**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра вищої та прикладної математики

**"ЗАТВЕРДЖУЮ"**
Директор ННІ Енергетики,
автоматики і енергозбереження
_____ Каплун В.В.
"___" _____ 20__ р.

**"СХВАЛЕНО"**
на засіданні кафедри
вищої та прикладної математики
Протокол №20 від "18" 05. 2022 р.
Завідувач кафедри
_____(Батечко Н.Г.)

**"РОЗГЛЯНУТО"**
Гарант ОПП «151– «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
Гарант ОПП
_____ (Коваль В.В.)

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

# СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Спеціальність 151– «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
Освітньо-професійна програма «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
ННІ Енергетики, автоматики і енергозбереження
Розробник: Шостак Сергій Володимирович, доц., канд. фіз.-мат. наук

Київ – 2022 р.

## 1. Опис навчальної дисципліни

Спеціальні розділи вищої математики

(назва)

| **Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень** | | |
|---|---|---|
| Освітній ступінь | Магістр | |
| Спеціальність | 151– Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології | |
| Освітньо-професійна програма | Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології | |
| **Характеристика навчальної дисципліни** | | |
| Вид | Нормативна | |
| Загальна кількість годин | 120 | |
| Кількість кредитів ECTS | 4 | |
| Кількість змістових модулів | 2 | |
| Курсовий проект (робота)<br>(якщо є в робочому навчальному плані) | | |
| Форма контролю | Іспит | |
| **Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання** | | |
| | денна форма навчання | заочна форма навчання |
| Рік підготовки | 2022-2023 | _____ |
| Семестр | I | _____ |
| Лекційні заняття | 15 год. | _____год. |
| Практичні, семінарські заняття | 30 год. | _____год. |
| Лабораторні заняття | | _____год. |
| Самостійна робота | 75 год. | _____год. |
| Індивідуальні завдання | | _____год. |
| Кількість тижневих годин<br>для денної форми навчання:<br>аудиторних<br>самостійної роботи студента | 3 год. | |

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** Мета вивчення дисципліни “Спеціальні розділи вищої математики” полягає у виробленні твердих навиків дослідження та розв’язування певного кола задач, що мають як посереднє, так і безпосереднє відношення до даної спеціальності. При цьому передбачається, що глибоке засвоєння основних понять та методів дискретної математики, та оптимізації дозволить прискорити та покращити процес оволодіння загально-інженерними та спеціальними дисциплінами і в майбутньому опанувати ті додаткові розділи, в яких виникне потреба.

**Завдання:** Сучасний розвиток науки і техніки вимагає зміни традиційних підходів у побудові математичних моделей об'єктів керуваня сільськогосподарського призначення, розробки інформаційних систем та систем автоматичного керування. Пояснюється ця обставина особливостями об'єктів керування, які мають біологічну складову, іноді неможливістю застосування до них стандартного математичного апарату. При цьому основні способи подання інформації є дискретними: це слова та конструкції мов і граматик - природних і формалізованих; табличні масиви реальних даних у технічних системах та науково-природних спостереженнях; дані господарської, соціальної, демографічної, історичної статистики тощо.

Для кількісного аналізу та обчислювальних перетворень неперервних процесів доводиться їх “дискретизувати”. Часто для аналізу реальних систем з неперервними конструктивними елементами будуються моделі скінченної або дискретної математики. Математичні методи обробки, аналізу та перетворення дискретної інформації необхідні у всіх галузях наукової, господарської та інженерної сферах.

Основною задачею вивчення дисципліни “Спеціальні розділи вищої математики” є оволодіння спеціальними методами проведення аналізу і розв’язання прикладних інженерних задач, сприяють розвиткові логічного та алгоритмічного мислення.

Знання, набуті студентами при вивченні цієї дисципліни, знайдуть застосування як при подальшому навчанні і підготовці магістрів, так і під час майбутньої інженерно-технічної професійної діяльності в галузі створення та експлуатації систем управління і автоматики.

Вивчення дисципліни “ Спеціальні розділи вищої математики ” сприяє формуванню у студентів наступних компетентностей.

***Загальні компетентності:***

К01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

К05. Здатність до пошуку, опрацювання та аналізу інформації з різних джерел.

***Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:***

К11. Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації;

К14. Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного

моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій.

Це забезпечує досягнення програмних результатів навчання ПР01, ПР06:

| | |
|---|---|
| ПР01. | Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації. |
| ПР06. | ПР06. Вміти застосовувати методи системного аналізу, моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних та імітаційних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій. |

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- основні означення та операції теорії множин;
- відображення множин, їх зв'язок з функціями та відношеннями;
- спеціальні типи бінарних відношень;
- основи логічного числення;
- прийоми дослідження і розв'язування математично формалізованих задач оптимізації;
- місце і роль методів математики в сучасній фаховій діяльності інженерів.

**вміти:**

- самостійно конструювати множини;
- розрізняти типи відображень і відношень;
- виконувати операції з множинами та бінарними відношеннями;
- виконувати основні операції з булевими функціями;
- застосовувати апарат вищої математики при розв'язанні практичних задач оптимізації;
- аналізувати отримані результати,
- самостійного вивчати математичну літературу і проводити наукові дослідження.

## 3. Програма та структура навчальної дисципліни для

- повного терміну денної форми навчання

### Змістовий модуль 1. Елементи дискретної математики

**Тема лекційного заняття 1.** ***Множини.*** Множини, основні поняття. Операції з множинами. Основні закони і тотожності алгебри множин. Діаграми Ейлера.

**Тема лекційного заняття 2.** ***Відношення.*** Декартів добуток множин. Бінарні відношення, їх властивості. Способи задання відношень. Частково і повністю впорядковані множини. Операції над бінарними відношеннями. Обернені відношення.

**Тема лекційного заняття 3.** ***Булеві функції.***

Поняття булевої функції. Основні тотожності, закони та властивості. Булеві змінні і функції. Унарні, бінарні, *n*–арні функції та їх основні властивості. Таблиці істинності. Основні означення булевої алгебри. Спрощення запису формул. Деякі властивості елементарних функцій. Наслідки з властивостей елементарних функцій.

**Тема лекційного заняття 4.** ***Диз'юнктивні і кон'юнктивні розкладання булевих функцій.***

Диз'юнктивні і кон'юнктивні одночлени. Диз'юнктивні і кон'юнктивні нормальні форми. Теорема про розкладання функції за змінними. Принцип і закон двоїстості. Теорема про розкладання функції за змінними. Досконалі диз'юктивна і кон'юктивна нормальні форми.

