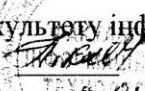




**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра вищої та прикладної математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Декан факультету інформаційних технологій  
 (Олена ГЛАЗУНОВА)  
06 2023 р.

«СХВАЛЕНО»  
на засіданні кафедри  
вищої та прикладної математики  
Протокол №14 від 1 травня 2023 р.  
Завідувач кафедри  
 (Людмила ПАНТАЛІЄНКО)

«РОЗГЛЯНУТО»  
Гарант ОП «Цифрова економіка»  
 (Дмитро ЖЕРЛІЦІН)

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ (ВИЩА МАТЕМАТИКА)**

Галузь знань **05 «Соціальні та поведінкові науки»**

спеціальність **051 «Економіка»**

освітня програма **«Цифрова економіка»**

Розробник: ст.викл. кафедри вищої та прикладної математики Марія РУЖИЛО

Київ – 2023 р.

## 1. Опис навчальної дисципліни

### Математика для економістів ( Вища математика )

| Освітній ступінь, галузь знань, спеціальність                 |   |                    |
|---|---|--------------------|
| Ступень вищої освіти  | перший (бакалаврський) рівень               |                    |
| Галузь знань  | 05 «Соціальні та поведінкові науки»         |                    |
| Спеціальність   | 051 «Економіка»                             |                    |
| Освітньо-кваліфікаційна програма                              | Цифрова економіка                           |                    |
| Характеристика навчальної дисципліни                          |   |                    |
| Вид   | Обов'язкова                                 |                    |
| Загальна кількість годин                                      | 300   |                    |
| Кількість кредитів ECTS                                       | 10  |                    |
| Кількість змістових модулів                                   | 4   |                    |
| Курсовий проект (робота) (за наявності)                       | ----  |                    |
| Форма контролю  | I-й семестр – залік, II-й семестр – екзамен |                    |
| Показники навчальної дисципліни                               |   |                    |
|   | денна форма навчання                        |                    |
| Рік підготовки (курс)   | I-й курс                                    |                    |
| Семестр   | <b>1-й семестр</b>                          | <b>2-й семестр</b> |
| Лекційні заняття  | 30 год.                                     | 30 год.            |
| Практичні, семінарські заняття                                | 60 год.                                     | 60 год.            |
| Лабораторні заняття   | -----                                       | -----              |
| Самостійна робота   | 60 год.                                     | 60 год.            |
| Індивідуальні завдання  |   |                    |
| Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання | 6 год.                                      | 6 год.             |

## 2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни

**Метою** вивчення вищої математики є формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення.

**Завдання навчальної дисципліни** – вищої математики :

- оволодіння основами математичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних фахових задач;
- вміння самостійно знаходити, вивчати і застосовувати наукову літературу та інші інформаційні джерела і ресурси з вищої математики;
- напрацювання навичок з математичного дослідження прикладних задач, а саме вміння перевести конкретну фахову задачу на математичну мову з наступною побудовою її математичної моделі;
- вміння досліджувати побудовані математичні моделі тих чи інших економічних процесів;

- оволодіння методами обробки і аналізу результатів, отриманих при дослідженні розроблених математичних моделей.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати:**

\* основи вищої математики, що є фундаментом математичної освіти спеціаліста з економіки, економічної кібернетики, тощо...

\* роль та місце математичних методів в розв'язуванні цілої низки конкретних задач в галузі економіки.

**вміти:**

- сформулювати найпростіші прикладні задачі і побудувати математичні моделі реальних об'єктів і процесів, що в них протікають;
- розробити раціональні методи дослідження створених моделей, проводити їх якісне та кількісне дослідження, зокрема:
- побудувати і проаналізувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, вибрати раціональний метод розв'язку і знайти розв'язки;
- скласти адекватну математичну модель прикладної задачі та знайти її розв'язок методами математичного аналізу;
- скласти відповідне характерне рівняння експериментального процесу або явища і розв'язати його;
- обробляти числові дані, отримані в процесі економічних досліджень, проаналізувати ці дані, зробити надійні висновки;
- максимально стисло і зрозуміло викладати одержані результати та на їх основі розробляти практичні рекомендації стосовно вибору оптимальної економічної стратегії розвитку конкретного процесу, виробництва, тощо...

**Набуття компетентностей –**

**інтегральна компетентність:** здатність визначати та розв'язувати складні економічні задачі та практичні проблеми, приймати відповідні управлінські рішення в економічній сфері та сфері цифрової економіки, які характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, що передбачає застосування теорій та методів економічної науки, сучасних інформаційних технологій, методів економіко-математичного моделювання в умовах діджиталізації соціальних відносин.

**загальні компетентності (ЗК):**

**ЗК3.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**Програмні результати, а саме:**

**ПРН 8.** Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач.

**ПРН 21.** Вміти абстрактно мислити, застосовувати аналіз та синтез для виявлення ключових характеристик економічних систем різного рівня, а також особливостей поведінки їх суб'єктів.

