

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра вищої та прикладної математики

Декан факультету інформаційних технологій



**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

(Глазунова О.Г.)

8.06 2022 р.

**«СХВАЛЕНО»**

на засіданні кафедри вищої  
та прикладної математики

Протокол № 22 від 6 червня 2022 р.

Завідувач кафедри

(Батечко Н.Г.)

**«РОЗГЛЯНУТО»**

Гарант ОП «Цифрова економіка»

(Жерліцин Д. М.)

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ (ВИЩА МАТЕМАТИКА)**

Галузь знань **05 «Соціальні та поведінкові науки»**

спеціальність **051 «Економіка»**

освітня програма **«Цифрова економіка»**

Розробники: ст.викл. кафедри вищої та прикладної математики Ружилю М.Я.

Київ – 2022 р.

## 1. Опис навчальної дисципліни

### Математика для економістів (Вища математика)

Освітній ступінь, галузь знань, спеціальність		
Ступень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень	
Галузь знань	05 «Соціальні та поведінкові науки»	
Спеціальність	051 «Економіка»	
Освітньо-кваліфікаційна програма	Економічна кібернетика	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова	
Загальна кількість годин	300	
Кількість кредитів ECTS	10	
Кількість змістових модулів	4	
Курсовий проект (робота) (за наявності)	----	
Форма контролю	I-й семестр – залік, II-й семестр – екзамен	
Показники навчальної дисципліни		
	денна форма навчання	
Рік підготовки (курс)	I-й курс	
Семестр	<b>1-й семестр</b>	<b>2-й семестр</b>
Лекційні заняття	30 год.	30 год.
Практичні, семінарські заняття	60 год.	60 год.
Лабораторні заняття	-----	-----
Самостійна робота	60 год.	60 год.
Індивідуальні завдання		
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	6 год.	6 год.

## 2. Мета, завдання та компетентності навчальної дисципліни

**Метою** вивчення вищої математики є формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення.

**Завдання навчальної дисципліни** – вищої математики :

- оволодіння основами математичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних фахових задач;
- вміння самостійно знаходити, вивчати і застосовувати наукову літературу та інші інформаційні джерела і ресурси з вищої математики;
- напрацювання навичок з математичного дослідження прикладних задач, а саме вміння перевести конкретну фахову задачу на математичну мову з наступною побудовою її математичної моделі;

- вміння досліджувати побудовані математичні моделі тих чи інших економічних процесів;
- оволодіння методами обробки і аналізу результатів, отриманих при дослідженні розроблених математичних моделей.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати:**

- \* основи вищої математики, що є фундаментом математичної освіти спеціаліста з економіки, економічної кібернетики, тощо...
- \* роль та місце математичних методів в розв'язуванні цілої низки конкретних задач в галузі економіки.

**вміти:**

- сформулювати найпростіші прикладні задачі і побудувати математичні моделі реальних об'єктів і процесів, що в них протікають;
- розробити раціональні методи дослідження створених моделей, проводити їх якісне та кількісне дослідження, зокрема:
- побудувати і проаналізувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, вибрати раціональний метод розв'язку і знайти розв'язки;
- скласти адекватну математичну модель прикладної задачі та знайти її розв'язок методами математичного аналізу;
- скласти відповідне характерне рівняння експериментального процесу або явища і розв'язати його;
- обробляти числові дані, отримані в процесі економічних досліджень, проаналізувати ці дані, зробити надійні висновки;
- максимально стисло і зрозуміло викладати одержані результати та на їх основі розробляти практичні рекомендації стосовно вибору оптимальної економічної стратегії розвитку конкретного процесу, виробництва, тощо...

**Набуття компетентностей - загальні компетентності (ЗК):**

**ЗК3.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**Програмні результати, а саме:**

**ПРН5.** Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач.

**ПРН21.** Вміти абстрактно мислити, застосовувати аналіз та синтез для виявлення ключових характеристик економічних систем різного рівня, а також особливостей поведінки їх суб'єктів.

