

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

**Факультет аграрного менеджменту**

**Кафедра економічної кібернетики**

# **НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КОМПЛЕКС**

**дисципліни**

**«Прикладна математика»**

**розділ**

**«Теорія ймовірностей та математична  
статистика»**

**для підготовки фахівців  
Освітнього ступеня «Бакалавр»**

Спеціальностей: 073 «Менеджмент»,  
Освітньої програми «Менеджмент»  
075 «Маркетинг»  
Освітньої програми «Маркетинг»

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра економічної кібернетики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету аграрного менеджменту

\_\_\_\_\_ А.Д.Остапчук

“ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2019р.

**РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО**

на засіданні кафедри економічної кібернетики

Протокол № \_\_ від “ \_\_ ” \_\_\_\_\_ 2019 р.

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ А.В. Скрипник

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 р.

# **РОБОЧА ПРОГРАМА**

НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**«Прикладна математика»**

розділ

**«Теорія ймовірностей та математична  
статистика»**

для підготовки фахівців

Освітнього ступеня «Бакалавр»

Спеціальностей: 073 «Менеджмент»,

Освітньої програми «Менеджмент»

075 «Маркетинг»

Освітньої програми «Маркетинг»

**Київ – 2019**

## 1.Опис навчальної дисципліни

### «Прикладна математика»

#### Розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика»

|  |                                   |                       |
|--|-----------------------------------|-----------------------|
| <b>Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітній ступінь</b>  |                                   |                       |
| Освітня програма   | «Маркетинг» , «Менеджмент»        |                       |
| Спеціальність  | 073 «Менеджмент», 075 «Маркетинг» |                       |
| Освітній ступінь   | «Бакалавр»                        |                       |
| <b>Характеристика навчальної дисципліни</b>  |                                   |                       |
| Вид  | Нормативна                        |                       |
| Загальна кількість годин   | 120                               |                       |
| Кількість кредитів ECTS  | 4                                 |                       |
| Кількість змістових модулів  | 2                                 |                       |
| Курсовий проект (робота)<br>(якщо є в робочому навчальному плані)  | -                                 |                       |
| Форма контролю   | іспит                             |                       |
| <b>Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання</b>   |                                   |                       |
|  | денна форма навчання              | заочна форма навчання |
| Рік підготовки   | 1                                 | 1                     |
| Семестр  | 2                                 | 2                     |
| Лекційні заняття   | 30 год.                           | 4год.                 |
| Практичні, семінарські заняття   | 30 год.                           | 4год.                 |
| Лабораторні заняття  | -                                 | -                     |
| Самостійна робота студента під керівництвом викладача  |                                   |                       |
| Індивідуальні завдання (самостійна робота)   | 60 год.                           | 112 год.              |
| Кількість тижневих годин для денної форми навчання:<br>аудиторних<br>самостійної роботи студента (в тому числі під керівництвом викладача) – | 4 год.                            |                       |
|  | 4 год.                            |                       |

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Вивчення курсу теорії ймовірностей та математичної статистики дає майбутнім фахівцям теоретичні знання та практичні навички в застосуванні математичних методів для вивчення закономірностей випадкових явищ, аналізу масових економічних, соціальних та інших процесів. Пізнання цих закономірностей дає можливість прогнозувати розвиток процесів як в економіці, соціології, так і у природничих науках.

**Мета вивчення курсу** – дати майбутньому спеціалісту сільського господарства теоретичні знання та практичні навички з теорії ймовірностей та математичної статистики та їх застосування в економіко-математичному моделюванні й аналізі результатів сільськогосподарського виробництва та агробізнесу.

### **Завдання вивчення курсу.**

Засвоївши курс студент повинен:

**знати** методологію аналізу даних з використанням теорії ймовірностей та математичної статистики;

**вміти** самостійно робити розрахунки, аналізувати отримані результати;

**володіти** методами спостереження, зведення та аналізу масових статистичних даних.

Дисципліна є базовою до вивчення дисциплін, які пов'язані зі стохастичними елементами. У розділі "Теорія ймовірностей" йдеться про такі поняття, як випадкова величина, випадкова подія, їх ймовірні характеристики, взаємовідношення між випадковими величинами. В розділі "Математична статистика" йдеться про математичні методи обробки та аналізу будь-якої інформації з метою оцінки основних статистичних рис та взаємовідношень між показниками, які підлягають дослідженню.

### 3. Програма навчальної дисципліни

#### «Прикладна математика»

#### розділ “ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”

#### Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»

##### *Тема 1 лекційного заняття 1. Основні поняття теорії ймовірностей*

Стохастичний експеримент, його роль та місце при моделюванні соціально-економічних і природничих процесів. Предмет теорії ймовірностей. Математична модель стохастичних експериментів. Алгебра випадкових подій. Аксиоматичний підхід до побудови ймовірностей простору стохастичного експерименту. Ймовірності на дискретному просторі елементарних подій. Теорема суми для несумісних і сумісних подій. Правило включення та виключення.

##### *Тема 2 лекційного заняття 1,2. Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності*

Класичне означення ймовірності. Основні поняття комбінаторного аналізу: основне правило комбінаторики, перестановки, розміщення, сполучення. Геометричне означення ймовірності. Статистичне означення ймовірності та її властивості. Практичне застосування різних підходів до побудови ймовірнісного простору.

##### *Тема 3 лекційного заняття 2. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байеса*

Умовна ймовірність та теорема добутку для залежних подій. Поняття попарної незалежності випадкових подій. Незалежність у сукупності. Повна група подій. Формула повної ймовірності та формула Байеса. Приклади використання при послідовній процедурі прийняття рішень (Баєсівський підхід).

##### *Тема 4 лекційного заняття 3. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу*

Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі. Розподіл числа успіхів у серіях незалежних стохастичних експериментів. Біноміальний розподіл. Найвірогідніше число успіхів та його ймовірність. Наближені методи обчислення біноміальних ймовірностей та їх точність. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Теорема Бернуллі для оцінки дійсної ймовірності через статистичну частоту. «Рідкісні» події. Теорема Пуассона. Номер першого успішного випробування в схемі Бернуллі.

***Тема 5 лекційного заняття 3,4. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики***

Означення випадкових величин та їх класифікація. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Числові характеристики розподілу: математичне очікування, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, початкові та центральні моменти. Числові характеристики середнього арифметичного, сукупності випадкових величин. Властивості числових характеристик. Основні закони дискретних розподілів та їх числові характеристики: вироджений, гіпергеометричний розподіл, від'ємний біноміальний розподіл, розподіл Бернуллі та його перетворення, розподіл Пуассона, геометричний розподіл. Приклади застосування стандартних розподілів у типових задачах на практиці..