**ПРН 23.** Показувати навички самостійної роботи, демонструвати критичне, креативне, самокритичне мислення.

### 3. Програма та структура навчальної дисципліни

#### *Змістовний модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри*

##### **Тема 1. Визначники, їх властивості, застосування.**

Визначники 2-го, 3-го, 4-го, ... $n$ -го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за допомогою визначників, правило Крамера.

##### **Тема 2 . Матриці.**

Основні означення. Дії над матрицями. Обернена матриця. Матричні рівняння. СЛАР та їх розв'язування матричним методом.

##### **Тема 3 . Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.**

Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.

##### **Тема 4 . Вектори.**

Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.

#### *Змістовний модуль 2. Елементи аналітичної геометрії*

##### **Тема 1 . Геометрія на площині.**

Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Відстань від точки до прямої.

##### **Тема 2 . Геометрія в просторі.**

Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.

##### **Тема 3 . Криві другого порядку.**

Коло, еліпс, гіпербола, парабола. Основні означення. Їх канонічні рівняння та характеристики.

#### *Змістовний модуль 3. Вступ до математичного аналізу.*

##### *Диференціальне числення функцій однієї змінної*

##### **Тема 1. Функція.**

Означення функції, область визначення. Способи задання. Основні властивості функції. Елементарні функції, побудова їх графіків.

##### **Тема 2. Границя.**

Поняття границі змінної, послідовності, функції. НМФ і НВФ. Теореми про границі. Дві чудові границі. Порівняння НМВ. Основні правила розкриття невизначеностей. Неперервність функції. Класифікація точок розриву.

##### **Тема 3. Похідна ФОЗ. Диференціал функції.**

Означення похідної. Зміст похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних. Похідна складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенєво-показникової функції. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопіталя.

##### **Тема 4. Застосування похідної ФОЗ.**

Локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість, угнутість, точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова графіка.

## Змістовний модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї змінної.

### Звичайні диференціальні рівняння

#### Тема 1. Невизначений інтеграл.

Означення первісної та невизначеного інтеграла. Геометричний зміст. Властивості. Таблиця інтегралів. Три основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.

#### Тема 2. Визначений інтеграл.

Основні означення, основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Правила обчислення визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла, зокрема – економічні застосування, обчислення площ фігур, об'ємів тіл обертання, тощо

#### Тема 3. Диференціальні рівняння.

Диференціальні рівняння 1-го порядку. ДР з відокремлюваними змінними, однорідні ДР. Лінійні ДР. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні ДР вищих порядків.

| Назви змістовних модулів і тем  | Кількість годин |            |              |           |     |     |           |
|---|-----------------|------------|--------------|-----------|-----|-----|-----------|
|   | тижні           | усь<br>ого | у тому числі |           |     |     |           |
|   |                 |            | л            | п         | лаб | інд | с.р.      |
| 1   | 2               | 3          | 4            | 5         | 6   | 7   | 8         |
| <b>І – й семестр</b>  |                 |            |              |           |     |     |           |
| <b>Змістовний модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри</b>  |                 |            |              |           |     |     |           |
| <b>Тема 1.</b> Визначники 2-го,3-го, 4-го, ... <i>n</i> -го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за правилом Крамера.                                 | 1-2             | <b>19</b>  | 4            | 8         |     |     | 7         |
| <b>Тема 2 .</b> Матриці. Дії над матрицями. Обернена матриця. Матричні рівняння. СЛАР та їх розв'язування матричним методом.  | 3-4             | <b>19</b>  | 4            | 8         |     |     | 7         |
| <b>Тема 3 .</b> Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.   | 5               | <b>15</b>  | 2            | 6         |     |     | 7         |
| <b>Тема 4 .</b> Вектори. Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.           | 6-8             | <b>22</b>  | 6            | 10        |     |     | 6         |
| <b>Разом за змістовним модулем 1</b>  | <b>75</b>       |            | <b>16</b>    | <b>32</b> |     |     | <b>27</b> |
| <b>Змістовний модуль 2. Елементи аналітичної геометрії</b>  |                 |            |              |           |     |     |           |
| <b>Тема 5 .</b> Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Умови паралельності, перпендикулярності .Відстань від точки до прямої. | 9-10            | <b>22</b>  | 4            | 8         |     |     | 10        |

