НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КОМПЛЕКС

з дисципліни

«Математика для економістів»
розділ

«Теорія ймовірностей та математична статистика»
ч.1. Теорія ймовірностей

для підготовки фахівців

спеціальності 051 «Економіка» (Економічна кібернетика)

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

Кафедра економічної кібернетики

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”
Декан факультету ІТ
_______________ О.Г. Глазунова
“____”______________________2019р.

РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО
на засіданні кафедри економічної кібернетики
Протокол № 12 від “30” травня 2019 р.
Завідувач кафедри
____________ А.В. Скрипник

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Математика для економістів» розділ

«Теорія ймовірностей та математична статистика»

ч. 1. Теорія ймовірностей

для підготовки фахівців

Спеціальність 051 «Економіка» (Економічна кібернетика)

Факультет інформаційних технологій

Розробник: ст. викл. Шульга Н.Г.

Київ – 2019 р.

1. Опис навчальної дисципліни

«Теорія ймовірностей та математична статистика»

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень		
Освітньо-кваліфікаційний рівень	Бакалавр	
Напрям підготовки		
Спеціальність	051 Економіка (Економічна кібернетика)	
Спеціалізація		
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид	Обов'язкова (нормативна)	
Загальна кількість годин	90	
Кількість кредитів ECTS	3	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	*Екзамен*	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки (курс)	2	
Семестр	3	
Лекційні заняття	*30 год.*	
Практичні, семінарські заняття	*30 год.*	
Лабораторні заняття		
Самостійна робота	*30 год.*	
Індивідуальні завдання		
Кількість тижневих аудиторних годин для денної форми навчання	*4 год.*	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета вивчення курсу – дати майбутньому спеціалісту сільського господарства теоретичні знання та практичні навички з теорії ймовірностей для подальшого » їх застосування при вивченні дисципліни «Математична статистика та в економіко-математичному моделюванні й аналізі результатів сільськогосподарського виробництва та агробізнесу.

***Задачі* –** знати методологію аналізу даних з використанням теорії ймовірностей; вміти самостійно робити розрахунки, аналізувати отримані результати; володіти методами теорії ймовірностей, вміти застосовувати набуті знання при дослідженні статистичних даних.

Вивчення курсу ***«Теорія ймовірностей»*** дає майбутнім фахівцям теоретичні знання та практичні навички в застосуванні математичних методів для вивчення закономірностей випадкових явищ, аналізу масових економічних, соціальних та інших процесів. Пізнання цих закономірностей дає можливість прогнозувати розвиток процесів як в економіці, соціології, так і у природничих науках.

3. Програма та структура навчальної дисципліни для:

– повного терміну денної (заочної) форми навчання;

– скороченого терміну денної (заочної) форми навчання.

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Модуль 1												
Тема 1. Випадкові події. Поняття, класифікація. Комбінаторика.	4	2	2			-						
Тема 2. Поняття ймовірності. Класичне, статистичне та геометричне означення ймовірності. Теореми додавання та множення ймовірностей.	7	2	2			3						
Тема 3. Теорія гіпотез. Поняття гіпотез. Повна ймовірність. Формула Байєса.	7	2	2			3						
Тема 4. Повторення дослідів. Теореми Бернуллі.	8	2	2			4						
Тема 5. Випадкові величини: поняття, види. Функція та закон розподілу. Основні числові характеристики.	2	1	-			1						
Тема 6. Дискретна випадкова величина: способи задання, числові характеристики	8	2	3			3						
Тема 7. Перервна випадкова величина: способи задання; числові характеристики	9	3	3			3						
Разом за модулем 1	**45**	**14**	**14**			**17**						
Модуль 2												
Тема 8. Приклади законів розподілу випадкових величин: рівномірний; Бернуллі; показниковий; Пуассона; логнормальний	8	3	2			3						
Тема 9. Нормальний закон розподілу випадкової	11	4	4			3						

величини.												
Тема 10. Системи випадкових величин. Поняття кореляції та регресії	10	4	4			2						
Тема 11. Функції випадкових величин	7	2	2			3						
Тема 12. Граничні теореми теорії ймовірностей	10	4	4			2						
Разом за змістовим модулем 2	**45**	**16**	**16**			**13**						
Усього годин	**90**	**30**	**30**			**30**						

