


НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

Кафедра вищої та прикладної математики




“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Директор ННІ Енергетики, автоматички і енергозбереження

 (Каплун В.В.)
2023 р.

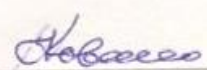
“СХВАЛЕНО”

на засіданні кафедри
вищої та прикладної математики
Протокол №14 від “01” травня 2023 р.
Завідувач кафедри (в.о.)

 (Панталієнко Л.А.)

“РОЗГЛЯНУТО”

Гарант ОП «151– «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Гарант ОП
 (Коваль В.В.)

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Спеціальність 151– «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Освітня програма «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

ННІ Енергетики, автоматички і енергозбереження

Розробник: Шостак Сергій Володимирович, доц., канд. фіз.-мат. наук

Київ – 2023 р.

1. Опис навчальної дисципліни

Спеціальні розділи вищої математики

(назва)

Галузь знань, спеціальність, освітня програма, освітній ступінь		
Освітній ступінь	Магістр	
Спеціальність	151– Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології	
Освітня програма	Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Нормативна	
Загальна кількість годин	120	
Кількість кредитів ECTS	4	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) <small>(якщо є в робочому навчальному плані)</small>		
Форма контролю	Екзамен	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	2023-2024	_____
Семестр	I	_____
Лекційні заняття	15 год.	_____ год.
Практичні, семінарські заняття	30 год.	_____ год.
Лабораторні заняття		_____ год.
Самостійна робота	75 год.	_____ год.
Індивідуальні завдання		_____ год.
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних самостійної роботи студента	3 год.	

2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни

Мета: Мета вивчення дисципліни “Спеціальні розділи вищої математики” полягає у виробленні твердих навиків дослідження та розв’язування певного кола задач, що мають як посереднє, так і безпосереднє відношення до даної спеціальності. При цьому передбачається, що глибоке засвоєння основних понять та методів теорії множин та оптимізації дозволить прискорити та покращити процес оволодіння загально-інженерними та спеціальними дисциплінами і в майбутньому опанувати ті додаткові розділи, в яких виникне потреба.

Завдання: Сучасний розвиток науки і техніки вимагає зміни традиційних підходів у побудові математичних моделей об'єктів керування сільськогосподарського призначення, розробки інформаційних систем та систем

автоматичного керування. Пояснюється ця обставина особливостями об'єктів керування, які мають біологічну складову, іноді неможливістю застосування до них стандартного математичного апарату. Математичні методи обробки, аналізу та перетворення інформації необхідні у всіх галузях наукової, господарської та інженерної сферах.

Основною задачею вивчення дисципліни “Спеціальні розділи вищої математики” є оволодіння спеціальними методами проведення аналізу і розв’язання прикладних інженерних задач, сприяють розвиткові логічного та алгоритмічного мислення.

Знання, набуті студентами при вивченні цієї дисципліни, знайдуть застосування як при подальшому навчанні і підготовці магістрів, так і під час майбутньої інженерно-технічної професійної діяльності в галузі створення та експлуатації систем управління і автоматики.

Вивчення дисципліни “ Спеціальні розділи вищої математики ” сприяє формуванню у студентів наступних компетентностей:

Інтегральна компетентність(ІК): Здатність розв’язувати складні задачі і проблеми у галузі автоматизації та комп’ютерно-інтегрованих технологій або у процесі навчання, що передбачає проведення досліджень та/або здійснення інновацій та характеризується невизначеністю умов і суперечливістю вимог.

Загальні компетентності (ЗК):

ЗК1. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК3. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

Фахові (спеціальні) компетентності (ФК):

СК9. Здатність застосовувати сучасні методи теорії автоматичного керування для розроблення автоматизованих систем управління технологічними процесами та об’єктами.

Програмні результати навчання (ПРН):

ПРН1. Здатність застосовувати сучасні методи теорії автоматичного керування для розроблення автоматизованих систем управління технологічними процесами та об’єктами.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- основні означення та операції теорії множин;
- відображення множин, їх зв’язок з функціями та відношеннями;
- спеціальні типи бінарних відношень;
- основи логічного числення;
- прийоми дослідження і розв’язування математично формалізованих задач оптимізації;
- місце і роль методів математики в сучасній фаховій діяльності інженерів.