***Тема 6 лекційного заняття 4,5. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики***

Означення неперервних випадкових величин. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. Абсолютно неперервні випадкові величини. Щільність розподілу та її властивості. Щільність розподілу функцій від абсолютно неперервних випадкових величин. Теорема згортки. Числові характеристики абсолютно неперервних випадкових величин та їх властивості.

***Тема 7 лекційного заняття 5,6. Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.***

Рівномірний закон розподілу ймовірностей та його числові характеристики. Показниковий (експоненціальний) закон розподілу. Властивість відсутності післядії. Перетворення послідовностей незалежних випадкових величин. Гамма-розподіл. Нормальний закон розподілу ймовірностей та його стандартне представлення. Розподіли  $\chi^2$  (Хі-квадрат) Стьюдента та Фішера, їх зв'язок зі стандартним нормальним розподілом.

***Тема 8: Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики (самостійне опрацювання).***

***Тема 9 лекційного заняття 6. Закон великих чисел та центральна гранична теорема***

Закон великих чисел. Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі. Поняття про метод Монте-Карло.

## **Змістовий модуль 2. «Математична статистика»**

### ***Тема 10 лекційного заняття 7. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки***

Основні положення вибіркового методу. Вибірковий розподіл. Емпірична функція розподілу та гістограма. Вибіркові моменти. Статистичні оцінки та їх властивості. Збіжність статистичних оцінок – емпіричних характеристик за даними спостережень до теоретичних аналогів. Властивості емпіричної функції розподілу. Властивості гістограми. Властивості вибірових моментів. Груповані дані вибірових спостережень.

### ***Тема 11 лекційного заняття 8. Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів***

Точкові оцінки параметричної сукупності розподілів. Методи знаходження оцінок: метод моментів і максимальної вірогідності. Порівняння точкових оцінок. Інтервальні оцінювання. Загальний алгоритм побудови довірчих границь. (інтервальних оцінювань) певного рівня значущості для точкових оцінок. Інтервальні оцінювання для нормальної статистичної моделі.

### ***Тема 12 лекційного заняття 9. Методи перевірки статистичних гіпотез .***

Загальний алгоритм перевірки статистичних гіпотез. Типи помилок при перевірці гіпотез і потужність критерію. Критерії узгодженості: критерій Колмогорова-Смірнова та Пірсона. Перевірка гіпотез про однорідність та незалежність. Критерій Стюдента щодо перевірки гіпотез про значення середніх для нормальної статистичної моделі у випадку рівних (нерівних) дисперсій. Критерій  $\chi^2$  (Хі-квадрат) про єдину дисперсію для нормальної статистичної моделі. Критерій Фішера про рівність (нерівність) двох дисперсій для нормальної статистичної моделі . Перетворення Фішера для перевірки гіпотез про взаємну незалежність.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

| Назви змістових модулів і тем  | Кількість годин |              |          |     |          |     |              |              |            |     |     |          |
|--|-----------------|--------------|----------|-----|----------|-----|--------------|--------------|------------|-----|-----|----------|
|  | денна форма     |              |          |     |          |     | заочна форма |              |            |     |     |          |
|  | усього          | у тому числі |          |     |          |     | усього       | у тому числі |            |     |     |          |
|  |                 | л            | п        | лаб | інд      | кер |              | л            | п          | лаб | інд | с.р.     |
| 1  | 2               | 3            | 4        | 5   | 6        | 7   | 8            | 9            | 10         | 11  | 12  | 13       |
| <b>Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»</b>   |                 |              |          |     |          |     |              |              |            |     |     |          |
| <b>Тема 1.</b> Основні поняття теорії ймовірностей.  | <b>6</b>        | <b>2</b>     | <b>2</b> |     | <b>2</b> |     | <b>6</b>     | <b>0,5</b>   | <b>0,5</b> |     |     | <b>5</b> |
| <b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.                           | <b>7</b>        | <b>2</b>     | <b>2</b> |     | <b>3</b> |     | <b>6</b>     | <b>0,5</b>   | <b>0,5</b> |     |     | <b>5</b> |
| <b>Тема 3.</b> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байеса.   | <b>6</b>        | <b>2</b>     | <b>2</b> |     | <b>2</b> |     | <b>6</b>     | <b>0,5</b>   | <b>0,5</b> |     |     | <b>5</b> |
| <b>Тема 4.</b> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теореми Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу. | <b>7</b>        | <b>2</b>     | <b>2</b> |     | <b>3</b> |     | <b>6</b>     | <b>0,5</b>   | <b>0,5</b> |     |     | <b>5</b> |
| <b>Тема 5.</b> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.  | <b>7</b>        | <b>2</b>     | <b>2</b> |     | <b>3</b> |     | <b>7</b>     | <b>0,5</b>   | <b>0,5</b> |     |     | <b>6</b> |
| <b>Тема 6.</b> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.                     | <b>9</b>        | <b>4</b>     | <b>2</b> |     | <b>3</b> |     | <b>7</b>     | <b>0,5</b>   | <b>0,5</b> |     |     | <b>6</b> |



|   |            |                |                |  |           |  |            |                |                |  |  |            |
|---|------------|----------------|----------------|--|-----------|--|------------|----------------|----------------|--|--|------------|
| <i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.. | 9          | 2              | 2              |  | 5         |  | 6          | Самост. опрац. | Самост. опрац. |  |  | 6          |
| <i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.      | 5          | Самост. опрац. | Самост. опрац. |  | 5         |  | 6          | Самост. опрац. | Самост. опрац. |  |  | 6          |
| <i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.   | 8          | 2              | 2              |  | 4         |  | 6          | Самост. опрац. | Самост. опрац. |  |  | 6          |
| <b>Разом за змістовим модулем 1</b>   | <b>64</b>  | <b>18</b>      | <b>16</b>      |  | <b>30</b> |  | <b>58</b>  | <b>3</b>       | <b>3</b>       |  |  | <b>52</b>  |
| <b>Змістовий модуль 2. «Математична статистика»</b>   |            |                |                |  |           |  |            |                |                |  |  |            |
| <i>Тема 10.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.   | 18         | 4              | 4              |  | 10        |  | 21         | 0,5            | 0,5            |  |  | 20         |
| <i>Тема 11.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.  | 19         | 4              | 5              |  | 10        |  | 21         | 0,5            | 0,5            |  |  | 20         |
| <i>Тема 12.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.  | 19         | 4              | 5              |  | 10        |  | 20         | Самост. опрац. | Самост. опрац. |  |  | 20         |
| <b>Разом за змістовим модулем 2</b>   | <b>54</b>  | <b>12</b>      | <b>14</b>      |  | <b>30</b> |  | <b>62</b>  | <b>1</b>       | <b>1</b>       |  |  | <b>60</b>  |
| <b>Усього годин</b>   | <b>120</b> | <b>30</b>      | <b>30</b>      |  | <b>60</b> |  | <b>120</b> | <b>4</b>       | <b>4</b>       |  |  | <b>112</b> |