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Комбінаторика. Основна теорема комбінаторики	2
2	Тема 2. Випадкові події. Класична формула ймовірності	2
3	Тема 3. Теорія гіпотез.	2
4	Тема 4. Повторення дослідів. Теореми Бернуллі.	2
5	Тема 6. Дискретна випадкова величина	3
6	Тема 7. Неперервна випадкова величина	3
7	Тема 8. Закони розподілу випадкових величин	2
8	Тема 9. Нормальний закон розподілу	4
9	Тема 10. Системи випадкових величин	4
10	Тема 11. Функції випадкових величин	2
11	Тема 12. Граничні теореми теорії ймовірностей	4
Всього:		**30**

7. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

Зразок

<table>
<tr><td colspan="4">НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ</td></tr>
<tr><td>ОКР Бакалавр
напрям підготовки
«Економічна
кібернетика»</td><td>Кафедра
економічної
кібернетики

2019-2020 навч. рік</td><td>ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ
БІЛЕТ № 1

з дисципліни
«Теорія ймовірностей та
математична статистика»
Ч.1. Теорія ймовірностей</td><td>Затверджую
Зав. кафедри
____
(підпис)
Проф. Скрипник А.В.
29.11.2019 р.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Екзаменаційні запитання</td></tr>
<tr><td colspan="4">1. Системи неперервних випадкових величин. Поняття, закон та функція розподілу</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="4">Тестові завдання різних типів</td></tr>
</table>

1. Ймовірність події «Влучення стрілка в ціль» дорівнює 0,7. Яка ймовірність протилежної події?

1	- 0,7
2	- 0,3
3	- 0
4	- 1

2. Визначити вірну числову характеристику для рівномірно розподіленої неперервної випадкової величини

1	- $\mathrm{M}(\mathrm{x}) = \frac{a+b}{2}$
2	- $D(x) = \frac{1}{\lambda^2}$
3	- $\sigma(x) = \frac{1}{\lambda}$

3. Якщо на карточках написані 6 літер: т,е,о,р,і,я і з них обирають навмання одну карточку, яка ймовірність того, що це буде голосна літера?

1	- 2
2	- 1
3	- 4/6
4	- 1/2

4. Поставте у відповідність для отримання коректного визначення:

1.	- Теорія ймовірностей - це	а) математична наука, яка вивчає закономірності у випадкових явищах.
2.	- Математична статистика - це	б) розділ математики, що вивчає закономірності, які мають місце в масових явищах і статистичних сукупностях.

5. Є 7 претендентів на пост голови комісії: 3 жінки і 4 чоловіка. Яка ймовірність того, що обраним буде чоловік?

1	4/7
2	0
3	7/4
4	1

6. Дві несумісні події, які утворюють повну групу, називаються:

1	- елементарними
2	- залежними
3	- протилежними
4	- рівними

7. ***Продовжити фразу!*** **Константа виноситься за знак математичного сподівання … …**

8. Закон масових рідкісних величин – це закон розподілу …

9. Вибрати і розподілити закони розподілу за видами:

А. Дискретні	1. Пуассона; 2. Бернуллі; 3. Нормальний; 4. Логнормальний; 5. Рівномірний; 6. Показниковий
В. Неперервні	

10. Умовний закон розподілу – це закон розподілу однієї випадкової величини за умови, що інша:

1	- ще не настала;
2	- настане у майбутньому;
3	- уже настала;
4	- ніколи не настане

Індивідуальні завдання

З метою кращого засвоєння курсу теорія ймовірностей та математична статистика та інтенсифікації самостійної роботи студентам пропонується індивідуальна розрахункова робота, яка містить завдання з усіх розділів дисципліни. Контроль за виконанням проводиться у два етапи: 1) попередня перевірка правильності письмового розв'язку задач та прикладів; 2) захист розрахункової роботи (усний чи письмовий).

Тема 1.Елементи комбінаторики. Випадкові події

1.При яких A і B можлива рівність AB=A?
2. При яких A і B можлива рівність A–B=A?
3. При яких A і B можлива рівність A+B=A?
4. При яких A і B можлива рівність A+B=A?
5. При яких A і B можлива рівність A+B=AB?

Тема 2. Означення ймовірності події. Обчислення ймовірностей

1.У ящику 10 куль з номерами від 1 до 10. Дістали одну кулю. Яка ймовірність того, що її номер не перевищує 10?

*(**Відповідь***: ***P***(A) = 1, подія A є достовірною).

2. В урні 15 куль: 5 білих, 6 чорних і 4 синіх Яка ймовірність дістати: а)білу; б)чорну; в)синю кулю?