вміти:

- самостійно конструювати множини;
- розрізняти типи відображень і відношень;
- виконувати операції з множинами та бінарними відношеннями;

- виконувати основні операції з булевими функціями;
- застосовувати апарат вищої математики при розв'язанні практичних задач оптимізації;
- аналізувати отримані результати,
- самостійного вивчати математичну літературу і проводити наукові дослідження.

3. Програма та структура навчальної дисципліни для

- повного терміну денної форми навчання

Змістовий модуль 1. Елементи теорії множин

Тема лекційного заняття 1. Множини. Множини, основні поняття. Операції з множинами. Основні закони і тотожності алгебри множин. Діаграми Ейлера.

Тема лекційного заняття 2. Відношення. Декартів добуток множин. Бінарні відношення, їх властивості. Способи задання відношень. Частково і повністю впорядковані множини. Операції над бінарними відношеннями. Обернені відношення.

Тема лекційного заняття 3. Булеві функції.

Поняття булевої функції. Основні тотожності, закони та властивості. Булеві змінні і функції. Унарні, бінарні, n -арні функції та їх основні властивості. Таблиці істинності. Основні означення булевої алгебри. Спрощення запису формул. Деякі властивості елементарних функцій. Наслідки з властивостей елементарних функцій.

Тема лекційного заняття 4. Диз'юнктивні і кон'юнктивні розкладання булевих функцій.

Диз'юнктивні і кон'юнктивні одночлени. Диз'юнктивні і кон'юнктивні нормальні форми. Теорема про розкладання функції за змінними. Принцип і закон двоїстості. Теорема про розкладання функції за змінними. Досконалі диз'юнктивна і кон'юнктивна нормальні форми.

Змістовий модуль 2. Задачі оптимізації з обмеженнями

Тема лекційного заняття 5. Задачі лінійного програмування та деякі методи її розв'язання.

Предмет та застосування математичного програмування. Класифікація задач математичного програмування. Приклади задач лінійного програмування. Приведення довільної задачі лінійного програмування до канонічного вигляду. Система обмежень та її розв'язки. Геометричне розв'язання задач лінійного програмування.

Тема лекційного заняття 6. Задача цілочислового програмування. Загальна постановка задачі лінійного цілочислового програмування і методи її розв'язання. Метод Р. Гоморі розв'язання задач лінійного цілочислового програмування .

Тема лекційного заняття 7. Симплексний метод.

4. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		
2		
...		

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Операції з множинами. Булеві функції. Таблиці істинності.	4
2	Булева алгебра. Спрощення формул. Перевірка еквівалентності формул.	4
3	Диз'юнктивні і кон'юнктивні нормальні форми.	4
4	Досконалі диз'юнктивна і кон'юнктивна нормальні форми.	4
5	Побудова математичних моделей задач ЛП.	4
6	Графічний метод розв'язування ЗЛП. Розв'язування цілочислових задач ЛП.	4
7	Симплексний метод розв'язування ЗЛП.	4
8	Знаходження опорного та оптимального розв'язку транспортної задачі.	2
	Разом	30

6. Теми самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Множини. Відношення.	18
2	Булеві функції	18
3	Графічний та симплексний методи розв'язування задач ЛП.	27
4	Транспортна задача	12

7. Зразки контрольних питань, тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

1–й модуль.

Контрольні запитання до модуля 1

1. Запишіть за допомогою позначень твердження, що елемент a належить множині A , а елемент b не належить множині A .
2. Назвіть відомі вам способи задання множин. В якому випадку не можна застосувати той або інший спосіб?
3. Які множини вважаються рівними?
4. Чи можуть два елементи однієї множини бути однаковими?
5. Яка множина називається універсальною?
6. Як позначається множина всіх підмножин деякої множини? Скільки елементів вона містить?
7. Наведіть приклади скінченних і нескінченних множин.
8. Чи може мати нескінченна множина нескінченну підмножину? Наведіть приклади
9. Дайте визначення декартова добутку множин.
10. Нехай A — деяка множина. Що означає запис A^2 , A^3 ?
11. Що називається відношенням над множинами?
12. Що таке бінарне, унарне відношення?
13. Назвіть способи задання відношень.
14. Дайте визначення властивостям: а) рефлексивності; б) антирефлексивності; в) симетричності; г) асиметричності; д) антисиметричності; е) транзитивності; є) антитранзитивності.
15. Чи може відношення мати не одну, а кілька властивостей?
16. Які змінні називаються булевими або логічними?
17. Дайте визначення булевої функції.
18. Що зображує область визначення і область значень булевої функції?
19. Які змінні називаються неістотними або фіктивними?
20. Як вилучати фіктивну змінну?
21. Які булеві функції називаються рівними?
22. Який пріоритет визначений для операцій алгебри логіки? Для якої цілі служить пріоритет операцій?
23. Яким чином здійснюється перехід від формули до таблиці істинності функції?
24. Дайте визначення двоїстої функції.
25. Які функції називаються самодвоїстими?
26. Яким чином формується таблиця істинності двоїстої функції?
27. Як визначити, використовуючи таблицю істинності булевої функції, чи є вона самодвоїстою чи ні.
28. Яким чином можна аналітичним шляхом одержати із заданої формулою функції двоїсту до неї?
29. Дайте визначення таких понять: елементарна кон'юнкція, елементарна диз'юнкція, конститuenta одиниці, конститuenta нуля.