**ПРН23.** Показувати навички самостійної роботи, демонструвати критичне, креативне, самокритичне мислення.

### 3. Програма та структура навчальної дисципліни

#### *Змістовний модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри*

##### **Тема 1. Визначники, їх властивості, застосування.**

Визначники 2-го, 3-го, 4-го, ...  $n$ -го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за допомогою визначників, правило Крамера.

##### **Тема 2 . Матриці.**

Основні означення. Дії над матрицями. Обернена матриця. Матричні рівняння. СЛАР та їх розв'язування матричним методом.

##### **Тема 3 . Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.**

Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.

##### **Тема 4 . Вектори.**

Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.

#### *Змістовний модуль 2. Елементи аналітичної геометрії*

##### **Тема 1 . Геометрія на площині.**

Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Відстань від точки до прямої.

##### **Тема 2 . Геометрія в просторі.**

Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.

##### **Тема 3 . Криві другого порядку.**

Коло, еліпс, гіпербола, парабола. Основні означення. Їх канонічні рівняння та характеристики.

#### *Змістовний модуль 3. Вступ до математичного аналізу.*

##### *Диференціальне числення функцій однієї змінної*

##### **Тема 1. Функція.**

Означення функції, область визначення. Способи задання. Основні властивості функції. Елементарні функції, побудова їх графіків.

##### **Тема 2. Границя.**

Поняття границі змінної, послідовності, функції. НМФ і НВФ. Теореми про границі. Дві чудові границі. Порівняння НМВ. Основні правила розкриття невизначеностей. Неперервність функції. Класифікація точок розриву.

##### **Тема 3. Похідна ФОЗ. Диференціал функції.**

Означення похідної. Зміст похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних. Похідна складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенево-показникової функції. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопіталя.

##### **Тема 4. Застосування похідної ФОЗ.**

Локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість, угнутість, точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова графіка.

## **Змістовний модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї змінної.**

### **Звичайні диференціальні рівняння**

#### **Тема 1. Невизначений інтеграл.**

Означення первісної та невизначеного інтеграла. Геометричний зміст. Властивості. Таблиця інтегралів. Три основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.

#### **Тема 2. Визначений інтеграл.**

Основні означення, основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Правила обчислення визначеного інтеграла. Застосування визначеного інтеграла, зокрема – економічні застосування, обчислення площ фігур, об'ємів тіл обертання, тощо

#### **Тема 3. Диференціальні рівняння.**

Диференціальні рівняння 1-го порядку. ДР з відокремлюваними змінними, однорідні ДР. Лінійні ДР. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні ДР вищих порядків.

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин						
	тижні	усь ого	у тому числі				
			л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>I – й семестр</b>							
<b>Змістовний модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри</b>							
<b>Тема 1.</b> Визначники 2-го,3-го, 4-го, ... <i>n</i> -го порядку: означення, властивості, методи обчислення. СЛАР та їх розв'язування за правилом Крамера.	1-2	<b>19</b>	4	8			7
<b>Тема 2 .</b> Матриці. Дії над матрицями. Обернена матриця. Матричні рівняння. СЛАР та їх розв'язування матричним методом.	3-4	<b>19</b>	4	8			7
<b>Тема 3 .</b> Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.	5	<b>15</b>	2	6			7
<b>Тема 4 .</b> Вектори. Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.	6-8	<b>22</b>	6	10			6
<b>Разом за змістовним модулем 1</b>	<b>75</b>		<b>16</b>	<b>32</b>			<b>27</b>
<b>Змістовний модуль 2. Елементи аналітичної геометрії</b>							
<b>Тема 5 .</b> Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Різні типи рівнянь прямої лінії на площині, кут між прямими. Умови паралельності, перпендикулярності .Відстань від точки до прямої.	9-10	<b>22</b>	4	8			10

