32, 37, 30, 40, 34, 35, 34, 36, 35, 41, 32, 40, 34, 31, 39, 38, 35
9	55, 50, 56, 50, 51, 53, 50, 50, 48, 46, 51, 55, 53, 49, 52, 52, 50, 51, 48, 49
10	26, 22, 25, 29, 32, 24, 30, 26, 25, 28, 25, 22, 27, 29, 25, 30, 23, 22, 25, 28

Теми самостійних робіт

1. Прості та складені випадкові події. Простір елементарних подій.
2. Операції над подіями.
3. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей: перестановки, розміщення, комбінації.
4. Геометрична ймовірність. Статистична ймовірність.
5. Формула повної ймовірності та її застосування.
6. Формула Байєса та її застосування.
7. Повторні незалежні експерименти за схемою Бернуллі.
8. Локальна теорема. Формула Пуассона.
9. Інтегральна теорема та її застосування.
10. Використання формул теорії ймовірностей для оцінювання надійності роботи простих систем.
11. Вибіркова сукупність. Числові характеристики.
12. Центральні та початкові емпіричні моменти та їх знаходження.
13. Дискретний статистичний розподіл вибірки та його числові характеристики.
14. Інтервальний статистичний розподіл вибірки та його числові характеристики.
15. Побудова ліній регресії за методом найменших квадратів.
16. Точкові статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності.
17. Побудова довірчих інтервалів із заданою надійністю γ для D_T, σ_T .
18. Область прийняття гіпотези. Критична область. Критична точка.
19. Загальний алгоритм перевірки правильності нульової гіпотези.
20. Перевірка правильності нульової гіпотези про значення генеральної середньої.

II семестр

Модуль 1. Випадкові події. (100 б.)

Поточна робота – 25 б.

Індивідуальне завдання «Елементи комбінаторики та їх застосування» – 25 б.

Індивідуальне завдання «Незалежні випробування. Схема Бернуллі» – 25 б.

Контрольна робота «Основні формули додавання і множення ймовірностей» – 25 б.

Модуль 2. Випадкові величини (100 б.)

Поточна робота – 25 б.

Індивідуальне завдання «ДВВ, її характеристики та основні закони розподілу» – 25 б.

Індивідуальне завдання «НВВ, її характеристики та основні закони розподілу» – 25 б.

Контрольна робота «Двовимірна випадкова величина» – 25 б.

Модуль 3. Елементи математичної статистики (100 б.)

Поточна робота – 25 б.

Індивідуальне завдання «Вибірковий метод. Вибіркові характеристики» – 25 б.

Індивідуальне завдання «Перевірка статистичних гіпотез. Критерії узгодження» – 25 б.

Контрольна робота «Статистичні оцінки параметрів розподілу» – 25 б.

10. Шкала оцінювання результатів

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Примітки. 1. Відповідно до «Положення про кредитно-модульну систему навчання в НУБіП України», затвердженого ректором університету 03.04.2009 р., рейтинг студента з навчальної роботи $R_{нр}$ стосовно вивчення певної дисципліни визначається за формулою

$$R_{нр} = \frac{0,7 \cdot (R^{(1)}_{ЗМ} \cdot K^{(1)}_{ЗМ} + \dots + R^{(n)}_{ЗМ} \cdot K^{(n)}_{ЗМ})}{K_{дис}} + R_{др} - R_{штр},$$

де $R^{(1)}_{ЗМ}, R^{(n)}_{ЗМ}$ – рейтингові оцінки змістових модулів за 100-бальною шкалою; n – кількість змістових модулів; $K^{(1)}_{ЗМ}, \dots, K^{(n)}_{ЗМ}$ – кількість кредитів ECTS, передбачених робочим навчальним планом для відповідного змістового модуля; $K_{дис} = K^{(1)}_{ЗМ} + \dots + K^{(n)}_{ЗМ}$ – кількість кредитів ECTS, передбачених робочим навчальним планом для дисципліни у поточному семестрі; $R_{др}$ – рейтинг з додаткової роботи; $R_{штр}$ – рейтинг штрафний.

Наведену формулу можна спростити, якщо прийняти $K^{(1)}_{ЗМ} = \dots = K^{(n)}_{ЗМ}$.

Тоді вона буде мати вигляд

$$R_{нр} = \frac{0,7 \cdot (R^{(1)}_{ЗМ} + \dots + R^{(n)}_{ЗМ})}{n} + R_{др} - R_{штр}.$$

Рейтинг з додаткової роботи $R_{др}$ додається до $R_{нр}$ і не може перевищувати 20 балів. Він визначається лектором і надається студентам рішенням кафедри за виконання робіт, які не передбачені навчальним планом, але сприяють підвищенню рівня знань студентів з дисципліни.