|  |           |           |           |           |  |  |           |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|--|--|-----------|
| <b>Тема 6 .</b> Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.  | 11-13     | <b>36</b> | 6         | 12        |  |  | 13        |
| <b>Тема 7 .</b> Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Їх канонічні рівняння та характеристики.  | 14-15     | <b>21</b> | 4         | 8         |  |  | 10        |
| <b>Разом за змістовним модулем 2</b>   | <b>75</b> |           | <b>14</b> | <b>28</b> |  |  | <b>33</b> |
| <b>II – й семестр</b>  |           |           |           |           |  |  |           |
| <b>Змістовний модуль 3. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної</b>   |           |           |           |           |  |  |           |
| <b>Тема 1.</b> Функція: означення, область визначення. Способи задання. Основні властивості функції. Елементарні функції, побудова їх графіків.  | 1         | <b>12</b> | 2         | 4         |  |  | 6         |
| <b>Тема 2.</b> Поняття границі змінної, послідовності, функції. НМФ і НВФ. Теореми про границі. Дві чудові границі. Порівняння НМВ. Основні правила розкриття невизначеностей. Неперервність функції. Класифікація точок розриву.  | 2-3       | <b>20</b> | 4         | 8         |  |  | 8         |
| <b>Тема 3.</b> Похідна ФОЗ. Зміст похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних. Похідна складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенево-показникової функції. Диференціал функції. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала.        | 4-5       | <b>22</b> | 4         | 8         |  |  | 10        |
| <b>Тема 4.</b> Локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість, угнутість, точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова графіка.  | 6-7       | <b>21</b> | 4         | 8         |  |  | 9         |
| <b>Разом за змістовним модулем 3</b>   | <b>75</b> |           | <b>14</b> | <b>28</b> |  |  | <b>33</b> |
| <b>Змістовний модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Звичайні диференціальні рівняння</b>  |           |           |           |           |  |  |           |
| <b>Тема 5.</b> Означення первісної та невизначеного інтеграла. Властивості. Таблиця інтегралів. Три основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій. | 8-10      | <b>27</b> | 6         | 12        |  |  | 9         |

|   |       |            |           |           |  |  |           |
|---|-------|------------|-----------|-----------|--|--|-----------|
| <b>Тема 6.</b> Визначений інтеграл: означення, основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Застосування визначеного інтеграла, зокрема – економічні застосування, обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, тощо | 11-13 | 25         | 6         | 10        |  |  | 9         |
| <b>Тема 7.</b><br>Диференціальні рівняння 1-го порядку: ДР з відокремлюваними змінними, однорідні ДР. Лінійні ДР. Рівняння Бернуллі.<br>Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні ДР вищих порядків.                      | 14-15 | 23         | 4         | 10        |  |  | 9         |
| <b>Разом за змістовим модулем 4</b>   |       | <b>75</b>  | <b>16</b> | <b>32</b> |  |  | <b>27</b> |
| <b>Усього годин</b>   |       | <b>300</b> |           |           |  |  |           |

#### 4. Теми практичних занять

| № з/п                       | Назва теми  | Кількість годин |
|-----------------------------|---|-----------------|
| <b>1-й змістовий модуль</b> |   |                 |
| 1                           | Обчислення визначників 2-го,3-го, 4-го, ... <i>n</i> -го порядку. Розклад визначника за елементами його рядка (або стовпця). Властивості визначників. Розв'язування СЛАР за правилом Крамера. | 8               |
| 2                           | Додавання, віднімання матриць. Множення матриць. Знаходження оберненої матриці. Розв'язування СЛАР матричним методом. Матричні рівняння.  | 8               |
| 3                           | Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.   | 6               |
| 4                           | Вектори. Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.                           | 10              |
| <b>2-й змістовий модуль</b> |   |                 |
| 1                           | Знаходження різних типів рівнянь прямої лінії на площині. Зв'язок між різними типами рівнянь прямої на площині. Знаходження кута між прямими та відстані від точки до прямої.                 | 8               |
| 2                           | Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.   | 12              |
| 3                           | Криві другого порядку: складання канонічних рівнянь кола, еліпса, гіперболи, параболи; вказування основних характеристик .  | 8               |
| <b>3-й змістовий модуль</b> |   |                 |
| 1                           | Знаходження області визначення функції. Елементарні функції, побудова їхніх графіків. Обернені, складені, парні, непарні, періодичні функції.   | 4               |
| 2                           | Обчислення границі функції. 1 і 2 чудові границі. Еквівалентні НМВ. Розкриття невизначеностей. Порівняння НМВ.  | 8               |

|                              |  |    |
|------------------------------|--|----|
| 3                            | Знаходження похідних елементарних функцій за означенням. Опанування техніки диференціювання. Таблиця похідних. Знаходження похідних складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенево-показникової функції. Диференціал функції. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми | 8  |
| 4                            | Дослідження функції на екстремум. Визначення найбільшого та найменшого значення функції на відрізку. Точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова її графіка.  | 8  |
| <b>4-й змістовний модуль</b> |  |    |
| 1                            | Таблиця інтегралів. Техніка знаходження невизначених інтегралів - метод безпосереднього інтегрування, заміна змінної, інтегрування частинами. Техніка інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.  | 12 |
| 2                            | Обчислення визначеного інтеграла. Техніка знаходження визначених інтегралів. Застосування визначеного інтеграла для обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, тощо   | 10 |
| 3                            | Розв'язування диференціальних рівняння 1-го порядку, зокрема, ДР з відокремлюваними змінними, однорідних ДР. Розв'язування лінійних ДР, рівнянь Бернуллі, ДР вищих порядків.   | 10 |