<b>Тема 6 .</b> Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.	11-13	<b>36</b>	6	12			13
<b>Тема 7 .</b> Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Їх канонічні рівняння та характеристики.	14-15	<b>21</b>	4	8			10
<b>Разом за змістовним модулем 2</b>	<b>75</b>		<b>14</b>	<b>28</b>			<b>33</b>
<b>II – й семестр</b>							
<b>Змістовний модуль 3. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної</b>							
<b>Тема 1.</b> Функція: означення, область визначення. Способи задання. Основні властивості функції. Елементарні функції, побудова їх графіків.	1	<b>12</b>	2	4			6
<b>Тема 2.</b> Поняття границі змінної, послідовності, функції. НМФ і НВФ. Теореми про границі. Дві чудові границі. Порівняння НМВ. Основні правила розкриття невизначеностей. Неперервність функції. Класифікація точок розриву.	2-3	<b>20</b>	4	8			8
<b>Тема 3.</b> Похідна ФОЗ. Зміст похідної. Основні правила диференціювання. Таблиця похідних. Похідна складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенево-показникової функції. Диференціал функції. Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала.	4-5	<b>22</b>	4	8			10
<b>Тема 4.</b> Локальний екстремум. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Опуклість, угнутість, точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова графіка.	6-7	<b>21</b>	4	8			9
<b>Разом за змістовним модулем 3</b>	<b>75</b>		<b>14</b>	<b>28</b>			<b>33</b>
<b>Змістовний модуль 4. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Звичайні диференціальні рівняння</b>							
<b>Тема 5.</b> Означення первісної та невизначеного інтеграла. Властивості. Таблиця інтегралів. Три основні методи інтегрування. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій. Інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.	8-10	<b>27</b>	6	12			9

<b>Тема 6.</b> Визначений інтеграл: означення, основні властивості. Формула Ньютона-Лейбніца. Застосування визначеного інтеграла, зокрема – економічні застосування, обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, тощо	11-13	<b>25</b>	6	10			9
<b>Тема 7.</b> Диференціальні рівняння 1-го порядку: ДР з відокремлюваними змінними, однорідні ДР. Лінійні ДР. Рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні ДР вищих порядків.	14-15	<b>23</b>	4	10			9
<b>Разом за змістовим модулем 4</b>		<b>75</b>	<b>16</b>	<b>32</b>			<b>27</b>
<b>Усього годин</b>		<b>300</b>					

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>1-й змістовний модуль</b>		
1	Обчислення визначників 2-го, 3-го, 4-го, ... <i>n</i> -го порядку. Розклад визначника за елементами його рядка (або стовпця). Властивості визначників. Розв'язування СЛАР за правилом Крамера.	8
2	Додавання, віднімання матриць. Множення матриць. Знаходження оберненої матриці. Розв'язування СЛАР матричним методом. Матричні рівняння.	8
3	Розв'язування СЛАР методом Гаусса. Однорідна СЛАР. Критерій сумісності.	6
4	Вектори. Основні поняття. Лінійні дії з ними. Лінійна залежність векторів. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Базис.	10
<b>2-й змістовний модуль</b>		
1	Знаходження різних типів рівнянь прямої лінії на площині. Зв'язок між різними типами рівнянь прямої на площині. Знаходження кута між прямими та відстані від точки до прямої.	8
2	Площина в просторі. Розміщення двох площин в просторі. Пряма в просторі. Розміщення двох прямих в просторі. Пряма і площина в просторі.	12
3	Криві другого порядку: складання канонічних рівнянь кола, еліпса, гіперболи, параболи; вказування основних характеристик .	8
<b>3-й змістовний модуль</b>		
1	Знаходження області визначення функції. Елементарні функції, побудова їхніх графіків. Обернені, складені, парні, непарні, періодичні функції.	4
2	Обчислення границі функції. 1 і 2 чудові границі. Еквівалентні НМВ. Розкриття невизначеностей. Порівняння НМВ.	8