Рейтинг штрафний $R_{штр}$ не перевищує 5 балів і віднімається від $R_{нр}$. Він визначається лектором і вводиться рішенням кафедри для студентів, які матеріал змістового модуля засвоїли невчасно, не дотримувалися графіка роботи, пропускали заняття тощо.

2. Згідно із зазначеним Положенням *підготовка і захист курсового проекту (роботи)* оцінюється за 100 бальною шкалою і далі переводиться в оцінки за національною шкалою та шкалою ECTS.

11. Методичне забезпечення

1. О.М. Нещадим, Р.Ф. Овчар. Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси і математична статистика. Навчально-методичний посібник для самостійної роботи студентів напряму підготовки 6.050101 «Комп'ютерні науки». — К: ЦП «Компринт», 2013.– 100 с.
2. Гнучій Ю.Б., Дюженкова О.Ю., Нещадим О.М., Овчар Р.Ф. Прикладна математика. Робочий зошит для індивідуальних занять студентів інженерних спеціальностей в II семестрі/ За заг. ред. О.Ю. Дюженкової.– К: ЦП «Компринт», 2012. – 107 с.

Основна література

1. Бохонов Ю. Є. Математичний аналіз: Диференціальне числення функції однієї змінної. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021.-162с.
2. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.1: – К: Книжк. вид-во Нац. авіац. ун-ту, 2009. – 296 с.
3. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.2: – К: Книжк. вид-во Нац. авіац. ун-ту, 2005. – 276 с.
4. Денисюк В.П., Репета В.К., Гаєва К.А., Клешня Н.О. Вища математика. Модульна технологія навчання. Навч. посібник: У 4 ч. – Ч.3: – К: Книжк. вид-во Нац. авіац. ун-ту, 2005. – 444 с.
5. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. «Теорія ймовірностей і математична статистика» Частина 1. Теорія ймовірностей. К.: КНЕУ, 2000. 304 с.
6. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. «Теорія ймовірностей і математична статистика» Частина 2. Математична статистика. К.: КНЕУ, 2001. 336 с.
7. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Практикум з курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика». — К.: КІНГ, 1991.
8. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Ігнатекс Україна. 2013. –648с.
9. Ліман Ф. Власенко В. Петренко С. Вища математика. Навчальний посібник в 2-х частинах. К.: Університетська книга, 2018, -612с.
10. Суліма І.М., Ковтун І.І., Радчик І.А. Вища математика, ч. 1. Елементи лінійної і векторної алгебри. Аналітична геометрія. – К.: НАУ, 2003, -216с.
11. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика, ч.2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. –К.: НАУ, 2003, -297с.
12. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика. Ч.3: Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. Навч. посібник – К.: Видав. центр Нац. аграр. ун-ту, 2004. – 232 с.
13. Суліма І.М., Яковенко В.М. Вища математика. Теорія ймовірностей. Математична статистика. Навч. посіб. — К.: Видав. центр Нац. аграр. ун-ту, 2004. – 238 с.

Допоміжна література

1. Бугір М.К. Математика для економістів: Лінійна алгебра, лінійні моделі. – К.: Видавничий центр “Академія”, 1998. – 268 с.
2. Валєєв К.Г., Джалладова І.Л. Вища математика: Навч. Посібник: У 2-х ч. –К.: КНЕУ, 2001. –ч. 1. –546 с.
3. Валєєв К.Г., Джалладова І.Л. Вища математика: Навч. Посібник: У 2-х ч. –К.: КНЕУ, 2001. –ч. 2. –451 с.
4. Вища математика: Збірник задач: Навч. посібник / В.П.Дубовик, І.І. Юрик, І.П. Вовкодав та ін. – К.: А.С.К., 2013. – 480 с.
5. Жильцов О.Б., Торбін Г.Н. Вища математика з елементами інформаційних технологій. –К.: МАУП, 2002. – 401 с.
6. Пак В.В. Носенко Ю.Л. Вища математика: підручник. –Д.: Сталкер, 2003. –496 с.
7. Пастушенко С.М., Підченко Ю.П. Вища математика. Основні поняття, формули, зразки розв’язування задач: Навч. посібник для студентів вищих закладів освіти. – К.: Діал., 2000.-160 с.