

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра вищої та прикладної математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»



Директор ННІ ЕА і Е

Каплун В.В./

15 " 06 2023 р.

«СХВАЛЕНО»

на засіданні

кафедри вищої та
прикладної математики

Протокол № 14 від 01 травня 2023 р.

Завідувач кафедри

Панталієнко Л.А./

«РОЗГЛЯНУТО»

Гарант ОП 151 «Автоматизація та
комп'ютерно-інтегровані технології»

Гарант ОП

Заєць Н.А./

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«ЧИСЛОВІ МЕТОДИ»

Спеціальність 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Освітня програма «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Факультет (ННІ) енергетики, автоматички і енергозбереження

Розробник:

Мейш Юлія Анатоліївна, професор кафедри вищої та прикладної математики,

доктор технічних наук, професор

КИЇВ – 2023 р.

1. Опис навчальної дисципліни

«Числові методи» (денна форма навчання)

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень		
Галузь знань	15 «Автоматизація та приладобудування»	
Напрямок підготовки		
Спеціальність	151 – « <u>«Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»»</u>	
Освітньо-кваліфікаційний рівень	<u>бакалавр</u>	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	111	
Кількість кредитів ECTS	3,5	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	<i>Екзамен</i>	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	2022-2023	2022-2023
Семестр	III	III
Лекційні заняття	30 год.	6 год.
Практичні, семінарські заняття	30 год.	4 год.
Лабораторні заняття	-	-
Самостійна робота	51 год.	170 год.
Індивідуальні завдання		
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних	4 год.	
самостійної роботи студента	4 год.	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета дисципліни:

- формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення;
- навчання основним математичним методам, необхідним для аналізу і моделювання пристроїв, процесів і явищ, при пошуку оптимальних розв'язків задач, що виникають при розробці комп'ютерних програм та інформаційних систем.
- набуття студентами практичних навичок у використанні одержаних знань у цій галузі як при вивченні суміжних дисциплін так і у фаховій діяльності;
- вивчення методів побудови і використання сучасних засобів і комп'ютерних технологій прикладної математики.

Завдання дисципліни: Основною задачею вивчення дисципліни “Числові методи” є забезпечення теоретичної підготовки загальноосвітніх, загально-інженерних і спеціальних дисциплін, враховуючи зростаючу роль математичних методів моделювання, проектування, дослідження і планування.

Предмет дисципліни: методологія, методи і процеси розв'язання математичних задач засобами комп'ютерних технологій.

В результаті вивчення курсу студент повинен **знати:**

- сутність та можливості сучасних комп'ютерних систем і технологій для розв'язання математичних задач;
- призначення, склад і можливості сучасних комп'ютерних систем, їх використання для розв'язання математичних задач;
- методи і прийоми розробки алгоритмів і комп'ютерних програм алгоритмічною мовою високого рівня (алгоритмічна мова системи Mathcad);
- технологію інформаційної підтримки розв'язуваних задач графічними засобами.

На основі отриманих знань студент повинен **вміти:**

- аналізувати завдання в своїй предметній області і вибирати відповідне програмне забезпечення для розв'язання розрахункових, економіко-технічних та інформаційних задач;
- здійснювати постановку і алгоритмізацію задач, розробку комп'ютерних програм, комп'ютерну реалізацію розрахунків;
- налаштовувати параметри вибраного програмного забезпечення відповідно до конкретної задачі або класу задач;
- використовувати засоби Mathcad для моделювання, розрахунків, аналізу та прогнозування;
- знати основні способи підвищення ефективності обчислювальних алгоритмів;

- застосовувати чисельні методи при розв'язанні практичних задач інформатики.

Набуття компетентностей:

Інтегральна компетентність (ІК): Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, що характеризується комплексністю та невизначеністю умов, під час професійної діяльності у галузі автоматизації або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів галузі.

Загальні компетентності (ЗК):

ЗК1. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК4. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

ЗК5. Здатність до пошуку, опрацювання та аналізу інформації з різних джерел розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

ФК1. Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом і використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

ФК4. Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій.

Програмні результати навчання (ПРН):

ПРН-1. Знати основні розділи вищої математики (лінійна та векторна алгебра, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорія функції комплексної змінної, теорія ймовірностей та математична статистика, теорія випадкових процесів) в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

ПРН-3. Вміти застосовувати сучасні інформаційні технології та мати навички розробляти алгоритми та комп'ютерні програми з використанням мов високого рівня та технологій об'єктно-орієнтованого програмування, створювати бази даних та використовувати інтернет-ресурси.

ПРН 4. Розуміти суть процесів, що відбуваються в об'єктах автоматизації (за галузями діяльності) та вміти проводити аналіз об'єктів автоматизації і обґрунтовувати вибір структури, алгоритмів та схем керування ними на основі результатів дослідження їх властивостей.

ПРН 8. Знати принципи роботи технічних засобів автоматизації та вміти обґрунтувати їх вибір на основі аналізу їх властивостей, призначення і технічних характеристик з урахуванням вимог до системи автоматизації та експлуатаційних умов; мати навички налагодження технічних засобів автоматизації та систем керування.

ПРН 9. Вміти проектувати багаторівневі системи керування і збору даних для формування бази параметрів процесу та їх візуалізації за допомогою засобів

людино-машинного інтерфейсу, використовуючи новітні комп'ютерно-інтегровані технології.

ПРН 12. Вміти використовувати різноманітне спеціалізоване програмне забезпечення для реалізації типових інженерних задач у галузі автоматизації, зокрема, математичного моделювання, автоматизованого проектування, керування базами даних, методів комп'ютерної графіки.

3. Програма та структура навчальної дисципліни для повного терміну денної (заочної) форми навчання

Змістовий модуль 1. Методи розв'язування рівнянь та систем рівнянь

Тема лекційного заняття 1. Елементи теорії похибок

Наближені числа, їх абсолютні та відносні похибки. Класифікація та джерела похибок. Правила наближених обчислень і оцінка похибок при обчисленнях: додавання і віднімання наближених чисел; множення і ділення наближених чисел. Похибки обчислень значень функції. Економна схема обчислення значення.

Тема лекційного заняття 2. Методи розв'язування алгебраїчних рівнянь

Основні етапи загальних методів пошуку коренів. Точність та умови закінчення процедури пошуку кореня. Основні методи уточнення положення коренів трансцендентних рівнянь. Методи обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю: метод поділу павпіл (бісекції), метод Ньютона (дотичних), метод хорд (січних). Розв'язання нелінійних рівнянь графічним методом в Mathcad. Розв'язання рівнянь за допомогою функцій root та polyroots в Mathcad

Тема лекційного заняття 3. Чисельні методи розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної

Комбінований метод хорд та дотичних. Метод простих ітерацій: організація ітераційного процесу; достатня умова збіжності процесу ітерації; умова зупинки процесу при заданій точності. Метод прямого перебору; Метод диференціального числення, методом половинного ділення, методом золотого перетину, методом Монте-Карло, вбудовані функції Mathcad Maximize, Minimize.