30. Які властивості мають константи одиниці та константи нуля?
31. Сформулюйте визначення понять нормальних та досконалих нормальних форм булевих функцій.
32. В чому полягає задача мінімізації булевих функцій?
33. Дайте визначення поняттю імпліканти булевої функції.
34. Що зображує повна система імпліканти?
35. Яка імпліканти називається простою?
36. Дайте визначення скороченої, тупикової і мінімальної диз'юнктивних нормальних форм?
37. Назвіть основні кроки алгоритму мінімізації.

Завдання 1.

№ 1.1–20. Довести тотожність множин, використовуючи:

а) відношення належності елемента множині;

б) діаграми Ейлера-Венна.

- 1.1. $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$.
- 1.2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- 1.3. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.
- 1.4. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- 1.5. $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$.
- 1.6. $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.
- 1.7. $A \cap B = \overline{\bar{A} \cup \bar{B}}$.
- 1.8. $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.
- 1.9. $\overline{(\bar{A} \cup B)} = \overline{A \cap \bar{B}}$.
- 1.10. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$.
- 1.11. $\overline{\bar{A} \cup \bar{B}} = A \cap B$.
- 1.12. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
- 1.13. $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.
- 1.14. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.
- 1.15. $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$.
- 1.16. $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.
- 1.17. $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$;
- 1.18. $A \cap B = (\bar{A} \cup B) \cap A$.
- 1.19. $A \cup B = (A \Delta B) \Delta (A \cap B)$.

$$1.20. A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A).$$

Завдання 2.

№ 2.1–20. Перевірити еквівалентність формул А і В:

а) за допомогою таблиць істинності;

б) за допомогою еквівалентних перетворень;

в) знати ДДНФ і ДКНФ формули В.

$$2.1. A = x \oplus (y \leftrightarrow z), B = (x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z).$$

$$2.2. A = x \rightarrow (y \downarrow z), B = (x \rightarrow y) \downarrow (x \rightarrow z).$$

$$2.3. A = x(y \leftrightarrow z), B = xy \leftrightarrow xz.$$

$$2.4. A = x \leftrightarrow (y \oplus z), B = (x \leftrightarrow y) \oplus (x \leftrightarrow z).$$

$$2.5. A = x \rightarrow (y \leftrightarrow z), B = (x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow z).$$

$$2.6. A = x \rightarrow (y \oplus z), B = (x \rightarrow y) \oplus (x \rightarrow z).$$

$$2.7. A = x \downarrow (y \oplus z), B = (x \downarrow y) \oplus (x \downarrow z).$$

$$2.8. A = x \leftrightarrow (y|z), B = (x \leftrightarrow y)|(x \leftrightarrow z).$$

$$2.9. A = x(y \oplus z), B = (xy) \oplus (xz).$$

$$2.10. A = x \oplus (y|z), B = (x \oplus y)|(x \oplus z).$$

$$2.11. A = x(y|z), B = (xy)|(xz).$$

$$2.12. A = x \downarrow (y \leftrightarrow z), B = (x \downarrow y) \leftrightarrow (x \downarrow z).$$

$$2.13. A = x \vee (y \leftrightarrow z), B = (x \vee y) \leftrightarrow (x \vee z).$$

$$2.14. A = x \rightarrow (y \leftrightarrow z), B = (x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow z).$$

$$2.15. A = x(y \oplus z), B = (xy) \oplus (xz).$$

$$2.16. A = x \vee (y \rightarrow z), B = (x \vee y) \rightarrow (x \vee z).$$

$$2.17. A = x \oplus (y \rightarrow z), B = (x \oplus y) \rightarrow (x \oplus z).$$

$$2.18. A = x|(y \oplus z), B = (x|y) \oplus (xz).$$

$$2.19. A = x \vee (y \oplus z), B = (x \vee y) \oplus (x \vee z).$$

$$2.20. A = x \downarrow (y|z), B = (x \downarrow y)|(x \downarrow z).$$

2–й модуль.