**Змістовий модуль 2. <u>Задачі оптимізації з обмеженнями</u>**

**Тема лекційного заняття 5.** ***Задачі лінійного програмування та деякі методи її розв'язання.***

Предмет та застосування математичного програмування. Класифікація задач математичного програмування. Приклади задач лінійного програмування. Приведення довільної задачі лінійного програмування до канонічного вигляду. Система обмежень та її розв'язки. Геометричне розв'язання задач лінійного програмування.

**Тема лекційного заняття 6.** ***Задача цілочислового програмування.*** Загальна постановка задачі лінійного цілочислового програмування і методи її розв'язання. Метод Р. Гоморі розв'язання задач лінійного цілочислового програмування .

**Тема лекційного заняття 7.** ***Симплексний метод.***

Симплексний метод у випадку допустимого початкового розв'язку. Алгоритм симплексного методу. Двоїста задача. Складання двоїстої задачі. Основні теореми двоїстості.

**Тема лекційного заняття 8.** ***Транспортна задача.***

Математична модель транспортної задачі. Алгоритм розв'язання транспортної задачі. Знаходження опорного плану транспортної задачі. Правило врахування найменших затрат. Правило „північно-західного кута". Знаходження оптимального плану транспортної задачі.

| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | денна форма | | | | | | | Заочна форма | | | | | |
| | Тижні | усього | у тому числі | | | | | усього | у тому числі | | | | |
| | | | л | п | лаб | інд | с.р. | | л | п | лаб | інд | с.р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **I семестр**<br>**Змістовий модуль 1. Елементи дискретної математики** | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Множини. | 1 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 2. Відношення | 2 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 3. Булеві функції | 3 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 4. Диз'юнктивні і кон'юнктивні розкладання булевих функцій. | 4 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| **Разом за змістовим модулем 1** | | **60** | **8** | **16** | | | **36** | | | | | | |
| **Змістовий модуль 2. Задачі оптимізації з обмеженнями.** | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 5. Задачі лінійного програмування та деякі методи її розв'язання. | 5 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 6. Задача цілочислового програмування | 6 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 7. Симплексний метод. | 7 | 15 | 2 | 4 | | | 9 | | | | | | |
| Тема 8. Транспортна задача. | 8 | 15 | 1 | 2 | | | 12 | | | | | | |
| **Разом за змістовим модулем 2** | | **60** | **7** | **14** | | | **39** | | | | | | |
| **Усього годин** | | **120** | **15** | **30** | | | **75** | | | | | | |
| Курсовий проект (робота) з _____ _____<br>(якщо є в робочому навчальному плані) | | | **-** | **-** | **-** | | **-** | | **-** | **-** | **-** | | **-** |
| Усього годин | | | | | | | | | | | | | |

## 4. Теми семінарських занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| ... | | |

## 5. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | Операції з множинами. Булеві функції. Таблиці істинності. | 4 |
| 2 | Булева алгебра. Спрощення формул. Перевірка еквівалентності формул. | 4 |
| 3 | Диз'юнктивні і кон'юнктивні нормальні форми. | 4 |
| 4 | Досконалі диз'юктивна і кон'юктивна нормальні форми. | 4 |
| 5 | Побудова математичних моделей задач ЛП. | 4 |
| 6 | Графічний метод розв'язування ЗЛП. Розв'язування цілочислових задач ЛП. | 4 |
| 7 | Симплексний метод розв'язування ЗЛП. | 4 |
| 8 | Знаходження опорного та оптимальногорозв'язку транспортної задачі. | 2 |
| | **Разом** | **30** |

## 6. Теми лабораторних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | ... | ... |

## 7. Самостійна робота під керівництвом НПП

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|---|---|---|
| 1 | ... | ... |
| 2 | ... | ... |
| | Разом | |

## 8. Контрольні запитання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

### 1–й модуль.

### Контрольні запитання до модуля 1

1.Запишіть за допомогою позначень твердження, що елемент *a* належить множині *A*, а елемент *b* не належить множині *A*.

2. Назвіть відомі вам способи задання множин. В якому випадку не можна застосувати той або інший спосіб?

3.Які множини вважаються рівними?

4.Чи можуть два елементи однієї множини бути однаковими?

5.Яка множина називається універсальною?

6.Як позначається множина всіх підмножин деякої множини? Скільки елементів вона містить?

7. Наведіть приклади скінченних і нескінченних множин.

8. Чи може мати нескінченна множина нескінченну підмножину ? Наведіть приклади

9. Дайте визначення декартова добутку множин.

10. Нехай $A$ — деяка множина. Що означає запис $A^2$, $A^3$?

11. Що називається відношенням над множинами?

12. Що таке бінарне, унарне відношення?

13. Назвіть способи задання відношень.

14. Дайте визначення властивостям:а) рефлексивності;

б) антирефлексивності; в) симетричності; г) асиметричності;

д) антисиметричності; е) транзитивності; є) антитранзитивності.

15. Чи може відношення мати не одну, а кілька властивостей?

16. Які змінні називаються булевими або логічними?

17. Дайте визначення булевої функції.

18. Що зображує область визначення і область значень булевої функції?

19. Які змінні називаються неістотними або фіктивними?

20. Як вилучати фіктивну змінну?

21. Які булеві функції називаються рівними?

22. Який пріоритет визначений для операцій алгебри логіки? Для якої цілі служить пріоритет операцій?

23. Яким чином здійснюється перехід від формули до таблиці істинності функції?

24. Дайте визначення двоїстої функції.

25. Які функції називаються самодвоїстими?

26. Яким чином формується таблиця істинності двоїстої функції?

27. Як визначити, використовуючи таблицю істинності булевої функції, чи є вона самодвоїстою чи ні.

28. Яким чином можна аналітичним шляхом одержати із заданої формулою функції двоїсту до неї?

29. Дайте визначення таких понять: елементарна кон'юнкція,

елементарна диз'юнкція, конституента одиниці, конституента нуля.

30. Які властивості мають конституенти одиниці та конституенти нуля?

31. Сформулюйте визначення понять нормальних та досконалих нормальних форм булевих функцій.

32. В чому полягає задача мінімізації булевих функцій?

33. Дайте визначення поняттю імпліканти булевої функції.

34. Що зображує повна система імплікант?

35. Яка імпліканта називається простою?

36. Дайте визначення скороченої, тупикової і мінімальної диз'юнктивних нормальних форм?

37. Назвіть основні кроки алгоритму мінімізації.

## Завдання 1.

**№ 1.1–20.** Довести тотожність множин, використовуючи:

а) відношення належності елемента множині;

б) діаграми Ейлера-Венна.

1.1. $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$.