Тема лекційних занять 4-5. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) методом Гаусса і методом Гаусса із вибиранням головного елемента. Метод Халецького. Метод прогонки для три діагональної матриці, достатні умови стійкості розв'язку. Метод простої ітерації, організація ітераційного процесу. Канонічна форма запису системи та варіанти переходу до неї. Достатні умови збіжності ітераційного процесу. Умови зупинення процесу простої ітерації при заданій точності. Метод Зейделя: організація ітераційного процесу, умови збіжності та зупинення ітераційного процесу при заданій точності.

Розв'язання СЛАР матричним методом в Mathcad. Розв'язання СЛАР в Mathcad методами Крамера, Гауса, Зейделя, простих ітерацій.

Тема лекційних занять 6-7. Методи розв'язування систем нелінійних рівнянь

Обґрунтування та основні етапи методи Ньютона. Обмеження на величину кроку. Модифікований метод Ньютона. Метод простої ітерації, організація ітераційного процесу. Достатні умови збіжності та зупинки ітераційного процесу при заданій точності. Особливості розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь. Вибір типу точності. Можливі ускладнення процесу пошуку розв'язку та деякі засоби боротьби з ними.

Змістовий модуль 2. Чисельне диференціювання та інтегрування

Тема лекційного заняття 8. Інтерполяція функцій.

Задача інтерполяції. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Залишковий член інтерполяційної формули. Поняття про скінченні різниці. Інтерполяційні формули Ньютона: система функцій, що застосовуються, визначення коефіцієнтів та загальний вигляд першої та другої формул Ньютона. Оцінка реально необхідного степеня інтерполяційного поліному за поведінкою системи різниць. Процедура визначення коефіцієнтів. Відмінність першої (вперед) та другої (назад) формул Ньютона. Інтерполяційний многочлен Ньютона з поділеними різницями. Побудова інтерполяційних функцій за допомогою вбудованих функцій `linterp`; `pspline`, `cspline`, `interp`, `lspline`. Побудова апроксимацій за допомогою функцій `slope`, `intercept`, `loess`, `regress`.

Тема лекційного заняття 9. Чисельне диференціювання.

Задача чисельного диференціювання. Постановка задачі чисельного диференціювання. Особливості та труднощі чисельного диференціювання. Загальний підхід до отримання формул чисельного диференціювання на базі інтерполяційних формул. Метод чисельного диференціювання з використанням інтерполяційного многочлена Ньютона. Чисельне диференціювання в Mathcad. Чисельне диференціювання за допомогою інтерполяційної формули Лагранжа

Тема лекційних занять 10-11. Чисельне інтегрування.

Основні підходи до побудови формул чисельного інтегрування. Формули прямокутників. Квадратурна формула Ньютона-Котеса, формула трапецій. Априорна оцінка точності та вибору кроку інтегрування з метою підвищення точності. Наближене обчислення визначених інтегралів: за формулою прямокутників; за формулою трапецій; за формулою квадратурною Сімпсона; за квадратурною формулою Гауса. Інтегрування функцій, що задані таблично. Порівняння методів.

Тема лекційних занять 12-13. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь.

Основні методи розв'язання задачі Коші. Наближені методи: метод степеневих рядів, метод послідовних наближень, метод невизначених коефіцієнтів. Класифікація чисельних методів розв'язання задачі Коші: метод Ейлера, удосконалений метод Ейлера, удосконалений метод Ейлера – Коші,

обґрунтування методу Ейлера –Коші, точність методів. Метод Рунге-Кутта. Оцінка точності. Розв’язання диференціальних рівнянь 1-го порядку методом Рунге-Кутта в Mathcad. Розв’язання диференціальних рівнянь 2-го порядку методом Рунге-Кутта в Mathcad.

Тема лекційних занять 14-15. Чисельні методи розв’язання інтегральних рівнянь

Інтегральне рівняння Вольтера 1-го роду. Інтегральне рівняння Вольтера 2-го роду. Рівняння Фредгольма 2-го роду. Чисельне інтегрування за допомогою сплайнів.

Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин													
	денна форма							Заочна форма						
	Тижні	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
			л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
III семестр														
Змістовий модуль 1. Методи розв’язування рівнянь та систем рівнянь														
Тема 1. Елементи теорії похибок	1	8	2	2			4							
Тема 2. Методи розв’язування алгебраїчних рівнянь	2	8	2	2			4							
Тема 3. Чисельні методи розв’язання екстремальних задач для функцій однієї змінної	3	8	2	2			4							
Тема 4 -5. Розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	4-5	14	4	4			6							
Тема 6-7. Методи розв’язування систем нелінійних рівнянь	6-7	14	4	4			6							
Разом за змістовим модулем 1		52	14	14			24							
Змістовий модуль 2.														
Тема 8. Інтерполяція	8	7	2	2			3							

функцій													
Тема 9. Чисельне диференціювання	8	7	2	2			3						
Тема 10-11. Чисельне інтегрування	10-11	15	4	4			7						
Тема 12-13. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь	12-13	15	4	4			7						
Тема 14-15. Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь	14-15	15	4	4			7						
Разом за змістовим модулем 2		59	16	16			27						
Разом		111	30	30			51						

4. Теми лекційних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи теорії похибок	2
2	Методи розв'язування алгебраїчних рівнянь	2
3	Чисельні методи розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної	2
4-5	Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	4
6-7	Методи розв'язування систем нелінійних рівнянь	4
8	Інтерполяція функцій	2
9	Чисельне диференціювання	2
10-11	Чисельне інтегрування	4
12-13	Наближене розв'язування диференціальних рівнянь	4
14-15	Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь	4

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи теорії похибок	2
2	Методи розв'язування алгебраїчних рівнянь	2
3	Чисельні методи розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної	2
4-5	Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	4
6-7	Методи розв'язування систем нелінійних рівнянь	4

8	Інтерполяція функцій	2
9	Чисельне диференціювання	2
10-11	Чисельне інтегрування	4
12-13	Наближене розв'язування диференціальних рівнянь	4
14-15	Чисельні методи розв'язання інтегральних рівнянь	4

6. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин

7. Контрольні запитання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

Питання до підсумкового контролю

1. Технологія та приклад розв'язання нелінійних рівнянь графічним методом в Mathcad.
2. Технологія та приклад розв'язання рівнянь за допомогою функцій root та polyroots в Mathcad.
3. Технологія та приклад розв'язання рівнянь за допомогою метода половинного ділення
4. Технологія та приклад розв'язання рівнянь за допомогою метода січних
5. Технологія та приклад розв'язання рівнянь за допомогою метода золотого перетину
6. Технологія та приклад розв'язання рівнянь за допомогою метода Лаггера
7. Технологія та приклад розв'язання рівнянь за допомогою метода дихотомії
8. Технологія та приклад розв'язання рівнянь за допомогою метода бісекції
9. Технологія та приклад розв'язання СЛАР матричним методом в Mathcad.
10. Технологія та приклад розв'язання СЛАР в Mathcad методом Крамера,
11. Технологія та приклад розв'язання СЛАР в Mathcad Гауса
12. Технологія та приклад розв'язання СЛАР в Mathcad Зейделя (простих ітерацій).
13. Технологія та приклад розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної методом прямого перебору.
14. Технологія та приклад розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної методом диференціального числення.
15. Технологія та приклад розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної методом половинного ділення.
16. Технологія та приклад розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної методом золотого перетину
17. Розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної за допомогою вбудованих функцій Mathcad Maximize, Minimize.

