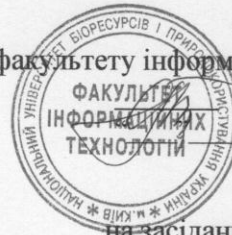


НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

Кафедра вищої та прикладної математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Декан факультету інформаційних технологій  
(Глазунова О.Г.)  
8.06 2022 р.



«СХВАЛЕНО»  
на засіданні кафедри вищої  
та прикладної математики  
Протокол № 22 від 6 червня 2022 р.  
Завідувач кафедри  
(Батечко Н.Г.)

«РОЗГЛЯНУТО»  
Гарант ОП «Економічна кібернетика»  
(Клименко Н. А.)

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ (ВИЩА МАТЕМАТИКА)

Галузь знань 05 «Соціальні та поведінкові науки»

спеціальність 051 «Економіка»

освітня програма «Економічна кібернетика»

Розробники: ст. викл. кафедри вищої та прикладної математики Ружи́ло М.Я.

Київ – 2022 р.

## 1. Опис навчальної дисципліни

### Математика для економістів (Вища математика)

Освітній ступінь, галузь знань, спеціальність		
Ступень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень	
Галузь знань	05 «Соціальні та поведінкові науки»	
Спеціальність	051 «Економіка»	
Освітньо-кваліфікаційна програма	Економічна кібернетика	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	300	
Кількість кредитів ECTS	10	
Кількість змістових модулів	4	
Курсовий проект (робота) (за наявності)	----	
Форма контролю	I-й семестр – залік, II-й семестр – екзамен	
Показники навчальної дисципліни		
	денна форма навчання	
Рік підготовки (курс)	I-й курс	
Семестр	<b>1-й семестр</b>	<b>2-й семестр</b>
Лекційні заняття	30 год.	30 год.
Практичні, семінарські заняття	60 год.	60 год.
Лабораторні заняття	-----	-----
Самостійна робота	60 год.	60 год.
Індивідуальні завдання		
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	6 год.	6 год.

## 2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни

**Метою** вивчення вищої математики є формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення.

**Завдання навчальної дисципліни** – вищої математики :

- оволодіння основами математичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних фахових задач;
- вміння самостійно знаходити, вивчати і застосовувати наукову літературу та інші інформаційні джерела і ресурси з вищої математики;
- напрацювання навичок з математичного дослідження прикладних задач, а саме вміння перевести конкретну фахову задачу на математичну мову з наступною побудовою її математичної моделі;

- вміння досліджувати побудовані математичні моделі тих чи інших економічних процесів;
- оволодіння методами обробки і аналізу результатів, отриманих при дослідженні розроблених математичних моделей.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати:**

- \* основи вищої математики, що є фундаментом математичної освіти спеціаліста з економіки, економічної кібернетики, тощо...
- \* роль та місце математичних методів в розв'язуванні цілої низки конкретних задач в галузі економіки.

**вміти:**

- сформулювати найпростіші прикладні задачі і побудувати математичні моделі реальних об'єктів і процесів, що в них протікають;
- розробити раціональні методи дослідження створених моделей, проводити їх якісне та кількісне дослідження, зокрема:
- побудувати і проаналізувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, вибрати раціональний метод розв'язку і знайти розв'язки;
- скласти адекватну математичну модель прикладної задачі та знайти її розв'язок методами математичного аналізу;
- скласти відповідне характерне рівняння експериментального процесу або явища і розв'язати його;
- обробляти числові дані, отримані в процесі економічних досліджень, проаналізувати ці дані, зробити надійні висновки;
- максимально стисло і зрозуміло викладати одержані результати та на їх основі розробляти практичні рекомендації стосовно вибору оптимальної економічної стратегії розвитку конкретного процесу, виробництва, тощо...

**Набуття компетентностей - загальні компетентності (ЗК):**

**ЗК3.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**Програмні результати, а саме:**

**ПРН5.** Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач.

**ПРН21.** Вміти абстрактно мислити, застосовувати аналіз та синтез для виявлення ключових характеристик економічних систем різного рівня, а також особливостей поведінки їх суб'єктів.