1.2. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

1.3. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

1.4. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

1.5. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

1.6. $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

1.7. $A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$.

1.8. $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.

1.9. $(\overline{A} \cup B) = \overline{A \cap \overline{B}}$.

1.10. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$.

1.11. $\overline{\overline{A} \cup \overline{B}} = A \cap B$.

1.12. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

1.13. $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.

1.14. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

1.15. $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$.

1.16. $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

1.17. $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$;

1.18. $A \cap B = (\overline{A} \cup B) \cap A$.

1.19. $A \cup B = (A \Delta B) \Delta (A \cap B)$.

1.20. $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$.

**Завдання 2.**

**№ 2.1–20.** Перевірити еквівалентність формул A і B:

а) за допомогою таблиць істинності;

б) за допомогою еквівалентних перетворень;

в) знати ДДНФ і ДКНФ формули B.

2.1. $A = x \oplus (y \leftrightarrow z)$, $B = (x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z)$.

2.2. $A = x \to (y \downarrow z)$, $B = (x \to y) \downarrow (x \to z)$.

2.3. $A = x(y \leftrightarrow z)$, $B = xy \leftrightarrow xz$.

2.4. $A = x \leftrightarrow (y \oplus z)$, $B = (x \leftrightarrow y) \oplus (x \leftrightarrow z)$.

2.5. $A = x \to (y \leftrightarrow z)$, $B = (x \to y) \leftrightarrow (x \to z)$.

2.6. $A = x \to (y \oplus z)$, $B = (x \to y) \oplus (x \to z)$.

2.7. $A = x \downarrow (y \oplus z)$, $B = (x \downarrow y) \oplus (x \downarrow z)$.

2.8. $A = x \leftrightarrow (y|z)$, $B = (x \leftrightarrow y)|(x \leftrightarrow z)$.

2.9. $A = x(y \oplus z)$, $B = (xy) \oplus (xz)$.

2.10. $A = x \oplus (y|z)$, $B = (x \oplus y)|(x \oplus z)$.

2.11. $A = x(y|z)$, $B = (xy)|(xz)$.

2.12. $A = x \downarrow (y \leftrightarrow z)$, $B = (x \downarrow y) \leftrightarrow (x \downarrow z)$.

2.13. $A = x \vee (y \leftrightarrow z)$, $B = (x \vee y) \leftrightarrow (x \vee z)$.

2.14. $A = x \to (y \leftrightarrow z)$, $B = (x \to y) \leftrightarrow (x \to z)$.

2.15. $A = x(y \oplus z)$, $B = (xy) \oplus (xz)$.

2.16. $A = x \vee (y \to z)$, $B = (x \vee y) \to (x \vee z)$.

2.17. $A = x \oplus (y \to z)$, $B = (x \oplus y) \to (x \oplus z)$.

2.18. $A = x|(y \oplus z)$, $B = (x|y) \oplus (xz)$.

2.19. $A = x \vee (y \oplus z)$, $B = (x \vee y) \oplus (x \vee z)$.

2.20. $A = x \downarrow (y|z)$, $B = (x \downarrow y)|(x \downarrow z)$.

**2–й модуль.**

## Контрольні запитання до модуля 2

1. Дайте означення задач математичного програмування, лінійного програмування.
2. Що називається математичною моделлю економічної задачі і як будується така модель?
3. Назвіть еквівалентні форми задач лінійного програмування; вкажіть перетворення, які необхідно виконати для переходу від однієї форми до іншої.
4. Запишіть в різних виглядах (векторному, матричному, за допомогою сум) математичну модель загальної задачі лінійного програмування.
5. Дайте означення плану, невиродженого і виродженого опорного плану, оптимального плану.Запишіть загальну математичну модель задачі лінійного програмування.
6. Як звести задачу лінійного програмування до канонічної форми?
7. Які є форми запису задач лінійного програмування?
8. Поясніть геометричну інтерпретацію задачі лінійного програмування.
9. Який розв’язок задачі лінійного програмування називається допустимим?
10. Які задачі лінійного програмування можна розв’язувати графічним методом?
11. За яких умов задача лінійного програмування з необмеженою областю допустимих планів має розв’язок?
12. Суть алгоритму геометричного методу розв’язання задач лінійного програмування.
13. Який вигляд має симплексна таблиця?
14. Як визначається змінна, яка виводиться із базису, вводиться до базису, який елемент називається розв’язувальним?
15. Які перетворення потрібно виконати, щоб перейти до нового базису?
16. Коли цільова функція необмежена в області допустимих розв’язків?
17. Як формулюється двоїста задача, до задачі у стандартній формі, у канонічній формі?
18. Які задачі лінійного програмування називаються симетричними, несиметричними?
19. Сформулюйте теореми двоїстості, дайте їх економічне трактування.
20. Як за розв’язком початкової (двоїстої) задачі знайти розв’язок двоїстої (початкової) задачі?
21. Опишіть алгоритм двоїстого симплекс-методу.
22. Дайте постановку задач цілочислового програмування.
23. Наведіть приклади конкретних задач лінійного цілочислового програмування.
24. Дайте коротку характеристику методів розв’язування задач цілочислового програмування.
25. У чому полягає метод Гоморі?

26. Опишіть економічну і математичну постановку класичної транспортної задачі.
27. Чим відрізняється транспортна задача від загальної задачі лінійного програмування?
28. Сформулюйте необхідну і достатню умови існування розв'язку транспортної задачі.
29. Які ви знаєте властивості опорних планів транспортної задачі?
30. Які ви знаєте методи побудови опорного плану?
31. Що означає «виродження» опорного плану? Як його позбутися?
32. Назвіть етапи алгоритму методу потенціалів.
33. Як обчислюють потенціали?
34. Назвіть умови оптимальності транспортної задачі.

## Завдання 3.
## Варіанти індивідуальних завдань

Варіант 1.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 8, \\ 7x_1 + 10x_2 \ge 97, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = x_1 + 4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

1.2.
$$\begin{cases} -6x_1 + x_2 \ge 6, \\ 8x_1 + 7x_2 \le 92, \\ 4x_1 - 3x_2 \ge 20, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$-5x_1 + 8x_2 \to \min.$$

1.3.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 1, \\ x_1 + 4x_2 \le 21, \\ 2x_1 + x_2 \le 14, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 2x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом.