(***Відповідь:*** а) 1/3, б) 2/5, в) 4/15).

3. В урні знаходиться 3 червоних, 8 чорних і 9 синіх куль. Яка ймовірність дістати: а) червону; б) чорну; в) синю кулю?

(***Відповідь:*** а) 3/20; б) 8/20; в) 9/20).

4. Монету підкидають двічі. Знайти ймовірність того, що хоча б один раз з'явиться герб.

(***Відповідь***: 3/4).

5. Підкидається гральний кубик. Знайти ймовірність: а) появи 3-х очок;б) більше 3-х очок; в) менше 3-х очок; г) парного числа очок; д) непарного числа очок?

(***Відповідь***: а)1/6; б)1/2; в)1/3; г)1/2; д)1/2).

6. Проводиться випробування агрегату для виробництва комбікормів для ВРХ, який складається з трьох паралельних ліній. За час $\boldsymbol{t}$ ймовірність безвідмовної роботи лінії І дорівнює. 0,23, лінії ІІ – 0,27, лінії ІІІ – 0,32. Знайти ймовірність безвідмовної роботи всього агрегату за час$\boldsymbol{t}$.

(***Відповідь*: ** 0,82).

7. Ймовірність того що студент складе іспити на відмінно, дорівнює 0,2; на добре – 0,4; на задовільно – 0,3; на не задовільно – 0,1.Визначити ймовірність того, що студент складе іспити.

(***Відповідь***: 0,9).

8. В урні знаходиться 20 куль, причому 8 з них білі, решта – чорні. Визначити ймовірність того, що з чотирьох навмання вибраних куль усі виявляться одного кольору.

(***Відповідь:*** 0,117).

9. На полиці в бібліотеці у випадковому порядку розташовано 15 підручників, причому 5 з них в обкладинці. Бібліотекар бере навмання 3 підручники. Знайти ймовірність того, що хоча б один з узятих підручників виявиться в обкладинці (подія А).

(***Відповідь:*** 67/91).

10. В ящику 10 деталей, з яких 4 першого сорту. Робітник навмання взяв 3 деталі. Знайти ймовірність того, що хоча б одна з узятих деталей першого сорту.

(***Відповідь*: ** 5/6).

11. Два стрільці зробили по одному пострілу в мішень. Ймовірність влучення в мішень першого стрільця $\boldsymbol{P}$(А)=0,2, другого – $\boldsymbol{P}$(В)=0,6. Знайти ймовірність влучення в мішень хоча б одного стрільця.

(***Відповідь:*** 0,88).

12. На складальну дільницю надходять деталі з трьох підприємств, причому, перше постачає 50%, друге – 20% і третє – 30% всієї кількості. Ймовірність браку першого, другого та третього підприємств відповідно дорівнює 0,05; 0,15; 0,1. Яка ймовірність того, що чергова деталь, яка поступила на дільницю, виявиться бракованою?

(***Відповідь:*** 0,085).

13. В умовах попереднього прикладу визначити ймовірність того, що чергова деталь надійшла із першого, другого і третього підприємств, якщо вона виявилася бракованою.

(***Відповідь***: 5/17; 6/17; 6/17).

14. В урну, що містить 2 кулі, опущено білу кулю, після чого з неї навмання вилучено одну кулю. Знайти ймовірність того, що вийнята куля виявиться білою, якщо рівно можливі усі можливі припущення про початковий склад куль (за кольором).

(***Відповідь*:** 2/3).

15. На складі є 20 нових та 7 використаних інструментів. Першій зміні робітників випадковим чином видається два інструменти, які після роботи повертаються на склад. Друга зміна отримує три інструменти. Яка ймовірність того, що друга зміна одержить три нових інструменти?

(***Відповідь:*** 0,31).

Тема 3. Повторення дослідів

1. Яка ймовірність того, що в партії з 12 виробів не буде жодного дефектного, якщо ймовірність дефекту виробу дорівнює 1/9?

(***Відповідь:*** 0,243).

2. Яка ймовірність того, що при 10 підкиданнях грального кубика шістка випаде не більше трьох разів?

(***Відповідь:*** 0,93).

3. При транспортуванні винограду з кожних ста ящиків один виявляється із зіпсованим виноградом. Визначити ймовірність того, що з трьох ящиків з виноградом, які надійшли в магазин: 1) в жодному з ящиків не буде зіпсованого винограду; 2) в одному ящику зіпсований виноград; 3) виноград зіпсувався у двох ящиках; 4) виноград зіпсувався в усіх трьох ящиках.