Контрольні запитання до модуля 2

1. Дайте означення задач математичного програмування, лінійного програмування.
2. Що називається математичною моделлю економічної задачі і як будується така модель?
3. Назвіть еквівалентні форми задач лінійного програмування; вкажіть перетворення, які необхідно виконати для переходу від однієї форми до іншої.
4. Запишіть в різних виглядах (векторному, матричному, за допомогою сум) математичну модель загальної задачі лінійного програмування.
5. Дайте означення плану, не виродженого і виродженого опорного плану, оптимального плану. Запишіть загальну математичну модель задачі лінійного програмування.
6. Як звести задачу лінійного програмування до канонічної форми?
7. Які є форми запису задач лінійного програмування?
8. Поясніть геометричну інтерпретацію задачі лінійного програмування.
9. Який розв'язок задачі лінійного програмування називається допустимим?
10. Які задачі лінійного програмування можна розв'язувати графічним методом?
11. За яких умов задача лінійного програмування з необмеженою областю допустимих планів має розв'язок?
12. Суть алгоритму геометричного методу розв'язання задач лінійного програмування.
13. Який вигляд має симплексна таблиця?
14. Як визначається змінна, яка виводиться із базису, вводиться до базису, який елемент називається розв'язувальним?
15. Які перетворення потрібно виконати, щоб перейти до нового базису?
16. Коли цільова функція необмежена в області допустимих розв'язків?
17. Як формулюється двоїста задача, до задачі у стандартній формі, у канонічній формі?
18. Які задачі лінійного програмування називаються симетричними, несиметричними?
19. Сформулюйте теореми двоїстості, дайте їх економічне трактування.
20. Як за розв'язком початкової (двоїстої) задачі знайти розв'язок двоїстої (початкової) задачі?
21. Опишіть алгоритм двоїстого симплекс-методу.
22. Дайте постановку задач цілочислового програмування.
23. Наведіть приклади конкретних задач лінійного цілочислового програмування.
24. Дайте коротку характеристику методів розв'язування задач цілочислового програмування.
25. У чому полягає метод Гоморі?

26. Опишіть економічну і математичну постановку класичної транспортної задачі.
27. Чим відрізняється транспортна задача від загальної задачі лінійного програмування?
28. Сформулюйте необхідну і достатню умови існування розв'язку транспортної задачі.
29. Які ви знаєте властивості опорних планів транспортної задачі?
30. Які ви знаєте методи побудови опорного плану?
31. Що означає «виродження» опорного плану? Як його позбутися?
32. Назвіть етапи алгоритму методу потенціалів.
33. Як обчислюють потенціали?
34. Назвіть умови оптимальності транспортної задачі.

Завдання 3. Варіанти індивідуальних завдань

Варіант 1.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 8, \\ 7x_1 + 10x_2 \geq 97, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = x_1 + 4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$1.2. \begin{cases} -6x_1 + x_2 \geq 6, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 92, \\ 4x_1 - 3x_2 \geq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$-5x_1 + 8x_2 \rightarrow \min.$$

$$1.3. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + 4x_2 \leq 21, \\ 2x_1 + x_2 \leq 14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом.

$$1.4. \begin{cases} -5x_1 + x_2 \leq 3, \\ -x_1 + x_2 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 \leq 13, \\ 7x_1 - x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

$$1.5. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 \leq 40, \\ 5x_1 + 3x_2 \leq 68, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 38, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 35, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 4, 5.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ 7x_1 + 2x_2 \leq 35, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 \in N, \end{cases}$$

$$-x_1 + 5x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

$a_i \backslash b_j$	70	90	80	110
60	1	2	3	4
100	6	5	4	5
40	7	4	3	6
30	8	3	2	7
120	1	2	1	8

6.2.