3	Знаходження похідних елементарних функцій за означенням. Опанування техніки диференціювання. Таблиця похідних. Знаходження похідних складеної функції, параметрично заданої функції, неявно заданої функції, степенево-показникової функції. Диференціал функції. Похідні і диференціали вищих порядків. Основні теореми	8
4	Дослідження функції на екстремум. Визначення найбільшого та найменшого значення функції на відрізку. Точки перегину. Асимптоти. Повне дослідження функції та побудова її графіка.	8
<b>4-й змістовний модуль</b>		
1	Таблиця інтегралів. Техніка знаходження невизначених інтегралів - метод безпосереднього інтегрування, заміна змінної, інтегрування частинами. Техніка інтегрування раціональних функцій, ірраціональних функцій, трансцендентних функцій.	12
2	Обчислення визначеного інтеграла. Техніка знаходження визначених інтегралів. Застосування визначеного інтеграла для обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, тощо	10
3	Розв'язування диференціальних рівняння 1-го порядку, зокрема, ДР з відокремлюваними змінними, однорідних ДР. Розв'язування лнвйних ДР, рівнянь Бернуллі, ДР вищих порядків.	10

## 5. Комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами

### Модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри

#### Питання 1

	Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається однорідною?
	Система, у якої головний визначник = 0
	Система, у якої всі вільні члени = 0
	Система, у якої головний визначник $\neq 0$
	Система, у якої всі вільні члени $\neq 0$
	Система, яка має нульовий розв'язок

#### Питання 2

	Обчислити визначник третього порядку $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ .
	30
	-5
	78
	29

#### Питання 3

	Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається несумісною?
	Система, що не має жодного розв'язку
	Система, що має безліч розв'язків
	Система, що має єдиний розв'язок
	Система, що має розв'язки

#### Питання 4

	Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} 5x + 3y = 1, \\ 2x - y = 7 \end{cases}$
	$\{2; -2\}$ ; $\Delta = -12$ ; $\Delta_x = -24$ ; $\Delta_y = 24$



	$\{3; 4\}; \Delta = 10; \Delta_x = 30; \Delta_y = 40$
	$\{1; 2\}; \Delta = 8; \Delta_x = 8; \Delta_y = 16$
	$\{2; -3\}; \Delta = -11; \Delta_x = -22; \Delta_y = 33$

Питання 5

	Яка система лінійних алгебраїчних рівнянь називається визначеною?
	Система, що має безліч розв'язків
	Система, що має єдиний розв'язок
	Система, що не має жодного розв'язку
	Система, яка має нульовий розв'язок

Питання 6

	Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$
	Не має жодного розв'язку
	Має нульовий розв'язок
	Має безліч розв'язків
	Ваша відповідь:

Питання 7

	Методом Крамера розв'язати систему $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y - z = 0 \\ 4x - 2y + 2z = 2 \end{cases}$
	$x = \frac{3}{10}, y = \frac{1}{10}, z = \frac{1}{2}$
	$x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$
	$x = 3, y = 2, z = 1$
	Не має жодного розв'язку
	Ваша відповідь:

## Модуль 2. Елементи аналітичної геометрії

Питання 8

	Які умови паралельності та перпендикулярності двох прямих?
	$k_1 = \frac{1}{k_2}; k_1 = -k_2$
	$k_1 = k_2; k_2 = -\frac{1}{k_1}$
	$k_1 + k_2 = 1; k_2 = -\frac{1}{k_1}$
	$k_2 - k_1 = 1; k_2 = -\frac{1}{k_1}$
	Ваша відповідь:

Питання 9

	Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
	$\frac{x_1 - x_2}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{y_2 - y_1}$
	$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

$\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2}$
$\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2} = \frac{x_1 + y_1}{x_2 + y_2}$

Питання 10

Написати рівняння прямої, що проходить через т. $A(2; -4)$ під кутом $45^\circ$ до прямої $y = x$ ;
$y = x - 6$
$2x + y - 4 = 0$
$x - y + 5 = 0$
$y + 4 = 0$

Питання 11

За якою формулою обчислюється відстань $d$ між двома точками $A(x_1, y_1)$ та $B(x_2, y_2)$ ?
$d = (x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2$
$d = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$
$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
$d = \sqrt{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}$

