

*National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine*  
Національний університет біоресурсів і природокористування  
України

*Department of descriptive geometry, computer graphics and design*  
Кафедра нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну

## **DESCRIPTIVE GEOMETRY** **НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ**

*Graphic tasks for lecture and laboratory classes  
for students the specialty 133 – industrial mechanical engineering*  
Графічні задачі лекційних та лабораторних занять  
для студентів спеціальності 133 – галузеве машинобудування

*Student (студент)* \_\_\_\_\_

*Group (група)* \_\_\_\_\_

*Lector (лектор)* \_\_\_\_\_

*Teacher (викладач)* \_\_\_\_\_

*Graphic tasks for lecture and laboratory classes for students the specialty 133 – industrial mechanical engineering (графічні завдання для проведення семінарських і лабораторних занять для студентів студентів спеціальності 133 – галузеве машинобудування)*

*Recommended by the academic Council of the faculty of engineering and design National University of life and environmental Sciences of Ukraine (рекомендовано Вченуою радою факультету конструювання та дизайну Національного університету біоресурсів і природокористування України)*

*Compilers (укладачі): V.Nesvidomin (Несвідомін В.М.), V.Babka (Бабка В.М.), A.Nesvidomin (Несвідомін А.В.)*

*Reviewers (рецензент): prof. V.Loveykin (Ловейкін В.С.)*

*Educational edition*

## **DESCRIPTIVE GEOMETRY**

*Graphic tasks for lecture and laboratory classes  
for students the specialty 133 – industrial mechanical engineering*

*Compiled: Viktor Nesvidomin (Несвідомін Віктор Миколайович)  
Vitaliy Babka (Бабка Віталій Миколайович)  
Andrey Nesvidomin (Несвідомін Андрій Вікторович)*

## Preface

Ви прийшли вчитися на кафедру нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну (you came to study at the Department of descriptive geometry, computer graphics and design).

Особливістю навчання графічним дисциплінам є те, що окрім теоретичних знань ви маєте отримати навички виконання графічних робіт, розв'язування просторових задач, виконання креслень деталей, іх наглядних зображень (feature of teaching graphic disciplines is the fact that apart from theoretical knowledge you should get the skills of performing of graphic works to solve spatial problems, the implementation of drawings of parts, their visual images). Цього можна досягти тільки за однієї умови: своєчасно і самостійно виконувати той обсяг графічних робіт, який вам буде задано (this can be achieved only under one condition: timely and independently to complete the same amount of graphic works, which you will set).

Останнім часом із шкільних програм вилучено креслення, як обов'язковий предмет для вивчення (recently removed from school curricula drawings, as a compulsory subject to learn). Тому вам буде нелегко опановувати його у нас (so you'll not be able to acquire it from us). Але строге дотримання вимог лектора і викладача, який веде практичні заняття, відвідування консультацій допоможе успішно підготуватися до екзамену (but strict compliance with the requirements of the lecturer and teacher, leading practical classes, the attendance will help to successfully prepare for the exam). Умовою допуску до екзамену є виконання всього обсягу графічних завдань і підписання викладачем робочого зошита (the condition for admission to the exam is the entire volume of the graphic task and the signature of the teacher workbook).

До початку занять придбайте необхідне креслярське приладдя: готовальню середніх розмірів, лінійку, косинці із кутами  $45^\circ$  та  $30^\circ$  і  $60^\circ$ , олівці "Конструктор" марки М, 2М, ТМ, Т (іноземного виробництва В, 2В, НВ, Н), гумку (before the start of classes acquire the necessary drawing supplies: drawing of medium size, a ruler, triangles with angles  $45^\circ$  and  $30^\circ$  and  $60^\circ$ , pencils "Designer" brand M, 2M, TM, T (foreign production 2B, HB, H), eraser). Механічні олівці із товщиною стержня 0,5 мм придатні тільки для проведення тонких ліній та виконання підписів (mechanical pencils, of a shank thickness 0.5 mm suitable only for the fine lines and performance signatures).

Креслення виконуються тільки олівцями (the drawings are made only with pencils).

### Requirements for making of graphic tasks (вимоги до оформлення графічних задач):

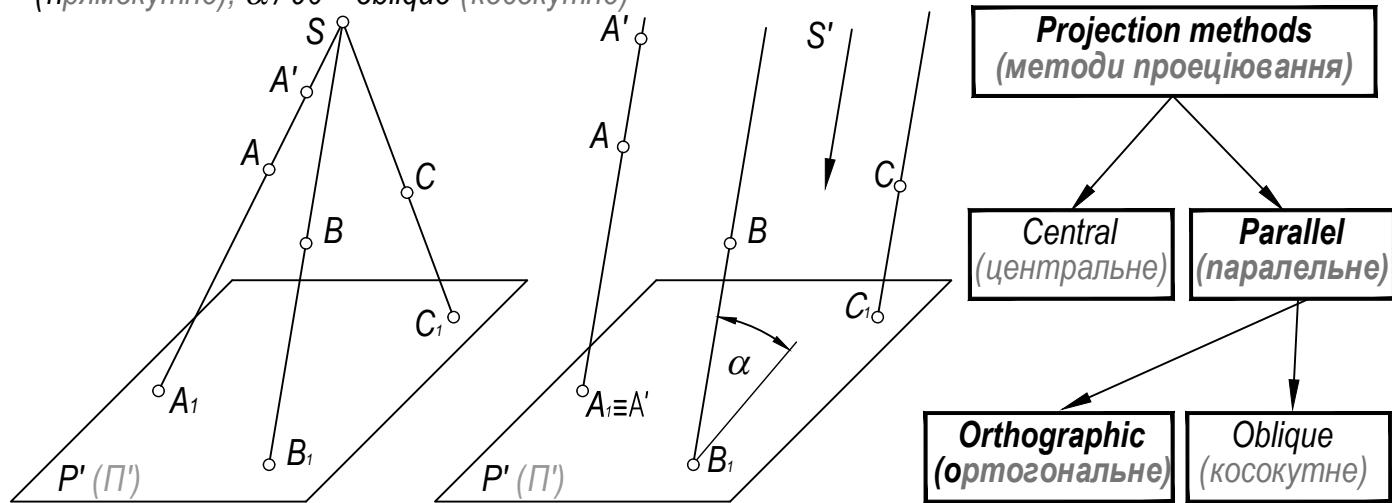
- every task must be done neatly and signed by a teacher ( кожне завдання повинно бути виконано акуратно і підписано викладачем);
- all build to perform only with the help of drawings instruments (всі побудови виконувати тільки за допомогою креслярських інструментів);
- signatures must be done by a drawing font concordantly GOST 2304-68 height 35, 5 and 7 mm (підписи виконувати креслярським шрифтом згідно ГОСТ 2.304-68 висотою 3.5, 5 та 7 мм);
- the points on drafts are the circles with diameter 1-2 mm and it is mark the capital letters of the Roman alphabet A, B, C ... or by numbers 1, 2, 3 ... (зображення точок на кресленнях показувати колами діаметром 1-2 мм і позначати великими буквами латинського алфавіту A, B, C... або цифрами 1, 2, 3...);
- to mark (позначати): straight and crooked lines - by the small letters of the Roman alphabet of b, c, m (прямі і криві лінії - малими буквами латинського алфавіту b, c, m...); planes - by the small letters of Greek alphabet α, β, γ (площини - малими буквами грецького алфавіту α, β, γ, ... ); surfaces - by the capital letters of Greek alphabet Σ, Δ, E (поверхні - великими буквами грецького алфавіту Σ, Δ, E ...);
- in the records of algorithm to use characters (в записах алгоритму використовувати символи): || - parallel (паралельність); ⊥ - perpendicularity (перпендикулярність); \*/ - skew (мимобіжність); ∩ - intersect (перетин); ≡ - an identity (тотожність).

### Literature (література) :

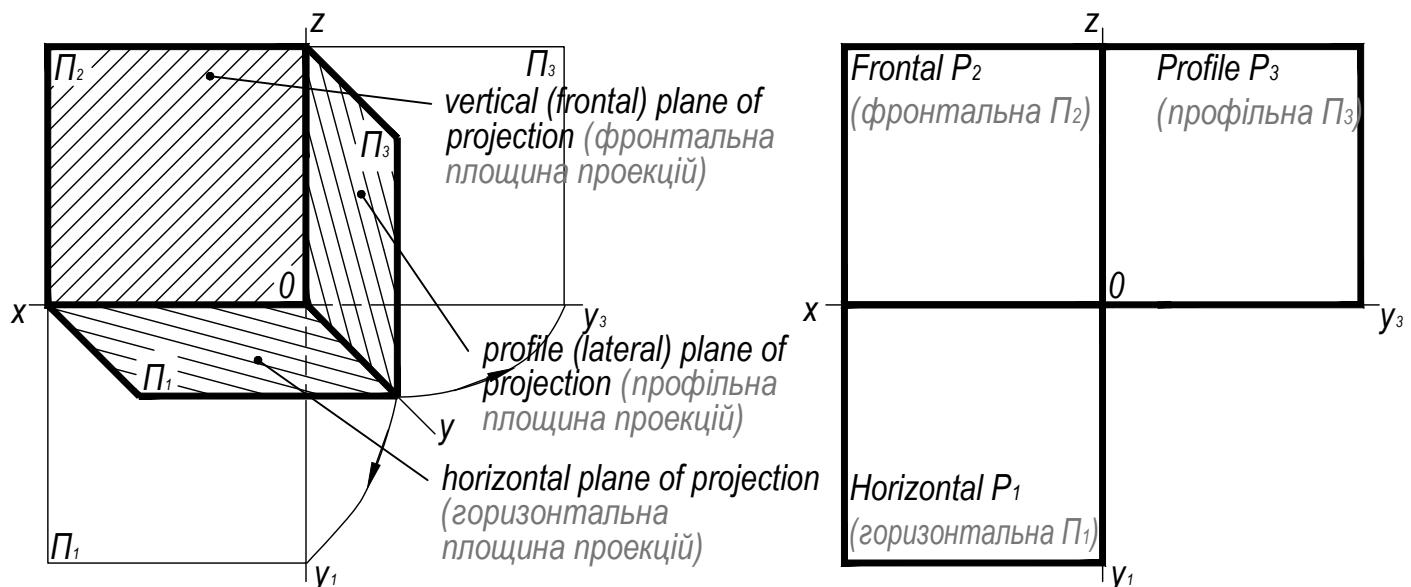
1. Михайленко В.Є. Нарисна геометрія.- К: Вища школа, 1995.
2. Ванін В.В. та ін. Інженерна графіка.- К: BHV, 2009.
3. Earle F. Watts, John T. Rule. Descriptive geometry. - New York: Prentice-hall, 1946.
4. Solomon Woolf. Elementary course of descriptive geometry.- New York: John Wiley, 1985.
5. Colih H. Simmons. Manual of engineering drawing.- New York, 2004.

## 1. Projection methods (методи проєціювання):

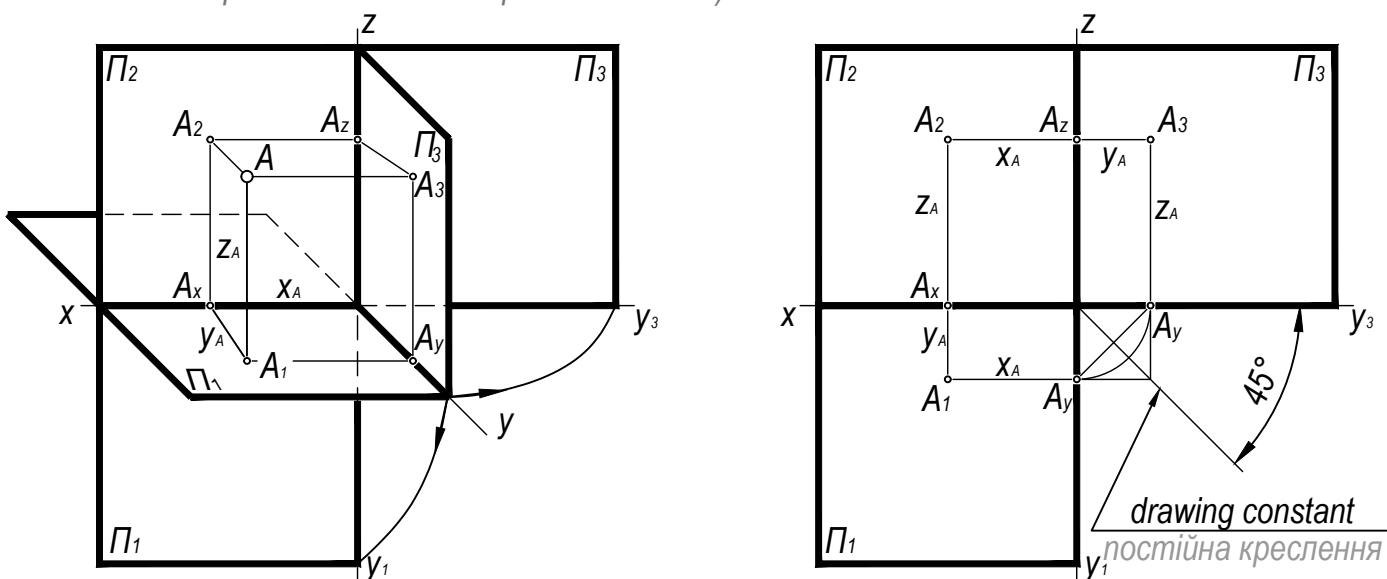
- central (центральне):  $P(\Pi)$  - a projection plane (площина проекцій);  $S$  - a projection center (центр проєціювання);
- parallel (паралельне):  $S'$  - a projection direction (напрям проєціювання): ( $\alpha=90^\circ$ - orthographic (прямокутне);  $\alpha \neq 90^\circ$ - oblique (косокутне))



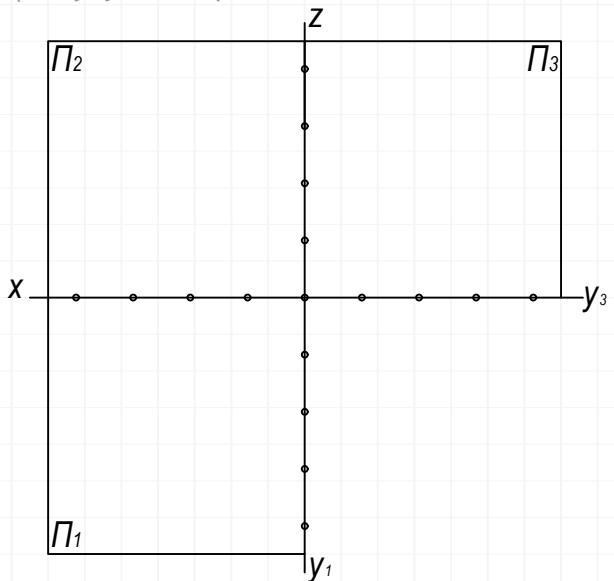
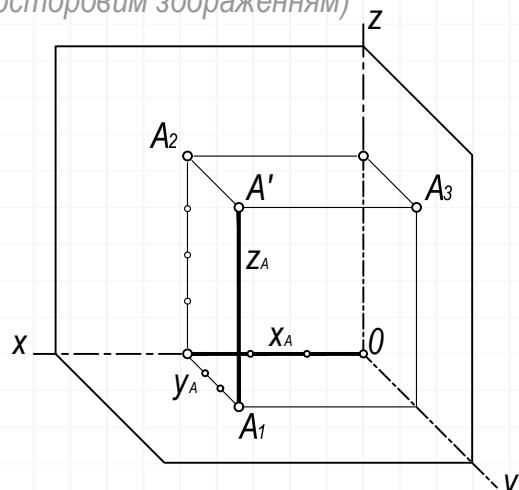
## 2. The system of orthographic projection (система ортогональних проекцій)



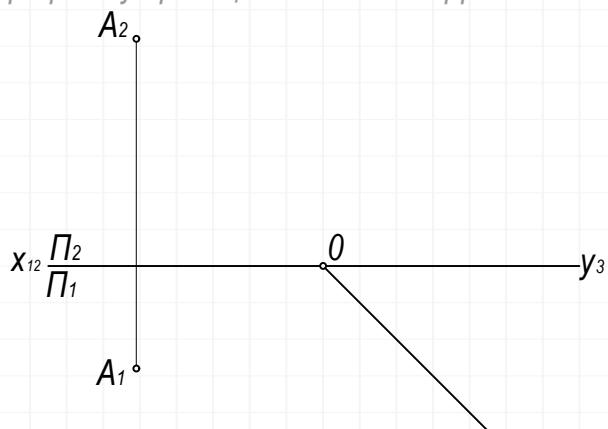
## 3. Orthographic projection or complex drawing or Monge epure of a point (ортогональна проекція або ж комплексне креслення або ж епюра Монжа точки)