$a_i \backslash b_j$	90	115	85	120
75	1	2	7	6
110	4	3	8	5
150	5	6	7	4

Варіант 2.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 8, \\ 3x_1 + x_2 \geq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = -3x_1 - x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -7x_1 + x_2 \geq 8, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 33, \\ 9x_1 + x_2 \geq 54, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + 5x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 1, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 23, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 19, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ 2x_1 + x_2 \leq 24, \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 27, \\ 7x_1 + 4x_2 \geq 46, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$5x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 5x_1 + 7x_2 \leq 23, \\ 5x_1 - 7x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	100	80	60	150
a_i				
130	1	7	8	1
70	6	2	6	2
50	1	5	3	5
80	5	2	4	4
60	6	4	3	3

6.2.

b_j	95	110	135	70
a_i				
200	1	7	2	6
180	8	1	5	3
120	7	4	2	5

Варіант 3.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 13, \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 29, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = 8x_1 + 2x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -6x_1 + x_2 \geq 1, \\ 5x_1 + 8x_2 \leq 61, \\ x_1 - x_2 \geq 7, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$-6x_1 + 5x_2 \rightarrow \min.$$

$$2.2. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ 3x_1 + x_2 \leq 18, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -6x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + x_2 \leq 7, \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 50, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 + 2x_2 \leq 30, \\ 3x_1 + x_2 \leq 30, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ 5x_1 + 3x_2 \geq 26, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 5x_1 + 9x_2 \leq 64, \\ 7x_1 - 11x_2 \leq 7, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	40	80	70	140
a_i				
50	1	2	3	4
100	2	1	4	3
30	3	8	5	2
60	4	7	6	1
90	5	6	7	8

6.2.

b_j	110	105	70	160
a_i				
85	8	7	6	5
120	5	6	7	4
140	4	2	8	3

Варіант 4.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \geq 15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = -2x_1 - 5x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \geq 3, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 20, \\ 4x_1 + x_2 \geq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -7x_1 + x_2 \leq 3, \\ -2x_1 + x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1 - 3x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 18, \\ 7x_1 + 2x_2 \leq 66, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \geq 14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 20, \\ 9x_1 - 7x_2 \leq 27, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$5x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	75	85	40	90
a_i				
65	1	3	5	7
30	8	6	4	2
60	2	4	6	8
80	7	5	3	1
55	1	3	4	2

6.2.

b_j	100	70	115	90
a_i				
160	1	3	4	6
130	2	7	8	1
145	5	2	3	8

Варіант 5.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 28, \\ 6x_1 + 5x_2 \geq 41, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = x_1 + 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ 5x_1 + x_2 \geq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -7x_1 + x_2 \leq 6, \\ 11x_1 + 3x_2 \leq 50, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$11x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 3, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 19, \\ 4x_1 - x_2 \leq 14, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -6x_1 + 5x_2 \leq 19, \\ x_1 + 3x_2 \leq 39, \\ 7x_1 - x_2 \leq 53, \\ x_1 - 4x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$6x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 3, \\ 5x_1 + 7x_2 \leq 40, \\ 5x_1 - 7x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 \in N, \end{cases}$$

$$2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	130	145	85	60
a_i				
80	3	2	4	1
65	2	3	1	5
75	3	2	4	4
80	1	2	3	4
120	6	7	8	9

6.2.

b_j	130	95	55	155
a_i				
95	5	1	3	4
125	6	2	7	4
160	1	5	8	3

Варіант 6.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 35, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = -x_1 - 4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 + 4x_2 \leq 21, \\ 2x_1 + x_2 \geq 14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 5x_2 \leq 36, \\ 3x_1 + x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$6.4. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 4x_2 \leq 21, \\ x_1 + x_2 \leq 9, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$6.5. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 5x_2 \leq 48, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 40, \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 17, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 11x_2 \leq 58, \\ 7x_1 - 11x_2 \leq 7, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	70	160	55	90
a_i				
60	2	4	1	3
80	4	6	5	4
45	3	7	9	5
110	2	3	4	1
80	4	5	6	7

6.2.