## 5. Теми самостійної роботи

| № з/п                        | Назва теми  | Кількість годин |
|------------------------------|---|-----------------|
| <b>1-й змістовний модуль</b> |   |                 |
| 1                            | Обчислення визначників $n$ -го порядку. Розклад визначника за елементами його рядка (або стовпця). Розв'язування СЛАР $n$ -го порядку за правилом Крамера.                    | 7               |
| 2                            | Знаходження оберненої матриці методом Жардана-Гаусса. Розв'язування СЛАР матричним методом. Матричні рівняння.  | 7               |
| 3                            | Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Ранг матриці<br>Критерій сумісності.   | 7               |
| 4                            | Застосування скалярного добутку векторів в економічних задачах.   | 6               |
| <b>2-й змістовний модуль</b> |   |                 |
| 1                            | Знаходження різних типів рівнянь прямої лінії на площині. Зв'язок між різними типами рівнянь прямої на площині. Знаходження кута між прямими та відстані від точки до прямої. | 10              |
| 2                            | Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.                                       | 13              |
| 3                            | Криві другого порядку: складання канонічних рівнянь кола, еліпса, гіперболи, параболи; вказування основних характеристик .  | 10              |
| <b>3-й змістовний модуль</b> |   |                 |
| 1                            | Знаходження області визначення функції. Елементарні функції, побудова їхніх графіків. Обернені, складені, парні, непарні, періодичні функції.                                 | 6               |
| 2                            | Обчислення границі функції. 1 і 2 чудові границі. Еквівалентні НМВ. Розкриття невизначеностей. Порівняння НМВ.  | 8               |



|                              |  |    |
|------------------------------|--|----|
| 3                            | Знаходження похідних елементарних функцій за означенням. Опанування техніки диференціювання. Таблиця похідних. Знаходження похідних складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенєво-показникової функції. Диференціал функції. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми | 10 |
| 4                            | Дослідження функції на екстремум. Визначення найбільшого та найменшого значення функції на відрізку. Точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова її графіка.  | 9  |
| <b>4-й змістовний модуль</b> |  |    |
| 1                            | Таблиця інтегралів. Техніка знаходження невизначених інтегралів - метод безпосереднього інтегрування, заміна змінної, інтегрування частинами. Техніка інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.  | 9  |
| 2                            | Обчислення визначеного інтеграла. Техніка знаходження визначених інтегралів. Застосування визначеного інтеграла для обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, тощо   | 9  |
| 3                            | Розв'язування диференціальних рівняння 1-го порядку, зокрема, ДР з відокремлюваними змінними, однорідних ДР. Розв'язування лнвнйних ДР, рівнянь Бернуллі, ДР вищих порядків.   | 9  |

## 6. Комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

### Модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри

#### Питання 1

|  |   |
|--|---|
|  | Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається однорідною? |
|  | Система, у якої головний визначник = 0                            |
|  | Система, у якої всі вільні члени = 0                              |
|  | Система, у якої головний визначник $\neq 0$                       |
|  | Система, у якої всі вільні члени $\neq 0$                         |
|  | Система, яка має нульовий розв'язок                               |

#### Питання 2

|  |  |
|--|--|
|  | Обчислити визначник третього порядку $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ . |
|  | 30   |
|  | -5   |
|  | 78   |
|  | 29   |

#### Питання 3

|  |   |
|--|---|
|  | Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається несумісною? |
|  | Система, що не має жодного розв'язку                              |
|  | Система, що має безліч розв'язків                                 |
|  | Система, що має єдиний розв'язок                                  |
|  | Система, що має розв'язки   |

#### Питання 4

|  |   |
|--|---|
|  | Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} 5x + 3y = 1, \\ 2x - y = 7 \end{cases}$ |
|--|---|

|  |  |
|--|--|
|  | $\{2; -2\}; \Delta = -12; \Delta_x = -24; \Delta_y = 24$ |
|  | $\{3; 4\}; \Delta = 10; \Delta_x = 30; \Delta_y = 40$    |
|  | $\{1; 2\}; \Delta = 8; \Delta_x = 8; \Delta_y = 16$      |
|  | $\{2; -3\}; \Delta = -11; \Delta_x = -22; \Delta_y = 33$ |
|  |  |

Питання 5

|  |   |
|--|---|
|  | Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається визначеною? |
|  | Система, що має безліч розв'язків                                 |
|  | Система, що має єдиний розв'язок                                  |
|  | Система, що не має жодного розв'язку                              |
|  | Система, яка має нульовий розв'язок                               |

Питання 6

|  |   |
|--|---|
|  | Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ |
|  | Не має жодного розв'язку  |
|  | Має нульовий розв'язок  |
|  | Має безліч розв'язків   |
|  | Ваша відповідь:   |

Питання 7

|  |   |
|--|---|
|  | Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y - z = 0 \\ 4x - 2y + 2z = 2 \end{cases}$ |
|  | $x = \frac{3}{10}, y = \frac{1}{10}, z = \frac{1}{2}$   |
|  | $x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$   |
|  | $x = 3, y = 2, z = 1$   |
|  | Не має жодного розв'язку  |
|  | Ваша відповідь:   |