4. To draw the projections of the point **A** by its space image (побудувати проекції точки A за її просторовим зображенням)

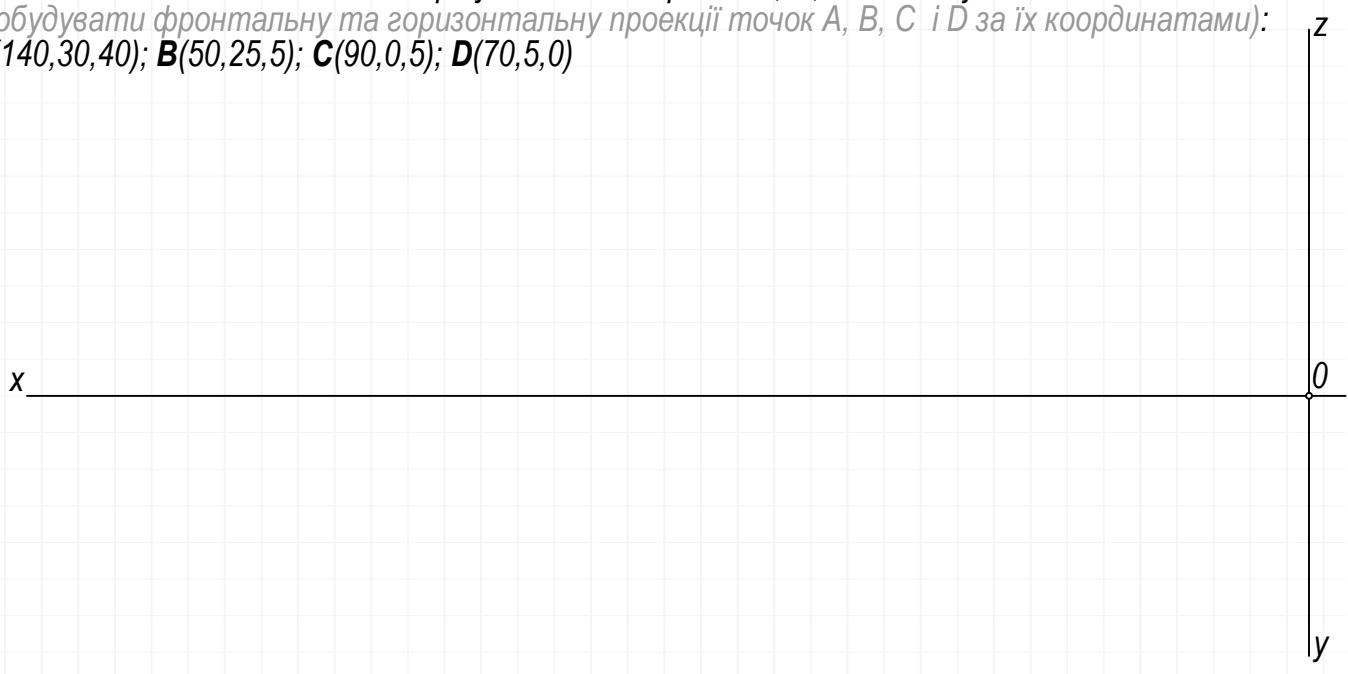


5. To draw the profile projection of the point **A** by its frontal and horizontal projections (побудувати профільну проекцію точки A за фронтальною та горизонтальною її проекціями)

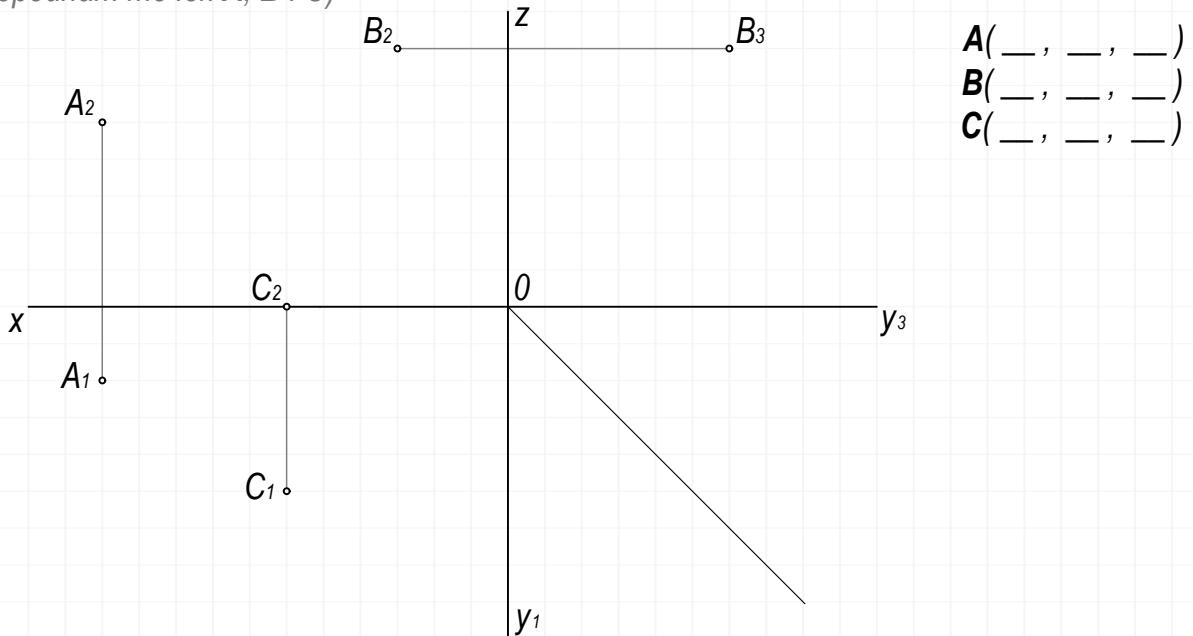


- $P_1$  - \_\_\_\_\_  
 $P_2$  - \_\_\_\_\_  
 $P_3$  - \_\_\_\_\_  
 $A$  - \_\_\_\_\_  
 $A_1$  - \_\_\_\_\_  
 $A_2$  - \_\_\_\_\_  
 $A_3$  - \_\_\_\_\_  
 $x, y, z$  - \_\_\_\_\_  
 $X_A, Y_A, Z_A$  - \_\_\_\_\_

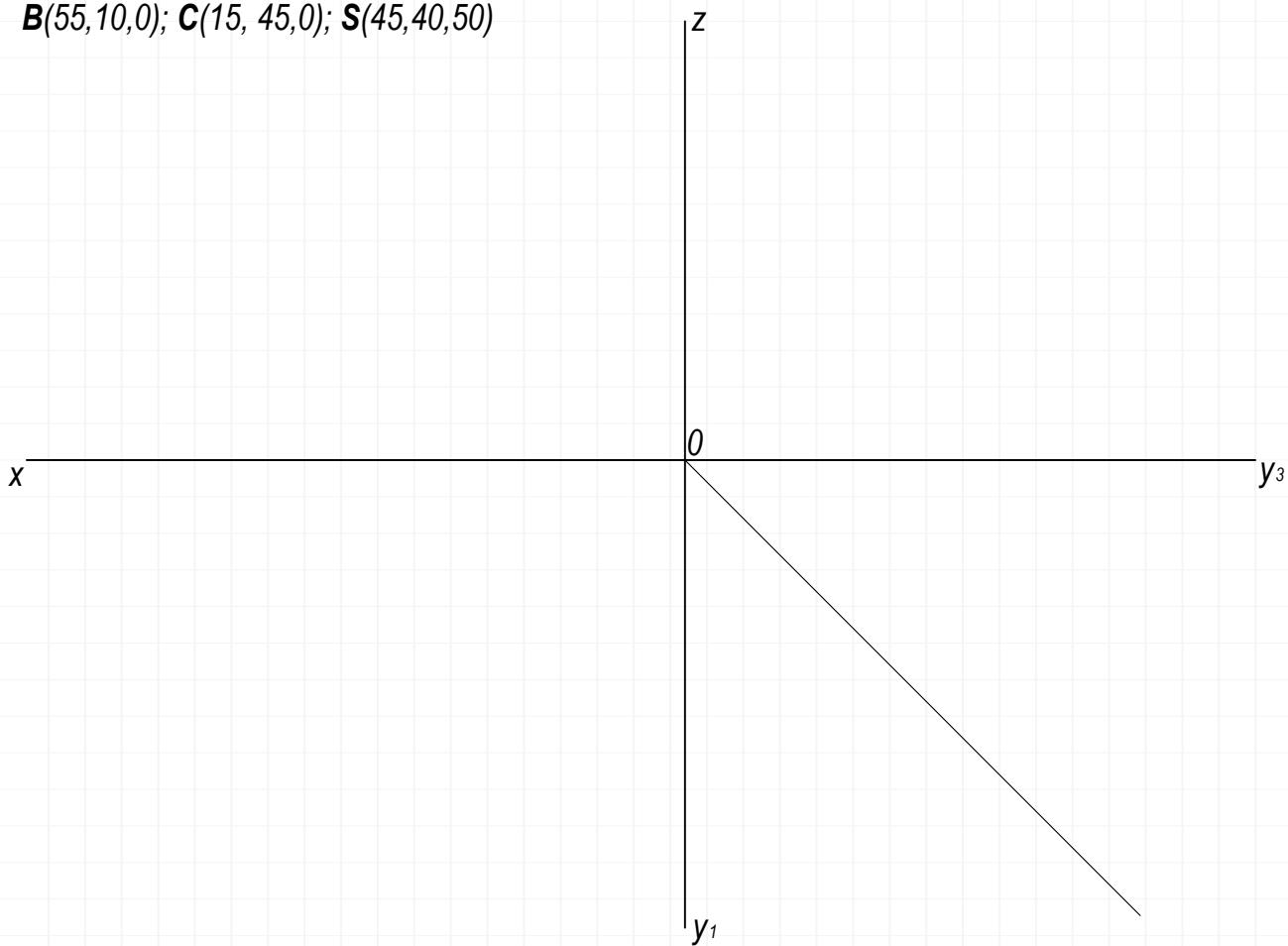
6. To draw the frontal and horizontal projections of the points **A**, **B**, **C** and **D** by its coordinates (побудувати фронтальну та горизонтальну проекції точок A, B, C i D за їх координатами):  
**A**(140,30,40); **B**(50,25,5); **C**(90,0,5); **D**(70,5,0)



1. To draw the third projection for two projections of points **A**, **B** and **C** (за двома проекціями точок **A**, **B** і **C** побудувати їх третю проекцію), To record the coordinates of points **A**, **B** and **C** (записати значення координат точок **A**, **B** і **C**)

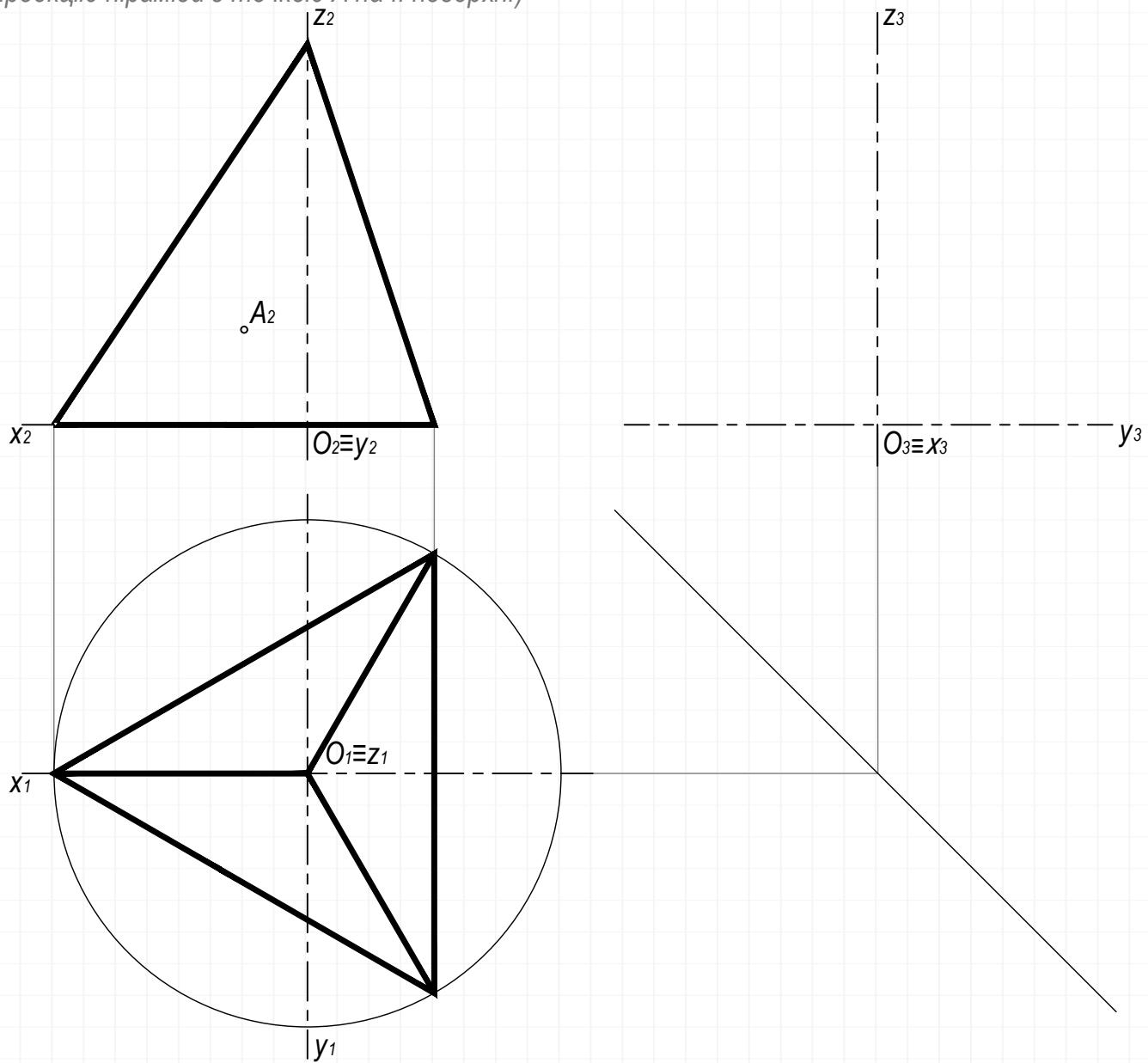


2. To draw three projections of a pyramid with basis of **ABC** and top **S** by its coordinates (побудувати три проекції піраміди за основою **ABC** і вершиною **S**, заданих їх координатами): **A**(85, 60, 0); **B**(55, 10, 0); **C**(15, 45, 0); **S**(45, 40, 50)



Geometric bodies which are bounded by planes are called **polyhedrons** (геометричні тіла, обмежені площинами, називаються многогранники). When all the faces are congruent, the solid is a **regular polyhedron** else is a **irregular polyhedron** (коли всі грані рівні, тіло є правильним многогранником, в іншому випадку неправильним). The **prism** has two polygons which are congruent and parallel (призма має два полігони, які рівні і паралельні). There are right and oblique prisms (розділяють прямі та нахилені призми). The **pyramid** have any polygon for one face called the base.

3. To draw the profile projection of the pyramid with a point  $A$  on the surface (побудувати профільну проекцію піраміди з точкою  $A$  на її поверхні)



4. On what figure is the point  $A$  nearest to the frontal plane of projection (на якому рисунку точка  $A$  знаходитьться найближче до площини проекцій  $\Pi_2$ )?

