

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ
І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Факультет інформаційних технологій

Кафедра економічної кібернетики

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КОМПЛЕКС

дисципліни

**«Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична
статистика»**

ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА

«Комп'ютерні науки»

за спеціальністю 121 «Інженерія програмного забезпечення»

галузі знань 12 «Інформаційні технології»

Факультет інформаційних технологій

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

Кафедра економічної кібернетики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету інформаційних технологій

_____ (Глазунова О.Г.)

“ ____ ” _____ 2019 р.

РОЗГЛЯНУТО І СХВАЛЕНО

на засіданні кафедри

економічної кібернетики

Протокол № від “ ” 2019 р.

Завідувач кафедри

_____ (Скрипник А.В.)

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**«Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична
статистика»**

ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА

«Комп’ютерні науки»

за спеціальністю 121 «Інженерія програмного забезпечення»

галузі знань 12 «Інформаційні технології»

Факультет інформаційних технологій

Розробники:

доцент кафедри економічної кібернетики, к.ф.-м.н., Коваль Т.В

Київ – 2019р.

1.Опис навчальної дисципліни

Розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика»

Галузь знань, напрям підготовки, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень		
Галузь знань	<u>12 «Інформаційні технології»</u>	
Освітня програма	Компютерні науки	
Спеціальність	121 «Інженерія програмного забезпечення»	
Ступінь освіти	Бакалавр	
Характеристика навчальної дисципліни		
Вид		
Загальна кількість годин	90	
Кількість кредитів ECTS	3	
Кількість змістових модулів	2	
Курсовий проект (робота) (за наявності)		
Форма контролю	залік	
Показники навчальної дисципліни для денної та заочної форм навчання		
	денна форма навчання	заочна форма навчання
Рік підготовки	2	
Семестр	4	
Лекційні заняття	30 год.	
Практичні, семінарські заняття		
Лабораторні заняття	30 год.-	
Самостійна робота студента під керівництвом викладача		
Індивідуальні завдання (самостійна робота)	30 год.	
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних самостійної роботи студента	4 год.	

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Вивчення курсу теорії ймовірностей, імовірнісні процеси та математичної статистики дає майбутнім фахівцям теоретичні знання та практичні навички в застосуванні математичних методів для вивчення закономірностей випадкових явищ, аналізу масових економічних, соціальних та інших процесів. Пізнання цих закономірностей дає можливість прогнозувати розвиток процесів як в економіці, соціології, так і у природничих науках.

Мета вивчення курсу – дати майбутньому спеціалісту сільського господарства теоретичні знання та практичні навички з теорії ймовірностей та математичної статистики та їх застосування в економіко-математичному моделюванні й аналізі результатів сільськогосподарського виробництва та агробізнесу.

Завдання вивчення курсу.

Засвоївши курс студент повинен:

знати методологію аналізу даних з використанням теорії ймовірностей та математичної статистики;

– основні принципи і концепції, покладені в основу теорії ймовірностей та математичної статистики;

– основні поняття, теореми, аксіоми і співвідношення, моделі і характеристики теорії ймовірностей та математичної статистики;

– методи дослідження випадкових подій, випадкових величин та випадкових функцій, визначення їх ймовірнісних характеристик;

– статистичні методи спостереження, зведення та групування статистичних даних;

– основні області та можливості застосування апарату теорії ймовірностей у практичних дослідженнях.

вміти самостійно робити розрахунки, аналізувати отримані результати;

– визначати ймовірності випадкових подій на основі класичного, статистичного та геометричного підходів до поняття ймовірності;

– використовувати основні теореми теорії ймовірностей для знаходження ймовірностей складних подій;

– визначати типи випадкових величин, які доцільно використати для конкретного практичного дослідження та оцінювати їх основні характеристики;

– знаходити основні характеристики дискретних та неперервних випадкових величин;

– застосовувати закон великих чисел та граничні теореми для практичних досліджень;

– вміти оцінювати та аналізувати результати розрахунків.

володіти методами спостереження, зведення та аналізу масових статистичних даних.

Дисципліна є базовою до вивчення дисциплін, які пов'язані зі стохастичними елементами. У розділі "Теорія ймовірностей" йдеться про такі поняття, як випадкова величина, випадкова подія, їх ймовірні характеристики, взаємовідношення між випадковими величинами. В розділі "Математична статистика" йдеться про математичні методи обробки та аналізу будь-якої інформації з метою оцінки основних статистичних рис та взаємовідношень між показниками, які підлягають дослідженню.