## 5. Теми практичних занять

| № з/п        | Назва теми  | Кількість годин |
|--------------|---|-----------------|
| 1            | <i>Тема 1.</i> Основні поняття теорії ймовірностей.   | 2               |
| 2            | <i>Тема 2.</i> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.  | 2               |
| 3            | <i>Тема 3.</i> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.  | 2               |
| 4            | <i>Тема 4.</i> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.                    | 2               |
| 5            | <i>Тема 5.</i> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.   | 2               |
| 6            | <i>Тема 6.</i> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.  | 2               |
| 7            | <i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.. | 2               |
| 8            | <i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.      | -               |
| 9            | <i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.   | 2               |
| 10           | <i>Тема 10.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.   | 4               |
| 11           | <i>Тема 11.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.  | 5               |
| 12           | <i>Тема 12.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.  | 5               |
| <b>Разом</b> |   | <b>30</b>       |

## 6. Самостійна робота студентів

| № з/п        | Назва теми  | Кількість годин |
|--------------|---|-----------------|
| 1            | <b>Тема 1.</b> Основні поняття теорії ймовірностей.   | <b>2</b>        |
| 2            | <b>Тема 2.</b> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.  | <b>2</b>        |
| 3            | <b>Тема 3.</b> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.  | <b>3</b>        |
| 4            | <b>Тема 4.</b> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.                    | <b>2</b>        |
| 5            | <b>Тема 5.</b> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.   | <b>3</b>        |
| 6            | <b>Тема 6.</b> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.  | <b>3</b>        |
| 7            | <b>Тема 7.</b> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин.. | <b>5</b>        |
| 8            | <b>Тема 8.</b> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.      | <b>5</b>        |
| 9            | <b>Тема 9.</b> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.   | <b>4</b>        |
| 10           | <b>Тема 10.</b> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.   | <b>10</b>       |
| 11           | <b>Тема 11.</b> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.  | <b>10</b>       |
| 12           | <b>Тема 12.</b> Методи перевірки статистичних гіпотез.  | <b>10</b>       |
| <b>Разом</b> |   | <b>60</b>       |

## 7. Індивідуальні завдання

### Задачі до модуля 1

1. Коефіцієнт використання робочого часу для двох комбайнів становить 0,7 і 0,6 відповідно. Вважаючи, що зупинки в роботі мають випадковий характер і не залежать одна від одної, визначити яку частину від усього робочого часу складає час:

- сумісної роботи;
- роботи тільки одного комбайна;
- роботи хоч одного комбайна;
- простою обох комбайнів.

3. На тік надходить зерно від трьох комбайнів: від першого за день роботи надійшло 20%, від другого –40, від третього –40%. Перший комбайн при обмолоті пошкоджує 4% зерна, другий –3, третій – 2%. Знайти ймовірність того, що навмання взяте зерно пошкоджене; ймовірність того, що цю пошкоджену зернину пошкодив другий комбайн.

4. 500 фірм отримали кредити в банку. Банк класифікує кожен кредит за двома характеристиками: суму кредиту і термін кредиту (в місяцях). Відповідну класифікацію наведено в таблиці.

| Термін | <\$2000 | \$2000-4999 | \$5000-7999 | >\$8000 |
|--------|---------|-------------|-------------|---------|
| 12     | 30      | 2           | 0           | 0       |
| 24     | 4       | 20          | 5           | 0       |
| 36     | 1       | 20          | 86          | 5       |
| 42     | 0       | 31          | 99          | 37      |
| 48     | 0       | 0           | 110         | 50      |

Для перевірки навмання вибирається одна фірма.

- Яка ймовірність того, що сума кредиту цієї фірми не менша \$5000?
- Яка ймовірність того, що термін кредиту фірми більший двох років?
- Яка ймовірність того, що фірма взяла кредит на суму, не меншу \$2000, на 42 місяці?

5. 3 10 лотерейних білетів 2 виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких 5 білетів один виграшний?

6. Вкладники банку за сумами вкладів та віком мають такий процентний розподіл:

| Вік         | Сума вкладу |             |         |
|-------------|-------------|-------------|---------|
|             | <\$1000     | \$1000-5000 | >\$5000 |
| <30 років   | 5%          | 15%         | 8%      |
| 30-50 років | 8%          | 5%          | 20%     |
| >50 років   | 7%          | 10%         | 2%      |

Нехай А та В такі події:

А = (у навмання вибраного клієнта вклад більший \$5000),

В = (вік навмання вибраного клієнта більший 30 років).

Визначити:  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ .

7. У супермаркеті, аналізуючи 10 000 покупок за типом товарів і типом розрахунків (готівка чи кредитна картка), виявлено такий процентний розподіл:

| Тип розрахунку  | Тип товару, % |                |                  |                   |
|-----------------|---------------|----------------|------------------|-------------------|
|                 | Жіночий одяг  | Чоловічий одяг | Спортивні товари | Господарчі товари |
| Каса            | 6             | 9              | 3                | 7                 |
| Кредитна картка | 41            | 9              | 2                | 3                 |

Нехай  $A, B, C, D$  – такі події:

$A$  = (навмання вибраний рахунок, сплачений кредитною карткою);

$B$  = (навмання вибраний рахунок за жіночий одяг);

$C$  = (навмання вибраний рахунок за чоловічий одяг);

$D$  = (навмання вибраний рахунок за спортивні товари).

Обчислити  $P(A), P(B \cap A), P(A \cap D), P(A \cup B), P(A \cup C)$ .

9. Два стрільці зробили по одному пострілу по мішені. Ймовірність попасти в мішень при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,7, для другого – 0,9. Яка ймовірність, що попаде лише один стрілець?

10. Серед 50 лотерейних білетів 4 виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких двох білетів обидва виграшні.