(***Відповідь:*** 0,73; 0,0243; 0,00027; 0,000001).

4. Батарея виконала 6 пострілів по об’єкту. Ймовірність влучення в об’єкт при одному пострілі дорівнює 0,3. Знайти: 1) Найвірогідніше число влучень; 2) ймовірність найвірогіднішого числа влучень; 3) ймовірність того, що об’єкт буде зруйновано, якщо для цього достатньо хоча б двох влучень.

(***Відповідь:***1) k_0=1; 2) $P_6(1)$=0,324; 3) p=1-q=0,58).

5. При виробництві деякої продукції ймовірність виготовлення виробу 1-го сорту приймається рівною 0,64. Визначити ймовірність того, що із 100 навмання взятих виробів 70 будуть 1-го сорту.

(***Відповідь:*** 0,0038).

Тема 4. Випадкові величини

1. Комплекс для виробництва силосу складається з трьох незалежно працюючих ліній. Ймовірність виходу з ладу кожної лінії протягом місяця дорівнює 0,1. Скласти закон розподілу числа ліній, що вийшли з ладу протягом місяця.

Відповідь:

X	0	1	2	3
P	0,729	0,243	0,027	0,001

2. У партії деякої продукції на кожні 100 виробів в середньому 75 виробів вищого сорту. Написати біномний закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа виробів вищого сорту серед п'яти навмання відібраних і побудувати многокутник знайденого розподілу.

Відповідь:

X	0	1	2	3	4	5
P	1/1024	15/1024	90/1024	270/1024	405/1024	243/1024

3. Дві гральні кості одночасно підкидаються 2 рази. Написати біномний закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа випадань парного числа очок на двох гральних костях.

Відповідь:

X	0	1	2
P	9/16	6/16	1/16

4. Один із 7 ключів відмикає замок. Скласти закон розподілу числа спроб при відмиканні замка, якщо використаний ключ у подальших спробах використовується знову.

***Відповідь*:**

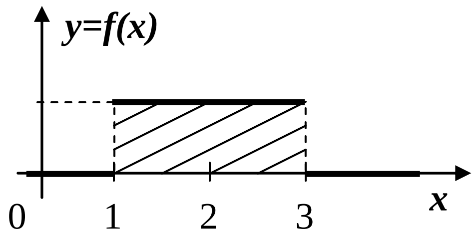
X	1	2	3	.....	n	.....
P	1/7	6/7·1/7	$(6/7)^2 \cdot 1/7$	......	$(6/7)^{n-1}$	.....

5. З гармати стріляють по мішені до першого влучення. Ймовірність влучення в ціль p=0,6. Знайти закон розподілу випадкової величини X – кількості пострілів – і ймовірність того ,що влучення настане при третьому пострілі.

Відповідь:

X	1	2	3	...	k	...
P	0,6	0,4·0,6	$0,4^2 \cdot 0,6$	...	$0,4^k \cdot 0,6$	...

6. Випадкова величина ***X*** має щільність розподілу ***f(x)***, графік якої зображено на рис.



1) Обчислити значення ***C***.
2) Записати аналітичний вираз для ***f(x)***; як називається такий закон розподілу.
3) Знайти функцію розподілу ***F(x)*** та побудувати її графік.
4) Знайти числові характеристик ***X***.
5) Визначити ймовірність попадання випадкової величини ***X*** в інтервал (0;2).

Відповідь:

1) $C = \frac{1}{2}$;

2) $$f(x) = \begin{cases} 0 & при\ \ x \le 1, \\ \frac{1}{2} & при\ \ 1 < x \le 3, \\ 0 & при\ \ x > 3. \end{cases},$$

отже, випадкова величина ***X*** розподілена рівномірно;

3) $$F(x) = \begin{cases} 0 & при\ \ x \le 1, \\ \frac{x-1}{2} & при\ \ 1 < x \le 3, \\ 1 & при\ \ x > 3. \end{cases};$$

4) $M(X) = 2,\ \ D(X) = \frac{1}{3},\ \ \sigma(X) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

5) $P(0 < X < 2) = \frac{1}{2}$.

7. Випадкових величин ***X*** рівномірно розподілена в інтервалі (2;8). Знайти:
1) щільність розподілу ***X***;
2) функцію розподілу;
3) числові характеристики ***X***;
4) ймовірність того, що величина ***X*** набуде значення з інтервалу (0;5).