1.4.
$$\begin{cases} -5x_1 + x_2 \le 3, \\ -x_1 + x_2 \le 7, \\ 2x_1 + x_2 \le 13, \\ 7x_1 - x_2 \le 28, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 2x_2 \to \max.$$

1.5.
$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 12, \\ x_1 + 3x_2 \le 40, \\ 5x_1 + 3x_2 \le 68, \\ 5x_1 - 2x_2 \le 38, \\ 4x_1 + 3x_2 \ge 35, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 4x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 4, 5.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 3, \\ x_1 + 3x_2 \le 24, \\ 7x_1 + 2x_2 \le 35, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$-x_1 + 5x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | *70* | *90* | *80* | *110* |
|---|---|---|---|---|
| *60* | *1* | *2* | *3* | *4* |
| *100* | *6* | *5* | *4* | *5* |
| *40* | *7* | *4* | *3* | *6* |
| *30* | *8* | *3* | *2* | *7* |
| *120* | *1* | *2* | *1* | *8* |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | *90* | *115* | *85* | *120* |
|---|---|---|---|---|
| *75* | *1* | *2* | *7* | *6* |
| *110* | *4* | *3* | *8* | *5* |
| *150* | *5* | *6* | *7* | *4* |

Варіант 2.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 8, \\ 3x_1 + x_2 \ge 16, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = -3x_1 - x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -7x_1 + x_2 \ge 8, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 33, \\ 9x_1 + x_2 \ge 54, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + 5x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 1, \\ 3x_1 + 4x_2 \le 23, \\ x_1 - x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 4x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 + 2x_2 \le 13, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 19, \\ x_1 - x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 14, \\ x_1 + 4x_2 \le 40, \\ 2x_1 + x_2 \le 24, \\ 5x_1 - 3x_2 \le 27, \\ 7x_1 + 4x_2 \ge 46, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$5x_1 + x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 8, \\ 5x_1 + 7x_2 \le 23, \\ 5x_1 - 7x_2 \le 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$4x_1 + 2x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 100 | 80 | 60 | 150 |
|---|---|---|---|---|
| 130 | 1 | 7 | 8 | 1 |
| 70 | 6 | 2 | 6 | 2 |
| 50 | 1 | 5 | 3 | 5 |
| 80 | 5 | 2 | 4 | 4 |
| 60 | 6 | 4 | 3 | 3 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 95 | 110 | 135 | 70 |
|---|---|---|---|---|
| 200 | 1 | 7 | 2 | 6 |
| 180 | 8 | 1 | 5 | 3 |
| 120 | 7 | 4 | 2 | 5 |

Варіант 3.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \le 13, \\ 5x_1 + 4x_2 \ge 29, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = 8x_1 + 2x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -6x_1 + x_2 \ge 1, \\ 5x_1 + 8x_2 \le 61, \\ x_1 - x_2 \ge 7, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$-6x_1 + 5x_2 \to \min.$$

2.2.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 + 2x_2 \le 11, \\ 3x_1 + x_2 \le 18, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -6x_1 + x_2 \le 2, \\ -x_1 + x_2 \le 7, \\ 7x_1 + 4x_2 \le 50, \\ x_1 - 2x_2 \le 2, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 3x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 5, \\ x_1 + 2x_2 \le 30, \\ 3x_1 + x_2 \le 30, \\ x_1 - x_2 \le 2, \\ 5x_1 + 3x_2 \ge 26, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 3x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6, \\ 5x_1 + 9x_2 \le 64, \\ 7x_1 - 11x_2 \le 7, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$5x_1 + 3x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 40 | 80 | 70 | 140 |
|---|---|---|---|---|
| 50 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 100 | 2 | 1 | 4 | 3 |
| 30 | 3 | 8 | 5 | 2 |
| 60 | 4 | 7 | 6 | 1 |
| 90 | 5 | 6 | 7 | 8 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 110 | 105 | 70 | 160 |
|---|---|---|---|---|
| 85 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| 120 | 5 | 6 | 7 | 4 |
| 140 | 4 | 2 | 8 | 3 |

Варіант 4.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 6, \\ -x_1 + 2x_2 \le 15, \\ x_1 + 2x_2 \ge 15, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = -2x_1 - 5x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \ge 3, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 20, \\ 4x_1 + x_2 \ge 20, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 13, \\ 2x_1 - x_2 \le 4, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -7x_1 + x_2 \le 3, \\ -2x_1 + x_2 \le 8, \\ 2x_1 + x_2 \le 16, \\ x_1 - 3x_2 \le 1, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 2, \\ x_1 + x_2 \le 18, \\ 7x_1 + 2x_2 \le 66, \\ 3x_1 - 4x_2 \le 4, \\ 3x_1 + x_2 \ge 14, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 4x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 6, \\ x_1 + 3x_2 \le 20, \\ 9x_1 - 7x_2 \le 27, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$5x_1 + x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 75 | 85 | 40 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| 65 | 1 | 3 | 5 | 7 |
| 30 | 8 | 6 | 4 | 2 |
| 60 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| 80 | 7 | 5 | 3 | 1 |
| 55 | 1 | 3 | 4 | 2 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 100 | 70 | 115 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| 160 | 1 | 3 | 4 | 6 |
| 130 | 2 | 7 | 8 | 1 |
| 145 | 5 | 2 | 3 | 8 |

Варіант 5.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \le 28, \\ 6x_1 + 5x_2 \ge 41, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = x_1 + 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \ge 3, \\ x_1 + 2x_2 \le 13, \\ 5x_1 + x_2 \ge 20, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$5x_1 + 4x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -7x_1 + x_2 \le 6, \\ 11x_1 + 3x_2 \le 50, \\ 2x_1 - x_2 \le 6, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$11x_1 + 3x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 3, \\ -x_1 + 4x_2 \le 19, \\ 4x_1 - x_2 \le 14, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 2, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -6x_1 + 5x_2 \le 19, \\ x_1 + 3x_2 \le 39, \\ 7x_1 - x_2 \le 53, \\ x_1 - 4x_2 \ge 4, \\ x_1 + x_2 \ge 6, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$6x_1 + x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 3, \\ 5x_1 + 7x_2 \le 40, \\ 5x_1 - 7x_2 \le 5, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$2x_1 + x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 130 | 145 | 85 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| 80 | 3 | 2 | 4 | 1 |
| 65 | 2 | 3 | 1 | 5 |
| 75 | 3 | 2 | 4 | 4 |
| 80 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 120 | 6 | 7 | 8 | 9 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 130 | 95 | 55 | 155 |
|---|---|---|---|---|
| 95 | 5 | 1 | 3 | 4 |
| 125 | 6 | 2 | 7 | 4 |
| 160 | 1 | 5 | 8 | 3 |