18. Технологія та приклад розв'язання екстремальних задач для функцій однієї змінної методом Монте-Карло.
19. Технологія та приклад побудови інтерполяційних функцій за допомогою вбудованих функцій `linterp`, `slope`, `intercept`.
20. Технологія та приклад побудови інтерполяційних функцій за допомогою вбудованих функцій `pspline`, `cspline`, `interp` разом з однією з допоміжних функцій `lspline`.
21. Технологія та приклад побудови апроксимуючих функцій (регресій) за допомогою вбудованих функцій `slope` у парі з `intercept`.
22. Технологія та приклад побудови апроксимуючих функцій (регресій) за допомогою вбудованих функцій `interp` разом з допоміжною функцією `regress`.
23. Технологія та приклад побудови апроксимуючих функцій (регресій) за допомогою вбудованих функцій `interp` разом з допоміжною функцією `loess`.
24. Технологія та приклад реалізації згладжування даних за допомогою функцій `medsmooth`.
25. Технологія та приклад реалізації згладжування даних за допомогою функцій, `ksmooth`.
26. Технологія та приклад реалізації згладжування даних за допомогою функцій `supsmooth`.
27. Технологія та приклад реалізації аналізу даних за допомогою функцій передбачення `predict`.
28. Технологія та практична реалізація чисельного диференціювання в Mathcad.
29. Чисельне диференціювання. за допомогою інтерполяційної формули Лагранжа.
30. Чисельне диференціювання. за допомогою методу кінцевих різниць.
31. Чисельне диференціювання. за допомогою вбудованих засобів Mathcad.
32. Наближене обчислення визначених інтегралів за формулою лівих прямокутників.
33. Наближене обчислення визначених інтегралів за формулою правих прямокутників.
34. Наближене обчислення визначених інтегралів за формулою центральних прямокутників.
35. Наближене обчислення визначених за формулою трапецій.
36. Методи підвищення точності інтегрування формулою прямокутників
37. Методи підвищення точності інтегрування формулою трапецій
38. Наближене обчислення визначених інтегралів за формулою квадратурною Сімпсона.
39. Наближене обчислення визначених інтегралів із заданою точністю
40. Наближене обчислення визначених інтегралів за квадратурною формулою Гауса.
41. Наближене обчислення визначених інтегралів методом Ромберга.
42. Наближене обчислення визначених інтегралів методом Монте-Карло.
43. Наближене обчислення подвійних інтегралів методом Монте-Карло.
44. Обчислення невластних інтегралів 1-го роду
45. Обчислення невластних інтегралів 2-го роду

46. Інтегрування функцій, що задані таблицею.
47. Методи інтегрування швидко осцилюючих функцій.
48. Методи інтегрування функцій з розривами
49. Методи інтегрування функцій, які не визначені на кінцях
50. Розв'язання диференціального рівняння або системи диференціальних рівнянь методом Рунге – Кутта 4-го порядку з постійним кроком.
51. Розв'язання диференціального рівняння або системи диференціальних рівнянь методом Рунге – Кутта 4-го порядку із змінним кроком.
52. Розв'язання диференціального рівняння або системи диференціальних рівнянь методом Булірша-Штоера
53. Розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь другого порядку
Технологія та практична реалізація розв'язання крайових задач.
54. Розв'язання крайової задачі для диференціальних рівнянь другого порядку
Розв'язання задачі Коші та крайової задачі за допомогою функції `odesolve`
55. Класифікація інтегральних рівнянь
56. Технологія та практична реалізація розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма 2-го роду.
57. Технологія та практична реалізація розв'язання інтегральних рівнянь Вольтера 1-го роду.
58. Технологія та практична реалізація розв'язання інтегральних рівнянь Вольтера 2-го роду.

Завдання для перевірки знань

Завдання 1.

Завдання полягає у розв'язанні системи чотирьох лінійних алгебраїчних рівнянь з чотирма невідомими. Кожну систему рівнянь потрібно розв'язати декількома методами, які викладені в даному методичному посібнику, і порівняти отримані результати між собою. Рекомендується використовувати комп'ютерну систему Matcad.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| $1,7x_1 - 2x_2 + x_3 + 0,9x_4 = 1$ | $2,1x_1 - 0,9x_2 + x_3 + x_4 = 1,1$ |
| $x_1 - 3,1x_2 + x_3 - 1,2x_4 = -1,3$ | $1,5x_1 + 2x_2 - 1,1x_3 + 4x_4 = 2$ |
| $x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 4,9$ | $x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = 3$ |
| $3x_2 + 2x_3 - x_4 = 4,2$ | $2x_1 + x_3 - x_4 = 4,1$ |
| $1,9x_1 + 1,3x_2 - x_3 + x_4 = 1,4$ | $2,3x_1 - 0,9x_2 + 1,1x_3 - 1,7x_4 = 1$ |
| $2,3x_1 - 2,4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2$ | $2,8x_1 - x_2 - 3,2x_4 = 2,7$ |
| $5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1,1$ | $3x_1 - 1,7x_3 + x_4 = -3,1$ |
| $2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4$ | $1,9x_1 + 2x_2 - 2,3x_3 + 5,4x_4 = -6,5$ |
| $x_1 - 2,6x_2 + 3,1x_3 - 4,2x_4 = 4$ | $0,9x_1 + 2,1x_2 + 3,7x_3 + 4,2x_4 = 11,5$ |
| $x_2 - 1,3x_3 + x_4 = -3,5$ | $2x_1 + 3,6x_2 + 4,4x_3 + 1,2x_4 = 12,4$ |
| $0,9x_1 + 3x_2 - 3,7x_4 = 1$ | $3,7x_1 + 4x_2 + 1,8x_3 + 2x_4 = 13,1$ |
| $x_1 - 7x_2 + 3x_3 + 1,9x_4 = -2,9$ | $4,1x_1 + 1,2x_2 + 2x_3 + 3,5x_4 = 14,4$ |