Відповідь:

1) $f(x)=\begin{cases} 0 & при\ x \le 2, \\ \dfrac{1}{6} & при\ 2 < x \le 8, \\ 1 & при\ x > 2. \end{cases}$

2) $F(x)=\begin{cases} 0 & при\ x \le 2, \\ \dfrac{x-2}{6} & при\ 2 < x \le 8, \\ 0 & при\ x > 8. \end{cases}$

3) $M(X)=5,\quad D(X)=3,\quad \sigma(X)=\sqrt{3}$;

4) $P(0 < X < 5)=\dfrac{1}{2}$.

8. Автобус ходить з інтервалом у 10 хвилин. Пасажир підходить до зупинки в деякий випадковий момент часу. Знайти ймовірність того, що цей пасажир чекатиме чергового автобуса менше 4 хвилин.

Відповідь: *P(1<**X**<10)=0,4*.

9. Поїзди даного маршруту міського трамвая йдуть з інтервалом у 5 хвилин. Пасажир підходить до зупинки в деякий момент часу .Знайти ймовірність появи пасажира не раніше ніж через хвилину після відправлення попереднього поїзда, але не пізніше за дві хвилини до приходу наступного.

Відповідь: $P(1 < X < 3)=\dfrac{1}{5}$.

10. НВВ ***X*** розподілена за показниковим законом, заданим щільністю ймовірності

$$f(x)=\begin{cases} 0 & при\ \ x < 0, \\ 0{,}04 \bullet e^{-0{,}04x} & при\ \ x \ge 0. \end{cases}$$

Знайти:

1) функцію показникового розподілу;
2) числові характеристики НВВ ***X***;
3) ймовірність того, що величина ***X*** набуде значення з інтервалу (1;2).

Відповідь:

1)
$$F(X)=\begin{cases} 0 & при\ x < 0, \\ 1-e^{-0{,}04x} & при\ x \ge 0. \end{cases}$$

2) M(X)=25, D(X)=625, σ(X)=25;

3) P(1<X<2)=0,038.

11.Математичнесподіваннянормальнорозподіленоївипадковоївеличини***X*** дорівнює a=3, середнє квадратичне відхилення σ=2. Знайти щільність ймовірності ***X***, побудувати графік, знайти ймовірність того, що величина прийме значення в інтервалі від 2 до 3.

Тема 5. Системи випадкових величин

Тема 6. Функція випадкових величин

1. Дискретна випадкова величина (ДВВ) задана законом розподілу:

X	-3	-2	2	3
P	0,3	0,1	0,2	0,4

Знайти:

1) Закон розподілу ДВВ $\boldsymbol{Y=X^2}$;

2) Математичне сподівання ***M(X)***;

3) Математичне сподівання ***M(Y)***.

Відповідь:

1)

Y	4	9	Контроль
P	0,3	0,7	0,3+0,7=1

2) 0,5;

3)7,4.

2.Незалежні дискретні величини***X***та ***Y*** мають математичне сподівання ***M(X)***=2 і ***M(Y)***=5.

Знайти математичне сподівання величини ***Z***= 4***X***–3***Y***.

Відповідь: -7.

3. Незалежні дискретні випадкові величини ***X***та ***Y*** мають математичне сподівання ***M(X)***=5 і ***M(Y)***=4. Знайти математичне сподівання величини

Z=3***X***(***Y***+8).

Відповідь: 180.

4. Дискретна випадкова величина ***X*** набуває трьох можливих значень: x_1=4 з імовірністю p_1=0,5; x_2=6 з імовірністю p_2=0,3 з імовірністю p^3. Знайти x^3 і p^3, знаючи, що ***M(X)***=8.

Відповідь: $x^3=21$; $p^3=0{,}2$.

5. Заробітна плата працівників цеху розподіляється таким чином:

Зарплата (грн)	80	90	100	110	120	130
Число працівників	10	25	40	50	50	25

Обчислити середню заробітну плату працівників.

Відповідь: M(X)=109 (грн).

6. Випадкова величина задана функцією розподілу ймовірностей

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x\le 0, \\ \frac{1}{2}(1-\cos(x)) & \text{при } 0<x\le \pi, \\ 1 & \text{при } x>\pi. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу ***f(x)*** та побудувати графік.

Відповідь:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x\le 0, \\ \frac{1}{2}\sin(x) & \text{при } 0<x\le \pi, \\ 0 & \text{при } x>\pi. \end{cases}$$

7. Випадкова величина задана функцією розподілу

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x\le 0, \\ x^2 & \text{при } 0<x\le 1, \\ 1 & \text{при } x>1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу ***f(x)*** та побудувати графік.