**ПРН23.** Показувати навички самостійної роботи, демонструвати критичне, креативне, самокритичне мислення.

### 3. Програма та структура навчальної дисципліни

#### *Змістовний модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри*

##### **Тема 1. Визначники, їх властивості, застосування.**

Визначники 2-го, 3-го, 4-го, ...  $n$ -го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за допомогою визначників, правило Крамера.

##### **Тема 2 . Матриці.**

Основні означення. Дії над матрицями. Обернена матриця. Матричні рівняння. СЛАР та їх розв'язування матричним методом.

##### **Тема 3 . Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.**

Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.

##### **Тема 4 . Вектори.**

Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.

#### *Змістовний модуль 2. Елементи аналітичної геометрії*

##### **Тема 1 . Геометрія на площині.**

Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Відстань від точки до прямої.

##### **Тема 2 . Геометрія в просторі.**

Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.

##### **Тема 3 . Криві другого порядку.**

Коло, еліпс, гіпербола, парабола. Основні означення. Їх канонічні рівняння та характеристики.

#### *Змістовний модуль 3. Вступ до математичного аналізу.*

##### *Диференціальне числення функцій однієї змінної*

##### **Тема 1. Функція.**

Означення функції, область визначення. Способи задання. Основні властивості функції. Елементарні функції, побудова їх графіків.

##### **Тема 2. Границя.**

Поняття границі змінної, послідовності, функції. НМФ і НВФ. Теореми про границі. Дві чудові границі. Порівняння НМВ. Основні правила розкриття невизначеностей. Неперервність функції. Класифікація точок розриву.

##### **Тема 3. Похідна ФОЗ. Диференціал функції.**

Означення похідної. Зміст похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних. Похідна складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенєво-показникової функції. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопіталя.

##### **Тема 4. Застосування похідної ФОЗ.**

Локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість, угнутість, точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова графіка.

## **Змістовний модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї змінної.**

### **Звичайні диференціальні рівняння**

#### **Тема 1. Невизначений інтеграл.**

Означення первісної та невизначеного інтеграла. Геометричний зміст. Властивості. Таблиця інтегралів. Три основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.

#### **Тема 2. Визначений інтеграл.**

Основні означення, основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Правила обчислення визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла, зокрема – економічні застосування, обчислення площ фігур, об'ємів тіл обертання, тощо

#### **Тема 3. Диференціальні рівняння.**

Диференціальні рівняння 1-го порядку. ДР з відокремлюваними змінними, однорідні ДР. Лінійні ДР. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні ДР вищих порядків.

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин						
	тижні	усь ого	у тому числі				
			л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>І – й семестр</b>							
<b>Змістовний модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри</b>							
<b>Тема 1.</b> Визначники 2-го,3-го, 4-го, ... <i>n</i> -го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за правилом Крамера.	1-2	<b>19</b>	4	8			7
<b>Тема 2 .</b> Матриці. Дії над матрицями. Обернена матриця. Матричні рівняння. СЛАР та їх розв'язування матричним методом.	3-4	<b>19</b>	4	8			7
<b>Тема 3 .</b> Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.	5	<b>15</b>	2	6			7
<b>Тема 4 .</b> Вектори. Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.	6-8	<b>22</b>	6	10			6
<b>Разом за змістовним модулем 1</b>	<b>75</b>		<b>16</b>	<b>32</b>			<b>27</b>
<b>Змістовний модуль 2. Елементи аналітичної геометрії</b>							
<b>Тема 5 .</b> Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Умови паралельності, перпендикулярності .Відстань від точки до прямої.	9-10	<b>22</b>	4	8			10