## Модуль 2. Елементи аналітичної геометрії

Питання 8

|  |  |
|--|--|
|  | Які умови паралельності та перпендикулярності двох прямих? |
|  | $k_1 = \frac{1}{k_2}; k_1 = -k_2$                          |
|  | $k_1 = k_2; k_2 = -\frac{1}{k_1}$                          |
|  | $k_1 + k_2 = 1; k_2 = -\frac{1}{k_1}$                      |
|  | $k_2 - k_1 = 1; k_2 = -\frac{1}{k_1}$                      |
|  | Ваша відповідь:  |

Питання 9

|  |   |
|--|---|
|  | Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.       |
|  | $\frac{x_1 - x_2}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{y_2 - y_1}$ |
|  | $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$     |

|   |
|---|
| $\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2}$ |
| $\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2}$ |

Питання 10

|   |
|---|
| Написати рівняння прямої, що проходить через т. $A(2; -4)$ під кутом $45^\circ$ до прямої $y = x$ ; |
| $y = x - 6$   |
| $2x + y - 4 = 0$  |
| $x - y + 5 = 0$   |
| $y + 4 = 0$   |

Питання 11

|   |
|---|
| За якою формулою обчислюється відстань $d$ між двома точками $A(x_1, y_1)$ та $B(x_2, y_2)$ ? |
| $d = (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2$   |
| $d = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$   |
| $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$  |
| $d = \sqrt{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}$  |

Питання 12

|   |
|---|
| Який вигляд має рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом? |
| $Ax + By + C = 0$                                       |
| $y = kx + b$  |
| $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ |
| $y - y_0 = k(x - x_0)$                                  |

Питання 13

|  |
|--|
| Яке рівняння має пряма, що проходить через точки $A(-1; 3)$ та $B(2; 5)$ ? |
| $x + 2y + 2 = 0$   |
| $y = -5x + 7$  |
| $5x + y - 11 = 0$  |
| $3x + 4y - 14 = 0$   |
| $2x - 3y + 11 = 0$   |

Питання 14

|   |
|---|
| Знайти кут між прямими $3x - 4y + 2 = 0$ і $5x - 12y + 2 = 0$ |
| $\alpha = \arccos 0,96$                                       |
| $\alpha = 90^\circ$   |
| $\alpha = 45^\circ$   |
| Прямі не перетинаються  |

**Модуль 3. Вступ до математичного аналізу.**

**Диференціальне числення функції однієї змінної**

Питання 15

|  |                                   |
|--|-----------------------------------|
|  | Функція називається парною, якщо: |
|  | $f(-x) = -f(x)$                   |
|  | $f(-x) = f(x)$                    |
|  | $f(-x) = -f(-x)$                  |
|  | $f(-x) = 0$                       |

Питання 16

|  |   |
|--|---|
|  | Знайти область визначення функції $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$ |
|  | $X \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$                      |
|  | $X \geq (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$                    |
|  | $X \leq (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$                    |
|  | $X \in \mathbb{R}$  |
|  | $X \in (1; 4)$  |

Питання 17

|  |  |
|--|--|
|  | В якій точці функція $y = \frac{1}{x-1}$ має розрив? |
|  | $x = \infty$   |
|  | $x = 1$  |
|  | $x = 0$  |
|  | $x = -1$   |

Питання 18

|  |  |
|--|--|
|  | Функція називається періодичною, якщо: |
|  | $f(x+y) = f(x) + f(y)$                 |
|  | $f(x+T) = f(x), T - \text{період}$     |
|  | $f(x+T) = T \cdot f(x)$                |
|  | $f(x+T) = f(x) + T, T - \text{період}$ |

Питання 19

|  |   |
|--|---|
|  | Функція називається зростаючою, якщо:   |
|  | $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ |
|  | $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ |
|  | $x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$ |
|  | $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ |

Питання 20

|  |   |
|--|---|
|  | Вказати періодичні функції з періодом $T=2\pi$            |
|  | $y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$       |
|  | $y = \cos x, y = \sin x$                                  |
|  | $y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x$ |
|  | $y = \arccos x, y = \arcsin x$                            |

Питання 21

|  |  |
|--|--|
|  | Похідну добутку двох функцій обчислюють за формулою: |
|  | $(U \cdot V)' = U' \cdot V'$                         |
|  | $(U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V'$             |
|  | $(U \cdot V)' = U' \cdot V - U \cdot V'$             |
|  | $(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$ |

Питання 22

|   |
|---|
| Функцію $y = \frac{x^4}{2} + 3x^2 - 5$ перевірити на парність чи непарність |
| Непарна   |
| Парна   |
| Ні парна, ні непарна  |

Питання 23

|  |
|--|
| Похідну частки двох функцій обчислюють за формулою:                  |
| $(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V + U \cdot V'}{V^2}$                 |
| $(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}, \quad V \neq 0$ |
| $(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{U^2 \cdot V^2}$       |
| $(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{U^2}$                 |