3. Програма та структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	сам/інд	кер		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Змістовий модуль 1. «Теорія ймовірностей»												
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	6	2		2	2							
Тема 2. Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	6	2		2	2							
Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	6	2		2	2			1				
Тема 4. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теореми Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	10	4		4	2				1			
Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	6	2		2	2				1			
Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	10	4		4	2			1	1			

<i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	6	2		2	2				1			
<i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	4	Самост. опрац.		Самост. опрац.	4							
<i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	6	2		2	2							
Разом за змістовим модулем 1	60	20		20	20							
<i>Тема 10.</i> Імовірнісні процеси Стохастичне моделювання процесів в системах Марковські випадкові процеси	10	2		2	6							
<i>Тема 11.</i> Класифікація станів у загальному вигляді. Марковський ланцюг із неперервним часом. Системи рівнянь народження і загибелі.	10	2		2	6							
<i>Тема 12.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	20	2		2	16			1	1			

<i>Тема 13.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	10	2		2	6				1			
<i>Тема 14.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.	10	2		2	6			1				
<i>Разом за змістовим модулем 2</i>	60	12		10	40							
Усього годин	120	30		30	60			4	6			

4. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	<i>Тема 1.</i> Основні поняття теорії ймовірностей.	2
2	<i>Тема 2.</i> Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	2
3	<i>Тема 3.</i> Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	2
4	<i>Тема 4.</i> Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	4
5	<i>Тема 5.</i> Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	2
6	<i>Тема 6.</i> Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	4
7	<i>Тема 7.</i> Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	2
8	<i>Тема 8.</i> Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	Самост. опрац.
9	<i>Тема 9.</i> Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	2
10	<i>Тема 10.</i> Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	2
11	<i>Тема 11.</i> Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	4
12	<i>Тема 12.</i> Методи перевірки статистичних гіпотез.	4
Разом		30

5. Самостійна робота студентів

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	2
2	Тема 2. Класичне означення ймовірностей та елементи комбінаторного аналізу. Статистичне та геометричне означення ймовірності.	2
3	Тема 3. Умовна ймовірність та поняття про незалежність подій. Формули повної ймовірності та Байєса.	2
4	Тема 4. Модель повторних випробувань схеми Бернуллі. Теорема Муавра-Лапласа та Пуассона як дослідження асимптотичної поведінки біноміального розподілу.	2
5	Тема 5. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілу та числові характеристики.	2
6	Тема 6. Неперервні та абсолютно неперервні випадкові величини. Функція та щільність розподілу ймовірностей. Числові характеристики.	4
7	Тема 7. Рівномірний, показниковий (експоненціальний) та нормальний закони розподілів ймовірностей. Перетворення послідовностей нормально розподілених випадкових величин..	2
8	Тема 8. Випадкові вектори та закони їх розподілів: сумісні, маргінальні, умовні. Системи незалежних випадкових величин. Умовні та маргінальні числові характеристики.	2
9	Тема 9. Закони великих чисел та центральна гранична теорема.	2
10	Тема 10. Основні поняття математичної статистики: вибіркові спостереження та вибіркові оцінки.	16
11	Тема 11. Методи параметричного та непараметричного оцінювання параметрів.	12
12	Тема 12. Методи перевірки статистичних гіпотез.	12
Разом		60

6. Контрольні питання, комплекти тестів для визначення рівня засвоєння знань студентами.

Задачі до модуля 1

1. Коефіцієнт використання робочого часу для двох комбайнів становить 0,7 і 0,6 відповідно. Вважаючи, що зупинки в роботі мають випадковий характер і не залежать одна від одної, визначити яку частину від усього робочого часу складає час:

- сумісної роботи;
- роботи тільки одного комбайна;
- роботи хоч одного комбайна;
- простою обох комбайнів.

3. На тік надходить зерно від трьох комбайнів: від першого за день роботи надійшло 20%, від другого –40, від третього –40%. Перший комбайн при обмолоті пошкоджує 4% зерна, другий –3, третій – 2%. Знайти ймовірність того, що навання взяте зерно пошкоджене; ймовірність того, що цю пошкоджену зернину пошкодив другий комбайн.