<b>Тема 6 .</b> Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.	11-13	<b>36</b>	6	12			13
<b>Тема 7 .</b> Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Їх канонічні рівняння та характеристики.	14-15	<b>21</b>	4	8			10
<b>Разом за змістовним модулем 2</b>	<b>75</b>		<b>14</b>	<b>28</b>			<b>33</b>
<b>II – й семестр</b>							
<b>Змістовний модуль 3. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної</b>							
<b>Тема 1.</b> Функція: означення, область визначення. Способи задання. Основні властивості функції. Елементарні функції, побудова їх графіків.	1	<b>12</b>	2	4			6
<b>Тема 2.</b> Поняття границі змінної, послідовності, функції. НМФ і НВФ. Теореми про границі. Дві чудові границі. Порівняння НМВ. Основні правила розкриття невизначеностей. Неперервність функції. Класифікація точок розриву.	2-3	<b>20</b>	4	8			8
<b>Тема 3.</b> Похідна ФОЗ. Зміст похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних. Похідна складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенево-показникової функції. Диференціал функції. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопіталя.	4-5	<b>22</b>	4	8			10
<b>Тема 4.</b> Локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість, угнутість, точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова графіка.	6-7	<b>21</b>	4	8			9
<b>Разом за змістовним модулем 3</b>	<b>75</b>		<b>14</b>	<b>28</b>			<b>33</b>
<b>Змістовний модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Звичайні диференціальні рівняння</b>							
<b>Тема 5.</b> Означення первісної та невизначеного інтеграла. Властивості. Таблиця інтегралів. Три основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.	8-10	<b>27</b>	6	12			9

<b>Тема 6.</b> Визначений інтеграл: означення, основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Застосування визначеного інтеграла, зокрема – економічні застосування, обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, тощо	11-13	<b>25</b>	6	10			9
<b>Тема 7.</b> Диференціальні рівняння 1-го порядку: ДР з відокремлюваними змінними, однорідні ДР. Лінійні ДР. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні ДР вищих порядків.	14-15	<b>23</b>	4	10			9
<b>Разом за змістовим модулем 4</b>		<b>75</b>	<b>16</b>	<b>32</b>			<b>27</b>
<b>Усього годин</b>		<b>300</b>					

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>1-й змістовний модуль</b>		
1	Обчислення визначників 2-го, 3-го, 4-го, ... <i>n</i> -го порядку. Розклад визначника за елементами його рядка (або стовпця). Властивості визначників. Розв'язування СЛАР за правилом Крамера.	8
2	Додавання, віднімання матриць. Множення матриць. Знаходження оберненої матриці. Розв'язування СЛАР матричним методом. Матричні рівняння.	8
3	Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.	6
4	Вектори. Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.	10
<b>2-й змістовний модуль</b>		
1	Знаходження різних типів рівнянь прямої лінії на площині. Зв'язок між різними типами рівнянь прямої на площині. Знаходження кута між прямими та відстані від точки до прямої.	8
2	Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.	12
3	Криві другого порядку: складання канонічних рівнянь кола, еліпса, гіперболи, параболи; вказування основних характеристик .	8
<b>3-й змістовний модуль</b>		
1	Знаходження області визначення функції. Елементарні функції, побудова їхніх графіків. Обернені, складені, парні, непарні, періодичні функції.	4
2	Обчислення границі функції. 1 і 2 чудові границі. Еквівалентні НМВ. Розкриття невизначеностей. Порівняння НМВ.	8

3	Знаходження похідних елементарних функцій за означенням. Опанування техніки диференціювання. Таблиця похідних. Знаходження похідних складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенево-показникової функції. Диференціал функції. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми	8
4	Дослідження функції на екстремум. Визначення найбільшого та найменшого значення функції на відрізку. Точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова її графіка.	8
<b>4-й змістовний модуль</b>		
1	Таблиця інтегралів. Техніка знаходження невизначених інтегралів - метод безпосереднього інтегрування, заміна змінної, інтегрування частинами. Техніка інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.	12
2	Обчислення визначеного інтеграла. Техніка знаходження визначених інтегралів. Застосування визначеного інтеграла для обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, тощо	10
3	Розв'язування диференціальних рівняння 1-го порядку, зокрема, ДР з відокремлюваними змінними, однорідних ДР. Розв'язування лнвйних ДР, рівнянь Бернуллі, ДР вищих порядків.	10

## 5. Комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

### Модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри

#### Питання 1

	Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається однорідною?
	Система, у якої головний визначник = 0
	Система, у якої всі вільні члени = 0
	Система, у якої головний визначник $\neq 0$
	Система, у якої всі вільні члени $\neq 0$
	Система, яка має нульовий розв'язок

#### Питання 2

	Обчислити визначник третього порядку $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ .
	30
	-5
	78
	29

#### Питання 3

	Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається несумісною?
	Система, що не має жодного розв'язку
	Система, що має безліч розв'язків
	Система, що має єдиний розв'язок
	Система, що має розв'язки