Питання 12

Який вигляд має рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом?
$Ax + By + C = 0$
$y = kx + b$
$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
$y - y_0 = k(x - x_0)$

Питання 13

Яке рівняння має пряма, що проходить через точки $A(-1; 3)$ та $B(2; 5)$ ?
$x + 2y + 2 = 0$
$y = -5x + 7$
$5x + y - 11 = 0$
$3x + 4y - 14 = 0$
$2x - 3y + 11 = 0$

Питання 14

Знайти кут між прямими $3x - 4y + 2 = 0$ і $5x - 12y + 2 = 0$
$\alpha = \arccos 0,96$
$\alpha = 90^\circ$
$\alpha = 45^\circ$
Прямі не перетинаються

**Модуль 3. Вступ до математичного аналізу.  
Диференціальне числення функції однієї змінної**

Питання 15

	Функція називається парною, якщо:
	$f(-x) = -f(x)$
	$f(-x) = f(x)$
	$f(-x) = -f(-x)$
	$f(-x) = 0$

Питання 16

	Знайти область визначення функції $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$
	$X \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$
	$X \geq (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$
	$X \leq (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$
	$X \in \mathbb{R}$
	$X \in (1; 4)$

Питання 17

	В якій точці функція $y = \frac{1}{x-1}$ має розрив?
	$x = \infty$
	$x = 1$
	$x = 0$
	$x = -1$

Питання 18

	Функція називається періодичною, якщо:
	$f(x+y) = f(x) + f(y)$
	$f(x+T) = f(x), T - \text{період}$
	$f(x+T) = T \cdot f(x)$
	$f(x+T) = f(x) + T, T - \text{період}$

Питання 19

	Функція називається зростаючою, якщо:
	$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$
	$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$
	$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Питання 20

	Вказати періодичні функції з періодом $T=2\pi$
	$y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$
	$y = \cos x, y = \sin x$
	$y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x$
	$y = \arccos x, y = \arcsin x$

Питання 21

	Похідну добутку двох функцій обчислюють за формулою:
	$(U \cdot V)' = U' \cdot V'$
	$(U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V'$
	$(U \cdot V)' = U' \cdot V - U \cdot V'$

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}$
------------------------------------------------------

Питання 22

Функцію $y = \frac{x^4}{2} + 3x^2 - 5$ перевірити на парність чи непарність
-----------------------------------------------------------------------------

Непарна
---------

Парна
-------

Ні парна, ні непарна
----------------------

Питання 23

Похідну частки двох функцій обчислюють за формулою:
-----------------------------------------------------

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V + U \cdot V'}{V^2}$
------------------------------------------------------

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2}, V \neq 0$
----------------------------------------------------------------

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{U^2 \cdot V^2}$
----------------------------------------------------------------

$(U \cdot V)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{U^2}$
------------------------------------------------------

Питання 24

Знайти похідну функції $y = (5x^2 - \cos 2x)^4$
-------------------------------------------------

$y' = 8(5x^2 - \cos 2x)^3(5x + \sin 2x)$
------------------------------------------

$y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^3(10x - \sin 2x)$
-------------------------------------------

$y' = 2(5x^2 - \cos 2x)^4(5x + \sin 2x)$
------------------------------------------

$y' = 4(5x^2 - \cos 2x)^4(5x^2 - \cos 2x)$
--------------------------------------------

Ваша відповідь:
-----------------

Питання 25

Знайти похідну складеної функції $y = \arctg \sqrt{1+x^2}$ .
--------------------------------------------------------------

$y' = \frac{2x+1}{\sqrt{1+x^2}}$
----------------------------------

$y' = \frac{2x}{(1+x^2)\sqrt{2+x^2}}$
---------------------------------------

$y' = \frac{x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}$
--------------------------------------

$y' = \frac{2x}{(2+x^2)\sqrt{2+x^2}}$
---------------------------------------

Ваша відповідь:
-----------------

Питання 26

Знайти похідну функції: $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x - 2}$
----------------------------------------------------------