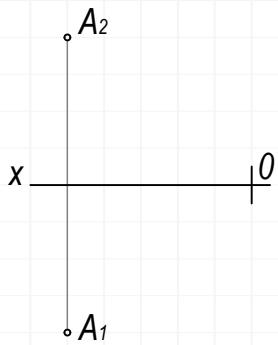


Fig.1

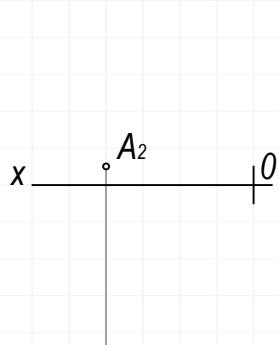


Fig.2

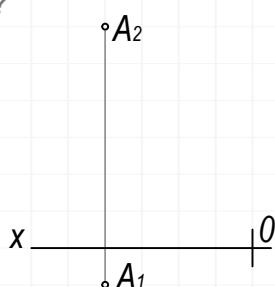


Fig.3

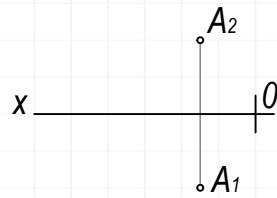


Fig.4

Answer (відповідь): \_\_\_\_\_

### 1. An axonometric projections (аксонометричні проекції).

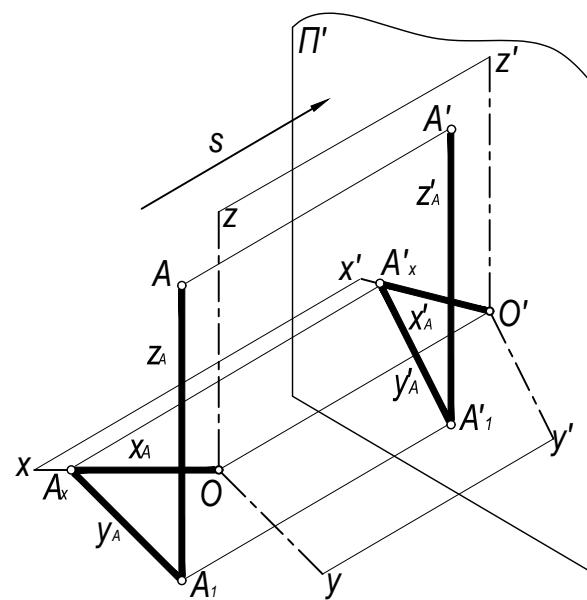
Axonometry is an image, which is made by the parallel projection of object with the orthographic system of coordinates of Oxyz.

Denotation:

- $\Pi'$  - a plane of axonometric projection
- $s$  - the direction of projection
- $x, y, z$  - the axes of the orthographic system of coordinates
- $x', y', z'$  - an axonometric projections of axes of coordinates of Ox, Oy, Oz
- $u=x/x, v=y/y, w=z/z$  - the indexes of distortion along the axes Ox, Oy, Oz.

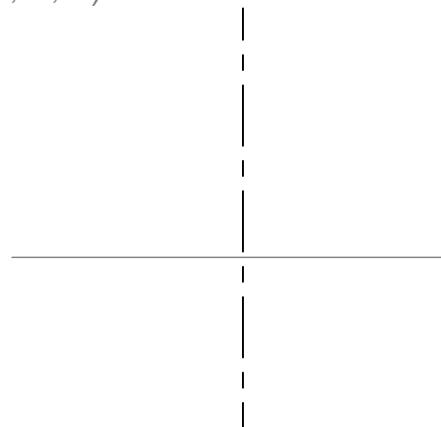
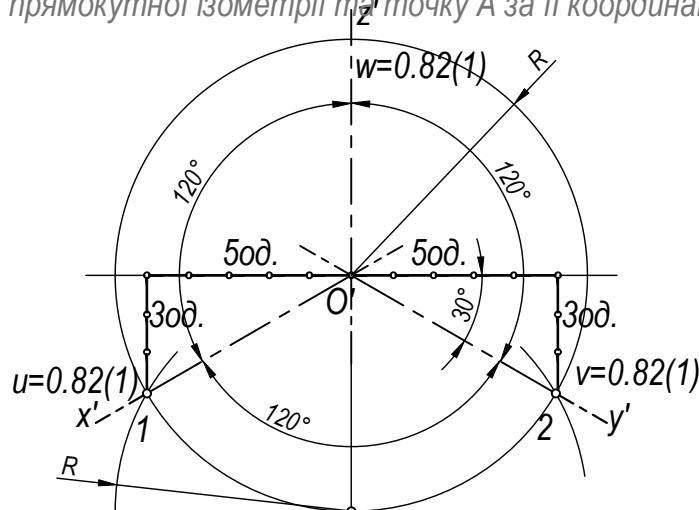
Direction of axonometric projection is chosen to represent three measuring of object. If the projection rays are perpendicular to the plane  $\Pi'$ , then an axonometry is orthographic, otherwise - oblique.

Isometric projection is an axonometric projection in which the three axes of coordinates appear equally foreshortened and the angles between any two of them are 120 degrees.

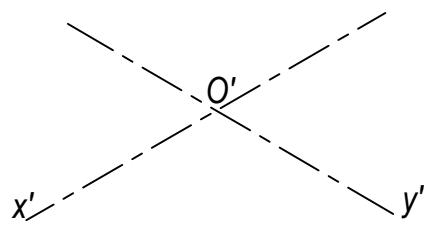
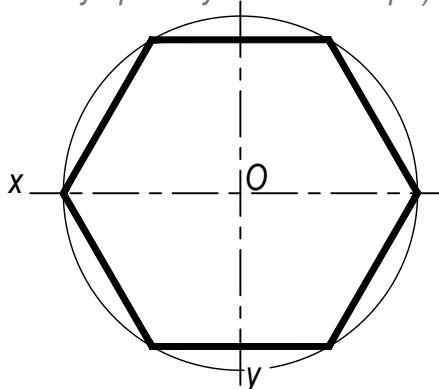


### 2. The theorem (теорема)

### 3. To draw the axes of orthographic isometric and point A by its coordinates (побудувати осі прямокутної ізометрії та точку A за її координатами A(20,15,40))

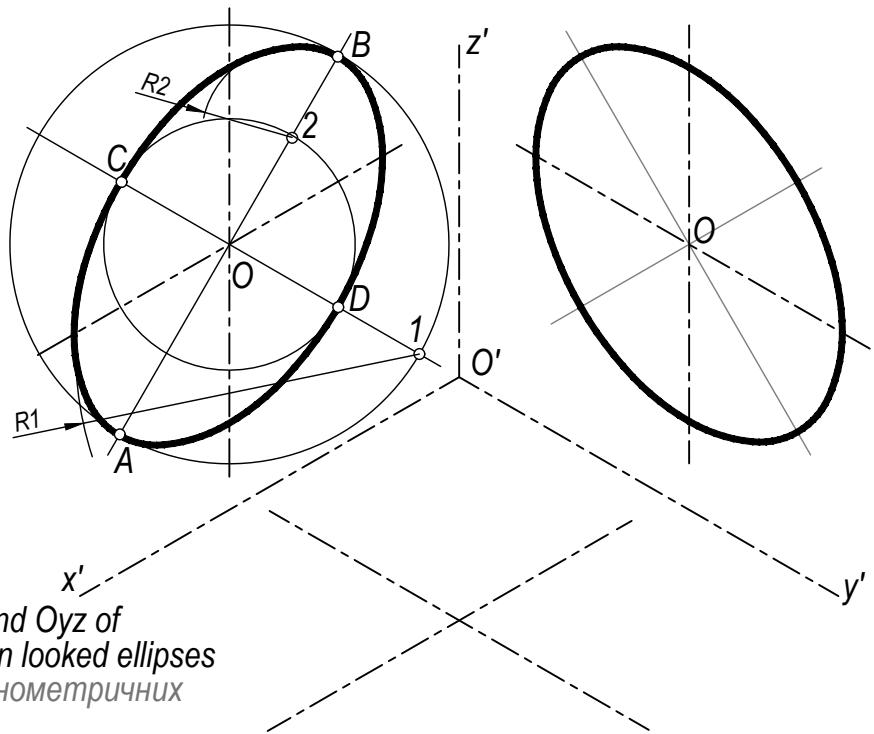
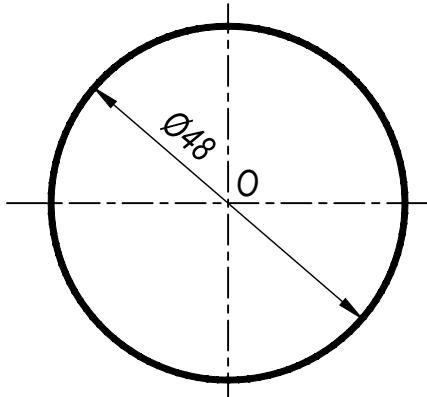


### 4. To draw the hexagon in plane Oxy of orthographic isometry (побудувати правильний шестикутник в площині Оху прямокутної ізометрії)



5. To draw the ellipses in the planes of a orthographic isometric (побудувати елінси в площинах прямокутної ізометрії)

It is given (дано):



Circles are in the planes Oxy, Oxz and Oyz of axonometric projections, represented in looked ellipses (кола в площині Oxy, Oxz і Oyz аксонометричних проекцій є елінси).

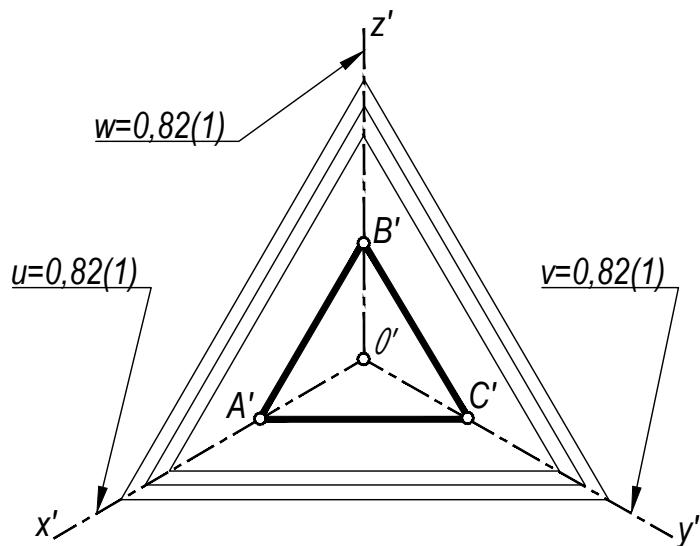
Two axes of symmetry have an ellipse: AB-large axis of ellipse; CD-small axis of ellipse (елінс має дві осі симетрії: AB-велика вісь; CD-мала вісь).

The lengths of axes of ellipse depend of the size of initial circle: AB=1.22d; CD=0.71d

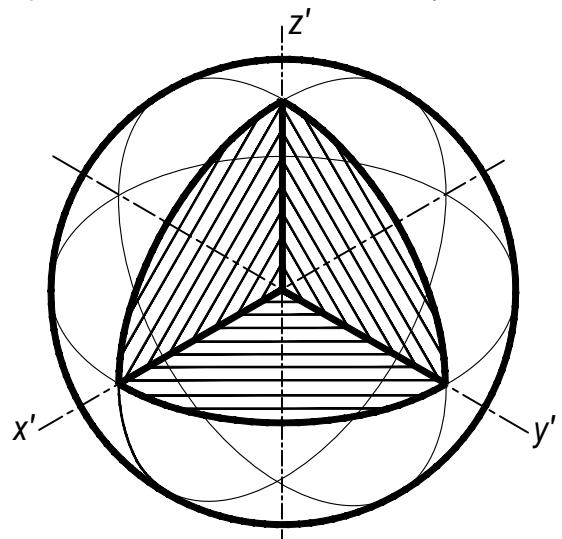
Ellipses are built approximately like by ovals of four arcs of circles. It is necessary to define position of four centers and sizes of radii. Large axis of every ellipse which is inplane axonometric projection is perpendicular to the axonometric axis which does not lie in this plane. For example, if ellipse is in plane x'O'y' - AB perpendicular to Oz.

6. Hatching in axonometric planes of a orthographic isometric (штриховка в аксонометричних площинах прямокутної ізометрії)

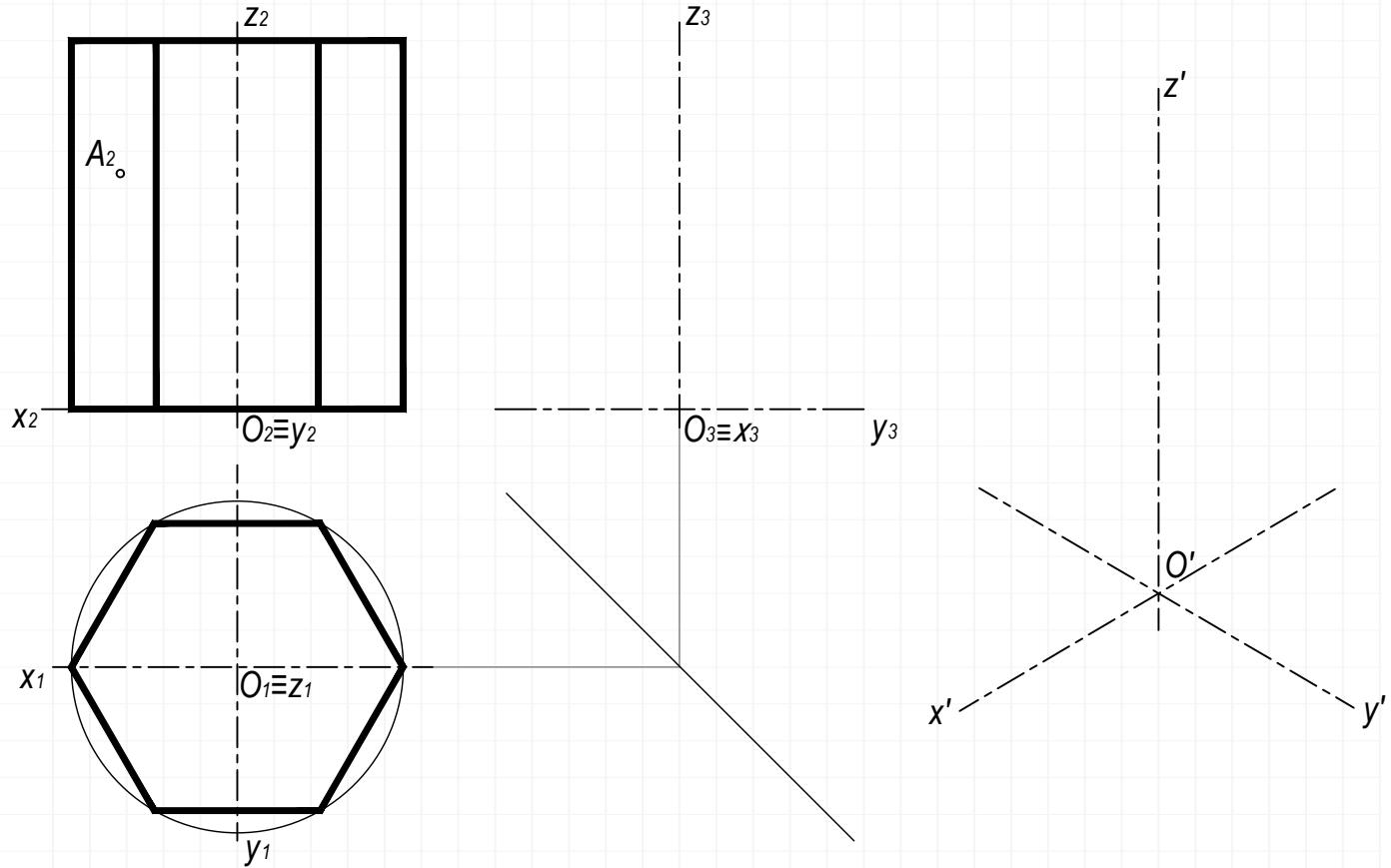
$\Delta A'B'C'$ :  $A'O'=B'O'=C'O'=10\delta$  - triangle of hatching (трикутник штриховки)