Варіант 6.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -3x_1+2x_2\le 12, \\ 4x_1+3x_2\ge 35, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0, \end{cases}$$

$$F=-x_1-4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -4x_1+\ x_2\ge 1\ , \\ x_1+4x_2\le 21, \\ 2x_1+\ x_2\ge 14, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1+6x_2\to\max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -x_1+\ x_2\le 6\ , \\ x_1+5x_2\le 36, \\ 3x_1+\ x_2\le 24, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1+x_2\to\max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

6.4.
$$\begin{cases} -x_1+\ x_2\le 4\ , \\ x_1+4x_2\le 21, \\ x_1+\ x_2\le 9\ , \\ 3x_1-4x_2\le 6\ , \\ x_1\ge 0, x_2\ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1+3x_2\to\max.$$

6.5.
$$\begin{cases} -x_1+\ x_2\le 6\ , \\ x_1+5x_2\le 48, \\ 3x_1+2x_2\le 40, \\ 4x_1-5x_2\le 15, \\ 3x_1+2x_2\ge 17, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1+3x_2\to\max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -x_1+\ x_2\le 4\ , \\ 3x_1+11x_2\le 58, \\ 7x_1-11x_2\le 7\ , \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2\in N,$$

$$4x_1+2x_2\to\max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 70 | 160 | 55 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| 60 | 2 | 4 | 1 | 3 |
| 80 | 4 | 6 | 5 | 4 |
| 45 | 3 | 7 | 9 | 5 |
| 110 | 2 | 3 | 4 | 1 |
| 80 | 4 | 5 | 6 | 7 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 105 | 90 | 125 | 130 |
|---|---|---|---|---|
| 170 | 2 | 4 | 1 | 3 |
| 200 | 4 | 6 | 3 | 7 |
| 175 | 5 | 1 | 2 | 5 |

Варіант 7.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 \le 27, \\ 7x_1 + 4x_2 \ge 46, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = 5x_1 + x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -7x_1 + x_2 \ge 7, \\ 6x_1 + x_2 \ge 20, \\ x_1 - x_2 \ge 1, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$6x_1 + 5x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 13, \\ 2x_1 - x_2 \le 4, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 - x_2 \to \min.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 5, \\ x_1 + 3x_2 \le 28, \\ 2x_1 + x_2 \le 21, \\ x_1 - x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 8, \\ x_1 + 3x_2 \le 40, \\ 4x_1 + x_2 \le 50, \\ 3x_1 - 4x_2 \le 9, \\ x_1 + x_2 \ge 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 7x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -10x_1 + 3x_2 \le 15, \\ 8x_1 + 7x_2 \le 82, \\ 3x_1 - x_2 \le 9, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 4x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 30 | 90 | 160 | 95 |
|---|---|---|---|---|
| 55 | 1 | 5 | 3 | 4 |
| 100 | 2 | 4 | 5 | 8 |
| 80 | 3 | 3 | 6 | 4 |
| 60 | 7 | 2 | 1 | 5 |
| 80 | 3 | 1 | 6 | 2 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 150 | 65 | 85 | 125 |
|---|---|---|---|---|
| 105 | 6 | 2 | 5 | 1 |
| 110 | 3 | 4 | 2 | 6 |
| 85 | 1 | 4 | 1 | 8 |

Варіант 8.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 5, \\ x_1 - x_2 \le 2, \\ 5x_1 + 3x_2 \ge 26, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = -x_1 - 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \ge 4, \\ x_1 + 2x_2 \le 11, \\ 3x_1 + x_2 \ge 18, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 7x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 5, \\ 7x_1 + 2x_2 \le 25, \\ x_1 - x_2 \le 1, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + 2x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 2, \\ -x_1 + x_2 \le 4, \\ -x_1 + 4x_2 \le 22, \\ 7x_1 - 5x_2 \le 7, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 - 4x_2 \to \min.$$

3.2.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 7, \\ -x_1 + 3x_2 \le 29, \\ x_1 + x_2 \le 19, \\ 8x_1 - 5x_2 \le 22, \\ 2x_1 + x_2 \ge 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 4x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 2, \\ -5x_1 + 11x_2 \le 50, \\ 15x_1 - 11x_2 \le 15, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$2x_1 + 3x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 75 | 150 | 95 | 100 |
|---|---|---|---|---|
| 85 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 50 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| 65 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| 90 | 6 | 5 | 3 | 1 |
| 130 | 9 | 2 | 6 | 3 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 110 | 80 | 55 | 130 |
|---|---|---|---|---|
| 150 | 1 | 7 | 6 | 5 |
| 170 | 2 | 2 | 3 | 4 |
| 65 | 3 | 6 | 7 | 1 |

Варіант 9.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 2, \\ 3x_1 - 4x_2 \le 4, \\ 3x_1 + x_2 \ge 14, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = 2x_1 + 4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \ge 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \ge 13, \\ 2x_1 - x_2 \ge 4, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 1, \\ x_1 + 2x_2 \le 11, \\ 4x_1 + x_2 \le 16, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 1, \\ x_1 + 6x_2 \le 31, \\ x_1 + x_2 \le 11, \\ x_1 - 2x_2 \le 5, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 4x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4, \\ -x_1 + 5x_2 \le 36, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 45, \\ x_1 - x_2 \le 5, \\ x_1 + 2x_2 \ge 11, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + 3x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 1, \\ 7x_1 + 15x_2 \le 93, \\ x_1 - 2x_2 \le 5, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 5x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 50 | 110 | 145 | 85 |
|---|---|---|---|---|
| 65 | 3 | 2 | 4 | 1 |
| 75 | 2 | 3 | 1 | 5 |
| 70 | 3 | 2 | 4 | 4 |
| 80 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 100 | 6 | 7 | 8 | 9 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 140 | 85 | 115 | 95 |
|---|---|---|---|---|
| 95 | 1 | 3 | 5 | 7 |
| 190 | 6 | 1 | 5 | 3 |
| 110 | 4 | 2 | 4 | 6 |

Варіант 10.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -6x_1+5x_2 \le 19, \\ x_1-4x_2 \le 4, \\ x_1+x_2 \ge 6, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = -6x_1 - x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -7x_1+x_2 \ge 6, \\ 11x_1+3x_2 \ge 50, \\ 2x_1-x_2 \ge 6, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$9x_1 + 3x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -3x_1+x_2 \le 2, \\ 3x_1+4x_2 \le 23, \\ 2x_1-x_2 \le 8, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 4x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -2x_1+x_2 \le 6, \\ 4x_1+5x_2 \le 44, \\ x_1-x_2 \le 2, \\ x_1-2x_2 \le 1, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -2x_1+3x_2 \le 22, \\ 3x_1+5x_2 \le 62, \\ 4x_1-x_2 \le 29, \\ x_1-4x_2 \ge 4, \\ 2x_1+x_2 \ge 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -5x_1+3x_2 \le 15, \\ 13x_1+3x_2 \le 42, \\ x_1-2x_2 \le 1, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 2x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 80 | 140 | 65 | 30 |
|---|---|---|---|---|
| 90 | 2 | 4 | 1 | 3 |
| 40 | 4 | 6 | 5 | 4 |
| 55 | 3 | 7 | 9 | 5 |
| 70 | 2 | 3 | 4 | 1 |
| 60 | 4 | 5 | 6 | 7 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 115 | 70 | 175 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| 160 | 8 | 1 | 3 | 2 |
| 145 | 7 | 6 | 1 | 5 |
| 175 | 3 | 5 | 4 | 4 |