Питання 24

|   |
|---|
| Знайти похідну функції $y = (5x^2 - \cos 2x)^4$ |
| $y' = 8(5x^2 - \cos 2x)^3(5x + \sin 2x)$        |
| $y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^3(10x - \sin 2x)$       |
| $y' = 2(5x^2 - \cos 2x)^4(5x + \sin 2x)$        |
| $y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^4(5x^2 - \cos 2x)$      |
| Ваша відповідь:                                 |

Питання 25

|  |
|--|
| Знайти похідну складеної функції $y = \arctg \sqrt{1+x^2}$ . |
| $y' = \frac{2x+1}{\sqrt{1+x^2}}$                             |
| $y' = \frac{2x}{(1+x^2)\sqrt{2+x^2}}$                        |
| $y' = \frac{x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}$                         |
| $y' = \frac{2x}{(2+x^2)\sqrt{2+x^2}}$                        |
| Ваша відповідь:  |

Питання 26

|  |
|--|
| Знайти похідну функції: $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x - 2}$ |
| $y' = \frac{x^2 - 4x - 10}{(x - 2)^2}$                   |
| $y' = 1$   |
| $y' = \frac{x^2 + 4x + 10}{(x - 2)^2}$                   |

|                                  |
|----------------------------------|
| $y' = \frac{2x+1}{\sqrt{1+x^2}}$ |
| Ваша відповідь:                  |

Питання 27

|  |
|--|
| Знайти похідну функції: $y = e^x \cdot \cos x$ |
| $y = e^x \cdot \sin x$                         |
| $y = e^x \cdot (\cos x + \sin x)$              |
| $y = e^x \cdot (\cos x - \sin x)$              |
| $y = e^x + \cos x$                             |

Питання 28

|  |
|--|
| Записати рівняння дотичної та нормалі до кривої $y = f(x)$ у точці $M_0(x_0, y_0)$ |
| $y - y_0 = f(x)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f(x)}(x - x_0)$                |
| $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$          |
| $y = f'(x_0)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$                      |
| $y = f(x)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f(x)}(x - x_0)$                            |

Питання 29

|  |
|--|
| Знайти екстремальні значення функції $y = 2x^2 - \frac{4}{3}x^3$ |
| $y_{\min} = -2; \quad y_{\max} = 5$                              |
| $y_{\min} = -\frac{2}{3}; \quad y_{\max} = 2$                    |
| $y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{2}{3}$                     |
| $y_{\min} = -3; \quad y_{\max} = 1,5$                            |
| $y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{1}{3}$                     |

Питання 30

|   |
|---|
| Знайти найбільше та найменше значення функції $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ на відрізку $[0;3]$ |
| $M = 5; \quad m = -\frac{1}{2}$   |
| $M = 3; \quad m = 1,5$  |
| $M = 2\frac{2}{3}; \quad m = \frac{1}{2}$   |
| $M = 1,5; \quad m = -2$   |
| $M = \frac{3}{2}; \quad m = 0$  |

**Модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної.  
Диференціальні рівняння**

Питання 31

|  |   |
|--|---|
|  | Записати формулу інтегрування частинами         |
|  | $\int u \cdot dv = u \cdot v + \int v \cdot du$ |
|  | $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ |
|  | $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v^2 du$     |
|  | $\int u \cdot dv = u \cdot v + \int v^2 du$     |

Питання 32

|  |   |
|--|---|
|  | Знайти інтеграл $\int \sqrt{1 - \sin^2 x} dx$ . |
|  | $\sin 2x + C$                                   |
|  | $\cos x + C$                                    |
|  | $\sin x + C$                                    |
|  | $\cos 2x + C$                                   |

Питання 33

|  |   |
|--|---|
|  | Знайти інтеграл $\int (\ln x)^2 \cdot \frac{dx}{x}$ |
|  | $-\frac{1}{3 \ln^3 x} + C$                          |
|  | $\ln  \ln x  + C$                                   |
|  | $\frac{\ln^3 x}{3} + C$                             |
|  | $\frac{2}{3}(1 + \ln x)^3 + C$                      |
|  | $3 \ln^3 x + C$                                     |

Питання 34

|  |  |
|--|--|
|  | Знайти інтеграл $\int \frac{(x-3)dx}{x^2 - 6x + 10}$ |
|  | $2 \ln(x^2 - 6x + 10) + C$                           |
|  | Ваша відповідь:                                      |
|  | $\frac{2}{3}(1 + \ln x)^3 + C$                       |
|  | $\cos x + \cos^3 x + C$                              |

Питання 35

|  |  |
|--|--|
|  | Записати формулу невизначеного інтеграла |
|  | $\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$          |
|  | $\int f(x) \cdot dx = F'(x) + C$         |
|  | $\int F(x) \cdot dx = f(x) + c$          |
|  | $\int u'(x) \cdot dx = u(x) + C$         |

Питання 36

|  |  |
|--|--|
|  | Знайти інтеграл $\int (x-2) \cdot \cos x \cdot dx$ |
|  | $(x-2) \cdot \sin x + \cos x + c$                  |
|  | $(x+2) \cdot \sin x + \cos x + c$                  |

|  |                                   |
|--|-----------------------------------|
|  | $(x-2) \cdot \sin x - \cos x + c$ |
|  | $(x-2) \cdot \cos x + c$          |