#### Питання 4

	Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} 5x + 3y = 1, \\ 2x - y = 7 \end{cases}$
	$\{2; -2\}$ ; $\Delta = -12$ ; $\Delta_x = -24$ ; $\Delta_y = 24$



	$\{3; 4\}; \Delta = 10; \Delta_x = 30; \Delta_y = 40$
	$\{1; 2\}; \Delta = 8; \Delta_x = 8; \Delta_y = 16$
	$\{2; -3\}; \Delta = -11; \Delta_x = -22; \Delta_y = 33$

Питання 5

	Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається визначеною?
	Система, що має безліч розв'язків
	Система, що має єдиний розв'язок
	Система, що не має жодного розв'язку
	Система, яка має нульовий розв'язок

Питання 6

	Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$
	Не має жодного розв'язку
	Має нульовий розв'язок
	Має безліч розв'язків
	Ваша відповідь:

Питання 7

	Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y - z = 0 \\ 4x - 2y + 2z = 2 \end{cases}$
	$x = \frac{3}{10}, y = \frac{1}{10}, z = \frac{1}{2}$
	$x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$
	$x = 3, y = 2, z = 1$
	Не має жодного розв'язку
	Ваша відповідь:

## Модуль 2. Елементи аналітичної геометрії

Питання 8

	Які умови паралельності та перпендикулярності двох прямих?
	$k_1 = \frac{1}{k_2}; k_1 = -k_2$
	$k_1 = k_2; k_2 = -\frac{1}{k_1}$
	$k_1 + k_2 = 1; k_2 = -\frac{1}{k_1}$
	$k_2 - k_1 = 1; k_2 = -\frac{1}{k_1}$
	Ваша відповідь:

Питання 9

	Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
	$\frac{x_1 - x_2}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{y_2 - y_1}$
	$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

$\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2}$
$\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2}$

Питання 10

Написати рівняння прямої, що проходить через т. $A(2; -4)$ під кутом $45^\circ$ до прямої $y = x$ ;
$y = x - 6$
$2x + y - 4 = 0$
$x - y + 5 = 0$
$y + 4 = 0$

Питання 11

За якою формулою обчислюється відстань $d$ між двома точками $A(x_1, y_1)$ та $B(x_2, y_2)$ ?
$d = (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2$
$d = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$
$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
$d = \sqrt{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}$

Питання 12

Який вигляд має рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом?
$Ax + By + C = 0$
$y = kx + b$
$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
$y - y_0 = k(x - x_0)$

Питання 13

Яке рівняння має пряма, що проходить через точки $A(-1; 3)$ та $B(2; 5)$ ?
$x + 2y + 2 = 0$
$y = -5x + 7$
$5x + y - 11 = 0$
$3x + 4y - 14 = 0$
$2x - 3y + 11 = 0$

Питання 14

Знайти кут між прямими $3x - 4y + 2 = 0$ і $5x - 12y + 2 = 0$
$\alpha = \arccos 0,96$
$\alpha = 90^\circ$
$\alpha = 45^\circ$
Прямі не перетинаються

**Модуль 3. Вступ до математичного аналізу.  
Диференціальне числення функції однієї змінної**

Питання 15

	Функція називається парною, якщо:
	$f(-x) = -f(x)$
	$f(-x) = f(x)$
	$f(-x) = -f(-x)$
	$f(-x) = 0$

Питання 16

	Знайти область визначення функції $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$
	$X \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$
	$X \geq (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$
	$X \leq (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$
	$X \in \mathbb{R}$
	$X \in (1; 4)$

Питання 17

	В якій точці функція $y = \frac{1}{x-1}$ має розрив?
	$x = \infty$
	$x = 1$
	$x = 0$
	$x = -1$

Питання 18

	Функція називається періодичною, якщо:
	$f(x+y) = f(x) + f(y)$
	$f(x+T) = f(x), T - \text{період}$
	$f(x+T) = T \cdot f(x)$
	$f(x+T) = f(x) + T, T - \text{період}$

Питання 19

	Функція називається зростаючою, якщо:
	$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
	$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$
	$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Питання 20

	Вказати періодичні функції з періодом $T=2\pi$
	$y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$
	$y = \cos x, y = \sin x$
	$y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x$
	$y = \arccos x, y = \arcsin x$