Відповідь:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x\le 0, \\ 2x & \text{при } 0<x\le 1, \\ 0 & \text{при } x>1. \end{cases}$$

8. НВВ ***X*** задана щільністю розподілу ймовірностей:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x \le -\frac{\pi}{2}, \\ \frac{1}{2}\cos(x) & \text{при } -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Визначити ймовірність того, що в результаті випробування НВВ ***X*** набуде значення з інтервалу $\left(0,\ \frac{\pi}{4}\right)$.

Відповідь: $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

9. НВВ ***X*** задана щільністю розподілу ймовірностей

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x \le 1, \\ \ln(x) & \text{при } 1 < x \le e, \\ 0 & \text{при } x > e. \end{cases}$$

Визначити ймовірність того, що НВВ набуде значення з інтервалу (1;2).

Відповідь: $(2 \cdot \ln(2) - 1)$.

5. Задана щільність розподілу ймовірностей НВВ ***X***:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x \le 1, \\ Cx - \frac{1}{2} & \text{при } 1 < x \le 2, \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Знайти: 1)сталий параметр ***C***;
2)функцію розподілу НВВ ***X***.

Відповідь: 1)***C***=1;

2) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le 1, \\ \frac{1}{2}(x^2 - x) & \text{при } 1 < x \le 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$

Тема 7. Граничні теореми теорії ймовірностей

1.Оцінити ймовірність того, що випадкова величина ***X*** відхилиться від свого математичного сподівання

1) не менш ніж на два середніх квадратичних відхилення;
2) менше ніж на чотири середніх квадратичнихвідхилення.

Відповідь: 1)1/4; 2) 15/16.

2.Оцінити ймовірність того, що випадкова величина X відхилиться від свого математичного сподівання

1) не менш ніж на три середніх квадратичних відхилення;
2) не менше ніж на чотири середніх квадратичних відхилення.

Відповідь:
1) 8/6; 2) 1/4.

3.Тижнева потреба електроенергії на підприємстві є випадкова величина, математичне сподівання якої дорівнює 2000 квт-год, а дисперсія 20000. Оцінити ймовірність того, що найближчого тижня витрата електроенергії на цьому підприємстві перебуватиме у межах від 1500 до 2500 квт-год.

Відповідь: $P(|\ \boldsymbol{X}-2000\ |<500)\geq 0{,}92$.

4. Лінія для виробництва комбікормів складається з 10 незалежно працюючих агрегатів. Ймовірність відмови кожного агрегату за час Т дорівнює 0,5. Оцінити ймовірність того, що абсолютна величина різниці між числом агрегатів, які відмовили за час Т та середнім числом (математичним сподіванням) відмов за час Т буде: 1) менше двох; 2) не менше двох.

Відповідь: 1) $(|\ \boldsymbol{X}-0{,}5\ |<2)\geq 0{,}88$; 2) $(|\ \boldsymbol{X}-0{,}5\ |\geq 2)\leq 0{,}12$.

5. Вважаючи ймовірність визрівання стеблини кукурудзи з трьома качанами рівною 3/4, оцінити ймовірність того, що серед 3000 стеблин дослідної ділянки число стеблин з трьома качанами буде не менше 2190 і не більше 2310.

Відповідь: $(|\ \boldsymbol{X}-2250\ |<60)\geq 0{,}84$.

Контрольні запитання для самостійної роботи:

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.
1. Дайте визначення випадкової події.
2. Які події називаються: а) достовірними? б) рівноможливими? в) несумісними? г) протилежними? Наведіть приклади.
3. Чи є протилежні події несумісними?
4. Чи є несумісні події протилежними?
5. Дайте визначення імовірності випадкової події.

6. Як підрахувати імовірність події за класичною формулою?
7. Що розуміють під повною групою подій? Наведіть приклади.
8. Чи завжди можна визначити імовірність випадкової події за класичною формулою?
9. Як пов'язані між собою імовірність і частота появи події?