Питання 37

|  |  |
|--|--|
|  | Записати формулу Ньютона-Лейбніца, якщо $F(x)$ первісна для $f(x)$ . |
|  | $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$                                      |
|  | $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$                                      |
|  | $\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$                                      |
|  | $\int_a^b f(x)dx = F(a) \cdot F(b)$                                  |

Питання 38

|  |   |
|--|---|
|  | Чому дорівнює площа фігури, обмеженої параболою $y = x^2$ , прямими $x = 1$ та $x = 3$ і віссю $Ox$ ? |
|  | $S = 4$ (кв.од.)  |
|  | $S = 2,5$ (кв.од.)  |
|  | $S = 10$ (кв.од.)   |
|  | $S = 3$ (кв.од.)  |
|  | $S = 8\frac{2}{3}$ (кв.од.)   |

Питання 39

|  |   |
|--|---|
|  | Чому дорівнює довжина дуги кривої $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ , якщо $x \in [0;3]$ ? |
|  | $L = 4$ (л.од.)   |
|  | $L = 2,5$ (л.од.)   |
|  | $L = 3$ (л.од.)   |
|  | $L = \frac{14}{3}$ (л.од.)  |
|  | $L = \frac{17}{3}$ (л.од.)  |

Питання 40

|  |  |
|--|--|
|  | Обчислити інтеграл $\int_0^1 x \cdot e^x dx$ |
|  | $\frac{1}{3}$                                |
|  | $2\frac{2}{5}$                               |
|  | 10,5   |
|  | 7  |
|  | 1  |

Питання 41

|  |   |
|--|---|
|  | Знайти загальний розв'язок ДР $y \cdot y' = \frac{1-2x}{y}$ |
|--|---|



|  |                               |
|--|-------------------------------|
|  | $y = \frac{2}{3}(x + C)^2$    |
|  | $y = \sqrt[3]{C + 3x - 3x^2}$ |
|  | $y = 1 + Ce^{x^2}$            |
|  | $y = C(4 - x^2)$              |
|  | $y = e^x(x - 2) + C$          |

Питання 42

|  |   |
|--|---|
|  | Яке з диференціальних рівнянь є ДР першого порядку однорідне? |
|  | $y' = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y$          |
|  | $y' = 2\sqrt{y} \cdot \ln x$                                  |
|  | $y' - 2 \cos x = \sin x$                                      |
|  | $ydx + (1 + x^2)dy = 0$                                       |
|  | $y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$                               |

Питання 43

|  |   |
|--|---|
|  | Знайти загальний інтеграл ДР: $y' = \frac{y}{x} \left( \frac{y^2}{x^2} + 1 \right)$ |
|  | $-\frac{x^2}{2y^2} = \ln Cx $   |
|  | $x + y = \ln[C(x+1)(y+1)]$  |
|  | $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = C$   |
|  | $y^2 = C(e^{2x} + 1)$   |
|  | $(1+x^2)(1+y^2) = C$  |

Питання 44

|  |   |
|--|---|
|  | Який загальний вигляд має лінійне ДР першого порядку?       |
|  | $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$                                 |
|  | $y' + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^2$                        |
|  | $f_1(x) \cdot \zeta_1(y)dx + f_2(x) \cdot \zeta_2(y)dy = 0$ |
|  | $y' + P(x) \cdot y = Q(x)$                                  |
|  | $y' = f(x) \cdot \zeta(y)$                                  |

Питання 45

|  |   |
|--|---|
|  | Розв'язати задачу Коші $y' = 5\sqrt{y}$ ; $y(0) = 25$ |
|  | $y = -2x$   |
|  | $y^2 + x^2 = 20$                                      |
|  | $y = -\frac{5}{x}$                                    |
|  | $y = \frac{25}{4}(x+2)^2$                             |
|  | $y = 3e^{x+2}$  |

Питання 46

|  |  |
|--|--|
|  | Розв'язати ДР другого порядку $y'' - 3y' + 2y = 0$ |
|  | $y = e^{-2x}(C_1 + xC_2)$                          |
|  | $y = C_1e^{4x} + C_2e^{-4x}$                       |
|  | $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$                           |
|  | $y = C_1e^{5x} + C_2e^{3x}$                        |
|  | $y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$              |

Питання 47

|  |  |
|--|--|
|  | Означення диференціального рівняння 1-го порядку                                       |
|  | Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $f(x, x', y, y') = 0$ |
|  | Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $F(x, y, y') = 0$     |
|  | Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $f(x, x', y) = 0$     |
|  | Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $F(x, x', y') = 0$    |

Питання 48

|  |  |
|--|--|
|  | Який класичний вигляд має лінійне ДР 1-го порядку? |
|  | $y' + p(x) \cdot y = f(x)$                         |
|  | $y' + y = f(x)$                                    |
|  | $y' + p(x) + y = f(x)$                             |
|  | $y' + p(x) \cdot y' = f(x)$                        |
|  |  |
|  |  |

## 7. Методи навчання.

- **Пояснювально-ілюстративний метод** (використовується на лекціях). При використанні цього методу студенти здобувають знання, слухаючи та сприймаючи лекцію з навчальної дисципліни – вищої математики – на дошці або через екран у «готовому» вигляді.
- **Репродуктивний метод** (використовується на практичних заняттях). Студенти засвоюють навчальний матеріал на основі розв'язання конкретних прикладів і завдань за певними правилами і методиками. В цьому разі діяльність студентів є алгоритмічною та відповідає інструкціям, методикам і правилам розв'язання певного типу завдань.