Питання 21

	Похідну добутку двох функцій обчислюють за формулою:
	$(U \cdot V)' = U' \cdot V'$
	$(U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V'$
	$(U \cdot V)' = U' \cdot V - U \cdot V'$

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$
--

Питання 22

Функцію $y = \frac{x^4}{2} + 3x^2 - 5$ перевірити на парність чи непарність
---

Непарна
---------

Парна
-------

Ні парна, ні непарна
----------------------

Питання 23

Похідну частки двох функцій обчислюють за формулою:
---

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V + U \cdot V'}{V^2}$
--

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}, V \neq 0$
--

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{U^2 \cdot V^2}$
--

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{U^2}$
--

Питання 24

Знайти похідну функції $y = (5x^2 - \cos 2x)^4$
---

$y' = 8(5x^2 - \cos 2x)^3(5x + \sin 2x)$
--

$y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^3(10x - \sin 2x)$
---

$y' = 2(5x^2 - \cos 2x)^4(5x + \sin 2x)$
--

$y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^4(5x^2 - \cos 2x)$
--

Ваша відповідь:
-----------------

Питання 25

Знайти похідну складеної функції $y = \arctg \sqrt{1+x^2}$ .
--

$y' = \frac{2x+1}{\sqrt{1+x^2}}$
----------------------------------

$y' = \frac{2x}{(1+x^2)\sqrt{2+x^2}}$
---------------------------------------

$y' = \frac{x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}$
--------------------------------------

$y' = \frac{2x}{(2+x^2)\sqrt{2+x^2}}$
---------------------------------------

Ваша відповідь:
-----------------

Питання 26

Знайти похідну функції: $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x - 2}$
--

$y' = \frac{x^2 - 4x - 10}{(x - 2)^2}$
--

	$y' = 1$
	$y' = \frac{x^2 + 4x + 10}{(x-2)^2}$
	$y' = \frac{2x+1}{\sqrt{1+x^2}}$
	Ваша відповідь:

Питання 27

	Знайти похідну функції: $y = e^x \cdot \cos x$
	$y = e^x \cdot \sin x$
	$y = e^x \cdot (\cos x + \sin x)$
	$y = e^x \cdot (\cos x - \sin x)$
	$y = e^x + \cos x$

Питання 28

	Записати рівняння дотичної та нормалі до кривої $y = f(x)$ у точці $M_0(x_0, y_0)$
	$y - y_0 = f(x)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f(x)}(x - x_0)$
	$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$
	$y = f'(x_0)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$
	$y = f(x)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f(x)}(x - x_0)$

Питання 29

	Знайти екстремальні значення функції $y = 2x^2 - \frac{4}{3}x^3$
	$y_{\min} = -2; \quad y_{\max} = 5$
	$y_{\min} = -\frac{2}{3}; \quad y_{\max} = 2$
	$y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{2}{3}$
	$y_{\min} = -3; \quad y_{\max} = 1,5$
	$y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{1}{3}$

Питання 30

	Знайти найбільше та найменше значення функції $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ на відрізку $[0;3]$
	$M = 5; \quad m = -\frac{1}{2}$
	$M = 3; \quad m = 1,5$
	$M = 2\frac{2}{3}; \quad m = \frac{1}{2}$
	$M = 1,5; \quad m = -2$
	$M = \frac{3}{2}; \quad m = 0$

**Модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної.  
Диференціальні рівняння**

Питання 31

	Записати формулу інтегрування частинами
	$\int u \cdot dv = u \cdot v + \int v \cdot du$
	$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$
	$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v^2 du$
	$\int u \cdot dv = u \cdot v + \int v^2 du$

Питання 32

	Знайти інтеграл $\int \sqrt{1 - \sin^2 x} dx$ .
	$\sin 2x + C$
	$\cos x + C$
	$\sin x + C$
	$\cos 2x + C$

Питання 33

	Знайти інтеграл $\int (\ln x)^2 \cdot \frac{dx}{x}$
	$-\frac{1}{3 \ln^3 x} + C$
	$\ln  \ln x  + C$
	$\frac{\ln^3 x}{3} + C$
	$\frac{2}{3}(1 + \ln x)^3 + C$
	$3 \ln^3 x + C$

Питання 34

	Знайти інтеграл $\int \frac{(x-3)dx}{x^2 - 6x + 10}$
	$2 \ln(x^2 - 6x + 10) + C$
	Ваша відповідь:
	$\frac{2}{3}(1 + \ln x)^3 + C$
	$\cos x + \cos^3 x + C$