Тема 2. Операції над подіями. Теореми теорії ймовірностей. Основні формули теорії ймовірностей.
1. Як визначити імовірність суми сумісних подій?
2. Чи може сума двох подій збігатися з їх добутком?
3. Наведіть приклади залежних і незалежних подій.
4. Що розуміють під умовною ймовірністю події?
5. Як визначається імовірність добутку двох подій?
6. В яких випадках для визначення імовірності застосовується формула Бернуллі?
7. Дайте визначення найімовірнішого числа появ події.
8. Як обчислити найімовірніше число появ події?
9. Чим розрізняються задачі, в яких потрібне застосування локальної та інтегральної граничних теорем?
10. В яких випадках замість формули Бернуллі використовується формула Пуассона?

Тема 3. Випадкова величина і її закони розподілу
1. Дайте визначення випадкової величини.
2. Яка випадкова величина називається дискретною? Наведіть приклади.
3. Яка випадкова величина називається безперервною? Наведіть приклади.
4. Яка випадкова величина називається змішаною?
5. Що розуміють під терміном «закон розподілу»? В яких формах може бути представлений закон розподілу випадкової величини?
6. Чи може функція розподілу бути: а) більше одиниці; б) від’ємною?
7. Що розуміють під щільністю розподілу випадкової величини?
8. Чому не має сенсу поняття щільності розподілу для дискретної випадкової величини?
9. Яка розмірність щільності розподілу?
10. Перелічіть властивості щільності розподілу.
11. Як, знайти значення функції розподілу через ряд розподілу?
12. Як знайти ймовірність влучення випадкової величини на інтервал значень, якщо відомо функцію розподілу? Щільність розподілу?

Тема 4. Числові характеристики випадкової величини
1. Назвіть основні числові характеристики випадкових величин.
2. Як пов'язані між собою математичне сподівання і середнє арифметичне значень випадкової величини?
3. Математичне сподівання - випадкова величина чи ні?
4. Чи є дисперсія випадковою величиною?

5. Як математичне сподівання і дисперсія характеризують випадкову величину?
6. Чим зумовлене ручне застосування замість дисперсії середнього квадратичного відхилення?
7. В яких одиницях вимірюють математичне сподівання?
8. В яких одиницях вимірюють дисперсію?
9. Чому дорівнює математичне сподівання невипадкової величини С?
10. Як мода і медіана характеризують випадкову величину?

Тема 5. Найбільш важливі для практики закони розподілу випадкових величин.
1. Яким умовам повинні задовольняти повторні незалежні випробування?
2. Як визначають числові характеристики випадкової величини, розподіленої за законом Бернуллі?
3. Який зв'язок існує між біноміальним і пуассонівським розподілами?
4. Яким умовам повинна задовольняти випадкова величина, підпорядкована закону Пуассона?
5. Як визначають числові характеристики закону розподілу Пуассона?
6. Якими параметрами визначається експонентний закон розподілу випадкової величини?
7. Скільки параметрів має щільність імовірності випадкової величини, розподіленої за нормальним законом розподілу?
8. Якими параметрами визначається нормальний закон розподілу випадкової величини?
9. Як змінюється графік нормального закону із зміною середнього квадратичного відхилення випадкової величини?
10. Як визначити ймовірність влучення нормально розподіленої випадкової величини на задану ділянку?
11. Поясніть ймовірнісний смисл параметрів нормального розподілу.
12. Поясніть смисл центральної граничної теореми.

Тема 6. Система випадкових величин. Закони розподілу і числові характеристики системи.
1. Що являє собою багатомірна випадкова величина?
2. Що являє собою функція розподілу системи двох випадкових величин? Перелічіть її властивості.
3. Перелічіть числові характеристики системи двох випадкових величин.
4. Що характеризує кореляційний момент системи двох випадкових величин?
5. Для чого використовується коефіцієнт кореляції?
6. Перелічіть теореми про числові характеристики.
7. Чому дорівнює середнє квадратичне відхилення добутку невипадкової величини С на випадкову величину Х ?
8. Сформулюйте теорему додавання математичних сподівань для випадкових величин: а) залежних і незалежних; б) корельованих і некорельованих.

9. Чому дорівнює математичне сподівання добутку двох незалежних випадкових величин?

Тема 7. Закон великих чисел.

1.Що називається законом великих чисел? Поясніть смисл цієї назви.
2.Яка роль закону великих чисел у теорії ймовірностей?
3. У чому полягає принцип практичної впевненості?
4. Поясніть смисл поняття «рівень значущості».
5. Сформулюйте теорему Чебишева і поясніть, в чому полягає її практичний зміст.
6. Сформулюйте теорему Бернуллі і поясніть, в чому полягає її практичний зміст.
7. Чи можна стверджувати, що при нескінченно великій кількості дослідів n частота появи події дорівнює її ймовірності? Обґрунтуйте відповідь.