b_j	105	90	125	130
a_i				
170	2	4	1	3
200	4	6	3	7
175	5	1	2	5

Варіант 7.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 \leq 27, \\ 7x_1 + 4x_2 \geq 46, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = 5x_1 + x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -7x_1 + x_2 \geq 7, \\ 6x_1 + x_2 \geq 20, \\ x_1 - x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 - x_2 \rightarrow \min.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 + 3x_2 \leq 28, \\ 2x_1 + x_2 \leq 21, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 + 3x_2 \leq 40, \\ 4x_1 + x_2 \leq 50, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 7x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -10x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 8x_1 + 7x_2 \leq 82, \\ 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	30	90	160	95
a_i				
55	1	5	3	4
100	2	4	5	8
80	3	3	6	4
60	7	2	1	5
80	3	1	6	2

6.2.

b_j	150	65	85	125
a_i				
105	6	2	5	1
110	3	4	2	6
85	1	4	1	8

Варіант 8.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ 5x_1 + 3x_2 \geq 26, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = -x_1 - 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ 3x_1 + x_2 \geq 18, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 5, \\ 7x_1 + 2x_2 \leq 25, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 22, \\ 7x_1 - 5x_2 \leq 7, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 - 4x_2 \rightarrow \min.$$

$$3.2. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 7, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 29, \\ x_1 + x_2 \leq 19, \\ 8x_1 - 5x_2 \leq 22, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 2, \\ -5x_1 + 11x_2 \leq 50, \\ 15x_1 - 11x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	75	150	95	100
a_i				
85	1	2	3	4
50	8	7	6	5
65	2	4	6	8
90	6	5	3	1
130	9	2	6	3

6.2.

b_j	110	80	55	130
a_i				
150	1	7	6	5
170	2	2	3	4
65	3	6	7	1

Варіант 9.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 2, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \geq 14, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = 2x_1 + 4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 13, \\ 2x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ 4x_1 + x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + 6x_2 \leq 31, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 - 2x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 36, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 45, \\ x_1 - x_2 \leq 5, \\ x_1 + 2x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 1, \\ 7x_1 + 15x_2 \leq 93, \\ x_1 - 2x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 5x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	50	110	145	85
a_i				
65	3	2	4	1
75	2	3	1	5
70	3	2	4	4
80	1	2	3	4
100	6	7	8	9

6.2.

b_j	140	85	115	95
a_i				
95	1	3	5	7
190	6	1	5	3
110	4	2	4	6

Варіант 10.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -6x_1 + 5x_2 \leq 19, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = -6x_1 - x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -7x_1 + x_2 \geq 6, \\ 11x_1 + 3x_2 \geq 50, \\ 2x_1 - x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$9x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 2, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 23, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 6, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 44, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 22, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 62, \\ 4x_1 - x_2 \leq 29, \\ x_1 - 4x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 13x_1 + 3x_2 \leq 42, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	80	140	65	30
a_i				
90	2	4	1	3
40	4	6	5	4
55	3	7	9	5
70	2	3	4	1
60	4	5	6	7

6.2.

b_j	115	70	175	90
a_i				
160	8	1	3	2
145	7	6	1	5
175	3	5	4	4

Варіант 11.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 6, \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 17, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = 2x_1 + 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 + 5x_2 \leq 36, \\ 3x_1 + x_2 \geq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 7x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -5x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + 2x_2 \leq 17, \\ 7x_1 + x_2 \leq 28, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + x_2 \leq 11, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + 2x_2 \leq 22, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 23, \\ 2x_1 + x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 23, \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$2x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	70	130	120	75
a_i				
65	8	7	6	5
50	7	8	7	4
95	6	3	6	3
100	5	4	5	2
85	4	3	2	1

6.2.

b_j	120	75	145	65
a_i				
115	1	8	2	1
185	3	7	6	2
180	5	3	5	4

Варіант 12.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 8, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = -x_1 - 7x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \geq 5, \\ 7x_1 + 2x_2 \geq 25, \\ x_1 - x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 1, \\ -x_1 + x_2 \leq 4, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 26, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 21, \\ x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 56, \\ x_1 + 8x_2 \geq 34, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 1, \\ 5x_1 + 7x_2 \leq 46, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	85	130	95	110
a_i				
120	1	7	6	5
65	2	8	5	4
75	3	8	4	3
60	4	7	3	2
100	5	6	2	1

6.2.