**Метод проблемного викладення** (впроваджується як на лекціях, так і на практичних заняттях). Перед викладенням нового матеріалу викладач ставить задачу, чітко її окреслюючи і математично формулюючи. Після цього, розкриваючи методику або систему доведень і обґрунтувань, показує конкретний спосіб розв'язання поставленої задачі.

## 8. Форми контролю.

**Форми контролю і їх питома вага (у балах) по кожному модулю**

| Форми контролю                              | Кількість балів |
|---|-----------------|
| <b>1-й модуль</b>                           |                 |
| МКР №1                                      | 30              |
| СРС №1                                      | 30              |
| Аудиторна поточна робота (робота в elearn ) | 40              |
| Загальна сума                               | <b>100</b>      |
| <b>2-й модуль</b>                           |                 |
| МКР №2                                      | 30              |
| СРС №2                                      | 30              |
| Аудиторна поточна робота (робота в elearn ) | 40              |
| Загальна сума                               | <b>100</b>      |
| <b>3-й модуль</b>                           |                 |
| МКР №3                                      | 30              |
| СРС №3                                      | 30              |
| Аудиторна поточна робота (робота в elearn ) | 40              |
| Загальна сума                               | <b>100</b>      |
| <b>4-й модуль</b>                           |                 |
| МКР №4                                      | 30              |
| СРС №4                                      | 30              |
| Аудиторна поточна робота (робота в elearn ) | 40              |
| Загальна сума                               | <b>100</b>      |

## 9. Перелік контрольних робіт

1. МКР №1 «Векторна алгебра»
2. МКР №2 «Криві 2-го порядку»
3. МКР №3 «Похідна функції»
4. МКР №4 «Визначений інтеграл та його застосування»

## Перелік тем індивідуальних робіт для СРС.

1. СРС №1 «Лінійна алгебра»
2. СРС №2 «Аналitiчна геометрія»
3. СРС №3 «Границя функції»
4. СРС №4 «Невизначений інтеграл»

**10. Розподіл балів, які отримують студенти.** Оцінювання студента відбувається згідно положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019 р. протокол № 7 з табл. 1.

| Рейтинг здобувача вищої освіти, бали | Оцінка національна за результати складання екзаменів - заліків |               |
|--------------------------------------|--|---------------|
|                                      | екзаменів  | заліків       |
| 90-100                               | Відмінно   | зараховано    |
| 74-89                                | добре  |               |
| 60-73                                | задовільно   |               |
| 0-59                                 | незадовільно   | не зараховано |

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{нр}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{нр}} + R_{\text{ат}}$ .

## 11. Методичне забезпечення

Електронний навчальний курс, розроблений на базі платформи LMS Moodle, розміщений на навчальному порталі НУБіП України за адресою:

<https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=5121>

## 12. Рекомендована література

### Основна література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Вища школа. 2004. – 647с.
2. Суліма І.М., Ковтун І.І., Радчик І.А. Вища математика, ч. 1. Елементи лінійної і векторної алгебри. Аналітична геометрія. – К.: НАУ, 2003. – 216 с.

3. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика, Част.2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. – К.: НАУ, 2003. – 297 с.
4. Батечко Н.Г., Панталієнко Л.А., Шостак С.В., Цюпій Т.І., Ружило М.Я. Вища математика. Збірник задач. – К.: НУБіП України, 2021, – 360с.
5. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, I-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2012. – 368 с.
6. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, II-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2014. – 368 с.

### Допоміжна література

1. Іванова Ю.І., Ружило М.Я. «Математика для економістів в прикладах і задачах» Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів, Київ, ЦП «Компринт», 2019 – 332 с.
2. Іванова Ю.І., Ружило М.Я. «Вища математика» Навчально-методичний посібник для самостійної роботи студентів.– К.: НУБіП України, 2012. – 98 с.
3. Іванова Ю.І., Ружило М.Я. Конспект лекцій з «Вищої математики». – К.: НУБіП України, 2016 – 102 с.
4. Ружило М.Я. «Вища математика». Індивідуальні завдання для самостійної роботи студентів – К.: НУБіП України, 2018. – 32 с.

### 13. Інформаційні ресурси

1. Наукова бібліотека НУБіП України.
2. Національна бібліотека імені В.І.Вернадського.
3. Інтернет.
4. <https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=5121>