11. В урні 2 білі і 3 чорні кульки. Двоє по черзі беруть навмання з урни по одній кульці. Яка ймовірність, що перша з них біла, а друга чорна?

12. Кинуть три монети. Яка ймовірність, що випаде два герба?

13. Ймовірність попасти в мішень для першого стрільця дорівнює 0,5, для другого – 0,7, для третього – 0,9. Зроблено по одному пострілу. Яка ймовірність, що буде хоча б одне попадання?

14. В урні 5 білих і 4 чорних кульки. Навмання беруть одну за одною дві кульки. Яка ймовірність, що обидві вони білі?

15. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що з трьох перевірених деталей дві стандартні.

16. Пристрій містить два незалежно працюючих елемента. Ймовірності виходу з ладу цих елементів, відповідно, 0,06 і 0,08. Знайти ймовірність виходу з ладу пристрою, якщо для цього досить виходу з ладу хоча б одного елемента.

17. В одному ящику 5 білих і 10 чорних кульок, в другому ящику 12 білих і 7 чорних кульок. З кожного ящика взято по одній кулі. Знайти ймовірність того, що хоча б одна з цих двох кульок біла.

18. На п'яти картах написані цифри від 1 до 5. Навмання одну за одною беруть 3 карти і кладуть їх поряд зліва направо в порядку появи. Знайти ймовірність того, що одержане число не містить цифри 2.

19. Кидають дві монети. Обчислити ймовірність того, що:  
- на обох монетах з'явиться «герб»;

- хоча б на одній монеті з'явиться «герб»;
- на жодній монеті не з'явиться «герб».

20. Кидають три монети. Обчислити ймовірність того, що:

- на всіх монетах з'явиться «герб»;
- хоча б на одній монеті з'явиться «герб»;
- тільки на двох монетах з'явиться «герб»;
- тільки на одній монеті не з'явиться «герб».

21. Кидають гральний кубик. Обчислити ймовірність того, що на верхній грані з'явиться:

- «1» або «6»;
- парне число очок;

22. Кидають два гральних кубика. Обчислити ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться наступні числа очок:

- тільки парні;
- одне парне, друге непарне;
- сума яких парна;
- всі однакові;
- сума яких менше шести;
- сума яких більше восьми.

23. Нехай подія  $A$  полягає в тому, що з курячого яйця вилупиться півник, а подія  $B$  – що курочка. Чи будуть ці події сумісними? Залежними? Можливими? Протилежними?

24. На складі є 10 ящиків яблук сорту Антонівка і 20 ящиків сорту Ранет Симиренка. Яка ймовірність взяти один ящик з яблуками сорту Антонівка, якщо всі ящики однакові?

25. В чому полягає різниця між класичним та статистичним визначеннями ймовірності?

26. В урні є 100 кульок, з яких 20 білих, 55 червоних, 25 чорних.

Яка ймовірність дістати білу чи червону кульку? Яка ймовірність дістати кульку будь-якого кольору?

27. Гральний кубик має 6 граней з білими ямками (від 1 до 6). Яка ймовірність того, що при киданні кубика зверху буде 6 ямок? 5 ямок? 6 або 5 ямок?

28. В овочевий магазин завезли огірки з трьох господарств: 100 ящиків з першого, 200 – з другого, 200 – з третього. Яка ймовірність того, що перший взятий навмання ящик завезений з першого чи другого господарства?

29. Ймовірність виграти приз по одному білету лотереї дорівнює 0,0025. Визначити ймовірність виграшу призу по трьох білетах.

30. Коефіцієнт використання робочого часу для двох комбайнів становить 0,7 і 0,6 відповідно. Вважаючи, що зупинки в роботі мають випадковий характер і не залежать одна від одної, визначити яку частину від усього робочого часу складає час:

- а) сумісної роботи;
- б) роботи тільки одного комбайна;
- в) роботи хоч одного комбайна;
- г) простою обох комбайнів.

## Задачі до модуля 2

### Завдання А

За результатами спостережень над випадковою величиною  $X$ , поданих нижче в таблицях, знайти вибірккову функцію розподілу, вибірккове середнє і незсунену оцінку дисперсії.

1.

|       |    |   |    |    |   |   |
|-------|----|---|----|----|---|---|
| $x_i$ | -1 | 1 | 2  | 3  | 4 | 5 |
| $n_i$ | 3  | 8 | 20 | 16 | 7 | 2 |

2.

|       |    |    |    |   |   |   |
|-------|----|----|----|---|---|---|
| $x_i$ | -2 | -1 | 0  | 1 | 2 | 3 |
| $n_i$ | 2  | 8  | 20 | 9 | 8 | 3 |

3.

|       |   |   |    |    |   |   |
|-------|---|---|----|----|---|---|
| $x_i$ | 1 | 2 | 3  | 4  | 5 | 6 |
| $n_i$ | 5 | 8 | 15 | 12 | 7 | 3 |

4.

|       |    |    |    |   |   |   |
|-------|----|----|----|---|---|---|
| $x_i$ | -2 | -1 | 0  | 1 | 2 | 3 |
| $n_i$ | 3  | 12 | 20 | 8 | 5 | 2 |

5.

|       |    |    |    |    |   |   |
|-------|----|----|----|----|---|---|
| $x_i$ | -3 | -2 | -1 | 0  | 1 | 2 |
| $n_i$ | 2  | 6  | 25 | 10 | 5 | 2 |

6.

|       |    |    |    |    |   |   |
|-------|----|----|----|----|---|---|
| $x_i$ | -4 | -3 | -1 | 0  | 1 | 2 |
| $n_i$ | 1  | 7  | 23 | 10 | 7 | 2 |

7.

|       |    |   |    |    |   |   |
|-------|----|---|----|----|---|---|
| $x_i$ | -1 | 0 | 1  | 3  | 4 | 5 |
| $n_i$ | 3  | 9 | 18 | 10 | 8 | 2 |

8.

|       |    |    |    |   |   |   |
|-------|----|----|----|---|---|---|
| $x_i$ | -2 | -1 | 2  | 3 | 4 | 5 |
| $n_i$ | 5  | 10 | 15 | 8 | 7 | 5 |

9.

|       |    |    |    |    |    |   |
|-------|----|----|----|----|----|---|
| $x_i$ | -3 | -2 | -1 | 1  | 2  | 3 |
| $n_i$ | 1  | 7  | 25 | 10 | 15 | 2 |

10.

|       |   |   |    |    |   |   |
|-------|---|---|----|----|---|---|
| $x_i$ | 0 | 1 | 2  | 3  | 4 | 6 |
| $n_i$ | 2 | 7 | 20 | 10 | 8 | 3 |