7. $1,9x_1 + 2,1x_2 - 1,1x_3 + 5,2x_4 = -1,1$
 $3,1x_1 - 1,3x_2 + 2,6x_3 - 6,7x_4 = 1,3$
 $4,5x_1 + 1,1x_2 - 3,3x_3 + 6,6x_4 = 3,1$
 $0,7x_1 - 2,4x_2 + 4,3x_3 - 6,9x_4 = 4$
8. $2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 1$
 $2x_1 - 5x_2 + 3,3x_3 - 2x_4 = 0$
 $3,09x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 15x_4 = -1$
 $4x_1 - x_2 + x_3 - 3,1x_4 = 2$
9. $-1,61x_2 + x_3 - 3,2x_4 = 1,1$
 $2,1x_1 + x_2 - 1,4x_3 - x_4 = 2,3$
 $6,8x_1 + 4,3x_2 - 2,1x_3 + 3x_4 = 3,2$
 $-2x_1 + 2,2x_2 + 4x_3 + 4,4x_4 = 0,8$
10. $0,9x_1 - x_2 + 3,3x_4 = 8,1$
 $x_1 + x_2 + 2,1x_3 - x_4 = 2,3$
 $3,8x_1 - 2,6x_2 + 6,3x_3 + 3,9x_4 = 1,6$
 $2,4x_1 + 4x_2 - 2,6x_3 - 7,3x_4 = 0,5$
11. $1,5x_1 + x_2 + 1,7x_3 + x_4 = 7,4$
 $3x_1 + 2,3x_2 + x_3 + x_4 = -2$
 $x_2 + 2x_3 + 2,6x_4 = 23$
 $5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3,7x_4 = 12$
12. $1,3x_1 - 2x_2 + x_3 - 1,8x_4 = -1$
 $2,4x_1 + x_2 - 1,9x_3 + 2x_4 = 3$
 $3x_1 - 2x_2 - 1,1x_3 + x_4 = 2$
 $2x_1 - 5,4x_2 + x_3 - 2x_4 = -2,7$
13. $x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 2,2$
 $2,6x_1 + x_2 - x_3 - 1,3x_4 = -2$
 $x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 = -10,7$
 $3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 2$
14. $x_1 - 1,1x_2 - 1,3x_3 + x_4 = 1,4$
 $-1,8x_1 + x_2 + x_3 - 2,2x_4 = 0$
 $3,3x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 4,5x_4 = 2$
 $4,9x_1 - 5x_2 - 5x_3 + 7,7x_4 = 3$
15. $2,6x_1 - 2,1x_2 + x_3 - x_4 = 1$
 $x_1 + 2,4x_2 - 1,7x_3 + x_4 = 1,2$
 $4x_1 - 10x_2 + 5,8x_3 - 5,1x_4 = 1$
 $2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7,3x_4 = -1$
16. $3,3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 1$
 $2x_1 - 1,1x_2 + 7x_3 - 3x_4 = 2$
 $x_1 + 3x_2 - 2,2x_3 + 5x_4 = 3,3$
 $3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5,5x_4 = 3$
17. $3,3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 2,4$
 $2x_1 - 1,1x_2 + 7x_3 - 3x_4 = -3$
 $x_1 + 3x_2 - 2,2x_3 + 5x_4 = 10$
 $3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5,5x_4 = -5$
18. $x_1 + 2,76x_2 - 3x_4 = 1,8$
 $1,9x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 2$
 $2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5,6x_4 = 7$
 $9x_1 - 9x_2 + 6,9x_3 - 16x_4 = 25$
19. $1,3x_1 - 2,1x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -2$
 $x_1 + 2,4x_2 - 1,7x_3 = -3,47$
 $x_1 - x_2 + 2,4x_3 - 3,3x_4 = 10$
 $1,5x_2 - x_3 + 1,1x_4 = -5,3$
20. $1,9x_2 - 1,6x_3 + x_4 = -1$
 $2,7x_1 + 3x_2 - x_3 + 1,8x_4 = -3$
 $x_1 + 2,2x_2 - 1,7x_3 = -4,33$
 $1,3x_1 - x_2 + 2x_3 - 3,7x_4 = 10$
21. $4x_1 + 3x_2 + 3,7x_3 + 5x_4 = 10$
 $x_1 + 2x_2 + 2,6x_3 = 12,9$
 $2,3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = -2$
 $x_1 + 1,7x_2 + x_3 + 1,5x_4 = 7,1$
22. $x_1 - 1,9x_2 + 2x_3 + 2,4x_4 = 2,8$
 $-5,3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -2,1$
 $-2x_1 + x_2 - 1,8x_3 + 1,3x_4 = -0,9$
 $-2x_1 - 1,1x_2 + x_3 + 3x_4 = 2,44$
23. $1,8x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3$
 $x_1 - 2,4x_2 + x_3 + x_4 = 3,2$
 $-5x_1 + 7x_2 + x_3 - 5x_4 = -15$
 $-x_1 + x_2 + 2x_3 - 1,43x_4 = -3$
24. $2,7x_1 + x_2 - x_3 - 1,3x_4 = 1$
 $x_1 - 1,9x_2 + 1,6x_3 + x_4 = 0$
 $3x_1 + 3,3x_2 - 3x_3 - 3,9x_4 = 2$
 $4,2x_1 + 5,5x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 3$

$$\begin{array}{l}
-2,3x_2 - x_3 + x_4 = -1,77 \\
25. \quad -2,7x_1 + x_3 - x_4 = 0 \\
\quad \quad 7x_1 - 10x_2 + 5,4x_4 = -3,2 \\
\quad \quad 11x_1 - 14,1x_2 - 7x_3 = -3,8 \\
2,8x_1 - 2,1x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\
27. \quad 2x_1 + 7x_2 - 3,5x_3 + 5,3x_4 = 3 \\
\quad \quad x_1 - 2,8x_2 + 5,5x_3 - 7x_4 = 0,04 \\
\quad \quad 3,3x_1 + 7x_2 - 5x_3 + 8,8x_4 = 5 \\
1,5x_1 - 2,3x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -4 \\
29. \quad x_1 + 2,4x_2 - 1,7x_3 = -2,18 \\
\quad \quad x_1 - x_2 + 2,8x_3 - 3x_4 = 10 \\
\quad \quad 2,6x_1 + 3x_2 - x_3 + 1,3x_4 = -3 \\
1,9x_1 - 2x_2 + x_3 - 1,1x_4 = -4 \\
26. \quad -x_1 + 7,3x_2 - 3x_3 + 7,5x_4 = 0 \\
\quad \quad 3,8x_1 - 2,6x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 2,4 \\
\quad \quad -2x_1 + 7x_2 - 5,8x_3 + 8,5x_4 = 0 \\
\quad \quad -x_1 - 3x_2 + x_3 - 3,7x_4 = 1 \\
28. \quad 2x_1 - 3,1x_3 + 2x_4 = 0,67 \\
\quad \quad -3x_1 + 4,9x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 5 \\
\quad \quad -9,1x_1 + 6x_2 - 16x_3 + 2x_4 = 16 \\
x_1 + 2,6x_2 + 3x_3 - 1,6x_4 = 1 \\
30. \quad 3,2x_1 + 2,4x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\
\quad \quad 2x_1 + 3,6x_2 + x_3 + 1,3x_4 = 1 \\
\quad \quad 2x_1 + 2x_2 + 2,5x_3 - 1,4x_4 = 1
\end{array}$$

Завдання 2.