$y' = \frac{x^2 - 4x - 10}{(x - 2)^2}$
----------------------------------------

	$y' = 1$
	$y' = \frac{x^2 + 4x + 10}{(x-2)^2}$
	$y' = \frac{2x+1}{\sqrt{1+x^2}}$
	Ваша відповідь:

Питання 27

	Знайти похідну функції: $y = e^x \cdot \cos x$
	$y = e^x \cdot \sin x$
	$y = e^x \cdot (\cos x + \sin x)$
	$y = e^x \cdot (\cos x - \sin x)$
	$y = e^x + \cos x$

Питання 28

	Записати рівняння дотичної та нормалі до кривої $y = f(x)$ у точці $M_0(x_0, y_0)$
	$y - y_0 = f(x)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f(x)}(x - x_0)$
	$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0); \quad y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$
	$y = f'(x_0)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$
	$y = f(x)(x - x_0); \quad y = -\frac{1}{f(x)}(x - x_0)$

Питання 29

	Знайти екстремальні значення функції $y = 2x^2 - \frac{4}{3}x^3$
	$y_{\min} = -2; \quad y_{\max} = 5$
	$y_{\min} = -\frac{2}{3}; \quad y_{\max} = 2$
	$y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{2}{3}$
	$y_{\min} = -3; \quad y_{\max} = 1,5$
	$y_{\min} = 0; \quad y_{\max} = \frac{1}{3}$

Питання 30

	Знайти найбільше та найменше значення функції $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ на відрізку $[0;3]$
	$M = 5; \quad m = -\frac{1}{2}$
	$M = 3; \quad m = 1,5$
	$M = 2\frac{2}{3}; \quad m = \frac{1}{2}$
	$M = 1,5; \quad m = -2$
	$M = \frac{3}{2}; \quad m = 0$

**Модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної.  
Диференціальні рівняння**

Питання 31

	Записати формулу інтегрування частинами
	$\int u \cdot dv = u \cdot v + \int v \cdot du$
	$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$
	$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v^2 du$
	$\int u \cdot dv = u \cdot v + \int v^2 du$

Питання 32

	Знайти інтеграл $\int \sqrt{1 - \sin^2 x} dx$ .
	$\sin 2x + C$
	$\cos x + C$
	$\sin x + C$
	$\cos 2x + C$

Питання 33

	Знайти інтеграл $\int (\ln x)^2 \cdot \frac{dx}{x}$
	$-\frac{1}{3 \ln^3 x} + C$
	$\ln  \ln x  + C$
	$\frac{\ln^3 x}{3} + C$
	$\frac{2}{3}(1 + \ln x)^3 + C$
	$3 \ln^3 x + C$

Питання 34

	Знайти інтеграл $\int \frac{(x-3)dx}{x^2 - 6x + 10}$
	$2 \ln(x^2 - 6x + 10) + C$
	Ваша відповідь:
	$\frac{2}{3}(1 + \ln x)^3 + C$
	$\cos x + \cos^3 x + C$

Питання 35

	Записати формулу невизначеного інтеграла
	$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$
	$\int f(x) \cdot dx = F'(x) + C$
	$\int F(x) \cdot dx = f(x) + c$
	$\int u'(x) \cdot dx = u(x) + C$

Питання 36

	Знайти інтеграл $\int (x-2) \cdot \cos x \cdot dx$
	$(x-2) \cdot \sin x + \cos x + c$
	$(x+2) \cdot \sin x + \cos x + c$

	$(x-2) \cdot \sin x - \cos x + c$
	$(x-2) \cdot \cos x + c$

Питання 37

	Записати формулу Ньютона-Лейбніца, якщо $F(x)$ первісна для $f(x)$ .
	$\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$
	$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
	$\int_a^b f(x)dx = F(a) + F(b)$
	$\int_a^b f(x)dx = F(a) \cdot F(b)$

Питання 38

	Чому дорівнює площа фігури, обмеженої параболою $y = x^2$ , прямими $x = 1$ та $x = 3$ і віссю $Ox$ ?
	$S = 4$ (кв.од.)
	$S = 2,5$ (кв.од.)
	$S = 10$ (кв.од.)
	$S = 3$ (кв.од.)
	$S = 8\frac{2}{3}$ (кв.од.)