Варіант 11.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 6, \\ 4x_1 - 5x_2 \le 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \ge 17, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = 2x_1 + 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \ge 6, \\ x_1 + 5x_2 \le 36, \\ 3x_1 + x_2 \ge 24, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 7x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -5x_1 + x_2 \le 3, \\ x_1 + 2x_2 \le 17, \\ 7x_1 + x_2 \le 28, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2, \\ -x_1 + x_2 \le 3, \\ 3x_1 + x_2 \le 11, \\ 2x_1 - x_2 \le 4, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 7, \\ x_1 + 2x_2 \le 22, \\ 2x_1 + x_2 \le 20, \\ 5x_1 - 2x_2 \le 23, \\ 2x_1 + x_2 \ge 11, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2, \\ 3x_1 + 5x_2 \le 23, \\ 5x_1 - 3x_2 \le 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$2x_1 + x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 70 | 130 | 120 | 75 |
|---|---|---|---|---|
| 65 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| 50 | 7 | 8 | 7 | 4 |
| 95 | 6 | 3 | 6 | 3 |
| 100 | 5 | 4 | 5 | 2 |
| 85 | 4 | 3 | 2 | 1 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 120 | 75 | 145 | 65 |
|---|---|---|---|---|
| 115 | 1 | 8 | 2 | 1 |
| 185 | 3 | 7 | 6 | 2 |
| 180 | 5 | 3 | 5 | 4 |

Варіант 12.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 8, \\ 3x_1 - 4x_2 \le 9, \\ x_1 + x_2 \ge 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = -x_1 - 7x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \ge 5, \\ 7x_1 + 2x_2 \ge 25, \\ x_1 - x_2 \ge 1, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$7x_1 + 2x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 + x_2 \le 7, \\ x_1 - x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 2x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 1, \\ -x_1 + x_2 \le 4, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 26, \\ x_1 - x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 4, \\ -x_1 + 3x_2 \le 21, \\ x_1 + 2x_2 \le 24, \\ 5x_1 + 2x_2 \le 56, \\ x_1 + 8x_2 \ge 34, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 1, \\ 5x_1 + 7x_2 \le 46, \\ 3x_1 - 2x_2 \le 9, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 3x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 85 | 130 | 95 | 110 |
|---|---|---|---|---|
| 120 | 1 | 7 | 6 | 5 |
| 65 | 2 | 8 | 5 | 4 |
| 75 | 3 | 8 | 4 | 3 |
| 60 | 4 | 7 | 3 | 2 |
| 100 | 5 | 6 | 2 | 1 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 120 | 60 | 145 | 70 |
|---|---|---|---|---|
| 150 | 1 | 3 | 8 | 5 |
| 90 | 4 | 1 | 2 | 7 |
| 175 | 6 | 5 | 3 | 2 |

Варіант 13.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 7, \\ -x_1 + 3x_2 \le 29, \\ 2x_1 + x_2 \ge 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = 3x_1 + 4x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \ge 4, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 13, \\ 2x_1 - x_2 \ge 4, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 - x_2 \to \min.$$

2.2.
$$\begin{cases} -6x_1 + x_2 \le 2, \\ 3x_1 + 2x_2 \le 23, \\ x_1 - 2x_2 \le 2, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$6x_1 + 5x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 + x_2 \le 6, \\ 2x_1 + x_2 \le 8, \\ x_1 - x_2 \le 1, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -4x_1 + 3x_2 \le 14, \\ x_1 + x_2 \le 14, \\ 4x_1 + x_2 \le 35, \\ x_1 - 4x_2 \ge 4, \\ 4x_1 + 3x_2 \ge 22, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$3x_1 + 2x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \le 9, \\ 7x_1 + 3x_2 \le 27, \\ x_1 - x_2 \le 1, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 2x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 30 | 125 | 105 | 80 |
|---|---|---|---|---|
| 45 | 6 | 4 | 3 | 1 |
| 90 | 5 | 2 | 2 | 8 |
| 60 | 1 | 3 | 7 | 7 |
| 70 | 4 | 6 | 6 | 3 |
| 75 | 5 | 5 | 4 | 2 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 100 | 70 | 165 | 90 |
|---|---|---|---|---|
| 65 | 7 | 1 | 3 | 8 |
| 140 | 5 | 8 | 4 | 1 |
| 120 | 7 | 6 | 2 | 3 |

Варіант 14.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 + 2x_2 \ge 11, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = -x_1 - 3x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \ge 1, \\ x_1 + 2x_2 \le 11, \\ 4x_1 + x_2 \ge 16, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -7x_1 + x_2 \le 3, \\ 4x_1 + 3x_2 \le 34, \\ x_1 - 3x_2 \le 1, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 6, \\ x_1 + 3x_2 \le 31, \\ 3x_1 + x_2 \le 29, \\ 2x_1 - x_2 \le 16, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -4x_1 + 3x_2 \le 23, \\ x_1 + 3x_2 \le 43, \\ 5x_1 + 2x_2 \le 36, \\ 3x_1 - 2x_2 \le 24, \\ 2x_1 + 3x_2 \ge 29, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$2x_1 + 3x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \le 18, \\ 3x_1 + 5x_2 \le 47, \\ 4x_1 - x_2 \le 32, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$x_1 + 3x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 90 | 120 | 85 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| 100 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 70 | 2 | 3 | 2 | 7 |
| 85 | 1 | 4 | 1 | 8 |
| 80 | 2 | 5 | 6 | 7 |
| 20 | 3 | 4 | 5 | 6 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 125 | 50 | 165 | 80 |
|---|---|---|---|---|
| 60 | 6 | 7 | 1 | 3 |
| 80 | 8 | 8 | 5 | 4 |
| 110 | 1 | 2 | 7 | 6 |

Варіант 15.