b_j	120	60	145	70
a_i				
150	1	3	8	5
90	4	1	2	7
175	6	5	3	2

Варіант 13.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 7, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 29, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = 3x_1 + 4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ 2x_1 - x_2 \geq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 - x_2 \rightarrow \min.$$

$$2.2. \begin{cases} -6x_1 + x_2 \leq 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 23, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -4x_1 + 3x_2 \leq 14, \\ x_1 + x_2 \leq 14, \\ 4x_1 + x_2 \leq 35, \\ x_1 - 4x_2 \geq 4, \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 22, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 7x_1 + 3x_2 \leq 27, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 2x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	30	125	105	80
a_i				
45	6	4	3	1
90	5	2	2	8
60	1	3	7	7
70	4	6	6	3
75	5	5	4	2

6.2.

b_j	100	70	165	90
a_i				
65	7	1	3	8
140	5	8	4	1
120	7	6	2	3

Варіант 14.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = -x_1 - 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \geq 1, \\ x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ 4x_1 + x_2 \geq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -7x_1 + x_2 \leq 3, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 34, \\ x_1 - 3x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 3x_2 \leq 31, \\ 3x_1 + x_2 \leq 29, \\ 2x_1 - x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -4x_1 + 3x_2 \leq 23, \\ x_1 + 3x_2 \leq 43, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 36, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 24, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 29, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 47, \\ 4x_1 - x_2 \leq 32, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	90	120	85	60
a_i				
100	3	4	5	6
70	2	3	2	7
85	1	4	1	8
80	2	5	6	7
20	3	4	5	6

6.2.

b_j	125	50	165	80
a_i				
60	6	7	1	3
80	8	8	5	4
110	1	2	7	6

Варіант 15.

I. Знайти F_{\max} і F_{\min} в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \leq 29, \\ x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$F = 3x_1 + 2x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

$$2.1. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \geq 2, \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 23, \\ 2x_1 - x_2 \geq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$$

$$2.2. \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 \rightarrow \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$3.1. \begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 + 5x_2 \leq 41, \\ 4x_1 + x_2 \leq 31, \\ 3x_1 - x_2 \leq 18, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

$$3.2. \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + 5x_2 \leq 53, \\ 3x_1 + x_2 \leq 33, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12, \\ x_1 + x_2 \geq 9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 5, \\ 7x_1 + 11x_2 \leq 91, \\ 7x_1 - 3x_2 \leq 42, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

b_j	90	115	85	120
a_i				
75	1	2	7	6
110	4	3	8	5
50	5	6	7	4
95	2	1	2	3
80	3	4	5	6

6.2.

b_j	80	60	140	115
a_i				
130	5	6	7	8
95	1	3	8	5
105	2	1	4	7

8. Методи навчання

Використовуються такі методи навчання: словесні – розповідь, пояснення, лекція; наочні – демонстрація, ілюстрація; практичні – лабораторна робота, практична робота, вправи.

До методів вивчення належать також і наукові методи вивчення: спостереження і дослід, аналіз і синтез, індуктивний та дедуктивний методи.

Навчальні методи вивчення, що пов'язані з діяльністю студентів: самостійна робота, евристичний метод, метод програмованого навчання, проблемний метод, навчання на моделях.

За рівнем самостійної розумової діяльності використовуються методи: проблемний, частково-пошуковий, дослідницький.

9. Форми контролю

Модульно-рейтингова система
з дисципліни „Спеціальні розділи вищої математики”,
І семестр, АКІТ, І курс (4 кредити)

Модуль 1. Елементи теорії множин (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Контрольна робота „ Множини. Булеві функції” – 25б.

Індивідуальне завдання „ Множини. Булеві функції ” – 25б.

Модульна контрольна робота №1 – 25б.

Модуль 2. Задачі оптимізації з обмеженнями. (100 б.)

Поточна робота. – 25б.

Контрольна робота „ Графічний та симплексний метод” – 25б.

Індивідуальне завдання „ Задачі оптимізації з обмеженнями ” – 25б.

Модульна контрольна робота №2 – 25б.

10. Розподіл балів, які отримують студенти. Оцінювання знань студента відбувається за 100-бальною шкалою і переводиться в національні оцінки згідно з табл. 1 «Положення про екзамени та заліки у НУБіГІ України» (наказ про уведення в дію від 03.03.2021 р. протокол № 7)

Таблиця 1. Співвідношення між рейтингом студента і національною оцінкою.