4. 500 фірм отримали кредити в банку. Банк класифікує кожен кредит за двома характеристиками: суму кредиту і термін кредиту (в місяцях). Відповідну класифікацію наведено в таблиці.

Термін	<\$2000	\$2000-4999	\$5000-7999	>\$8000
12	30	2	0	0
24	4	20	5	0
36	1	20	86	5
42	0	31	99	37
48	0	0	110	50

Для перевірки навання вибирається одна фірма.

- Яка ймовірність того, що сума кредиту цієї фірми не менша \$5000?
- Яка ймовірність того, що термін кредиту фірми більший двох років?
- Яка ймовірність того, що фірма взяла кредит на суму, не меншу \$2000, на 42 місяці?

5. З 10 лотерейних білетів 2 виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких 5 білетів один виграшний?

6. Вкладники банку за сумами вкладів та віком мають такий процентний розподіл:

Вік	Сума вкладу		
	<\$1000	\$1000-5000	>\$5000
<30 років	5%	15%	8%
30-50 років	8%	5%	20%
>50 років	7%	10%	2%

Нехай А та В такі події:

А = (у навання вибраного клієнта вклад більший \$5000),

В = (вік навання вибраного клієнта більший 30 років).

Визначити: $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$.

Задачі до модуля 2

Завдання А

За результатами спостережень над випадковою величиною X , поданих нижче в таблицях, знайти вибірккову функцію розподілу, вибірккове середнє і незсунену оцінку дисперсії.

1.

x_i	-1	1	2	3	4	5
n_i	3	8	20	16	7	2

2.

x_i	-2	-1	0	1	2	3
n_i	2	8	20	9	8	3

3.

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	5	8	15	12	7	3

4.

x_i	-2	-1	0	1	2	3
n_i	3	12	20	8	5	2

5.

x_i	-3	-2	-1	0	1	2
n_i	2	6	25	10	5	2

6.

x_i	-4	-3	-1	0	1	2
n_i	1	7	23	10	7	2

7.

x_i	-1	0	1	3	4	5
n_i	3	9	18	10	8	2

8.

x_i	-2	-1	2	3	4	5
n_i	5	10	15	8	7	5

9.

x_i	-3	-2	-1	1	2	3
n_i	1	7	25	10	15	2

10.

x_i	0	1	2	3	4	6
n_i	2	7	20	10	8	3

У завданнях 11–20 дані спостережень x_i зменшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а n_i залишається без зміни. Наприклад:

11.

x_i	-2	0	1	2	3	4
n_i	3	8	20	10	7	2

У завданнях 21–30 дані спостережень x_i збільшені на 1 порівняно з відповідними даними в завданнях 1–10, а n_i залишається без зміни. Наприклад:

21.

x_i	0	2	3	4	5	6
n_i	3	8	20	10	7	2

ПИТАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАТЬ

1. В яких випадках використовують виправлену вибірку дисперсію і як вона пов'язана із вибірковою дисперсією?
2. Вказати джерела даних у статистиці.
3. Вказати основні задачі математичної статистики.
Вказати порядок дій при перевірці гіпотез.
4. Вказати числові характеристики вибірки та формули, за якими їх обчислюють.
За яким критерієм здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань N нормально розподілених сукупностей?
Коли застосовують критерій узгодження Пірсона (χ^2 - квадрат)?
5. Маємо криву $y = f(x, a_1, a_2, \dots, a_m)$. Що називають вирівнюванням емпіричних даних вздовж цієї кривої?
6. Що є предметом математичної статистики?
7. Що називають вибірковою середньоквадратичним відхиленням (стандартом)?
8. Що називають згрупованим розподілом накопиченої частоти вибірки?
9. Що називають незгрупованим і згрупованим розподілом частоти вибірки?
10. Що називають простою випадковою вибіркою? Як здійснюється проста випадкова вибірка за допомогою випадкових чисел?
Що називають статистичним критерієм, критичною областю та критичною точкою перевірки гіпотези?
11. Що називають статистичною, генеральною та вибірковою сукупністю, об'ємом цих сукупностей?
Що таке похибки першого та другого роду перевірки статистичної гіпотези?
12. Як визначають гістограми частот або частостей для згрупованих даних вибірки? Як визначають полігон частот для згрупованих даних вибірки?
13. Як визначають статистичні оцінки числових характеристик та умови їх незсунутості, ефективності, обґрунтованості?
14. Як визначають та позначають емпіричну функцію розподілу? Які основні властивості цієї функції?
Як здійснюють перевірку гіпотези про рівність математичних сподівань?
15. Як знаходять об'єм вибірки, який із заданими точністю та надійністю дозволить знайти оцінку математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини?
16. Як ширина класу інтервалів згрупованих даних вибірки впливає на якість гістограми? Які рекомендації до вибору числа класів інтервалів?