Питання 39

	Чому дорівнює довжина дуги кривої $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ , якщо $x \in [0;3]$ ?
	$L = 4$ (л.од.)
	$L = 2,5$ (л.од.)
	$L = 3$ (л.од.)
	$L = \frac{14}{3}$ (л.од.)
	$L = \frac{17}{3}$ (л.од.)

Питання 40

	Обчислити інтеграл $\int_0^1 x \cdot e^x dx$
	$\frac{1}{3}$
	$2\frac{2}{5}$
	10,5
	7
	1

Питання 41

	Знайти загальний розв'язок ДР $y \cdot y' = \frac{1-2x}{y}$
	$y = \frac{2}{3}(x + C)^2$

	$y = \sqrt[3]{C + 3x - 3x^2}$
	$y = 1 + Ce^{x^2}$
	$y = C(4 - x^2)$
	$y = e^x(x - 2) + C$

Питання 42

	Яке з диференціальних рівнянь є ДР першого порядку однорідне?
	$y' = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y$
	$y' = 2\sqrt{y} \cdot \ln x$
	$y' - 2 \cos x = \sin x$
	$ydx + (1 + x^2)dy = 0$
	$y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3$

Питання 43

	Знайти загальний інтеграл ДР: $y' = \frac{y}{x} \left( \frac{y^2}{x^2} + 1 \right)$
	$-\frac{x^2}{2y^2} = \ln Cx $
	$x + y = \ln[C(x+1)(y+1)]$
	$x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = C$
	$y^2 = C(e^{2x} + 1)$
	$(1+x^2)(1+y^2) = C$

Питання 44

	Який загальний вигляд має лінійне ДР першого порядку?
	$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$
	$y' + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^2$
	$f_1(x) \cdot \zeta_1(y)dx + f_2(x) \cdot \zeta_2(y)dy = 0$
	$y' + P(x) \cdot y = Q(x)$
	$y' = f(x) \cdot \zeta(y)$



Питання 45

	Розв'язати задачу Коші $y' = 5\sqrt{y}$ ; $y(0) = 25$
	$y = -2x$
	$y^2 + x^2 = 20$
	$y = -\frac{5}{x}$
	$y = \frac{25}{4}(x+2)^2$
	$y = 3e^{x+2}$

Питання 46

	Розв'язати ДР другого порядку $y'' - 3y' + 2y = 0$
	$y = e^{-2x}(C_1 + xC_2)$
	$y = C_1e^{4x} + C_2e^{-4x}$
	$y = C_1e^x + C_2e^{2x}$
	$y = C_1e^{5x} + C_2e^{3x}$
	$y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

Питання 47

	Означення диференціального рівняння 1-го порядку
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $f(x, x', y, y') = 0$
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $F(x, y, y') = 0$
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $f(x, x', y) = 0$
	Диференціальним рівнянням 1-го порядку називається рівняння виду $F(x, x', y') = 0$

Питання 48

	Який класичний вигляд має лінійне ДР 1-го порядку?
	$y' + p(x) \cdot y = f(x)$
	$y' + y = f(x)$
	$y' + p(x) + y = f(x)$
	$y' + p(x) \cdot y' = f(x)$

## 6. Методи навчання.

- **Пояснювально-ілюстративний метод** (використовується на лекціях). При використанні цього методу студенти здобувають знання, слухаючи та сприймаючи лекцію з навчальної дисципліни – вищої математики – на дошці або через екран у «готовому» вигляді.
  - **Репродуктивний метод** (використовується на практичних заняттях). Студенти засвоюють навчальний матеріал на основі розв’язання конкретних прикладів і завдань за певними правилами і методиками. В цьому разі діяльність студентів є алгоритмічною та відповідає інструкціям, методикам і правилам розв’язання певного типу завдань.
- 7. Метод проблемного викладення** (впроваджується як на лекціях, так і на практичних заняттях). Перед викладенням нового матеріалу викладач ставить задачу, чітко її окреслюючи і математично формулюючи. Після цього, розкриваючи методику або систему доведень і обґрунтувань, показує конкретний спосіб розв’язання поставленої задачі.