I. Знайти $F_{\max}$ і $F_{\min}$ в задачі лінійного програмування;

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \le 29, \\ x_1 - 4x_2 \le 4, \\ 2x_1 + x_2 \ge 10, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$F = 3x_1 + 2x_2.$$

II. Розв'язати задачі лінійного програмування:

а) графічно; б) симплексним методом:

2.1.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \ge 2, \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 23, \\ 2x_1 - x_2 \ge 8, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$5x_1 + 4x_2 \to \max.$$

2.2.
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 3, \\ x_1 + x_2 \le 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \le 2, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 \to \max.$$

III. Розв'язати задачі лінійного програмування симплексним методом:

3.1.
$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 5, \\ x_1 + 5x_2 \le 41, \\ 4x_1 + x_2 \le 31, \\ 3x_1 - x_2 \le 18, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \to \max.$$

3.2.
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 7, \\ x_1 + 5x_2 \le 53, \\ 3x_1 + x_2 \le 33, \\ 2x_1 - x_2 \le 12, \\ x_1 + x_2 \ge 9, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$4x_1 + 3x_2 \to \max.$$

IV. Розв'язати задачі двоїсті до задач 3.1, 3.2.

V. Розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 5, \\ 7x_1 + 11x_2 \le 91, \\ 7x_1 - 3x_2 \le 42, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \in N,$$

$$5x_1 + 3x_2 \to \max.$$

VI. Розв'язати транспортні задачі:

6.1.

| $a_i$ \ $b_j$ | 90 | 115 | 85 | 120 |
|---|---|---|---|---|
| 75 | 1 | 2 | 7 | 6 |
| 110 | 4 | 3 | 8 | 5 |
| 50 | 5 | 6 | 7 | 4 |
| 95 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 80 | 3 | 4 | 5 | 6 |

6.2.

| $a_i$ \ $b_j$ | 80 | 60 | 140 | 115 |
|---|---|---|---|---|
| 130 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 95 | 1 | 3 | 8 | 5 |
| 105 | 2 | 1 | 4 | 7 |

## 8. Методи навчання

Використовуються такі методи навчання: словесні – розповідь, пояснення, лекція; наочні – демонстрація, ілюстрація; практичні – лабораторна робота, практична робота, вправи.

До методів вивчення належать також і наукові методи вивчення: спостереження і дослід, аналіз і синтез, індуктивний та дедуктивний методи.

Навчальні методи вивчення, що пов'язані з діяльністю студентів: самостійна робота, евристичний метод, метод програмованого навчання, проблемний метод, навчання на моделях.

За рівнем самостійної розумової діяльності використовуються методи: проблемний,частково-пошуковий, дослідницький.

## 9. Форми контролю

Модульно-рейтингова система
з дисципліни „Спеціальні розділи вищої математики",
**І** семестр, **АКІТ, І курс** (4 кредити)

Модуль 1. Елементи дискретної математики ( 100 б.)

Поточна робота. – 25б.
Контрольна робота „ Множини. Булеві функції" – 25б.
Індивідуальне завдання „ Множини. Булеві функції " – 25б.
Модульна контрольна робота №1 – 25б.

Модуль 2. Задачі оптимізації з обмеженнями. ( 100 б.)

Поточна робота. – 25б.
Контрольна робота „ Графічний та симплексний метод" – 25б.
Індивідуальне завдання „ Задачі оптимізації з обмеженнями " – 25б.
Модульна контрольна робота №2 – 25б.

## 10. Розподіл балів, які отримують студенти

Оцінювання відбувається згідно з положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019р. протокол №7 з табл.1.

**Таблиця 1. Співвідношення між національними оцінками і рейтингом здобувача вищої освіти.**

| Оцінка національна | Рейтинг здобувача вищої освіти, бали |
|---|---|
| Відмінно | 90 – 100 |
| Добре | 82-89 |
| | 74-81 |
| Задовільно | 64-73 |
| | 60-63 |
| Незадовільно | 35-59 |
| | 01-34 |

Для визначення рейтингу студента із засвоєння дисципліни $\mathbf{R_{ДИС}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації $\mathbf{R_{АТ}}$ (до 30 балів) додається до рейтингу студента з навчальної роботи $\mathbf{R_{НР}}$ (до 70 балів): $\mathbf{R_{ДИС} = R_{НР} + R_{АТ}}$

## 11. Методичне забезпечення


1. Шостак С.В. Спеціальні розділи вищої математики. – К.: ЦП «Компринт», 2014. – 174 с.
2. Гнучій Ю.Б., Нещадим О.М., Конишев В.С. Дискретна математика: Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань. – К.: НУБіП, 2009. – 24 с.
3. Бондаренко М. Ф. та ін. Збірник тестових завдань з дискретної математики/М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, І. Ю. Шубін.— Харків: ХТУРЕ, 2000.— 156 с.
4. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. – К.: ЗАТ “ВІПОЛ”, 2000. – 688 с.
4. Кузьменко Б.В., Лисенко В.П. Спеціальні розділи вищої математики. – К.: Фенікс, 2006. – 416 с.
5. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є. Дискретна математика, К.: Вища школа, 2008. – 383 с.
6. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп’ютерна дискретна математика: Підручник. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. - 480 с.

## 12. Рекомендована література

### Базова


1. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика. – М.: ИД “Вильямс”, 2004. – 960 с.
2. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп’ютерна дискретна математика: Підручник. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. - 480 с.
3. Бондаренко М. Ф. та ін. Збірник тестових завдань з дискретної математики/М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, І. Ю. Шубін.— Харків: ХТУРЕ, 2000.— 156 с.
4. Гнучій Ю.Б., Нещадим О.М., Конишев В.С. Дискретна математика: Методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань. – К.: НУБіП, 2009. – 24 с.
5. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. – К.: ЗАТ “ВІПОЛ”, 2000. – 688 с.
6. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер. с фр. - Радио и связь, 1982.- 432 с.
7. Кузнецов А.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера.-М.: Энергия,1980. – 344 с.
8. Кузнецов А. В., Сакович В. А., Холод Н. И. Высшая математика:
9. Математическое программирование. - Мн.: Выш. шк.,1994. – 286 с.
10. Кузьменко Б.В., Лисенко В.П. Спеціальні розділи вищої математики. – К.: Фенікс, 2006. – 416 с.
11. Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика.— М.: Наука, 1990.— 384 с.
12. Ларіонов Ю. І., Марченко Л. С., Хаджмурадов М. А. Дослідження
13. операцій. Ч. 1: Навч. посібник.– Х.: ВД “ІНЖЕК”, 2004. – 352 с.
14. Мартиненко М.А., Нещадим О.М., Сафонов В.М. Математичне
15. програмування: Підручник. – К.: Четверта хвиля, 2009. – 308 с.
16. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения: Пер. с англ./ Под. ред. Р.Р. Ягера.- М.: Радио и связь, 1986.- 480 с.
17. Таха Х. Введение в исследование операций, 7-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007.
18. Толбатов Ю.А., Толбатов Є.Ю. Математичне програмування: Підручник – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008.- 432 с.
19. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. — М.: Наука, 2007. —408с.
20. Гончарова Г.А., Мочалин А.А. Элементы дискретной математики: учеб. пособ.- М.: Форум: ИНФРА-М, 2007.
21. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс. - М: Известия, 2011. - 512 с.
22. Кольман Э. Зих О. Занимательная логика. — М.: Наука, 2008. —127с.
23. Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. Сборник задач на алгебре и теории чисел. — М. : Просвещение, 2008.
24. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 2006. — 319с.
25. Набебин А.А. Логика и пролог в дискретной математике. — М.: МЭИ, 2006. —452с.

26. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики — М.: Издательство МАИ, 2008. — 264с.
27. Рембольд У. Введение в информатику для научных работников и инженеров. — Уфа: УГАТУ, 2007. —445с.
28. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы./Под ред. Сканави М.И. — М.: Высшая школа, 2006. —541с.
29. Спирина М.С. Дискретная математика: учеб. – М.: Академия, 2009.
30. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. — М.: Наука, 2006. — 384 с.

**Допоміжна**

1. Ахо А. В., Хопкрофт Д. Э., Ульман Д. Д. Структуры данных и алгоритмы. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. – 400 с.
2. Бардачов Ю. М., Соколова Н. А., Ходаков В. Є. Дискретна математика: Підручник. – К.: Вища школа, 2007. – 383 с.
3. Глибовець М. М. Основи комп'ютерних алгоритмів. – К.: Видавничий дім „КМ Академія", 2003. – 452 с.
4. Кривий С. Л. Дискретна математика: Вибрані питання. – К.: Видавничий дім „Києво-Могилянська академія", 2007. – 572 с.
5. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика. – К.: Видавнича група BHV, 2007. – 368 с.
6. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.
7. Абрамов Л. М., Капустин В. Ф. Математическое программирование. Л., Изд-во Ленинград . ун-та, 1976. — 184 с.
8. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах. — М.: Высш. шк., 1985.
9. Ашманов С. А. Линейное программирование. — М.: Наука, 1981.
10. Белман Р. Динамическое программирование. — М.: Изд-во иностранной литературы, 1960.
11. Белман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. — М.: Наука, 1965.
12. Вагнер Г. Основы исследования операций. — Т. 1—3. — М.: Мир, 1972.
13. Вентцель Е. С. Исследование операций. М.: «Сов. радио», 1972. — 552 с.
14. Вентцель Е. С. Элементы динамического программирования. — М.: Наука, 1964.
15. Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Новые направления в линейном программировании. — М.: Советское радио, 1966.
16. Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. — М.: Наука, 1969.
17. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщение и приложения. — М.: Прогресс, 1966.

18. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: Підручник. — 4-те вид., перероб. і допов. — К., 2000. — 688 с.
19. Зангвилл У. Нелинейное программирование. Единый подход. М.: «Сов.радио», 1973. — 312 с.
20. Ермольев Ю. М., Ястремский А. И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании. М.: Наука, 1979. — 249 с.
21. Ермольев Ю. М. Методы стохастического программирования. — М.: Наука, 1976.
22. Калихман И. Л. Сборник задач по математическому программированию. — М.: Высшая шк., 1975.
23. Калихман И. Л., Войтенко М. А. Динамическое программирование в примерах и задачах. — М.: Высш. шк., 1973.
24. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н.; Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. Исследование операций в экономике: учеб. Пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ, 2002. — 407 с.
25. Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б. Математическое программирование. — М.: Высш. школа, 1980. — 300 с.
26. Кюнци Г. П., Крелле В. Нелинейное программирование. — М.: «Советское радио», 1965. — 299 с.

27. Михалевич В. С., Гупал А. М., Норкин В. М. Методы выпуклой оптимизации. — М.: Наука, 1987.
28. Муртаф Б. Современное линейное программирование. Теория и практика. — М.: Мир, 1984.
29. Наконечний С. І., Гвоздецька Л. В. Збірник задач з курсу «Математичне програмування». Частина 1.: Навч. посібник. — К.: ІСОД, 1996. — 128 с.
30. Наконечный С . И., Андрийчук В. Г. Математическое моделирование экономических процессов сельскохозяйственного производства. Учеб. Пособие. — Киев: КИНХ, 1982. — 106 с.
31. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. — М.: Наука, 1970.
32. Романюк Т. П., Терещенко Т. О., Присенко Г. В., Городкова І. М. Математичне програмування: Навч. посіб. — К.: ІЗМН, 1996. — 312 с.
33. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. К.: Наук. думка., 1985. — 384 с.
34. Степанюк В. В. Методи математичного програмування К.: Вища школа, 1997. — 272 с.
35. Таха Х. Введение в исследование операций. — М.: Мир, 1985. — Т. 1, 2.
36. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. — М.: Мир, 1967.
37. Ястремский А. И. Стохастические модели математической экономики. — К.: 1983.

38. Ястремский А. И. О соотношениях двойственности в условиях оптимальности в линейных задачах стохастического программирования // Кибернетика. — 1987. — №1. — С. 102—107.

## 13. Інформаційні ресурси

1. Електронний навчальний курс дисципліни «Спеціальні розділи вищої математики» на платформі elearn https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=68

2. Комп'ютерна дискретна математика (Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г.)

http://youalib.com/дискретна-математика

3. Орлов А.И. Теория принятия решений. Учебное пособие. - М.: Издательство "Март", 2004.

http://www.aup.ru/books/m157/

4. Линейное программирование, Википедия, WikiMedia, 30.09.2009,

http://ru.wikipedia.org/wiki/

5. Дискретна_математика, Википедия,

http://uk.wikipedia.org/wiki/Дискретна_математика

6. Орлов А., «Системы, которые нас окружают», блог А.Орлова « Искусство Организации», 30.09.09,

http://artof.org.ru/sistemnoe-upravlenie/

7. Системний аналіз, Вікіпедія, WikiMedia, 30.09.2009, http://ru.wikipedia.org/wiki/

8. Янг С., «Системное управление организацией», Бизнес Инжиниринг Групп, 30.09.09,

http://bigc.ru/theory/books/ysuo/

9. Дискретная математика Автор: О.П. Кузнецов Курс видеолейций по дискретной математике.http://www.intuit.ru/department/ds/discretemath/