У завданнях 11–20 дані спостережень  $x_i$  зменшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а  $n_i$  залишається без зміни. Наприклад:

11.

|       |    |   |    |    |   |   |
|-------|----|---|----|----|---|---|
| $x_i$ | -2 | 0 | 1  | 2  | 3 | 4 |
| $n_i$ | 3  | 8 | 20 | 10 | 7 | 2 |

У завданнях 21–30 дані спостережень  $x_i$  збільшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а  $n_i$  залишається без зміни. Наприклад:

21.

|       |   |   |    |    |   |   |
|-------|---|---|----|----|---|---|
| $x_i$ | 0 | 2 | 3  | 4  | 5 | 6 |
| $n_i$ | 3 | 8 | 20 | 10 | 7 | 2 |

## ПИТАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАТЬ

1. В яких випадках використовують виправлену вибіркoву дисперсію і як вона пов'язана із вибірковою дисперсією?
2. Вказати джерела даних у статистиці.
3. Вказати основні задачі математичної статистики.  
Вказати порядок дій при перевірці гіпотез.
4. Вказати числові характеристики вибірки та формули, за якими їх обчислюють.  
За яким критерієм здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань  $N$  нормально розподілених сукупностей?  
Коли застосовують критерій узгодження Пірсона ( $\chi^2$  - квадрат)?
5. Маємо криву  $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$ . Що називають вирівнюванням емпіричних даних вздовж цієї кривої?
6. Що є предметом математичної статистики?
7. Що називають вибіркoвим середньоквадратичним відхиленням (стандартом)?
8. Що називають згрупованим розподілом накопиченої частоти вибірки?
9. Що називають не згрупованим і згрупованим розподілом частоти вибірки?
10. Що називають простою випадковою вибіркою? Як здійснюється проста випадкова вибірка за допомогою випадкових чисел?  
Що називають статистичним критерієм, критичною областю та критичною точкою перевірки гіпотези?
11. Що називають статистичною, генеральною та вибірковою сукупністю, об'ємом цих сукупностей?  
Що таке похибки першого та другого роду перевірки статистичної гіпотези?
12. Як визначають гістограми частот або частостей для згрупованих даних вибірки? Як визначають полігон частот для згрупованих даних вибірки?
13. Як визначають статистичні оцінки числових характеристик та умови їх незсунутості, ефективності, обґрунтованості?
14. Як визначають та позначають емпіричну функцію розподілу? Які основні властивості цієї функції?  
Як здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань?
15. Як знаходять об'єм вибірки, який із заданими точністю та надійністю дозволить знайти оцінку математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?  
Як знаходять теоретичні частоти нормального розподілу для перевірки гіпотези за правилом Пірсона?  
Як перевіряють гіпотезу про рівність дисперсій двох нормальних сукупностей?  
Як формулюють правило Пірсона?
16. Як ширина класу інтервалів згрупованих даних вибірки впливає на якість гістограми? Які рекомендації до вибору числа класів інтервалів?
17. Яка суть методу найменших квадратів знаходження невідомих параметрів функціональної залежності випадкових величин? Які дії та в якій послідовності треба виконати при застосуванні цього методу?
18. Який геометричний зміст медіани і як вона підраховується для згрупованих даних вибірки?
19. Який ймовірнісний зміст мають гістограма та полігон частот для згрупованих даних вибірки?
20. Який порядок дій знаходження довірчого інтервалу для оцінки математичного сподівання нормального розподілу при відомому та невідомому  $\sigma$ ? Який смисл потужності критерію перевірки гіпотези? Який смисл рівня значущості  $\alpha$  ?
21. Які властивості має вибіркова середня? Які гіпотези називають статистичними, основною та альтернативною, простою та складною?
22. Які статистичні оцінки називають точковими, інтервальними?



**Дисципліна «Прикладна математика» ,  
Розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика»  
для заочної форми навчання  
Тематичний план**

***Тема 1. Основні поняття і теореми теорії ймовірностей***

***1.1. Лекція.***

- Основні поняття. Класифікація випадкових подій.
- Ймовірність випадкової події.
- Класичне, статистичне та геометричне визначення ймовірності.
- Практично достовірна та практично неможлива подія.

***1.2. Практичні заняття.***

- Класичне, статистичне та геометричне визначення ймовірності випадкової події.
- Сполуки та їх види (розміщення, перестановки, сполучення (комбінації)).

***Література*** [1,2,3,7 ]

***Тема 2. Основні формули теорії ймовірностей, повторні незалежні випробування***

***Лекція.***

- Сума випадкових подій. Теорема додавання ймовірностей.
- Добуток випадкових подій. Теорема множення ймовірностей.
- Формула повної ймовірності.
- Теорема гіпотез.

***Практичні заняття.***

- Сума та добуток випадкових подій. Теореми додавання та множення ймовірностей.
- Поняття гіпотези. Формула повної ймовірності та формула Байєса.

***Література*** [1,2,3,7 ]

***Тема 3. Випадкові величини. Числові характеристики випадкових величин***

***Лекція.***

- Дискретна випадкова величина. Закон розподілу ймовірностей. Функція розподілу ймовірностей. Числові характеристики. Біноміальний закон розподілу ймовірностей (формула Бернуллі). Розподіл Пуассона.
- Неперервна випадкова величина. Числові характеристики.
- Ймовірність попадання випадкової величини у заданий інтервал. Функція Лапласа.

***Практичні заняття.***

- Дискретна випадкова величина. Закон розподілу ймовірностей (загальні положення, біноміальний закон, закон Пуассона). Функція розподілу. Числові характеристики.

- Неперервна випадкова величина. Закон розподілу ймовірностей. Функція розподілу. Числові характеристики. Рівномірний, показниковий, нормальний закони.

*Література* [ 1,5 ]

#### **Тема 4. Закон великих чисел. Граничні теореми теорії ймовірностей**

##### **Лекція.**

- Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі.  
- Центральна гранична теорема. Локальна та інтегральна теореми Лапласа.

##### **Практичні заняття.**

- Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі.  
- Центральна гранична теорема.

*Література* [ 1, 2,5 ]

#### **Тема 5. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини**

##### **Лекція.**

- Функція розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.  
- Інтегральна функція (закон) розподілу ймовірностей (щільність).  
Диференційна функція розподілу.

##### **Практичні заняття.**

- Функція розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини.  
- Інтегральна функція (закон) розподілу ймовірностей (щільність).  
Диференційна функція розподілу.