Питання 35

	Записати формулу невизначеного інтеграла
	$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$
	$\int f(x) \cdot dx = F'(x) + C$
	$\int F(x) \cdot dx = f(x) + c$
	$\int u'(x) \cdot dx = u(x) + C$

Питання 36

	Знайти інтеграл $\int (x-2) \cdot \cos x \cdot dx$
	$(x-2) \cdot \sin x + \cos x + c$
	$(x+2) \cdot \sin x + \cos x + c$

	$(x-2) \cdot \sin x - \cos x + c$
	$(x-2) \cdot \cos x + c$

Питання 37

	Записати формулу Ньютона-Лейбніца, якщо $F(x)$ первісна для $f(x)$ .
	$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$
	$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
	$\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$
	$\int_a^b f(x)dx = F(a) \cdot F(b)$

Питання 38

	Чому дорівнює площа фігури, обмеженої параболою $y = x^2$ , прямими $x = 1$ та $x = 3$ і віссю $Ox$ ?
	$S = 4$ (кв.од.)
	$S = 2,5$ (кв.од.)
	$S = 10$ (кв.од.)
	$S = 3$ (кв.од.)
	$S = 8\frac{2}{3}$ (кв.од.)

Питання 39

	Чому дорівнює довжина дуги кривої $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ , якщо $x \in [0;3]$ ?
	$L = 4$ (л.од.)
	$L = 2,5$ (л.од.)
	$L = 3$ (л.од.)
	$L = \frac{14}{3}$ (л.од.)
	$L = \frac{17}{3}$ (л.од.)

Питання 40

	Обчислити інтеграл $\int_0^1 x \cdot e^x dx$
	$\frac{1}{3}$
	$2\frac{2}{5}$
	10,5
	7
	1

Питання 41

	Знайти загальний розв'язок ДР $y \cdot y' = \frac{1-2x}{y}$
	$y = \frac{2}{3}(x + C)^2$

	$y = \sqrt[3]{C + 3x - 3x^2}$
	$y = 1 + Ce^{x^2}$
	$y = C(4 - x^2)$
	$y = e^x(x - 2) + C$

Питання 42

	Яке з диференціальних рівнянь є ДР першого порядку однорідне?
	$y' = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y$
	$y' = 2\sqrt{y} \cdot \ln x$
	$y' - 2 \cos x = \sin x$
	$ydx + (1 + x^2)dy = 0$
	$y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$

Питання 43

	Знайти загальний інтеграл ДР: $y' = \frac{y}{x} \left( \frac{y^2}{x^2} + 1 \right)$
	$-\frac{x^2}{2y^2} = \ln Cx $
	$x + y = \ln[C(x+1)(y+1)]$
	$x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = C$
	$y^2 = C(e^{2x} + 1)$
	$(1+x^2)(1+y^2) = C$

Питання 44

	Який загальний вигляд має лінійне ДР першого порядку?
	$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$
	$y' + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^2$
	$f_1(x) \cdot \zeta_1(y)dx + f_2(x) \cdot \zeta_2(y)dy = 0$
	$y' + P(x) \cdot y = Q(x)$
	$y' = f(x) \cdot \zeta(y)$



Питання 45

	Розв'язати задачу Коші $y' = 5\sqrt{y}$ ; $y(0) = 25$
	$y = -2x$
	$y^2 + x^2 = 20$
	$y = -\frac{5}{x}$
	$y = \frac{25}{4}(x+2)^2$
	$y = 3e^{x+2}$

Питання 46

	Розв'язати ДР другого порядку $y'' - 3y' + 2y = 0$
	$y = e^{-2x}(C_1 + xC_2)$
	$y = C_1e^{4x} + C_2e^{-4x}$
	$y = C_1e^x + C_2e^{2x}$
	$y = C_1e^{5x} + C_2e^{3x}$
	$y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

Питання 47

	Означення диференціального рівняння 1-го порядку
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $f(x, x', y, y') = 0$
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $F(x, y, y') = 0$
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $f(x, x', y) = 0$
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $F(x, x', y') = 0$