8. Методи навчання.

- Проведення лекційних та практичних занять з використанням сучасних інформаційних технологій.
- Написання студентами письмових робіт, (самостійна робота студентів) що передбачають використання сучасних інформаційних технологій

9. Форми контролю.

- Виконання індивідуальних завдань.
- Модульні контрольні роботи.
- Іспит.

10. Розподіл балів, які отримують студенти. Оцінювання студента відбувається згідно положенням «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019 р. протокол № 7 з табл. 1.

Видами контролю знань є поточний контроль, проміжна та підсумкова атестації.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять і має на меті перевірку рівня підготовленості здобувачів вищої освіти до виконання конкретної роботи.

Проміжна атестація проводиться після вивчення програмного матеріалу кожного змістового модуля. Навчальний матеріал дисципліни поділяється на два змістові модулі.

Проміжна атестація має визначити рівень знань здобувачів вищої освіти з програмного матеріалу змістового модуля (рейтингова оцінка із змістового модуля), отриманих під час усіх видів занять і самостійної роботи.

Засвоєння здобувачем вищої освіти програмного матеріалу змістового модуля вважається успішним, якщо рейтингова оцінка його становить не менше, ніж 60 балів за 100-бальною шкалою.

Після проведення проміжних атестацій з двох змістових модулів і визначення їх рейтингових оцінок визначається рейтинг здобувача вищої освіти з навчальної роботи $R_{НР}$ (не більше 70 балів) за формулою:

$$R_{НР} = \frac{0{,}7 \times (R^1_{ЗМ} \cdot K^1_{ЗМ} + R^2_{ЗМ} \cdot K^2_{ЗМ})}{K_{ДИС}},$$

де:

$R^1_{ЗМ}$, $R^2_{ЗМ}$ − рейтингові оцінки із змістових модулів за 100-бальною шкалою;

$K^1_{ЗМ}$, $K^2_{ЗМ}$ − кількість кредитів Європейської кредитної трансферно накопичувальної системи (ЄКТС) (або годин), передбачених робочим навчальним планом для відповідного змістового модуля.

Рейтинг здобувача вищої освіти з навчальної роботи округлюється до
цілого числа.

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни $\mathbf{R}_{\mathbf{ДИС}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи $\mathbf{R}_{\mathbf{НР}}$ (до 70 балів): $\mathbf{R}_{\mathbf{ДИС}} = \mathbf{R}_{\mathbf{НР}} + \mathbf{R}_{\mathbf{АТ}}$ **.**

Національна оцінка	Рейтинг здобувача вищої освіти, бали
Відмінно	90-100
Добре	74-89
Задовільно	60-73
Незадовільно	0-63

11. Методичне забезпечення

1.Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Кравченко К.Я. «Вища та прикладна математика» Розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика» – Методичний посібник. К: «Аграр Медіа Груп». – 2012. – 144 с. http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/

12. Рекомендована література

Основна

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: ЦУЛ, 2002. – 448 с.
2. Вентцель Е.С. Теориявероятностей.– М.(будь- яке видання).
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теориявероятностей. Задачи и упражнения.– М.: Наука, 1973.
4. Волощенко А.Б., Джалладова І.А. Теорія ймовірностей та математична статистика. – К.: КНЕУ, 2003. – 256 с.
5. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теориявероятностей и математическаястистика. – К.: Вища школа, 1979. – 408 с.
6. Гмурман В.Е. Теориявероятностей и математическая статистика.–М.: Высшая школа, 2004. – 479с.
7. Кадієвський В.А. Чернушенко Й.І. Теорія ймовірностей. К.: НАУ. 2001.– 107с.
8. Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – К.: Національна академія управління, 2001.
9. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – К.: Знання, 2002. – 199с.
10. Шефтель З.Г. Теоріяймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. –192 с.

Допоміжна

1. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Тернопіль: Підручники та посібники, 1998 .– 176 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теориивероятностей и математическойстатистике. – М.: Высшая школа, 1979. – 400с.
3. Скороход А.В. Елементи теоріїймовірностей та випадкових процесів. – К.: Вища школа, 1975. – 498 с.
4. Турчин В.М. Математична статистика.–К.: Академія, 1999.
5. Удод В.О. Лекції по теорії ймовірностей та математичній статистиці. Суми, 1999. – 186с.

13. Інформаційні ресурси

http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/
http://eprints.kname.edu.ua/12075/