*Література* [ 7, 8 ]

#### **Тема 6. Основні закони розподілу випадкової величини**

##### **Лекція.**

- Рівномірний розподіл ймовірностей.  
- Показниковий розподіл.  
- Нормальний розподіл.

##### **Практичні заняття.**

- Рівномірний розподіл ймовірностей.  
- Показниковий розподіл.  
- Нормальний розподіл.

*Література* [ 1, 2, 5 ]

#### **Тема 7. Багатовимірні випадкові величини**

##### **Лекція.**

- Функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин.  
- Закон (щільність) розподілу ймовірностей системи.  
- Числові характеристики системи випадкових величин.  
- Кореляційний момент. Залежна та незалежна системи. Нормальний закон системи двох випадкових величин.

- Закон розподілу ймовірностей монотонної функції випадкової величини. Визначення числових характеристик функції. Коефіцієнт кореляції лінійної функції.

**Практичні заняття.**

- Функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин.

- Закон (щільність) розподілу ймовірностей системи.

**Література [ 3, 7, 8 ]**

***Тема 8. Елементи математичної статистики. Вибірковий метод***

**Лекція.**

- Генеральна сукупність та вибірка. Випадкова вибірка.

- Графічне зображення статистичних розподілів.

- Числові характеристики вибіркової сукупності.

**Практичні заняття.**

- Генеральна сукупність та вибірка.

- Побудова статистичного (дискретного або інтервального) ряду, полігону розподілу частот (гістограми), емпіричних функцій розподілу частот та вибірки.

- Визначення числових характеристик вибірки.

**Література [ 1, 2, 8 ]**

***Тема 9. Статистичні оцінки параметрів розподілу (Самостійне опрацювання)***

**Лекція.**

- Оцінка параметрів генеральної сукупності по вибірці. Властивості оцінок (незміщенність, ефективність). Точність оцінок (довірча ймовірність, довірчий інтервал).

- Оцінка параметрів нормальної сукупності.

**Практичні заняття.**

- Оцінка параметрів нормальної сукупності по вибірці, точність цих оцінок.

- Знаходження довірчого інтервалу та довірчої ймовірності.

**Література [ 2, 7, 8 ]**

***Тема 10. Елементи теорії кореляції (Самостійне опрацювання)***

**Лекція.**

- Кореляційна залежність між двома показниками.

- Оцінка коефіцієнту кореляції по виборці.

- Перевірка гіпотези про лінійну кореляцію.

- Коефіцієнт детермінації.

**Практичні заняття.**

- Оцінка коефіцієнту кореляції по виборці.

- Перевірка гіпотези про лінійну кореляцію.

**Література [1, 2, 5, 8 ]**

## ***Тема 11. Перевірка статистичних гіпотез (Самостійне опрацювання)***

### **Лекція.**

- Поняття статистичної гіпотези. Принцип визначення та перевірка нульової гіпотези. Похибки перевірки гіпотез.
- Перевірка гіпотез про математичне сподівання та дисперсію нормально розподіленої сукупності; про істотність різниці математичних сподівань двох нормально розподілених сукупностей; про рівність дисперсій двох нормально розподілених сукупностей.
- Критерії узгодження для перевірки гіпотез.

### **Практичні заняття.**

- Перевірка гіпотез про математичне сподівання та дисперсію нормально розподіленої сукупності; про істотність різниці математичних сподівань двох нормально розподілених сукупностей; про рівність дисперсій двох нормально розподілених сукупностей.
- Критерії узгодження для перевірки гіпотез.

**Література [ 3, 7, 8 ]**

## ***Тема 12. Елементи дисперсійного та регресійного аналізу***

### **Лекція.**

- Принцип кластерного аналізу. Різні методи кластерного аналізу. Одномірною класифікація об'єктів.
- Однофакторні та багатфакторні регресійні моделі. Метод найменших квадратів для оцінки параметрів регресійної моделі.
- Точність оцінок. Точність моделі.
- Лінеаризація нелінійної моделі. Критерії оцінки моделей.
- Прогнозування по регресійній моделі (точність прогнозу).

### **Практичні заняття.**

- Метод найменших квадратів для оцінки параметрів регресійної моделі.
- Точність оцінок. Точність моделі.

**Література [ 1, 2, 5, 8 ]**

## **8.Методи навчання**

- Проведення лекційних та практичних занять з використанням сучасних інформаційних технологій.
- Написання студентами письмових робіт, (самостійна робота студентів) що передбачають використання сучасних інформаційних технологій.

## **9. Форми контролю**

- Виконання індивідуальних завдань.
- Модульні контрольні роботи.
- Іспит

## 10. Розподіл балів, які отримують студенти.

Оцінювання студента відбувається згідно Положення «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019 р. протокол № 7 з табл.

### Співвідношення між національними оцінками і рейтингом здобувача вищої освіти

| <b>Оцінка Національна</b><br><b>National grade</b> | <b>Рейтинг здобувача вищої освіти, бали</b><br><b>Exam grade, points</b> |
|--|--|
| Відмінно   | 90 - 100   |
| Добре  | 74 - 89  |
| Задовільно   | 60 - 73  |
| Незадовільно                                       | 0 - 59   |

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни  $R_{\text{дис}}$  (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи  $R_{\text{НР}}$  (до 70 балів):  $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{ат}}$ .

## 11.Методичне забезпечення

1. Галаєва Л.В. Глаголева І.І., Шульга Н.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: Методичні розробки для заочної форми навчання – К.: НУБіП України, 2016. – 56с.  
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16959/>
2. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. «Теорія ймовірностей ймовірнісні процеси та математична статистика». – К.: ТОВ»Аграр Медіа Груп», 2017. – 265 с.  
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/>

## 12.Рекомендована література

### Базова

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: ЦУЛ, 2012. – 448 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей.– М.(будь- яке видання).
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. Задачи и упражнения. – М.: Наука, 1973. – 258 с.
4. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика. – К.: Вища школа, 1979. – 408 с.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.–М.: Высшая школа, 2004. – 479с.
6. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. –192 с.
7. Моторин Р.М., Чокотовський Е.В. Статистика для економістів. – К.: Знання, 2013. – 381с.
8. Ruric E. Wheeler, W.D.Peeples, Jr. Modern Mathematics. – Brooks: Cole Publishing Company, 2016. – 707р.