Знайти найменший по модулю дійсний корінь рівняння $f(x) = 0$ з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$, при цьому: а) відокремити корінь графічним способом; б) обчислити корінь за допомогою методу простої ітерації; в) обчислити корінь за допомогою методу Ньютона – Рафсона та порівняти кількість ітерацій, які необхідні для отримання кореня із заданою точністю згідно методу простої ітерації.

1. $x^2 - 2x + \ln x = 0$.
2. $x^4 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$.
3. $x^2 - 2 \lg(x + 2) = 0$.
4. $2^x + 2x^2 - 3 = 0$.
5. $x^3 + 2x - 13 = 0$.
6. $x^2 + \operatorname{arctg} x - 0,5 = 0$.
7. $xe^{2x} - 4 = 0$.
8. $\operatorname{ctg} 0,8x - 2x^2 = 0$.
9. $x^5 + 5x + 1 = 0$.
10. $x^5 + 18x^3 - 34 = 0$.
11. $(x - 2)^2 - e^x = 0$.
12. $2e^{x^2} - 5 = 0$.
13. $x^3 + 2x^2 - 11 = 0$.
14. $2e^{-x^2} - 3x + 4 = 0$.
15. $x^2 - 1 - \cos 1,2x = 0$.
16. $2x - 3 \sin 2x - 1 = 0$.
17. $(x - 0,5)^2 - \sin \pi x = 0$.
18. $x^3 + 3x^2 - 6x - 1 = 0$.
19. $x^3 - 2 \cos \pi x = 0$.
20. $\operatorname{tg} 0,8x - x - 2 = 0$.
21. $\operatorname{tg} 1,2x - 2 + 3x = 0$.
22. $x^4 + 3x - 3 = 0$.
23. $(x - 1)^2 - 0,5e^x = 0$.
24. $3 - x^3 + \sin \frac{\pi}{2} x = 0$.
25. $1 - \arcsin 0,5x = 0$.
26. $(x + 2) \log_2(x) - 1 = 0$.
27. $\operatorname{arcctg}(x - 1) + 2x - 3 = 0$.
28. $2x^4 - x^2 - 10 = 0$.
29. $2 \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0$.
30. $x^2 \cos 2x + 1 = 0$.

Завдання 3.

Використовуючи метод ітерацій, розв'язати систему нелінійних рівнянь з точністю до 0,0001.

1. $\sin(x + 1) - y = 1,2;$
 $2x + \cos y = 2.$
2. $\cos(x - 1) + y = 0,5;$
 $x - \cos y = 3.$
3. $\sin x + 2y = 2;$
 $\cos(y - 1) + x = 0,7.$
4. $\cos x + y = 1,5;$
 $2x - \sin(y - 0,5) = 1.$
5. $\sin(x + 0,5) - y = 1;$
 $\cos(y - 2) + x = 0.$
6. $\cos(x + 0,5) + y = 0,8;$
 $\sin y - 2x = 1,6.$
7. $\sin(x - 1) = 1,3 - y;$
 $x - \sin(y + 1) = 0,8.$
8. $2y - \cos(x + 1) = 0;$
 $x + \sin y = -0,4.$
9. $\cos(x + 0,5) - y = 2;$
 $\sin y - 2x = 1.$
10. $\sin(x + 2) - y = 1,5;$
 $x + \cos(y - 2) = 0,5.$
11. $\sin(y + 1) - y = 1,2;$
 $2y + \cos x = 2.$
12. $\cos(y - 1) + x = 0,5;$
 $y - \cos x = 3.$
13. $\sin y + 2x = 2;$
 $\cos(x - 1) + y = 0,7.$
14. $\cos y + x = 1,5;$
 $2y - \sin(x - 0,5) = 1.$
15. $\sin(y + 0,5) - x = 1;$
 $\cos(x - 2) + y = 0.$
16. $\cos(y + 0,5) + x = 0,8;$
 $\sin x - 2y = 1,6.$
17. $\sin(y - 1) + x = 1,3;$
 $y - \sin(x + 1) = 0,8.$
18. $2x - \cos(y + 1) = 0;$
 $y + \sin x = -0,4.$
19. $\cos(y + 0,5) - x = 2;$
 $\sin x - 2y = 1.$
20. $\sin(y + 2) - x = 1,5;$
 $y + \cos(x - 2) = 0,5.$
21. $\sin(x + 1) - y = 1;$
 $2x + \cos y = 2.$
22. $\cos(x - 1) + y = 0,8;$
 $x - \cos y = 2.$
23. $\sin x + 2y = 1,6;$
 $\cos(y - 1) + x = 1.$
24. $\cos x + y = 1,2;$
 $2x - \sin(y - 0,5) = 2.$
25. $\sin(x + 0,5) - y = 1,2;$
 $\cos(y - 2) + x = 0.$
26. $\cos(x + 0,5) + y = 1;$
 $\sin y - 2x = 2.$
27. $\sin(x - 1) + y = 1,5;$
 $x - \sin(y + 1) = 1.$
28. $\sin(y + 1) - x = 1;$
 $2y + \cos x = 2.$
29. $\cos(y - 1) + x = 0,8;$
 $y - \cos x = 2.$
30. $\cos(x - 1) + y = 1;$
 $\sin y + 2x = 1,6.$

Завдання 4.

Використовуючи метод Ньютона, розв'язати систему нелінійних рівнянь з точністю до 0,001.

1. $\operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2$;
 $0,6x^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, \quad y > 0.$
2. $\sin(x + y) - 1,6x = 0$;
 $x^2 + y^2 = 1, \quad x > 0, \quad y > 0.$
3. $\operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2$;
 $x^2 + 2y^2 = 1.$
4. $\sin(x + y) - 1,2x = 0,2$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
5. $\operatorname{tg}(xy + 0,3) = x^2$;
 $0,9x^2 + 2y^2 = 1.$
6. $\sin(x + y) - 1,3x = 0$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
7. $\operatorname{tg} xy = x^2$;
 $0,8x^2 + 2y^2 = 1.$
8. $\sin(x + y) - 1,5x = 0,1$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
9. $\operatorname{tg} xy = x^2$;
 $0,7x^2 + 2y^2 = 1.$
10. $\sin(x + y) - 1,2x = 0,1$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
11. $\operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2$;
 $0,6x^2 + 2y^2 = 1.$
12. $\sin(x + y) = 1,5x - 0,1$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
13. $\operatorname{tg}(xy + 0,4) = x^2$;
 $0,8x^2 + 2y^2 = 1.$
14. $\sin(x + y) = 1,2x - 0,1$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
15. $\operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2$;
 $0,9x^2 + 2y^2 = 1.$
16. $\sin(x + y) - 1,4x = 0$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
17. $\operatorname{tg}(xy + 0,1) = x^2$;
 $0,5x^2 + 2y^2 = 1.$
18. $\sin(x + y) = 1,1x - 0,1$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
19. $\operatorname{tg}(x - y) - xy = 0$;
 $x^2 + 2y^2 = 1.$
20. $\sin(x - y) - xy = -1$;
 $x^2 - y^2 = \frac{3}{4}.$
21. $\operatorname{tg}(xy + 0,2) = x^2$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
22. $\sin(x + y) - 1,5x = 0$;
 $x^2 + y^2 = 1.$
23. $\operatorname{tg} xy = x^2$;
 $0,5x^2 + 2y^2 = 1.$
24. $\sin(x + y) = 1,2x - 0,2$;
 $x^2 + y^2 = 1.$