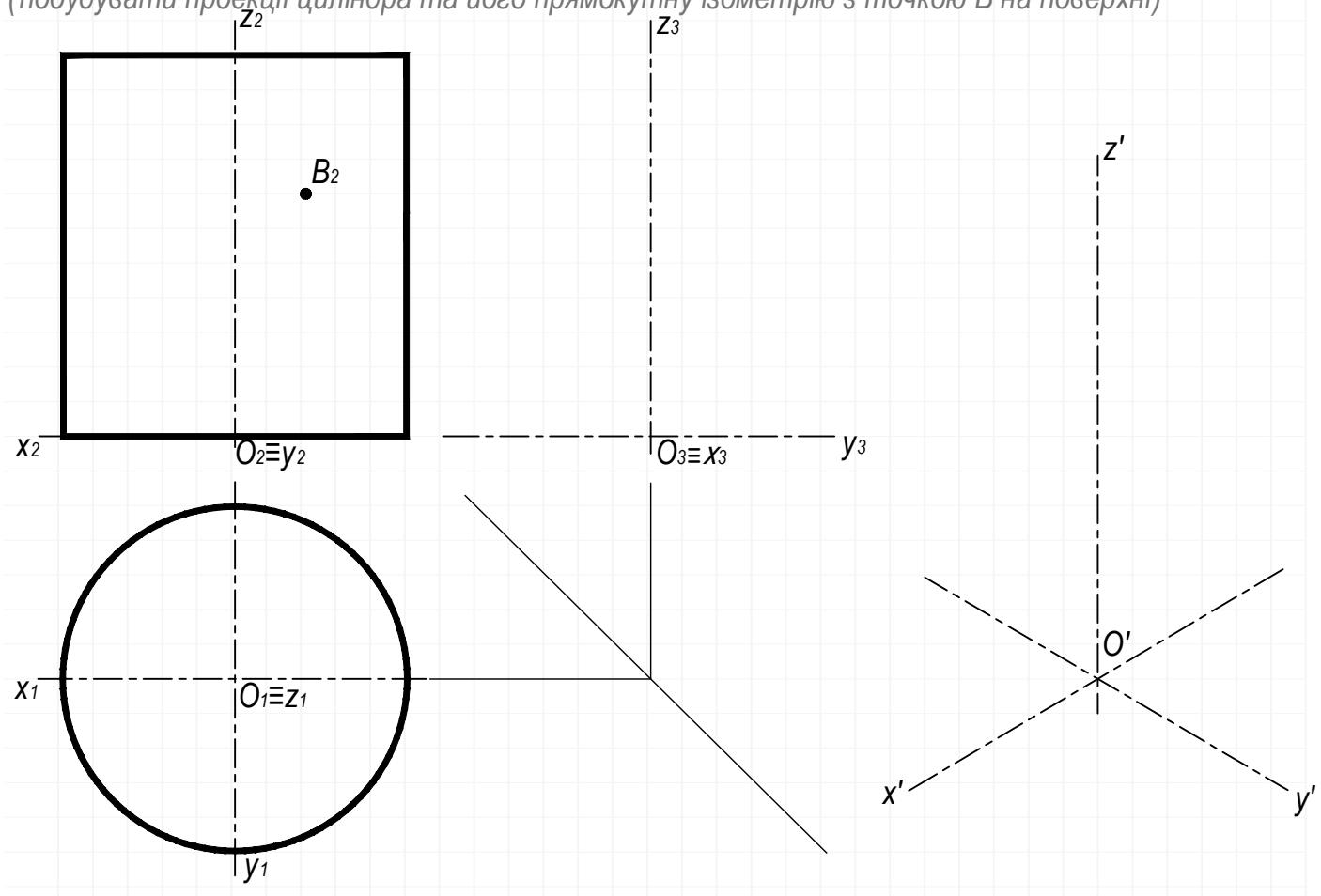
Orthogonal isometric of sphere with cut one-eighth part (прямокутна ізометрія сфери із вирізом однієї восьмої частини)



1. To draw the projections of prism and its orthographic isometric with the point **A** on its surface  
 (побудувати проекції призми та її прямокутну ізометрію з точкою **A** на поверхні)



2. To draw the projections of cylinder and its orthographic isometric with the point **B** on its surface  
 (побудувати проекції циліндра та його прямокутну ізометрію з точкою **B** на поверхні)



3. To find the figure, where the points 1, 2 and 3 are built correctly in an orthographic isometric (вказати рисунок, на якому правильно побудовані точки 1, 2 і 3 в прямокутній ізометрії)

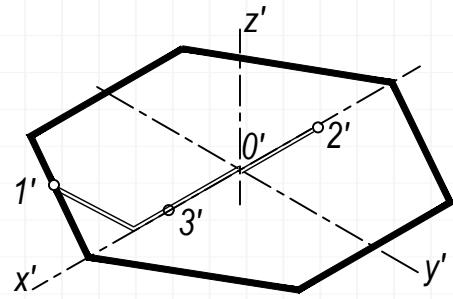
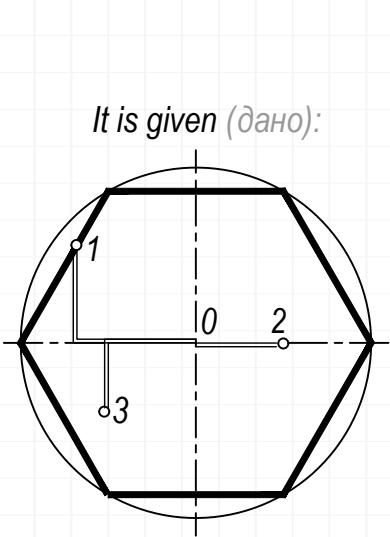


Fig.1

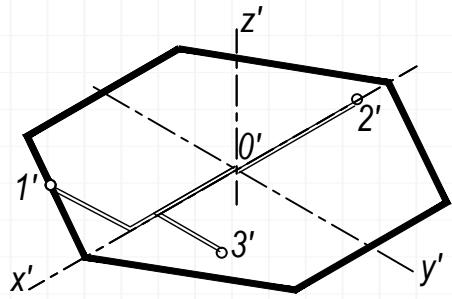


Fig.2

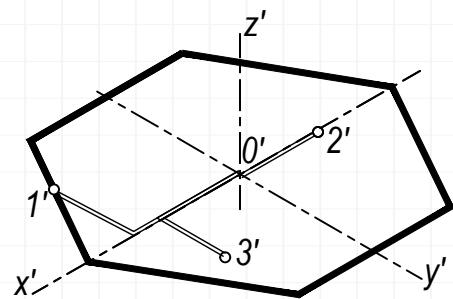


Fig.3

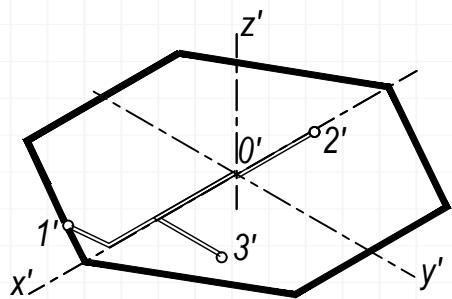
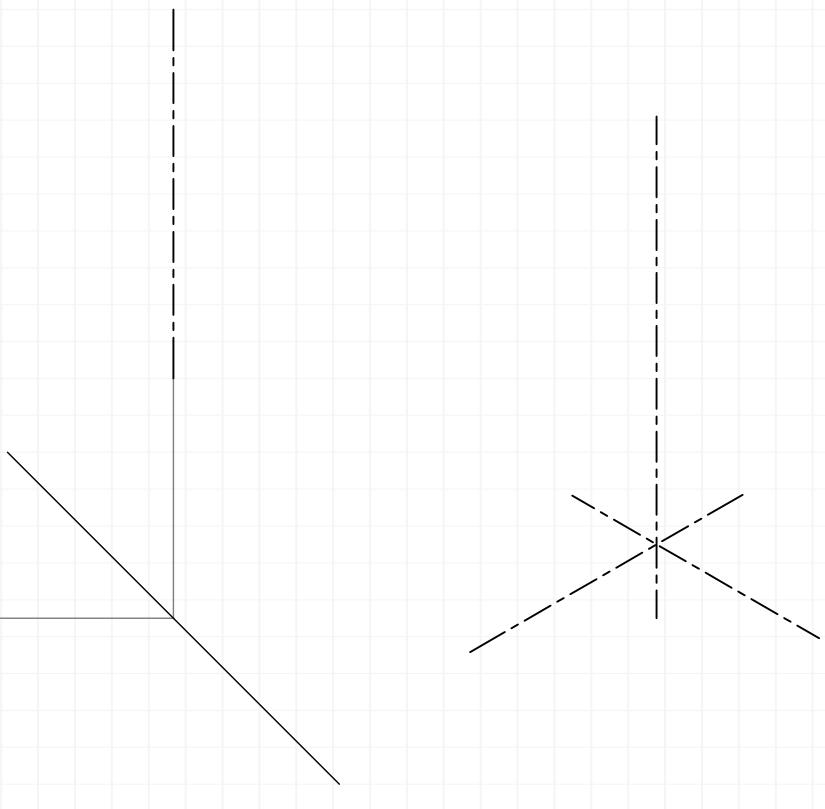
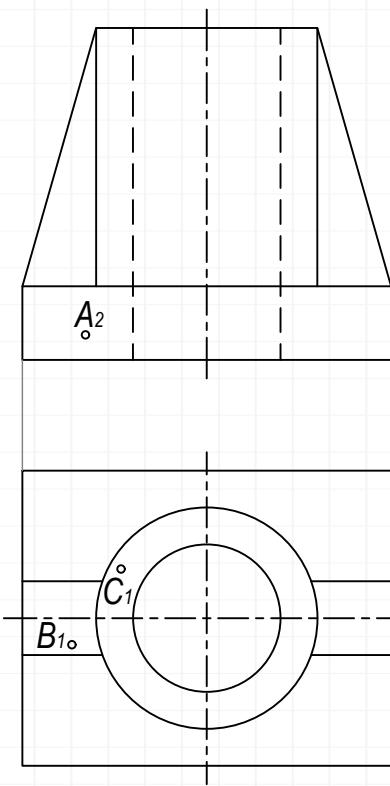


Fig.4

Answer (відповідь): \_\_\_\_\_

4. By the two projections of model to draw the third projection and its orthographic isometric. To draw the projections the points **A**, **B** and **C** on the surface of the model (за двома проекціями моделі побудувати третю проекцію та її прямокутну ізометрію, проекції точок **A**, **B**, **C**, які лежать на поверхні моделі.)



1. To draw the axes of orthographic dimetric the point **A** by its coordinates (побудувати осі прямокутної диметрії та точку A за її координатами)  $A(10, 50, 40)$

Theoretical coefficients of distortion of  $u$ ,  $v$ ,  $w$  along the axes of  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  is determined:

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2$$

If  $u=w$ ,  $v=\frac{u}{2}$ , then:

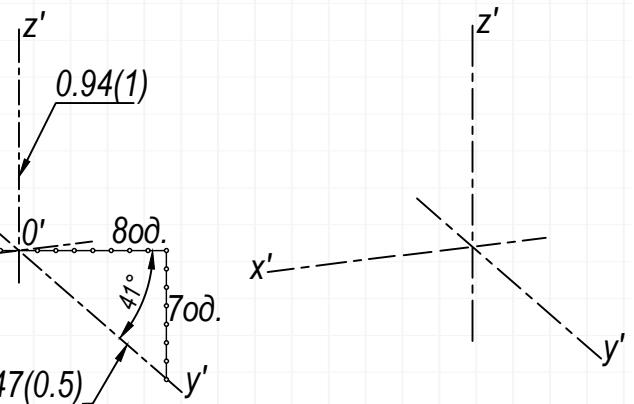
$$u^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2 + u^2 = 2 \text{ i } u^2 = \frac{8}{9}$$

and:

$$u \approx 0.94, v = u = 0.94, w = \frac{u}{2} = 0.47$$

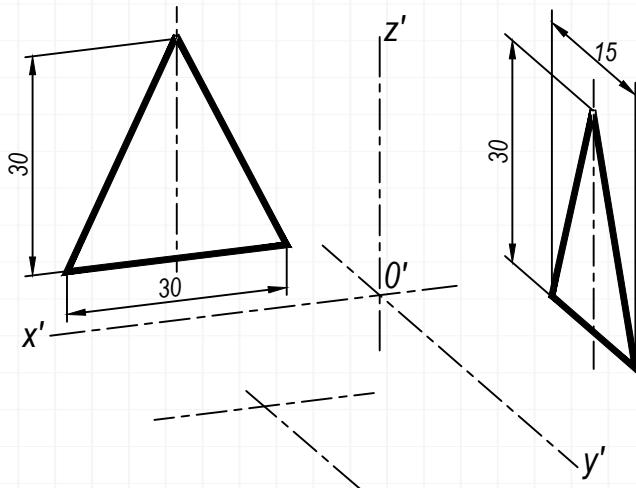
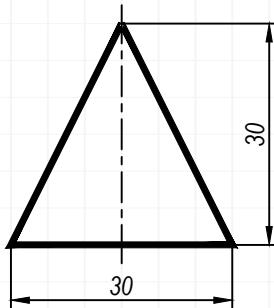
Practical coefficients of distortion along the axes  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ :

$$u=v=10, w=05$$



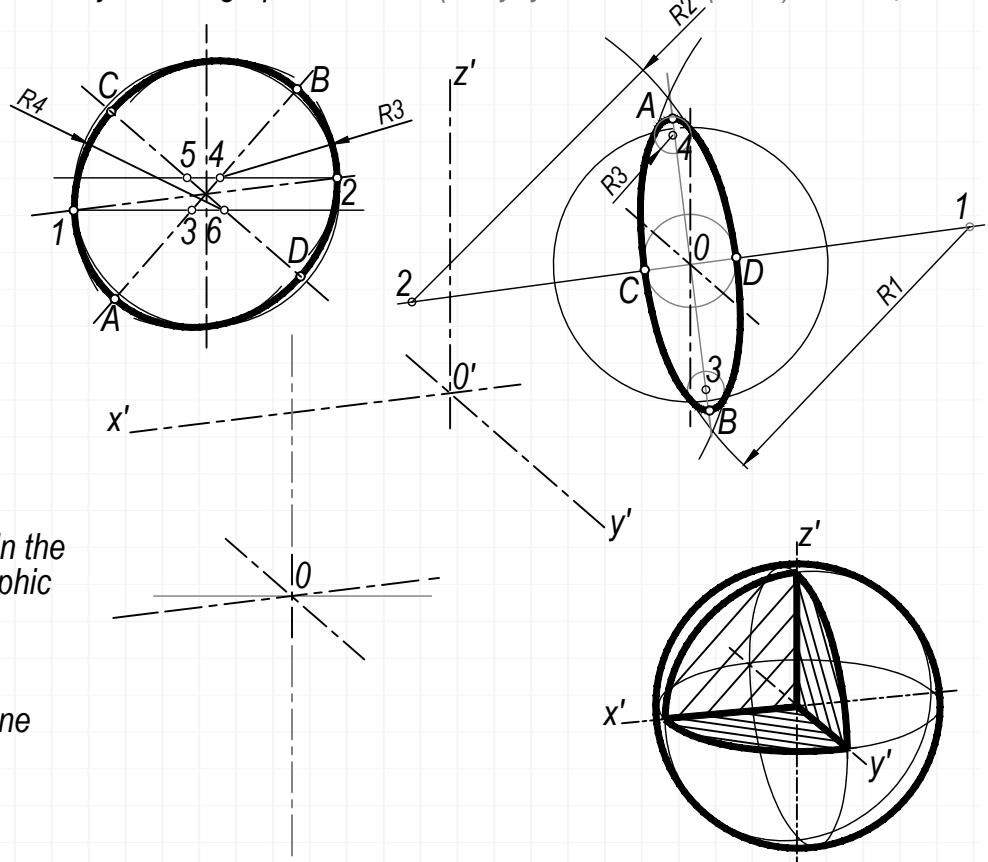
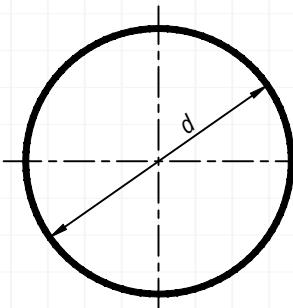
2. To draw a triangle in plane  $Oxy$  of orthographic dimetric (побудувати рівнобедрений трикутник в площині  $Oxy$  прямокутної диметрії)

It is given (дано):



3. To draw an ellipse (oval) in plane  $Oxy$  of orthographic dimetric (побудувати еліпс (овал) в площині  $Oxy$  прямокутної диметрії)

It is given (дано):



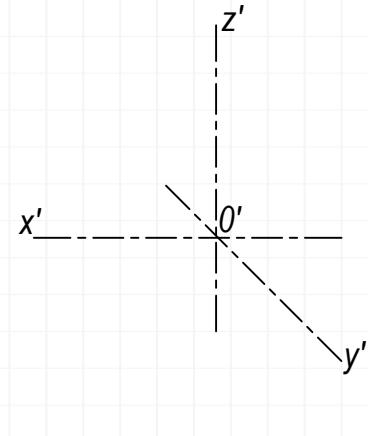
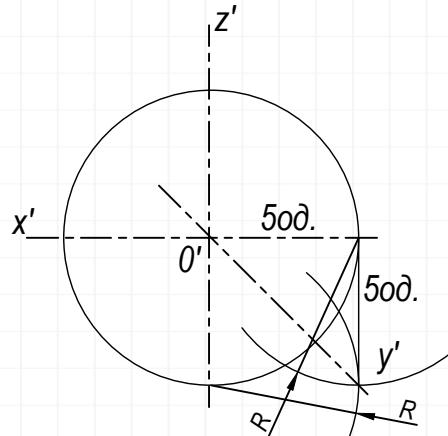
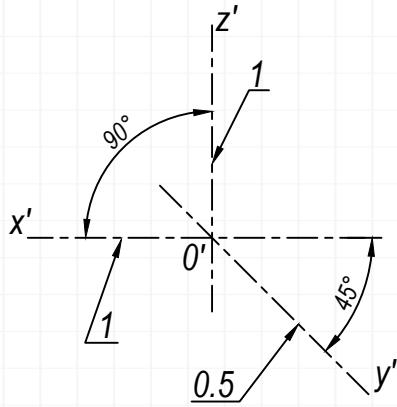
Sizes of axes of ellipses are in the planes of  $x'O'y'$ ,  $y'O'z'$  orthographic dimetric:

- large axis  $AB=106d$ ;
- small axis  $CD=0.95d$

Sizes of axes of ellipse in plane  $x'O'z'$  orthographic dimetric:

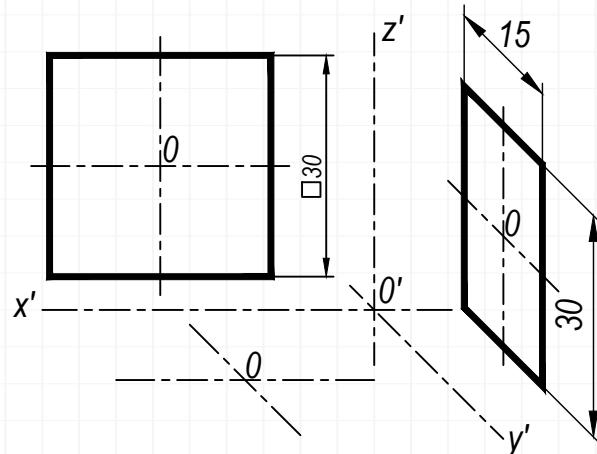
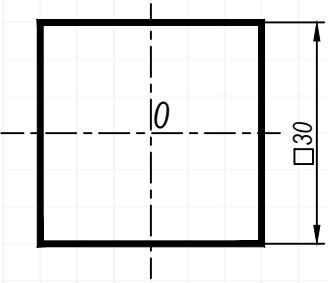
- large axis  $AB=106d$ ;
- small axis  $CD=0.95d$

4. To draw the axes of frontal dimetric and the point A by its coordinates (побудувати осі фронтальної диметрії та точку A за її координатами) A(10, 50, 40)



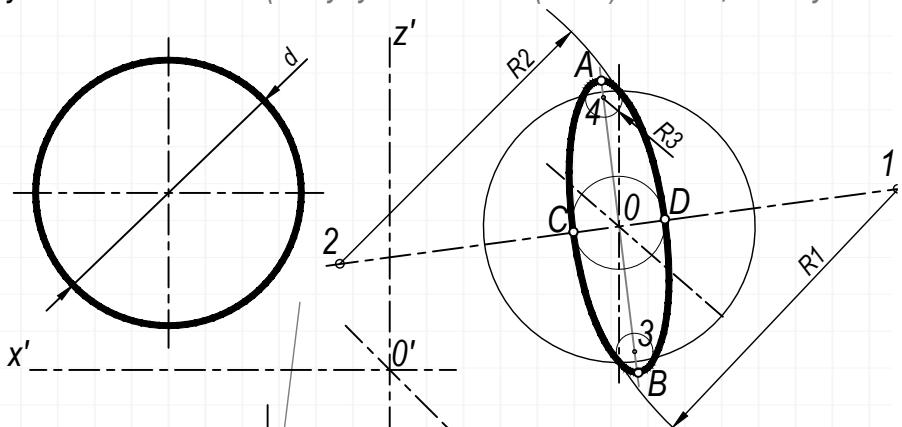
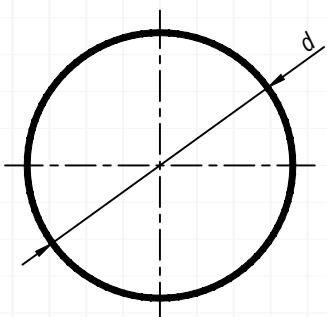
5. To draw a square in plane Oxy of frontal dimetric (побудувати квадрат в площині Oxy фронтальної диметрії)

It is given (дано):



6. To draw an ellipse (oval) in plane Oxy of frontal dimetric (побудувати еліпс (овал) в площині Oxy фронтальної диметрії)

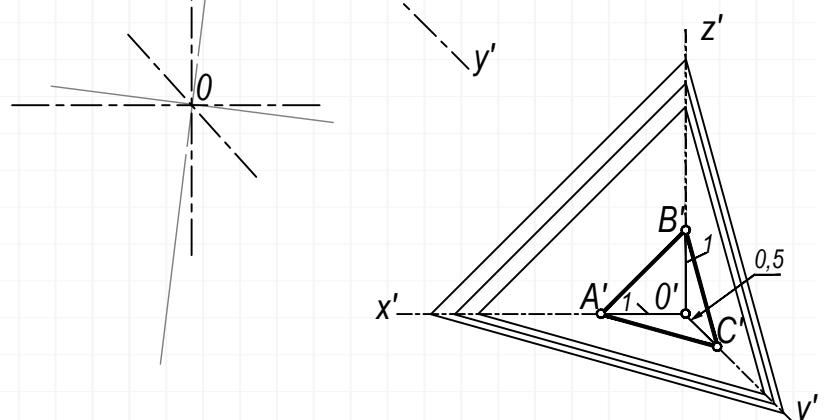
It is given (дано):



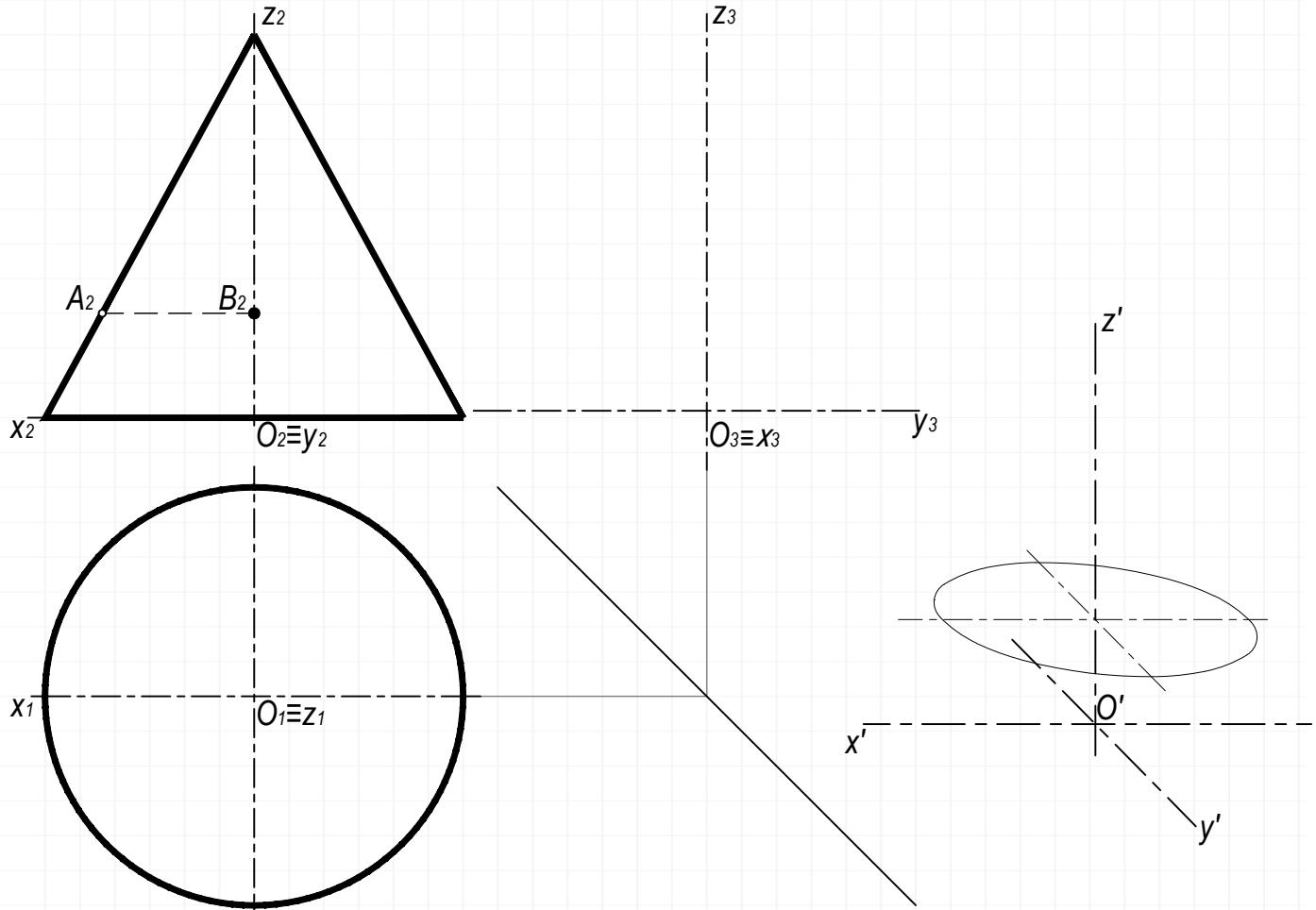
Sizes of axes of ellipses are in the planes of  $x'O'y'$ ,  $y'O'z'$  frontal dimetric (розміри осей еліпсів в площині  $x'O'y'$ ,  $y'O'z'$  фронтальної диметрії):

- large axis (велика вісь)  $AB=106d$
- small axis (мала вісь)  $CD=035d$

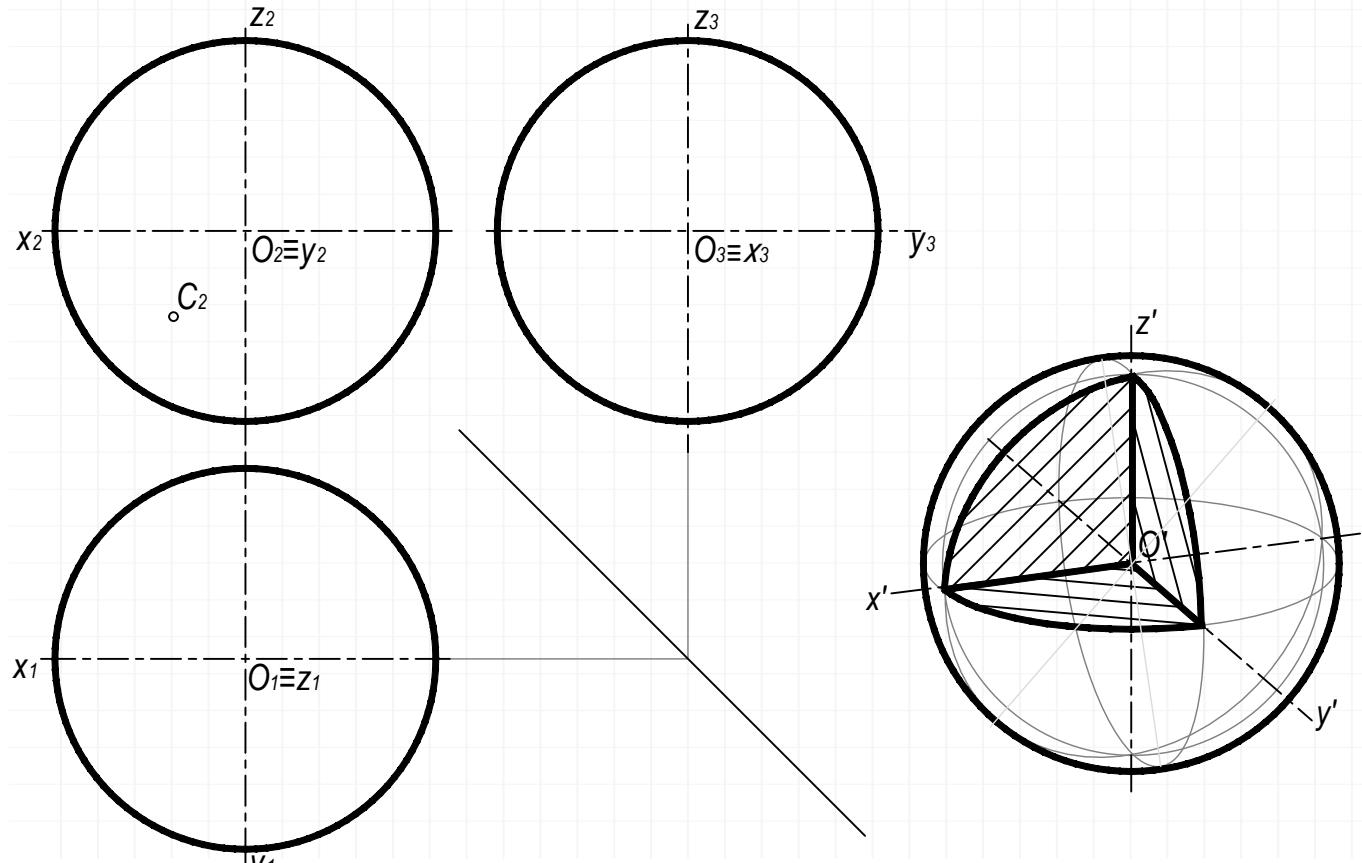
In plane  $x'O'z'$  - a circle with diameter d (в площині  $x'O'z'$  - коло діаметром d)



1. To draw three projections of cone and its frontal dimetric with the line **AB** on its surface (побудувати три проекції конуса та його фронтальну диметрію з лінією **AB** на поверхні.)



2. To finish drawing of the projections the point **C** on the complex draft and the orthographic dimetric of the sphere (додбдувати проекції точки С на комплексному кресленні та на прямокутній диметрії кулі)



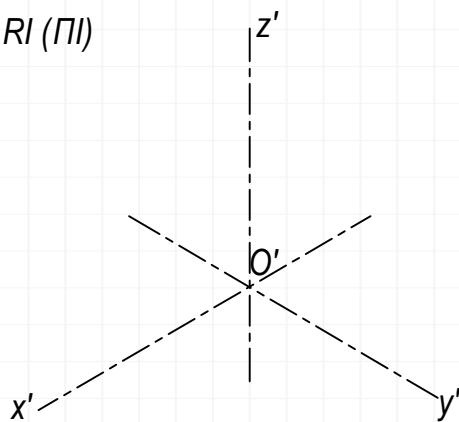
3. To draw an axonometric projections the points **D**, **E** and **F** by its coordinates (побудувати аксонометричні проекції точок **D**, **E**, **F** за їх координатами):

**D** (20, 10, 35)

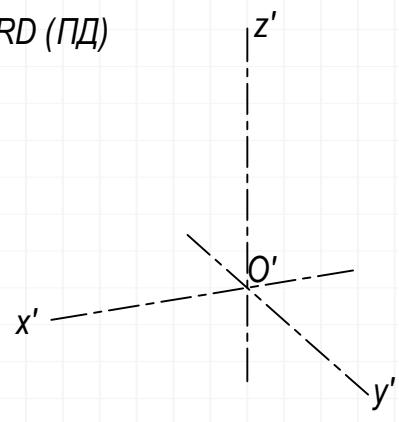
**E** (15, 30, 35)

**F** (20, 40, 30)

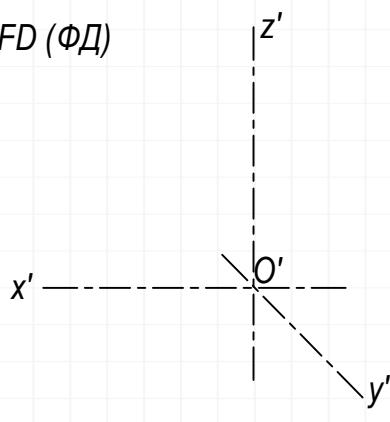
**RI** (ΠI)



**RD** (ΠД)



**FD** (ΦД)

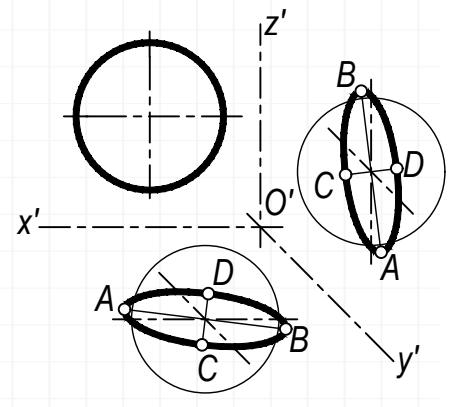
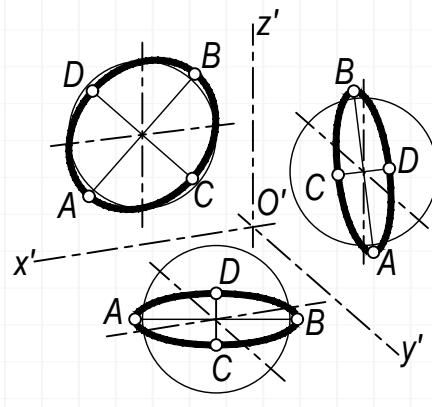
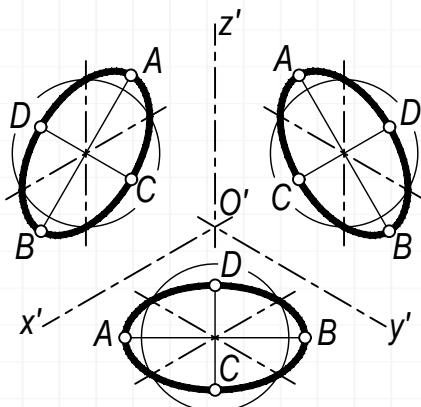