### Допоміжна

1. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Тернопіль: Підручники та посібники, 2014. – 176 с.
2. Волощенко А.Б., Джалладова І.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: КНЕУ, 2013. – 256 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.– М.: Высшая школа, 1979. – 400с.
4. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів. – К.: Вища школа, 1975. – 498 с.
5. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – К.: Знання, 2012. – 199с.

### 13. Інформаційні ресурси

1. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>
2. FAOSTAT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://faostat.fao.org>
3. Market outlook report [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://www.agr.gc.ca/pol/mad-dam/index\\_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar\\_01\\_01\\_2009-04-17](http://www.agr.gc.ca/pol/mad-dam/index_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar_01_01_2009-04-17)
4. Навчальний портал НУБіП України, курс у MOODLE [Електронний ресурс]. – Режим доступу <http://elearn.nubip.edu.ua/course/view.php?id=367>



# ЗРАЗОК

## Завдання до іспиту

З дисципліни: « Прикладна математика розділ Теорія ймовірностей та математична статистика»

|   |  |   |   |
|---|--|---|---|
| <b>НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ<br/>УКРАЇНИ</b>   |  |   |   |
| ОС Бакалавр<br>напряму<br>підготовки/<br>спеціальність<br><b>Менеджмент,<br/>Маркетинг</b>  | <b>Кафедра</b><br><u>Економічної</u><br><u>кібернетики</u><br><br>2019-2020<br>навч. рік | <b>ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ<br/>БІЛЕТ №</b><br><br>з дисципліни<br><u>Прикладна математика: Теорія<br/>ймовірностей та математична<br/>статистика</u> | <b>Затверджую</b><br>Зав. кафедри<br><br>_____ 2019р. |
| <b>Екзаменаційні запитання</b><br><i>(максимальна оцінка 10 балів за відповідь на кожне запитання)</i>  |  |   |   |
| <b>1. Поняття події. Позначення. Класифікація подій. Приклади подій. (10 балів)</b>   |  |   |   |
| <b>Задача 1. (5 балів)</b> На полиці виставлено 7 томів творів П. Загребельного. Яка ймовірність, що випадково 1,2 і 3 –й том стоять на початку полиці (зліва) у порядку зростання номерів?   |  |   |   |
| <b>Задача 2. (5 балів)</b> Стрілець двічі стріляє у мішень: А - влучення при першому пострілі, В - влучення при другому пострілі. Запишіть вирази для подій, які полягають у тому, що: С - стрілець влучив принаймні один раз, Д - стрілець влучив рівно один раз, Е – стрілець жодного разу в мішень не влучив |  |   |   |
| <b>Тестові завдання різних типів</b><br><i>(максимальна оцінка 10 балів за відповідь на тестові завдання)</i>   |  |   |   |

### 1. Ймовірність випадкової події може бути числом:

- 1) більшим за одиницю;                      2) від'ємним;                      3) будь-яким додатнім;  
4) будь-яким меншим за одиницю;                      5) додатнім меншим за одиницю.

### 2. При повторенні дослідів із різними ймовірностями використовується:

- 1) формула Бернуллі;                      2) формула повної ймовірності;  
3) Формула Байєса;                      4) твірна функція.

### 3. Формула Байєса використовується для:

|   |   |
|---|---|
| 1 | уточнення ймовірностей гіпотези;                              |
| 2 | Визначення ймовірностей гіпотези;                             |
| 3 | знаходження ймовірності появи хоча б однієї випадкової події; |
| 4 | визначення суми подій   |

### 4. Яке слово пропущене в реченні?

|   |   |
|---|---|
| _____ великих чисел та<br>центральна гранична теорема | (у бланку відповідей подати одним словом) |
|---|---|

### 5. Яке слово пропущене в реченні?

|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| Математичне сподівання випадкової величини характеризує ___ випадкової величини. | (у бланку відповідей подати словами) |
|--|--------------------------------------|

### 6. Зменшенням параметру $\sigma$ (сигма) графік нормального розподілу:

|   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 1 | всі відповіді вірні;                  |
| 2 | стає вужчим і крутіше спадає до нуля; |
| 3 | стає ширшим і крутіше спадає до нуля; |

### 7. Розглядають наступні системи випадкових величин:

- 1) дискретні і неперервні;                      2) лише неперервні;  
3) дискретні, неперервні, змішані;            4) змішані, неперервні.

### 8. Яке слово пропущене в реченні?

|   |   |
|---|---|
| Оцінка, що визначається одним числом, називається _____ | (у бланку відповідей подати одним словом) |
|---|---|

### 9. Основні задачі математичної статистики:

|   |   |
|---|---|
| 1 | кількісний аналіз статистичних даних;         |
| 2 | збір, групування, обробка статистичних даних; |
| 3 | групування статистичних даних;                |
| 4 | графічне зображення статистичних даних        |

### 10. Так чи ні:

|   |
|---|
| Медіаною називають значення ознаки в одиниці сукупності, що займає нижнє положення в ранжируваному ряду розподілу |
|---|

## ЗРАЗОК ТЕСТОВОГО ЗАВДАННЯ

З дисципліни: « Прикладна математика розділ Теорія ймовірностей та математична статистика»

1. Ймовірність події «Влучення стрілка в ціль» дорівнює 0,7. Яка ймовірність протилежної події?

|    |     |
|----|-----|
| 1. | 0,7 |
| 2. | 0,3 |
| 3. | 0   |
| 4. | 1   |

2. Що є модою та середнім значенням для наступних даних?  
{4,9,8,7,14,4,4,4,8,9,6}

|   |                               |
|---|-------------------------------|
| 1 | Середнє значення = 5, мода =8 |
| 2 | Середнє значення = 7, мода =4 |
| 3 | Середнє значення = 6, мода =6 |
| 4 | Середнє значення = 8, мода =9 |

3. Область допустимих значень для нормального розподілу визначається як:

|   |                             |
|---|-----------------------------|
| 1 | $(a - 3 ; a + 3 * \delta)$  |
| 2 | $(a - \delta ; a + \delta)$ |
| 3 | $(a ; \delta)$              |

4. Де зображена функція розподілу неперервної випадкової величини?

|   |  |
|---|--|
| 1 | $F(x) = \int_{x_{\min}}^x f(x) dx, \quad x < x_{\max}$ |
| 2 | $F(x) = x + y$   |
| 3 | $F(x) = \sum_{x_i > x} p_i$                            |
| 4 | $F(x) = f(x) dx$                                       |

5. Визначити вірну числову характеристику для рівномірно розподіленої неперервної випадкової величини.