$$25. \quad \begin{aligned} \operatorname{tg}(xy + 0,1) &= x^2; \\ 0,7x^2 + 2y^2 &= 1. \end{aligned}$$

$$27. \quad \begin{aligned} \operatorname{tg} xy &= x^2; \\ 0,6x^2 + 2y^2 &= 1. \end{aligned}$$

$$29. \quad \begin{aligned} \operatorname{tg}(xy + 0,3) &= x^2; \\ 0,5x^2 + 2y^2 &= 1. \end{aligned}$$

$$26. \quad \begin{aligned} \sin(x + y) - 1,5x &= 0,2; \\ x^2 + y^2 &= 1. \end{aligned}$$

$$28. \quad \begin{aligned} \sin(x + y) - 1,2x &= 0; \\ x^2 + y^2 &= 1. \end{aligned}$$

$$30. \quad \begin{aligned} \sin(2x - y) - 1,2x &= 0,4; \\ 0,8x^2 + 1,5y^2 &= 1. \end{aligned}$$

Завдання 5.

Обчислити інтеграл за формулою трапецій з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

$$1. \quad \int_0^{1,2} \frac{dx}{1+x^3}.$$

$$3. \quad \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \sin^2 x} dx.$$

$$5. \quad \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx.$$

$$7. \quad \int_0^{2,4} \sin(x^2) dx.$$

$$9. \quad \int_2^5 \frac{dx}{\ln x}.$$

$$11. \quad \int_0^{0,7} \sqrt{1+x^4} dx.$$

$$13. \quad \int_{-0,5}^{2\pi} \exp(\sin x) dx.$$

$$15. \quad \int_{-0,1}^{1,1} \sqrt{x^3 - x + 1} dx.$$

$$17. \quad \int_0^{2,4} \cos(x^2) dx.$$

$$19. \quad \int_0^{1,2} \sin \sqrt{x} dx.$$

$$21. \quad \int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}.$$

$$2. \quad \int_0^{\pi/2} \sqrt{3 + \cos x} dx.$$

$$4. \quad \int_{\pi/6}^{7\pi/6} \frac{\sin x}{x} dx.$$

$$6. \quad \int_{0,9}^{\pi/2} \exp(-2x^2) dx.$$

$$8. \quad \int_0^{\pi/2} \cos \sqrt{x} dx.$$

$$10. \quad \int_{-0,4}^{0,8} x \exp(-x^3) dx.$$

$$12. \quad \int_0^{1,2} \sqrt{x^3 + x + 1} dx.$$

$$14. \quad \int_0^{\pi/2} \sqrt{3 - \cos x} dx.$$

$$16. \quad \int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 x}}.$$

$$18. \quad \int_{\pi/6}^{7\pi/6} \frac{\cos x}{x} dx.$$

$$20. \quad \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{4} \cos^2 x} dx.$$

$$22. \quad \int_{\pi/6}^{7\pi/6} \frac{\sin x}{x^2} dx.$$

$$23. \int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos x} dx.$$

$$25. \int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx.$$

$$27. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+x} dx.$$

$$29. \int_0^1 \frac{\exp(x)}{1+x} dx.$$

$$24. \int_0^{2,4} \cos(x^4) dx.$$

$$26. \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{10} \sin^2 x} dx.$$

$$28. \int_0^{0,8} \exp -\frac{1}{2} x^2 dx.$$

$$30. \int_1^2 (x^2 + 2 \ln x) dx.$$

Завдання 6.

Обчислити інтеграл за формулою Сімпсона з оцінкою похибки при $n = 8$.

$$1. \int_{0,8}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}.$$

$$2. \int_{1,2}^{2,8} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3,2}}.$$

$$3. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 1,3}}.$$

$$4. \int_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$5. \int_{0,8}^{1,4} \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 3}}.$$

$$6. \int_{0,4}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{2 + 0,5x^2}}.$$

$$7. \int_{1,4}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - 1}}.$$

$$8. \int_{1,2}^{2,4} \frac{dx}{\sqrt{0,5 + x^2}}.$$

$$9. \int_{0,4}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{3 + x^2}}.$$

$$10. \int_{0,6}^{1,5} \frac{dx}{\sqrt{1 + 2x^2}}.$$

$$11. \int_2^{3,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$12. \int_{0,5}^{1,3} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2}}.$$

$$13. \int_{1,2}^{2,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 0,6}}.$$

$$14. \int_{1,4}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 1}}.$$

$$15. \int_{0,8}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4}}.$$

$$16. \int_{1,6}^{2,2} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2,5}}.$$

$$17. \int_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 0,8}}.$$

$$18. \int_{1,2}^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1,2}}.$$

$$19. \int_{1,4}^2 \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 0,7}}.$$

$$20. \int_{3,2}^4 \frac{dx}{\sqrt{0,5x^2 + 1}}.$$

$$21. \frac{1,6 dx}{0,8 \sqrt{2x^2 + 0,3}}$$

$$22. \frac{2 dx}{1,2 \sqrt{0,5x^2 + 1,5}}$$

$$23. \frac{3,6 dx}{2 \sqrt{x^2 - 3}}$$

$$24. \frac{2,5 dx}{1,3 \sqrt{0,2x^2 + 1}}$$

$$25. \frac{1,4 dx}{0,6 \sqrt{12x^2 + 0,5}}$$

$$26. \frac{2,1 dx}{1,3 \sqrt{3x^2 - 0,4}}$$

$$27. \frac{2,2 dx}{1,4 \sqrt{1,5x^2 + 0,7}}$$

$$28. \frac{0,5 dx}{0,15 \sqrt{2x^2 + 1,6}}$$

$$29. \frac{1,1 dx}{0,3 \sqrt{x^2 - 4}}$$

$$30. \frac{0,66 dx}{0,32 \sqrt{x^2 + 2,3}}$$

Комплект тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

(3 б)	<p>Питання 1. Для системи рівнянь</p> $\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &= 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &= 4 \end{aligned}$ <p>коренями x_1 та x_2 являються</p>
1	$x_1 = 0, x_2 = 3$
2	$x_1 = 1, x_2 = 3$
3	$x_1 = 1, x_2 = 1$
4	$x_1 = 3, x_2 = 0$

(3 б)	<p>Питання 2. Корінь рівняння</p> $e^x + x = 0$
1	$x = -1,15$
2	$x = -0,57$
3	$x = 0,58$
4	$x = 1,12$

(3 б)	<p>Питання 3. Матриця Якобі для системи рівнянь</p> $\begin{aligned} 2x^3 - y^2 - 1 &= 0 \\ xy^3 - y - 4 &= 0 \end{aligned}$ <p>в точці $x = 1, y = 2$</p> <p>має вигляд</p>
-------	---