4. To write position and sizes the large **AB** and small **CD** axes of ellipse in the planes **Oxy**, **Oxz** and **Oyz** of axonometric projections (записати положення та розміри великої **AB** та малої **CD** осей еліпса в площинах **Oxy**, **Oxz** і **Oyz** аксонометричних проекціях)

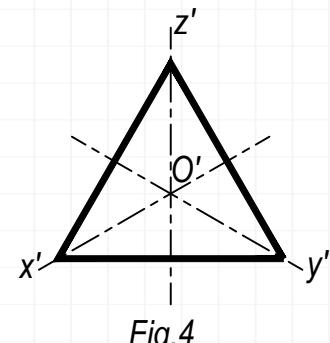
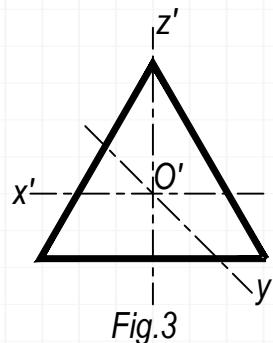
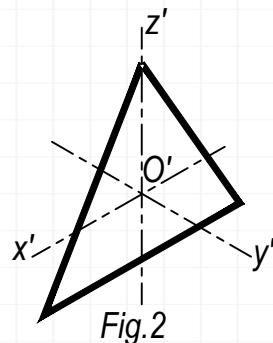
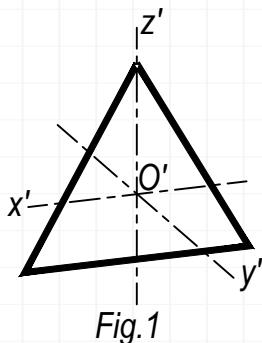
| <b>RI</b> | <b>Axis AB</b>              | <b>Axis CD</b>                  |
|-----------|-----------------------------|---------------------------------|
| Oxy:      | $\perp Oz, 1.22\varnothing$ | $\parallel Oz, 0.71\varnothing$ |
| Oxz:      |                             |                                 |
| Oyz:      |                             |                                 |

| <b>RD</b> | <b>Axis AB</b>              | <b>Axis CD</b>                  |
|-----------|-----------------------------|---------------------------------|
| Oxy:      | $\perp Oz, 1.06\varnothing$ | $\parallel Oz, 0.35\varnothing$ |
| Oxz:      |                             |                                 |
| Oyz:      |                             |                                 |

| <b>FD</b> | <b>Axis AB</b>                            | <b>Axis CD</b>                            |
|-----------|---|---|
| Oxy:      | $7^\circ \text{ to } Ox, 1.06\varnothing$ | $7^\circ \text{ to } Oz, 0.35\varnothing$ |
| Oxz:      | Circle (коло)                             | Circle (коло)                             |
| Oyz:      |   |   |

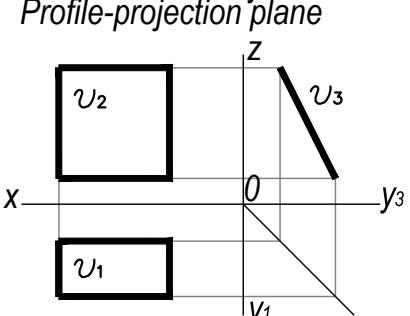
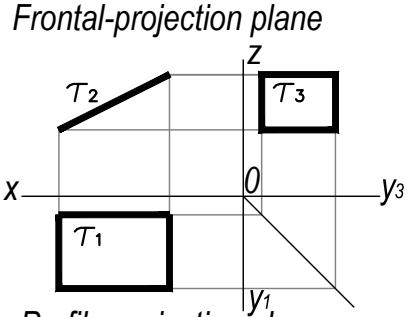
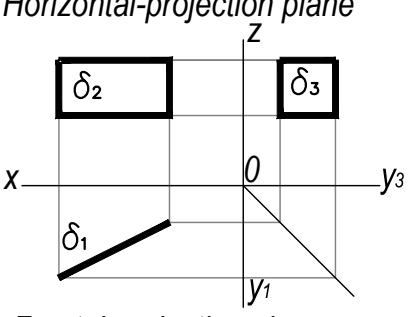
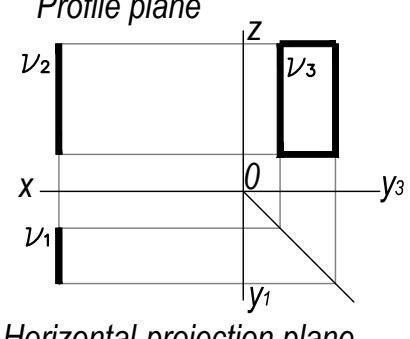
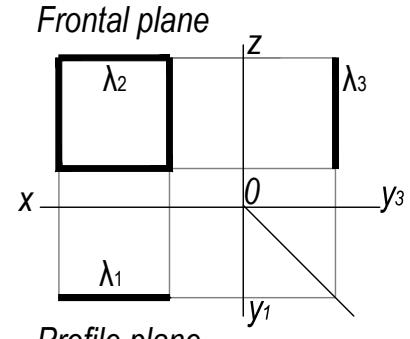
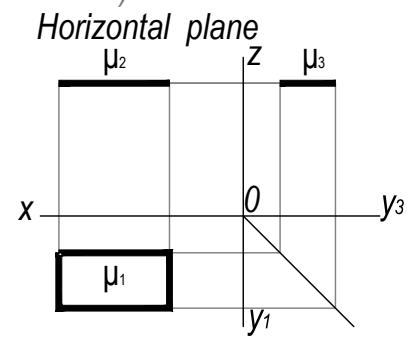
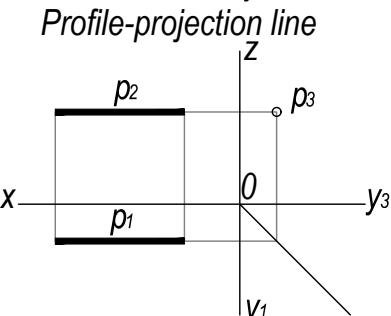
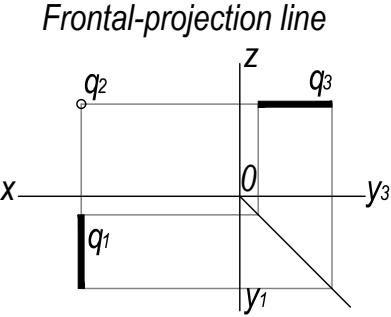
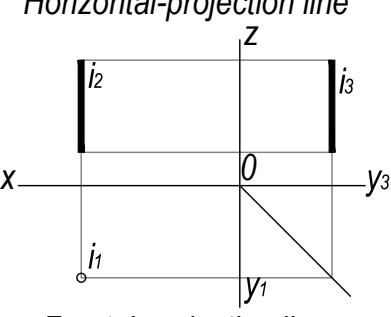
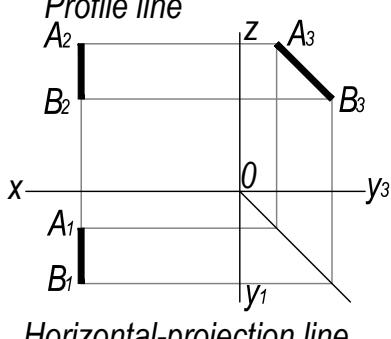
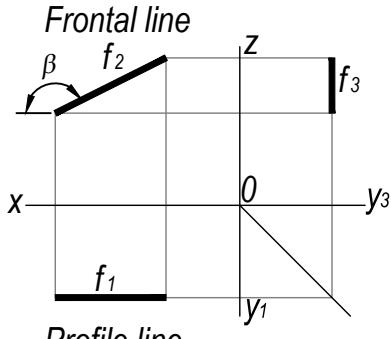
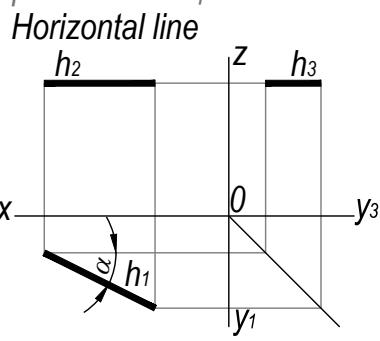
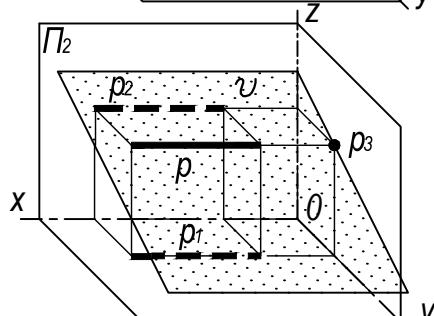
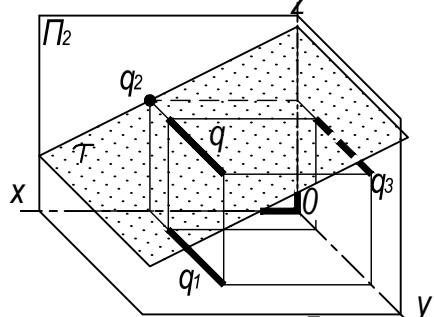
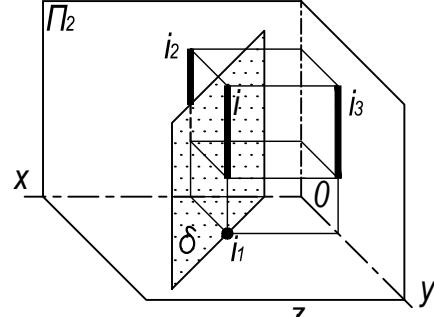
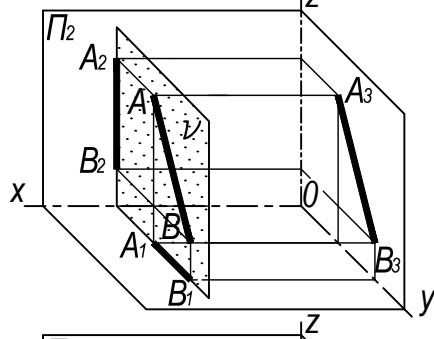
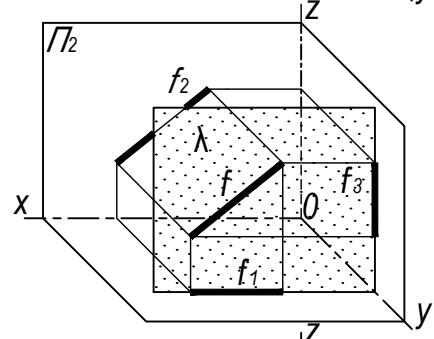
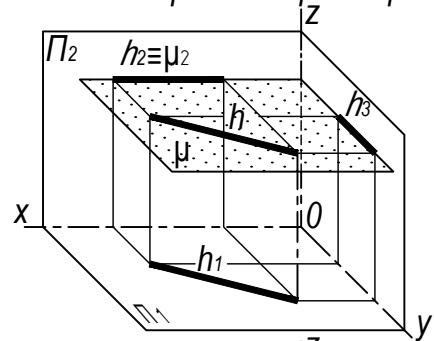


5. What figure is consist of wrong drawing the right triangle in the plane **Oxz** of axonometric projections (на якому рисунку неправильно побудований правильний трикутник в площині **Oxz** аксонометричних проекцій)?

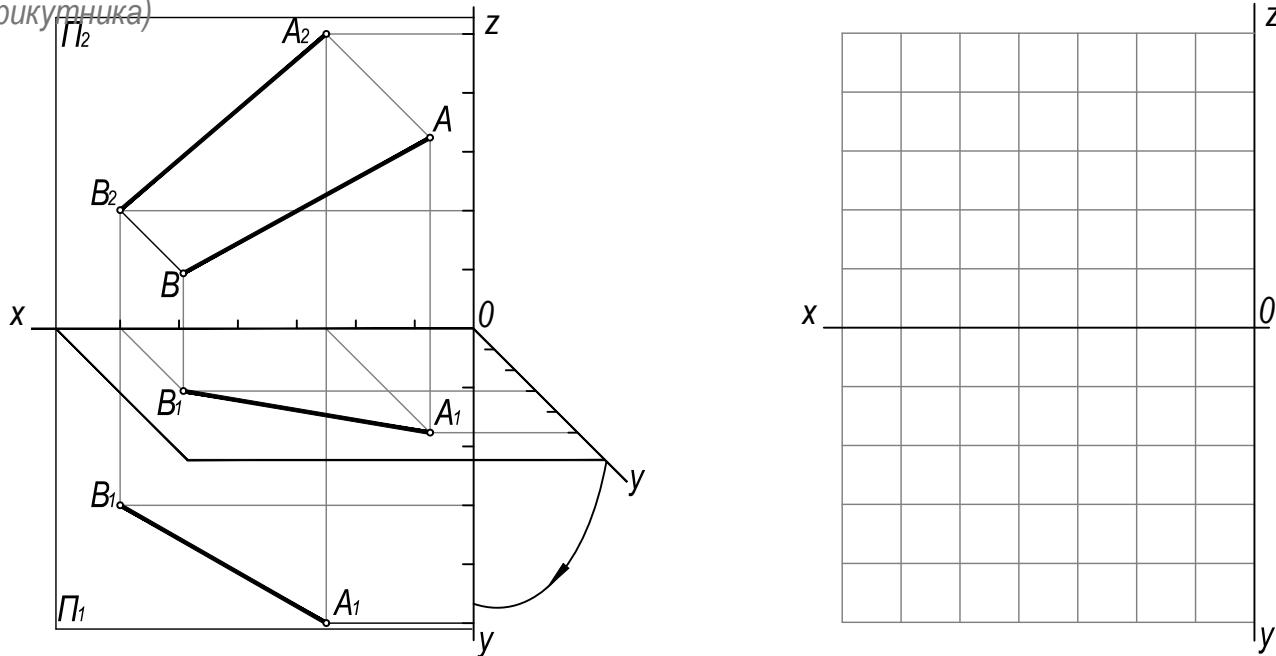


Answer (відповідь): \_\_\_\_\_

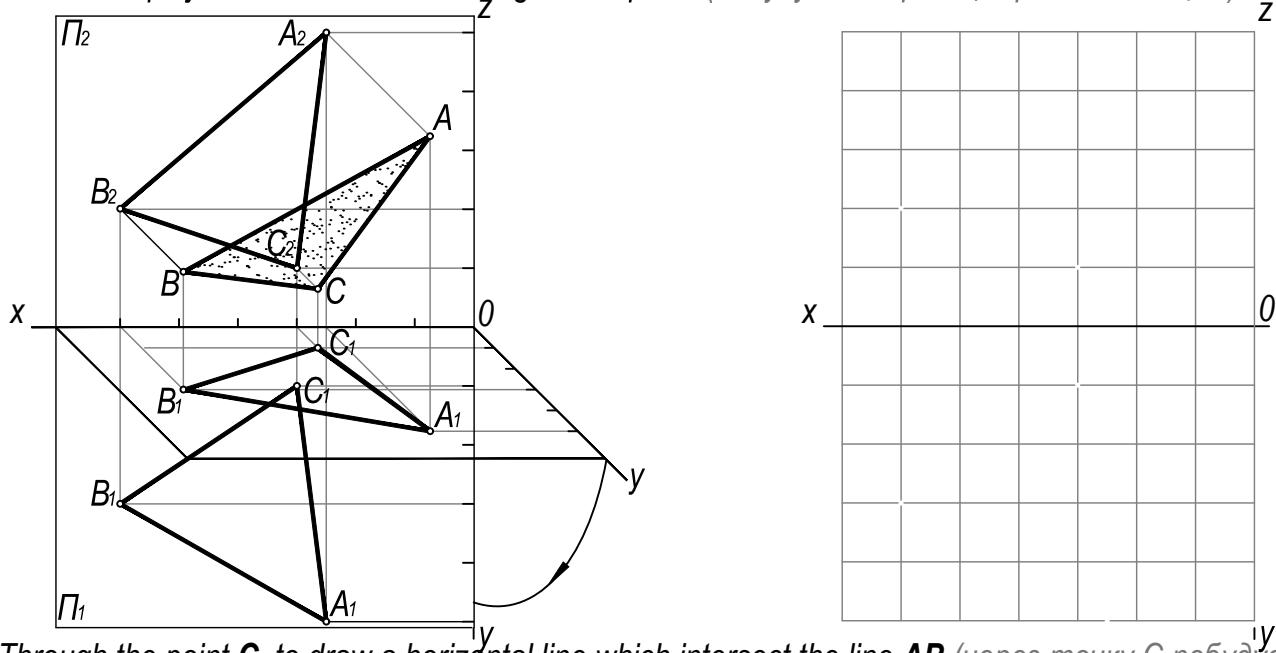
## 1. Lines and planes of partial position (прямі та площини часткового положення)