8.Методи навчання

- Проведення лекційних та практичних занять з використанням сучасних інформаційних технологій.
- Написання студентами письмових робіт, (самостійна робота студентів) що передбачають використання сучасних інформаційних технологій.

Основний теоретичний матеріал викладається на лекціях. На практичних заняттях передбачається закріплення і поглиблення теоретичного матеріалу. Важлива роль відводиться самостійній роботі студентів з довідковою літературою.

Методи:

- словесні методи: розповідь-пояснення, бесіда, лекція;
- наочні методи: ілюстрація;
- практичні методи: розв'язування практичних завдань;
- проблемно-пошуковий;
- репродуктивний;
- навчальні дискусії.

9. Форми контролю

- Виконання індивідуальних завдань.
- Модульні контрольні роботи.
- Іспит.

10.Розподіл балів, які отримують студенти. Оцінювання студента відбувається згідно Положення «Про екзамени та заліки у НУБіП України» від 27.02.2019 р. протокол № 7 з табл.

Співвідношення між національними оцінками і рейтингом здобувача вищої освіти

Оцінка національна	Рейтинг студента, бали
Відмінно	90 – 100
Добре	89 - 74
Задовільно	60 - 73

Незадовільно	0 - 59
---------------------	---------------

Для визначення рейтингу студента (слухача) із засвоєння дисципліни $R_{\text{дис}}$ (до 100 балів) одержаний рейтинг з атестації (до 30 балів) додається до рейтингу студента (слухача) з навчальної роботи $R_{\text{НР}}$ (до 70 балів): $R_{\text{дис}} = R_{\text{НР}} + R_{\text{АТ}}$.

11.Методичне забезпечення

1. Галаєва Л.В. Глаголева І.І., Шульга Н.Г. Теорія ймовірностей та математична статистика: Методичні розробки для заочної форми навчання – К.: НУБіП України, 2014. – 56с.
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16959/>
2. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Кравченко К.Я. Вища та прикладна математика, розділ «Теорія ймовірностей та математична статистика». – К.: ТОВ«Аграр Медіа Груп», 2014. – 144 с.
<http://elibrary.nubip.edu.ua/16947/>
3. Скрипник А.В., Галаєва Л.В., Коваль Т.В., Шульга Н.Г. Вища та прикладна математика, розділ «Теорія ймовірностей ймовірнісні процеси та математична статистика» методичний посібник – К.: ТОВ «ЦП Компрінт», 2016. – 144 с.

12.Рекомендована література

Базова

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. –К.: ЦУЛ, 2002. – 448 с.
2. Бугір М.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. – Тернопіль: Підручники та посібники, 1998 .– 176 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.– М.: Высшая школа, 1979. – 400с.
4. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1994. –192 с.

Допоміжна

1. Скороход А.В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів. – К.: Вища школа, 1975. – 498 с.
2. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач. – К.: Знання, 2002. – 199с.

13.Інформаційні ресурси

1. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>.
2. FAOSTAT [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://faostat.fao.org>.
3. Market outlook report [Електронний ресурс]. – Режим доступу:

http://www.agr.gc.ca/pol/mad-dam/index_e.php?s1=pubs&s2=rmar&s3=php&page=rmar_01_01_2009-04-17.

4. www.probabiliti.univ.kiev.ua Наукова періодика України. Наукові журнали. Архів. Теорія ймовірностей, математична статистика.
5. www.matan.kpi.ua Сайт кафедри математичного аналізу та теорії ймовірності «КПІ».
6. www.zhaldak.npu.edu.ua Сайт Жалдака М.І., доктора фізико-математичних наук.
7. www.kpi.ua/fmf Сайт фізико-математичного факультету НТУУ «КПІ».
8. www.teorver.ru Електронні підручники з математики та теорії ймовірностей.