1)	2)	3)	4)
6 -4	4 -3	5 8	7 4
8 11	6 8	0 12	6 12

(3 б)	Питання 4. Корінь рівняння $e^{-x} - \ln x = 0$ знаходиться на інтервалі
	1) [-2;-1], 2) [-1;0], 3) [0;1], 4) [1;2]

(3 б)	Питання 5. Поліном Лагранжа для функції заданою таблицею								
	<table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>12</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> </table>	X	1	3	4	Y	12	4	6
X	1	3	4						
Y	12	4	6						
	має вигляд								
	1) $2x^2 - 12x + 22$ 2) $4x^2 + 3x + 11$								
	3) $x^2 + 8x + 3$ 4) $3x^2 + 7x + 1$								

(3 б)	Питання 6. Формула $\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}\right)$
1	формула Ньютона-Лейбніца
2	формула трапецій
3	формула середніх прямокутників
4	формула Сімпсона

(3 б)	Питання 7. При розв'язку диференціального рівняння $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ формули $y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ представляють собою
1	Метод Лагранжа
2	Метод Ейлера
3	Модифікований метод Ейлера
4	Метод Рунге-Кутта-

(3 б)	Питання 8. Застосовуючи метод Ейлера для розв'язку диференціального рівняння
-------	--

	$y = \frac{1}{2}xy$, $y(0) = 1$, з кроком $h = 0,1$ на $[0,1]$ отримаємо
	1) $y(0,3) = 1,01$; 2) $y(0,3) = 1,4$
	3) $y(0,3) = 1,6$; 4) $y(0,3) = 1,9$

(3 б)	Питання 9. Згідно норми $\ A\ = \max_i \sum_j a_{ij} $ норма матриці $\begin{matrix} & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & \\ 5 & 6 & 7 & \end{matrix}$ має значення
	1) 8; 2) 12; 3) 13; 4) 18

(3 б)	Питання 10. Похибка наближеного обчислення інтеграла за формулою трапецій $\int_0^1 (3x^2 - 4)dx$, при $n = 10$ дорівнює
	1) 0,005; 2) 0,01;
	3) 0,02; 4) 0,001

8. Методи навчання

Організація навчання у НУБіП України забезпечується засобами поєднання аудиторної і позааудиторної форм навчання, а саме:

- лекції;
- семінари;
- практичні заняття (лабораторні роботи, лабораторний практикум);
- самостійна аудиторна робота студентів;
- самостійна позааудиторна робота студентів;
- консультації;
- курсове проектування (курсіві роботи);

Для здійснення контролю за якістю знань та вмінь студентів використовуються:

- контрольні роботи;
- індивідуальні співбесіди;
- колоквиуми;
- заліки;
- іспити.

Використовуються такі методи навчання: словесні – розповідь, пояснення, лекція; наочні – демонстрація, ілюстрація; практичні – лабораторна робота, практична робота, вправи.

До методів вивчення належать також і наукові методи вивчення: спостереження і дослід, аналіз і синтез, індуктивний та дедуктивний методи.

Навчальні методи вивчення, що пов'язані з діяльністю студентів: самостійна робота, евристичний метод, метод програмованого навчання, проблемний метод, навчання на моделях.

За рівнем самостійної розумової діяльності використовуються методи: проблемний, частково-пошуковий, дослідницький.

При вивченні дисципліни лекція традиційно посідає одне з найбільш важливих місць у навчальному процесі.

Лекція (лат. *lectio* - читання) - це стрункий, логічно завершений, науково обгрунтований, послідовний і систематизований виклад певної наукової проблеми, теми чи розділу навчального предмету, ілюстрований за необхідністю наочною та демонструванням дослідів. Лекція має органічно поєднуватися з іншими видами навчальних занять, слугувати підґрунтям для поглиблення і систематизації знань, які набуваються студентами у процесі аудиторної та позааудиторної навчальної роботи.

Сучасна лекція - це посвячення слухачів у процес сумісної наукової роботи, залучення їх до наукової творчості, а не тільки передавання наукової істини. Тому характерною особливістю сучасної лекції має бути діяльнісна основа, яка означає не механічне поєднання діяльності викладача і студента, а перш за все їх взаємодію у сумісному навчальному пошуці.

Лекція повинна забезпечувати:

- науковий виклад великого об'єму чітко систематизованої і концентрованої, методично грамотно опрацьованої сучасної наукової інформації;
- доказовість і аргументованість суджень;
- достатню кількість фактів, аргументів, прикладів, текстів чи документів, які підтверджують основні тези лекції;
- ясність, логічність і лаконічність викладу інформації;
- активацію навчально-пізнавальної діяльності слухачів різноманітними засобами;
- чітке окреслення кола запитань для самостійного опрацювання з посиланням на джерела інформації;
- аналіз різних поглядів на вирішення поставлених проблем;
- надання студентам можливості слухати, осмислювати і нотувати отриману інформацію;
- встановлення контакту з аудиторією та забезпечення ефективного зворотного зв'язку;
- педагогічно доцільне використання різноманітних засобів наочності;
- педагогічну завершеність (повне висвітлення наукової проблеми чи теми з логічними висновками).

Практичні заняття (грец. *prakticos* - діяльний) - форма навчального заняття, на якому педагог організує детальний розгляд студентами окремих теоретичних положень навчальної дисципліни і формує уміння і навички їх практичного застосування шляхом виконання відповідно поставлених завдань. У структурі практичного заняття домінує самостійна робота студентів.

Перелік тем практичних занять визначається робочою навчальною програмою дисципліни. Правильно організовані практичні заняття мають важливе

виховне та практичне значення (реалізують дидактичний принцип зв'язку теорії з практикою) і орієнтовані на вирішення наступних завдань:

- поглиблення, закріплення і конкретизацію знань, отриманих на лекціях і в процесі самостійної роботи;
- формування практичних умінь і навичок, необхідних в майбутній професійній діяльності;
- розвитку умінь спостерігати та пояснювати явища, що вивчаються;
- розвитку самостійності тощо.

Консультації - форма навчання, у процесі якої студент отримує відповіді на конкретні запитання або пояснення складних для самостійного осмислення проблем. Консультації можуть бути індивідуальними або груповими, що проводяться перед модульною контрольною роботою, заліком чи іспитом. Правильно організована консультація допомагає студентам подолати труднощі, які виникли при самостійному опрацюванні матеріалу. Консультування вельми корисне і для студентів, які успішно навчаються, але мають намір поглибити і розширити знання. Групові консультації проводяться:

- а) При необхідності детально проаналізувати питання, які були недостатньо висвітлені в лекціях або на практичних заняттях;
- б) з метою допомоги студентам у самостійній роботі, при підготовці до практичних робіт, підготовки до іспиту.

Характерною особливістю навчання у вищій школі є великий обсяг самостійної роботи студентів (СРС). Самостійні роботи - це різноманітні види індивідуальної і колективної навчально-пізнавальної діяльності студентів, які здійснюються ними на навчальних заняттях або у позааудиторний час за завданнями викладача, під його керівництвом, але без його безпосередньої участі.