2. To draw the natural size line  $AB$  and corners  $\alpha$  and  $\beta$  its inclination to the planes of projections of  $\Pi_1$  and  $\Pi_2$  by the orthographic triangle method (побудувати натуруальну величину прямої загального положення та кути її нахилу до площин проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  методом прямокутного трикутника)

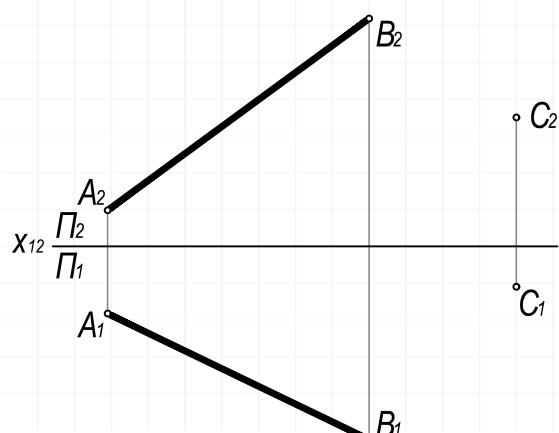


3. To draw the projections a line which belongs to the plane (побудувати проекції прямої в площині)

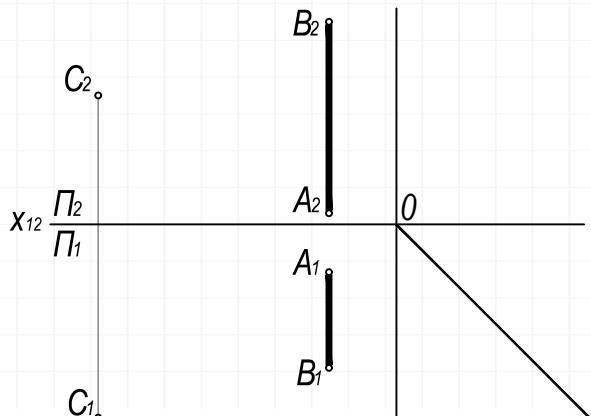


4. Through the point  $C$  to draw a horizontal line which intersect the line  $AB$  (через точку  $C$  побудувати горизонталь, яка перетинає пряму  $AB$ ):

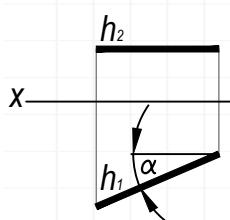
a) general position (загального положення)



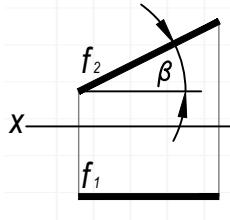
b) profile position (профільну пряму)



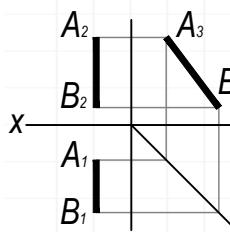
1. To fill a table (заповніть таблицю)



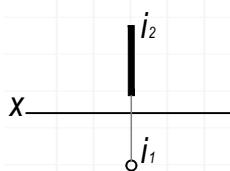
Name (назва)? horizontal line  
 Parallel by? plane П1  
 Perpendicular by? -  
 Inclined? by the angle  $\alpha$  to П1  
 Natural size? on the П1



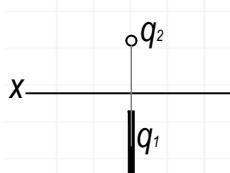
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



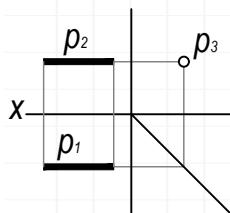
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



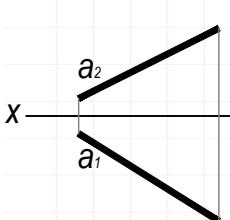
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



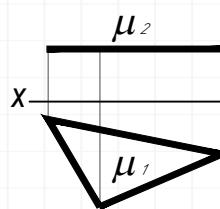
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



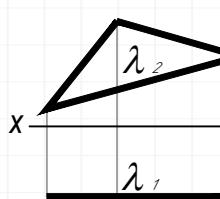
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



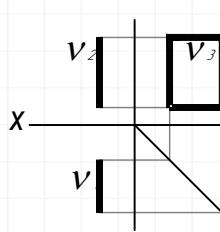
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



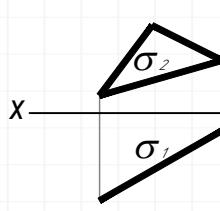
Name? horizontal plane  
 Parallel by? plane П1  
 Perpendicular by? to П2, П3  
 Inclined? -  
 Natural size? on the П1



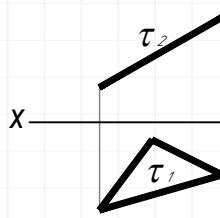
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



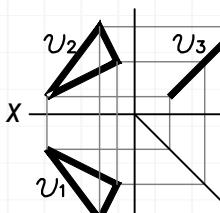
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



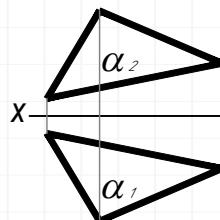
Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_

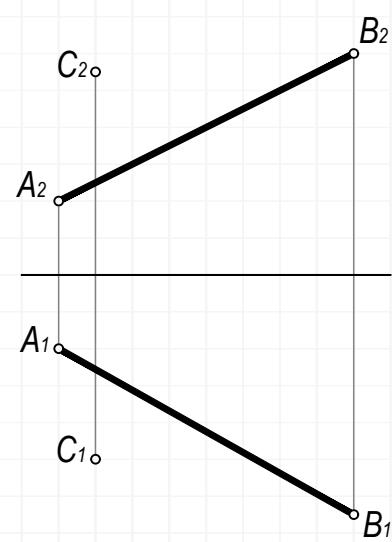
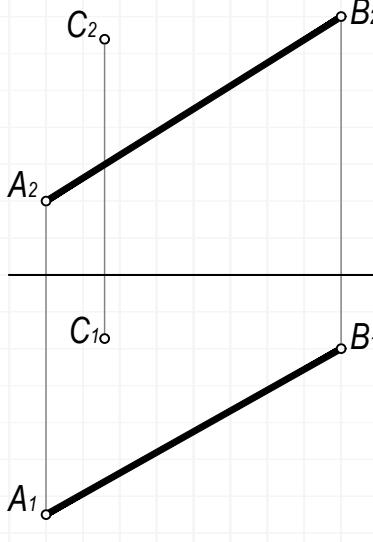
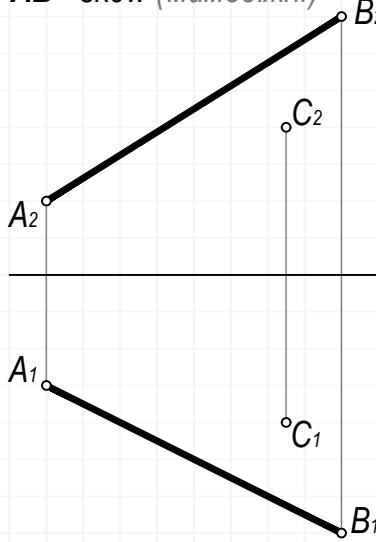


Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_



Name? \_\_\_\_\_  
 Parallel by? \_\_\_\_\_  
 Perpendicular by? \_\_\_\_\_  
 Inclined? \_\_\_\_\_  
 Natural size? \_\_\_\_\_

2. Through the point **C** to draw the line **CD** of general position so that (через точку С провести пряму CD так, щоб): a)  $CD \parallel AB$  - parallel (паралельні); b)  $CD \cap AB$  - intersect (перетинаються); c)  $CD \not\parallel AB$  - skew (мимобіжні)



3. To draw the plane of general position (побудувати площину загального положення):

a) by the two parallel lines of general position (паралельними прямыми загального положення)

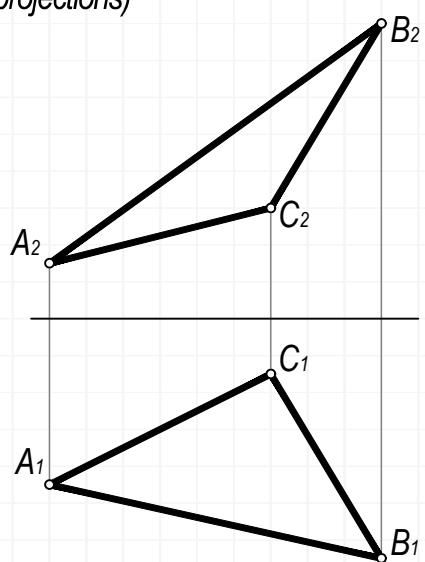
b) by the two parallel horizontal lines (паралельными горизонтальми)

c) by the triangle in which one side - line of general position, second is a horizontal line, the third - profile line

4. To draw frontal-projection plane by the two parallel lines of general position (побудувати фронтально-проєціюальну площину паралельними прямыми)

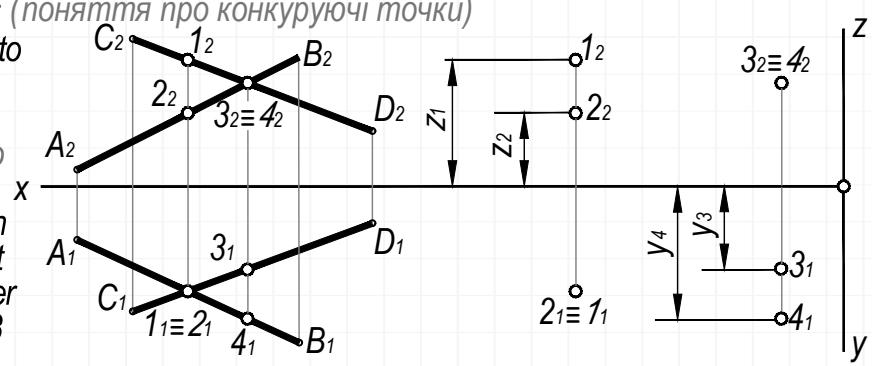
5. To draw two passing lines of general and draw a horizontal line, which crossed its (побудувати мимобіжні прямі загального положення та горизонталь через них)

6. In the plane ABC to draw main lines (lines, which parallel by the plane of projections)



## 1. A concept is about competitive points (поняття про конкуруючі точки)

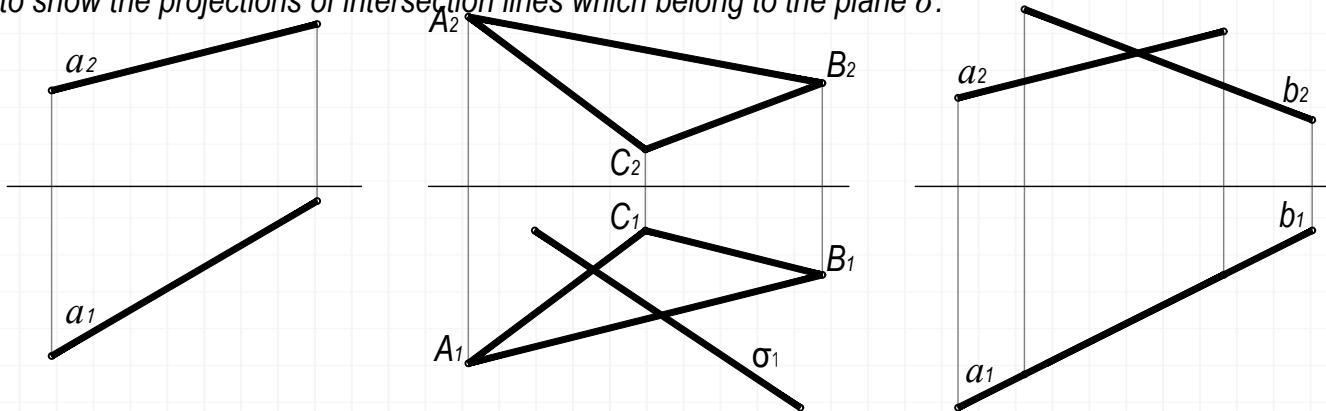
Points that lie on the same perpendicular to the plane of projections are named competitive in relation to this plane (точки, які лежать на одному перпендикулярі до площини проекцій, називають конкуруючими). Points 1, 2 - competitive in relation to a plane  $\Pi_1$ . Point of 1 of segment CD is visible from above, because it is farther from the plane  $\Pi_1$  ( $z_1 > z_2$ ). Like for points 3 and 4, competitive in relation to a plane  $\Pi_2$ .



## 2. The intersection of line with a plane (перетин прямої з площиною).

Preparatory constructions (підготовчі побудови):

- to draw a horizontal-projection plane  $\sigma$  through line  $a$  ( $\sigma$  is a auxiliary secant plane)
- to show the projections of line of intersection of planes of ABC and  $\sigma$ ;
- to show the projections of intersection lines which belong to the plane  $\sigma$ .

3. To analyse the algorithm of finding point of intersection of line  $m$  with the plane ABC (left figure) and to draw the proper constructions on projections. To define visibility of line (визначити видимість прямої)

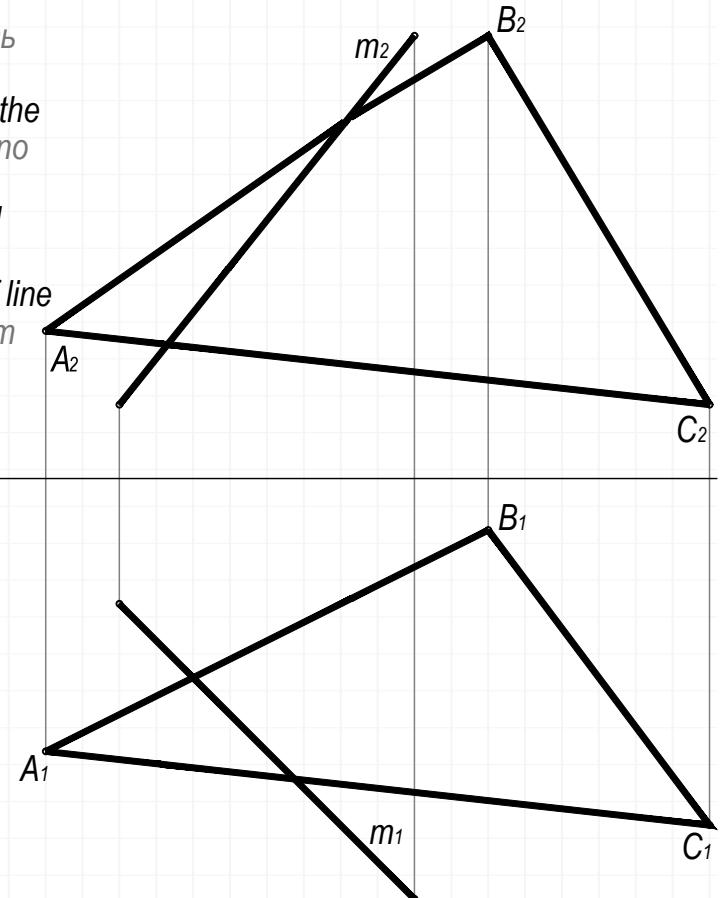
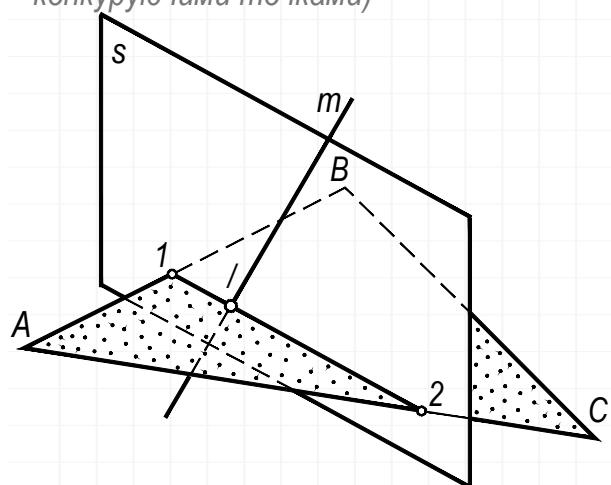
The algorithm (алгоритм):

- $m \in \sigma$  - line  $m$  lies in plane  $\sigma$  (пряма  $m$  належить площині  $\sigma$ );