Питання 48

	Який класичний вигляд має лінійне ДР 1-го порядку?
	$y' + p(x) \cdot y = f(x)$
	$y' + y = f(x)$
	$y' + p(x) + y = f(x)$
	$y' + p(x) \cdot y' = f(x)$

## 6. Методи навчання.

- **Пояснювально-ілюстративний метод** (використовується на лекціях). При використанні цього методу студенти здобувають знання, слухаючи та сприймаючи лекцію з навчальної дисципліни – вищої математики – на дошці або через екран у «готовому» вигляді.
  - **Репродуктивний метод** (використовується на практичних заняттях). Студенти засвоюють навчальний матеріал на основі розв’язання конкретних прикладів і завдань за певними правилами і методиками. В цьому разі діяльність студентів є алгоритмічною та відповідає інструкціям, методикам і правилам розв’язання певного типу завдань.
- 7. Метод проблемного викладення** (впроваджується як на лекціях, так і на практичних заняттях). Перед викладенням нового матеріалу викладач ставить задачу, чітко її окреслюючи і математично формулюючи. Після цього, розкриваючи методику або систему доведень і обґрунтувань, показує конкретний спосіб розв’язання поставленої задачі.

## 8. Форми контролю.

### Форми контролю і їх питома вага (у балах) по кожному модулю

Форми контролю	Кількість балів
<b>1-й модуль</b>	
МКР №1	30
СРС №1	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>
<b>2-й модуль</b>	
МКР №2	30
СРС №2	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>
<b>3-й модуль</b>	
МКР №3	30
СРС №3	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>
<b>4-й модуль</b>	
МКР №4	30
СРС №4	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>

## 9. Перелік контрольних робіт

1. МКР №1 «Векторна алгебра»
2. МКР №2 «Криві 2-го порядку»
3. МКР №3 «Похідна функції»
4. МКР №4 «Визначений інтеграл та його застосування»

### Перелік тем індивідуальних робіт для СРС.

1. СРС №1 «Лінійна алгебра»
2. СРС №2 «Аналітична геометрія»
3. СРС №3 «Границя функції»
4. СРС №4 «Невизначений інтеграл»

**10. Розподіл балів, які отримують студенти.** Оцінювання студента відбувається згідно положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019 р. протокол № 7 з табл. 1.

Рейтинг здобувача вищої освіти, бали	Оцінка національна за результати складання екзаменів - заліків	
	екзаменів	заліків
90-100	Відмінно	зараховано
74-89	добре	
60-73	задовільно	
0-59	незадовільно	не зараховано

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{НР}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{ат}}$ .

## 11. Методичне забезпечення

Електронний навчальний курс, розроблений на базі платформи LMS Moodle, розміщений на навчальному порталі НУБіП України за адресою:

<https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=3761>

## 12. Рекомендована література

### Основна література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Вища школа. 2004. – 647с.
2. Суліма І.М., Ковтун І.І., Радчик І.А. Вища математика, ч. 1. Елементи лінійної і векторної алгебри. Аналітична геометрія. – К.: НАУ, 2003. – 216 с.
3. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика, Част.2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. – К.: НАУ, 2003. – 297 с.
4. Батечко Н.Г., Панталієнко Л.А., Шостак С.В., Цюпій Т.І., Ружи́ло М.Я. Вища математика. Збірник задач. – К.: НУБіП України, 2021, – 218с.
5. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, I-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2012. – 368 с.
6. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, II-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2014. – 368 с.

### Допоміжна література

1. Іванова Ю.І., Ружи́ло М.Я. «Математика для економістів в прикладах і задачах» Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів, Київ, ЦП «Компринт», 2019 – 332 с.
2. Іванова Ю.І., Ружи́ло М.Я. «Вища математика» Навчально-методичний посібник для самостійної роботи студентів.– К.: НУБіП України, 2012. – 98 с.
3. Іванова Ю.І., Ружи́ло М.Я. Конспект лекцій з «Вищої математики». – К.: НУБіП України, 2016 – 102 с.
4. Ружи́ло М.Я. «Вища математика». Індивідуальні завдання для самостійної роботи студентів – К.: НУБіП України, 2018. – 32 с.

## 13. Інформаційні ресурси

1. Наукова бібліотека НУБіП України.
2. Національна бібліотека імені В.І.Вернадського.
3. Інтернет.
4. <https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=3761>