## 8. Форми контролю.

### Форми контролю і їх питома вага (у балах) по кожному модулю

Форми контролю	Кількість балів
<b>1-й модуль</b>	
МКР №1	30
СРС №1	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>
<b>2-й модуль</b>	
МКР №2	30
СРС №2	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>
<b>3-й модуль</b>	
МКР №3	30
СРС №3	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>
<b>4-й модуль</b>	
МКР №4	30
СРС №4	30
Аудиторна поточна робота (робота в elearn )	40
Загальна сума	<b>100</b>

## 9. Перелік контрольних робіт

1. МКР №1 «Векторна алгебра»
2. МКР №2 «Криві 2-го порядку»
3. МКР №3 «Похідна функції»
4. МКР №4 «Визначений інтеграл та його застосування»

## Перелік тем індивідуальних робіт для СРС.

1. СРС №1 «Лінійна алгебра»
2. СРС №2 «Аналітична геометрія»
3. СРС №3 «Границя функції»
4. СРС №4 «Невизначений інтеграл»

10. Розподіл балів, які отримують студенти. Оцінювання студента відбувається згідно положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019 р. протокол № 7 з табл. 1.

Рейтинг здобувача вищої освіти, бали	Оцінка національна за результати складання екзаменів - заліків	
	екзаменів	заліків
90-100	Відмінно	зараховано
74-89	добре	
60-73	задовільно	
0-59	незадовільно	не зараховано

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{НР}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{ат}}$ .

## 11. Методичне забезпечення

Електронний навчальний курс, розроблений на базі платформи LMS Moodle, розміщений на навчальному порталі НУБіП України за адресою:

<https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=3761>

## 12. Рекомендована література

### Основна література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Вища школа. 2004. – 647с.
2. Суліма І.М., Ковтун І.І., Радчик І.А. Вища математика, ч. 1. Елементи лінійної і векторної алгебри. Аналітична геометрія. – К.: НАУ, 2003. – 216 с.
3. Суліма І.М., Ковтун І.І., Яковенко В.М. Вища математика, Част.2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. – К.: НАУ, 2003. – 297 с.
4. Батечко Н.Г., Панталієнко Л.А., Шостак С.В., Цюпій Т.І., Ружи́ло М.Я. Вища математика. Збірник задач. – К.: НУБіП України, 2021, – 218с.
5. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, I-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2012. – 368 с.
6. Легеза В.П., Мартиненко М.А., Іванова Ю.І. Вища математика. Підручник для студентів ВНЗ, II-а частина. К.: «Четверта хвиля», 2014. – 368 с.

### Допоміжна література

1. Іванова Ю.І., Ружи́ло М.Я. «Математика для економістів в прикладах і задачах» Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів, Київ, ЦП «Компринт», 2019 – 332 с.
2. Іванова Ю.І., Ружи́ло М.Я. «Вища математика» Навчально-методичний посібник для самостійної роботи студентів.– К.: НУБіП України, 2012. – 98 с.
3. Іванова Ю.І., Ружи́ло М.Я. Конспект лекцій з «Вищої математики». – К.: НУБіП України, 2016 – 102 с.
4. Ружи́ло М.Я. «Вища математика». Індивідуальні завдання для самостійної роботи студентів – К.: НУБіП України, 2018. – 32 с.

## 13. Інформаційні ресурси

1. Наукова бібліотека НУБіП України.
2. Національна бібліотека імені В.І.Вернадського.
3. Інтернет.
4. <https://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=3761>