|   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 1 | $M(x) = \frac{a + b}{2}$        |
| 2 | $D(x) = \frac{1}{\lambda^2}$    |
| 3 | $\sigma(x) = \frac{1}{\lambda}$ |

6. Якщо на карточках написані 6 літер: т,е,о,р,і,я і з них обирають навмання одну карточку, яка ймовірність того, що це буде голосна літера?

|   |     |
|---|-----|
| 1 | 2   |
| 2 | 1   |
| 3 | 4/6 |
| 4 | 1/2 |

**7. Поставте у відповідність для отримання коректного визначення:**

|                                |  |
|--------------------------------|--|
| 1. Теорія ймовірностей – це    | а) математична наука, яка вивчає закономірності у випадкових явищах.   |
| 2. Математична статистика – це | б) розділ математики, що вивчає закономірності, які мають місце в масових явищах і статистичних сукупностях. |

**8. Є 7 претендентів на пост голови комісії: 3 жінки і 4 чоловіка. Яка ймовірність того, що обраним буде чоловік?**

|   |     |
|---|-----|
| 1 | 4/7 |
| 2 | 0   |
| 3 | 7/4 |
| 4 | 1   |

**9. Дві несумісні події, які утворюють повну групу, називаються:**

|   |               |
|---|---------------|
| 1 | елементарними |
| 2 | залежними     |
| 3 | протилежними  |
| 4 | рівними       |

**10. Всю множину об'єктів, що підлягають вивченню, називають:**

|   |                         |
|---|-------------------------|
| 1 | вибіркою;               |
| 2 | генеральною сукупністю; |
| 3 | гістограмою;            |
| 4 | полігоном               |

**11. Сукупність об'єктів випадково вибраних з генеральної сукупності називають:**

|   |                        |
|---|------------------------|
| 1 | вибірковою сукупністю; |
| 2 | сукупністю;            |
| 3 | варіацією;             |
| 4 | полігоном              |

**12. Значення ознаки, які зустрічаються у вибірці називаються:**

|   |            |
|---|------------|
| 1 | варіанта;  |
| 2 | полігон;   |
| 3 | факторіал; |
| 4 | функція    |

**13. Поставити у відповідність способи відбору статистичних даних:**

|                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| A. Повторний –<br>B. Безповторний – | 1. якщо вибраний елемент не повертається до всіх елементів.<br>2. якщо вибраний елемент повертається до всіх елементів і може бути випадково вибраний повторно. |
|-------------------------------------|---|

**14. Позначення n! вимовляється:**

|   |             |
|---|-------------|
| 1 | елемент     |
| 2 | сполучення  |
| 3 | зіставлення |
| 4 | факторіал   |

**15. Яка з наведених формул описує емпіричну функцію ?**

|    |                          |
|----|--------------------------|
| 1. | $F^*(x) = \frac{n}{n_x}$ |
| 2. | $F^*(x) = \frac{n_x}{n}$ |
| 3. | $F^*(n) = \frac{n_x}{n}$ |

**16. Так чи ні:**

1. Медіаною називають значення ознаки в одиниці сукупності, що займає нижнє положення в ранжируваному ряду розподілу

**17. Граничні теореми, які встановлюють відповідність між теоретичними і дослідними характеристиками випадкових подій належать до:**

|   |                        |
|---|------------------------|
| 1 | класичної ймовірності; |
| 2 | теореми множення;      |
| 3 | закону великих чисел;  |
| 4 | теореми додавання      |

**18. Розставити у відповідності види подій:**

|                 |   |
|-----------------|---|
| A. Сумісні      | 1. влучення двох стрілків одночасно,  |
| B. Несумісні    | 2. здача студентом декількох іспитів одночасно,   |
| C. Залежні      | 3. послідовне витягування лотереї   |
| D. Незалежні    | 4. голосування виборців   |
| E. Рівноможливі | 5. участь у змаганні 5-ти студентів,<br>6. відвідування музею групою,<br>7. із однорідних стандартних і нестандартних деталей навантаження беруть одну деталь<br>8. кидання шестигранного кубика декілька разів |

**19. При повторенні дослідів із різними ймовірностями використовується:**

|   |                            |
|---|----------------------------|
| 1 | формула Бернуллі           |
| 2 | формула повної ймовірності |
| 3 | Формула Байєса             |
| 4 | Твірна функція             |

**20. Яке слово пропущене в реченні?**

|  |   |
|--|---|
| ___ великих чисел та центральна гранична теорема | (у бланку відповідей подати одним словом) |
|--|---|

**21. Яке слово пропущене в реченні?**

|   |   |
|---|---|
| Оцінка, що визначається одним числом, називається ___ | (у бланку відповідей подати одним словом) |
|---|---|

**22. Яке слово пропущене в реченні?**

|  |   |
|--|---|
| Математичне сподівання двовимірної випадкової величини характеризує координати центру ___ випадкової | (у бланку відповідей подати одним словом) |
|--|---|

|           |  |
|-----------|--|
| величини. |  |
|-----------|--|

**23. Як називається припущення відносно параметрів або форми розподілу генеральної сукупності, яке перевіряється на основі даних вибіркового спостереження:**

(у бланку відповідей впишіть вірну відповідь одним словом)

**24. Як називається вибірка, якщо кожен об'єкт генеральної сукупності має однакову можливість потрапити у вибірку:**

(у бланку відповідей впишіть вірну відповідь одним словом)

**25. Який закон займає центральне місце серед розподілів неперервних випадкових величин:**

|  |
|--|
|  |
|--|

**26. Вкажіть основні числові характеристики неперервної випадкової величини:**

|   |                                |
|---|--------------------------------|
| 1 | Математичне сподівання         |
| 2 | дисперсія                      |
| 3 | мода                           |
| 4 | Середньоквадратичне відхилення |

**27. Яке слово пропущене в реченні?**

Сукупність об'єктів з яких зроблено вибірку називається \_\_\_\_\_

(у бланку відповідей подати словами)

**28. Яке слово пропущене в реченні?**

Площа гістограми частот дорівнює \_\_\_\_\_ вибірки, а площа гістограми частостей - одиниці.

(у бланку відповідей подати одним словом)

**29. Яке слово пропущене в реченні?**

Математичне сподівання двовимірної випадкової величини характеризує координати центру \_\_\_\_\_ випадкової величини.

(у бланку відповідей подати одним словом)

**30. Так чи ні:**

1. Кореляційний аналіз – це метод визначення якісної ознаки взаємозалежностей між статистичними ознаками, що характеризують окремі соціально-економічні явища та процеси.