Згідно "Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах України" самостійна робота є основним засобом оволодіння навчальним матеріалом у час, вільний від обов'язкових навчальних занять. Навчальний час, відведений на СРС регламентується робочими планами ЗВО і складає не менше $\frac{1}{3}$ та не більше $\frac{2}{3}$ загального об'єму навчального часу студента, відведеного для вивчення конкретної дисципліни.

9. Форми контролю

Використовуються такі види контролю: попередній, поточний, тематичний, підсумковий.

Попередній контроль здійснюється з метою виявлення рівня підготовленості студента до сприйняття нового матеріалу. Така перевірка може проводитися у вигляді тестових завдань, письмових контрольних робіт, фронтального усного опитування на практичних заняттях, індивідуальних чи групових консультаціях.

Тематична перевірка знань спрямована на визначення рівня засвоєння студентами певної теми чи декількох взаємопов'язаних тем (модулів). Одним з основних завдань тематичної перевірки є створення передумов для осмислення та узагальнення достатньо великої за обсягом навчальної інформації. Для проведення тематичного контролю, який може здійснюватися на підсумковому семінарі, колоквиумі чи в процесі модульної або тематичної контрольної роботи,

завдання добираються та конструюються таким чином, щоб усунути елементи випадковості та об'єктивно оцінити навчальні досягнення студентів за усіма розділами теми.

Підсумковий контроль має на меті перевірку рівня засвоєння знань, практичних умінь та навичок студентів за тривалий проміжок часу навчання семестр, за весь період навчання у ЗВО. Мета підсумкового контролю знань полягає у виявленні структури і системи знань студентів. Складові такого контролю - семестровий контроль і державна атестація. Студента допускають до підсумкового контролю за умови виконання ним усіх видів робіт, передбачених навчальним планом на семестр з цієї дисципліни.

Іспити - спеціальні засоби здійснення підсумкової перевірки та оцінювання академічних досягнень студентів.

Семестровий іспит - форма підсумкового контролю з окремої навчальної дисципліни за семестр, що спрямована на перевірку засвоєння теоретичного та практичного матеріалу.

Іспити складають за екзаменаційними білетами, затвердженими кафедрою. Викладач в обов'язковому порядку ознайомлює студентів зі змістом екзаменаційних питань.

Для здійснення контролю за якістю знань та вмінь студентів з дисципліни «Основи системного підходу та методи прийняття рішень» використовуються наступні методи контролю:

- модульні тестові завдання;
- індивідуальні завдання;
- індивідуальні співбесіди;
- іспит.

10. Розподіл балів, які отримують студенти

Оцінювання відбувається згідно з положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019р. протокол №7 з табл.1.

Таблиця 1. Співвідношення між національними оцінками і рейтингом здобувача вищої освіти.

Оцінка національна	Рейтинг здобувача вищої освіти, бали
Відмінно	90 – 100
Добре	82-89
	74-81
Задовільно	64-73
	60-63
Незадовільно	35-59
	01-34

Для визначення рейтингу студента із засвоєння дисципліни $R_{\text{дис}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації $R_{\text{ат}}$ (до 30 балів) додається до рейтингу студента з навчальної роботи $R_{\text{нр}}$ (до 70 балів): $R_{\text{дис}} = R_{\text{нр}} + R_{\text{ат}}$

11. Методичне забезпечення

1. Дюженкова О.Ю., Криворот Т.Г., Степахно І.В. Числові методи: навчальний посібник для студентів денної та заочної форми навчання. – К.: «ЦП КОПРИНТ», 2018. – 2018. – 320 с.

12. Рекомендована література Основна

1. Бойко О. Р., Софіна О. Ю., Шушура О.М.; за заг. ред. Р.Н. Кветного. – Вінниця: ВНТУ, 2012. – 193 с.
2. Дзісь В.Г., Левчук О.В., Дячинська О.М. Прикладна математика на основі MathCAD: Навчальний посібник. Вінниця: ВНАУ, 2020. 378с.
3. Задачин В.М., Конюшенко І.Г. Чисельні методи: Навчальний посібник. Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. 180 с.
4. Математичне моделювання технологічних процесів. Навчальний посібник для магістрів та студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів / П.О. Стеблянко, В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш–Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2009. – 397 с.
5. Математичні методи прикладної механіки: навчальний посібник / П.О. Стеблянко, Т.В. Крилова, В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш. - Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2012. – 413с.
6. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Частина 1 : навчальний посібник / Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софіна О. Ю., Шушура О.М.; за заг. ред. Р.Н. Кветного. –Вінниця: ВНТУ, 2012.– 193 с.
7. Сулима І.М., Мейш В.Ф. Чисельні методи із застосуванням MatLab. Математичний апарат магістрів. Навчальний посібник: для магістрів та студентів інженерно-технічних спеціальностей вищих навчальних закладів/ Видав. центр НАУ, 2003. – 320 с.

8. Чисельні методи: Навчальний посібник. / Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А., Вінницький національний аграрний університет. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с.
9. Shumway R. H. Time series analyses and its applications: With R examples / R. H. Shumway, D. S. Stoffer. – 3-rd ed. – New York : Springer, 2011. – 596 p.

Допоміжна

1. Mathcad в інженерних розрахунках. Частина 1. Посібник для студентів інженерних спеціальностей НТУ / Укл. В.В. Гавриленко, К.С. Величко, К.М. Алексеєнко. – К.: НТУ, 2004. – 127 с.
2. Mathcad в інженерних розрахунках. Частина 2. Посібник для студентів інженерних спеціальностей НТУ / Укл. В.В. Гавриленко, К.С. Величко, К.М. Алексеєнко. – К.: НТУ, 2004. – 108 с.

13. Інформаційні ресурси

1. Валеев К. Г., Джалладова І. А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. Ч. 2. — К.: КНЕУ, 2002. — 451 с. http://posibnyky.vntu.edu.ua/m_a/page28.htm.
2. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне інтегральне числення / Овчинников П.П. [та ін.] – К. Техніка, 2003. – 600 с. <http://toloka.hurtom.com/viewtopic.php?t=32545>
3. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 2: Диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірностей. Числові методи / Овчинников П.П. [та ін.] – К.: Техніка, 2004. – 792 с. <http://toloka.hurtom.com/viewtopic.php?t=32545>
4. Лавренчук В.П., Настасієв П.П., Мартинюк О.В., Кондур О.С. Вища математика. Загальний курс. Частина 2. Математичний аналіз і диференціальні рівняння: Навчальний посібник. – Чернівці: Книги – ХХІ, 2010. – 556 с. <http://arr.chnu.edu.ua/handle/123456789/167>
5. Інституційний депозитарій електронної бібліотеки НУБіП України, кафедра вищої та прикладної математики <http://elibrary.nubip.edu.ua/view/divisions/vid24.html>
6. <http://www.allbest.ru/> G Бесплатные электронные библиотеки: математика