Рейтинг студента, бали	Оцінка національна за результати складання	
	Екзаменів	Заліків
90 – 100	Відмінно	Зараховано
74-89	Добре	
60-73	Задовільно	
0-59	Незадовільно	Не зараховано

Для визначення рейтингу студента із засвоєння дисципліни $R_{\text{дис}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації $R_{\text{ат}}$ (до 30 балів) додається до рейтингу студента з навчальної роботи $R_{\text{нр}}$ (до 70 балів): $R_{\text{дис}} = R_{\text{нр}} + R_{\text{ат}}$

11. Навчально-методичне забезпечення

1. Батечко Н.Г., Шостак С.В. Спеціальні розділи вищої математики з елементами комп'ютерного моделювання. – К.: ЦП «Компринт», 2022. – 189 с.
2. Гнучій Ю.Б., Нецадим О.М., Конишев В.С. Дискретна математика: Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань. – К.: НУБіП, 2009. – 24 с.
3. Бондаренко М. Ф. та ін. Збірник тестових завдань з дискретної математики/М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, І. Ю. Шубін.— Харків: ХТУРЕ, 2000.— 156 с.
4. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. – К.: ЗАТ “ВІПОЛ”, 2000. – 688 с.
5. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є. Дискретна математика, К.: Вища школа, 2008. – 383 с.
6. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп'ютерна дискретна математика: Підручник. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. - 480 с.

12. Рекомендовані джерела інформації

Базові

1. Кузьменко Б.В., Лисенко В.П. Спеціальні розділи вищої математики. – К.: Фенікс, 2006. – 416 с.
2. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп'ютерна дискретна математика: Підручник. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. - 480 с.
3. Бондаренко М. Ф. та ін. Збірник тестових завдань з дискретної математики/М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, І. Ю. Шубін.— Харків: ХТУРЕ, 2000.— 156 с.
4. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. – К.: ЗАТ “ВІПОЛ”, 2000. – 688 с.
5. Кузьменко Б.В., Лисенко В.П. Спеціальні розділи вищої математики. – К.: Фенікс, 2006. – 416 с.
6. Ларіонов Ю. І., Марченко Л. С., Хаджмурадов М. А. Дослідження операцій. Ч. 1: Навч. посібник.– Х.: ВД “ІНЖЕК”, 2004. – 352 с.
7. Мартиненко М.А., Нецадим О.М., Сафонов В.М. Математичне програмування: Підручник. – К.: Четверта хвиля, 2009. – 308 с.
8. Толбатов Ю.А., Толбатов Є.Ю. Математичне програмування: Підручник – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008.- 432 с.

Допоміжні

1. Бардачов Ю. М., Соколова Н. А., Ходаков В. Є. Дискретна математика: Підручник. – К.: Вища школа, 2007. – 383 с.
2. Глибовець М. М. Основи комп'ютерних алгоритмів. – К.: Видавничий дім „КМ Академія”, 2003. – 452 с.
3. Кривий С. Л. Дискретна математика: Вибрані питання. – К.: Видавничий дім „Києво-Могилянська академія”, 2007. – 572 с.
4. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
5. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: Підручник. — 4-те вид., перероб. і допов. — К., 2000. — 688 с.
6. Наконечний С. І., Гвоздецька Л. В. Збірник задач з курсу «Математичне програмування». Частина 1.: Навч. посібник. — К.: ІСОД, 1996. — 128 с.
7. Романюк Т. П., Терещенко Т. О., Присенко Г. В., Городкова І. М. Математичне програмування: Навч. посіб. — К.: ІЗМН, 1996. — 312 с.

Інформаційні ресурси

1. Електронний навчальний курс дисципліни «Спеціальні розділи вищої математики» на платформі elearn <https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=68>
2. Вища математика: Збірник задач [Електронний ресурс] – <http://youalib.com/content/Вища-математика-збірник-задач-під-ред-дубовика-вп-юрика-іі>
3. Вища математика в прикладах і задачах [Електронний ресурс] – https://www.studmed.ru/klepko-vyu-golec-vl-vischa-matematika-v-prikladah-zadachah_3488237120c.html
4. Вища математика. Загальний курс. Математичний аналіз і диференціальні рівняння [Електронний ресурс] – <https://www.twirpx.com/file/1273753/>
5. Вища математика із застосуванням інформаційних технологій [Електронний ресурс] – <https://nmetau.edu.ua/file/vm.pdf>