- $\sigma \cap ABC = 12$  - plane  $\sigma$  crosses the plane ABC to the line 1-2 (площина  $\sigma$  перетинає площину ABC по прямій 1-2);

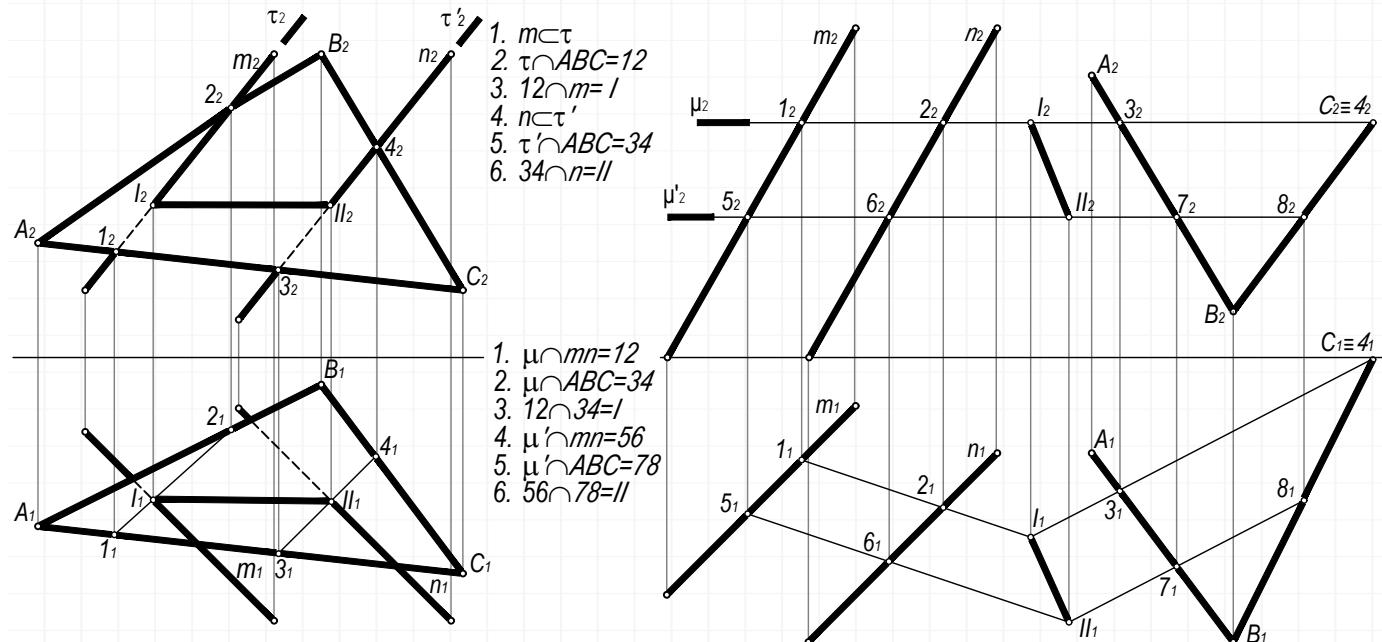
- $12 \cap m = I$  - line 1-2 crosses the line  $m$  in the point I (пряма 1-2 перетинає пряму  $m$  в точці I);

- in relation to the plane ABC determine visibility of line  $m$  by the competitive points (видимість прямої  $m$  відносно площини ABC визначаємо за конкуруючими точками)



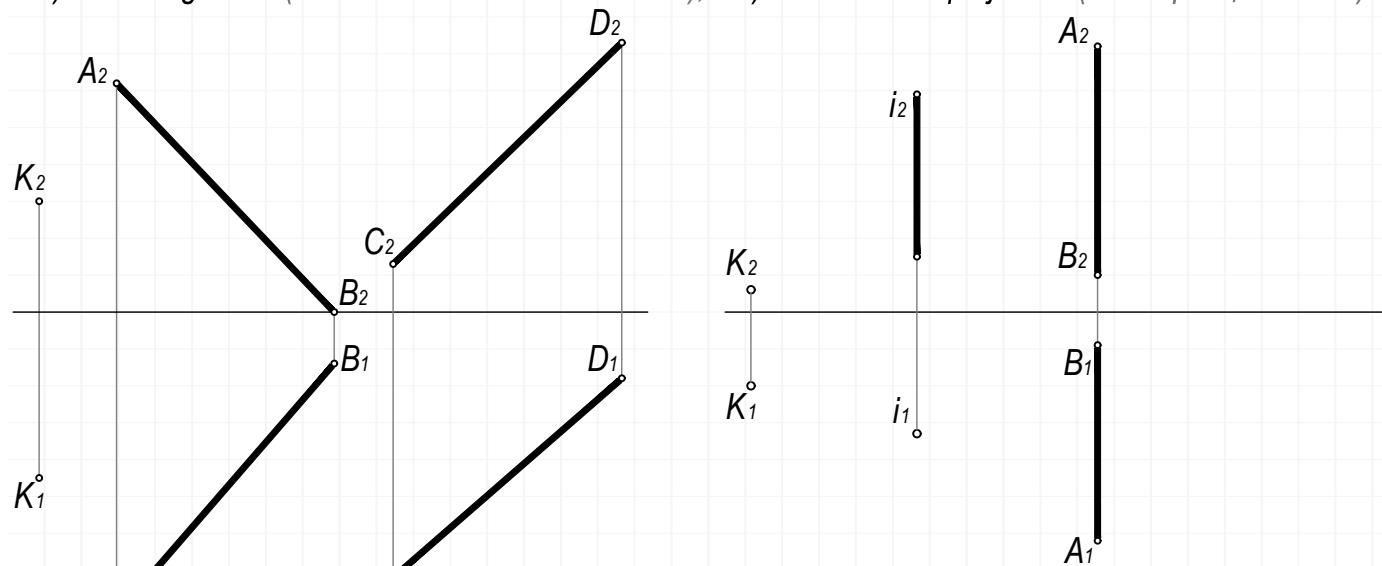
4. Intersection of planes by the secant planes (перетин площин за допомогою січних площин):

a) frontal-projection (фронтально-проекціювальних); b) horizontal planes of level (горизонтальних)



5. Complex position tasks (комплексні позиційні задачі). Through a point  $K$  to draw a line which crosses two passing lines (через точку  $K$  побудувати пряму, яка перетинає дві мимобіжні прямі):

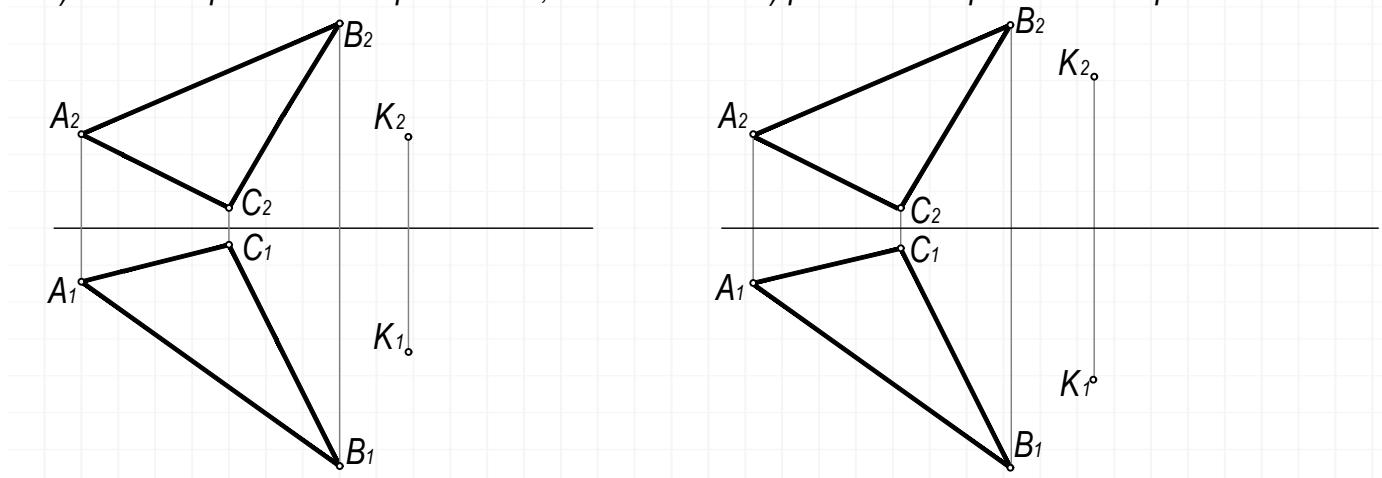
a) both are general (обидві загального положення); b) one of lines is projection (одна проекціювальна)



6. Through a point  $K$  to draw (через точку  $K$  побудувати):

a) line  $KL$  is parallel to the plane  $ABC$ ;

b) plane  $KED$  is parallel to the plane  $ABC$



1. To draw an intersection line  $m$  with the plane of

**ABC** (побудувати перетин прямої з площину)

2. To draw a line, which is parallel to the planes **ABC**

and **DEHG** through the point **H** (через точку **M**

проводити пряму паралельно площинам **ABC** і **DEHG**)

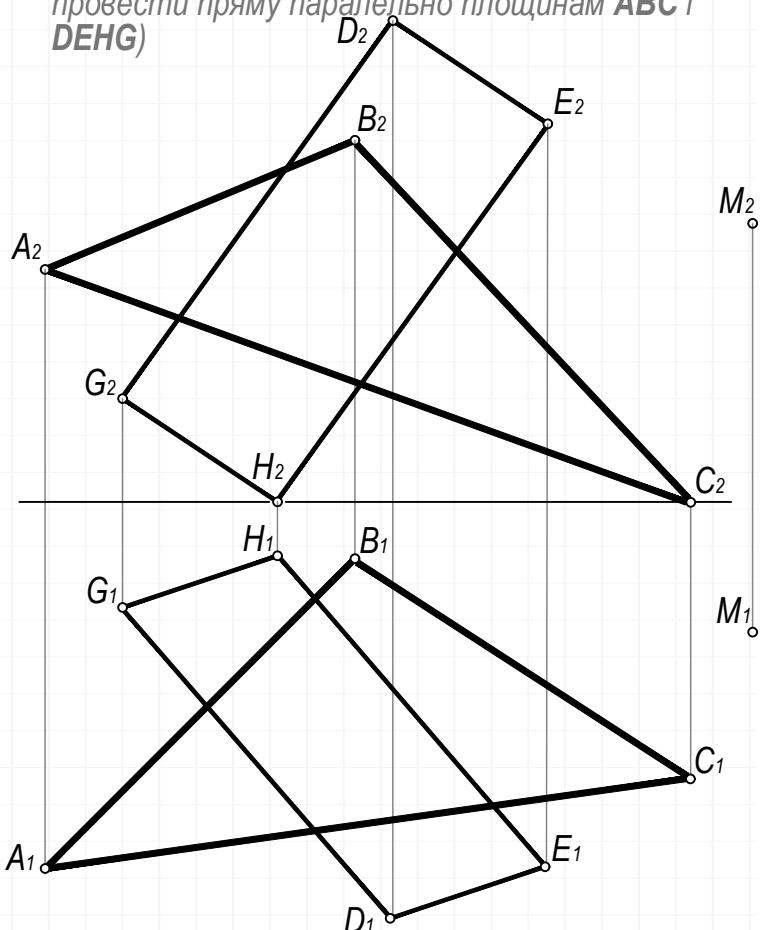
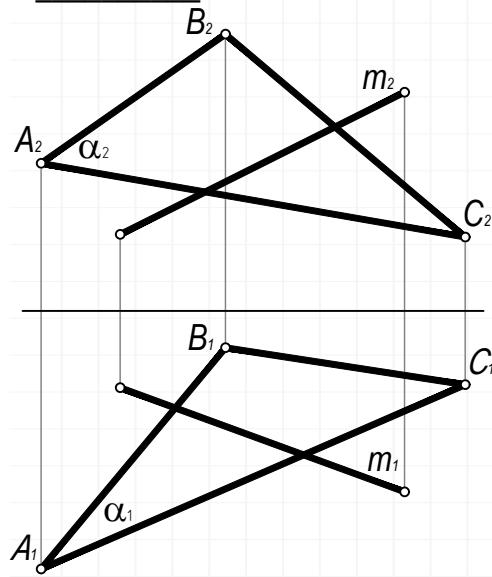
Algorithm (алгоритм):

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

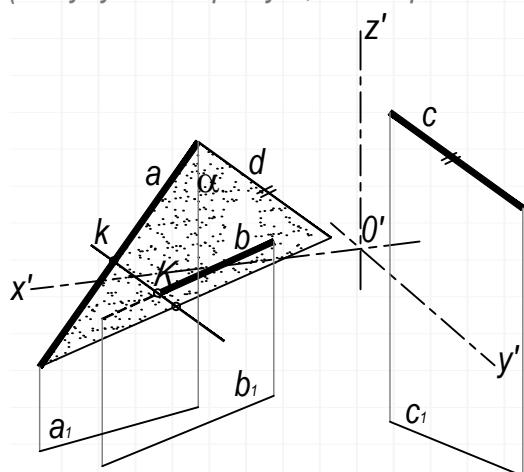
3. \_\_\_\_\_

4. \_\_\_\_\_



3. To draw a line  $k$ , which crosses two passing lines  $a$  and  $b$  and is parallel to the third line  $c$

(побудувати пряму  $k$ , яка перетинає мимобіжні прямі  $a$  і  $b$  та паралельна третьій прямій  $c$ )



Algorithm:

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

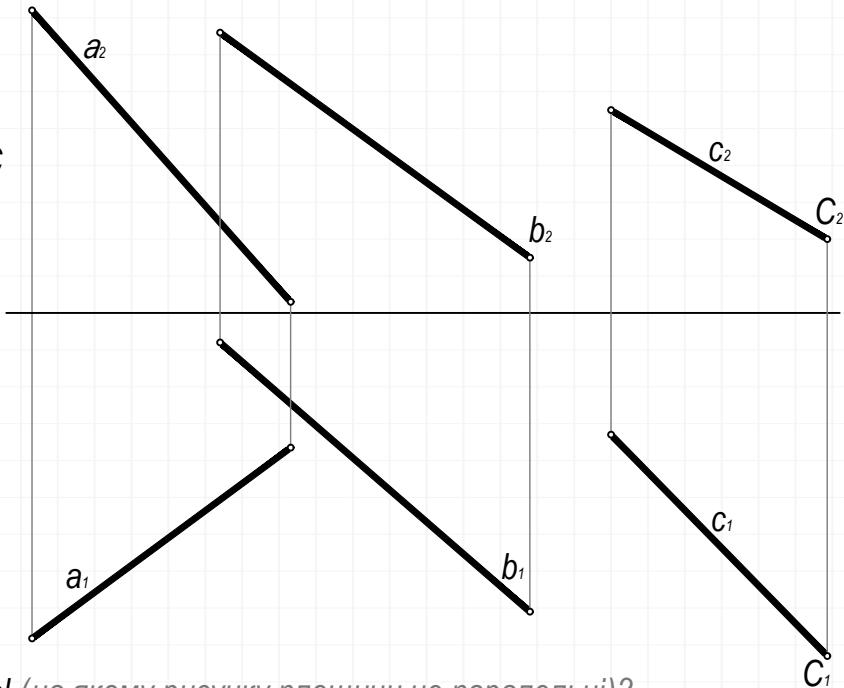
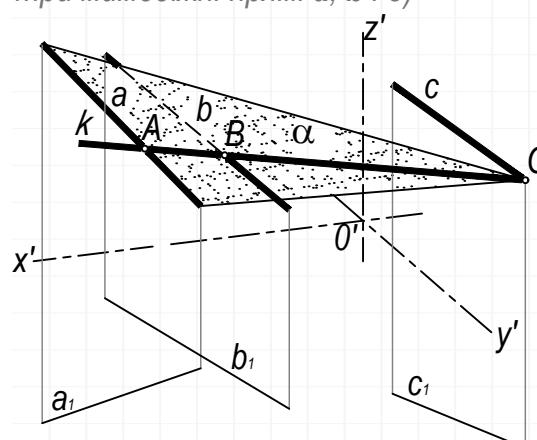
3. \_\_\_\_\_

4. \_\_\_\_\_

Terms of parallel of lines and planes (умови паралельності):

- line is parallel to the plane, if it parallel to the line which belongs to this plane;
- planes are parallel, if two lines which intersect one plane are parallel to two lines of the second plane;
- line is parallel to the two planes, if it is parallel to the line of crossing of these planes.

4. To draw a line  $k$ , which crosses three passing lines  $a$ ,  $b$  and  $c$  (побудувати пряму  $k$ , яка перетинає три мимобіжні прямі  $a$ ,  $b$  і  $c$ )



Algorithm:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_

5. On what figure the planes are not parallel (на якому рисунку площини не паралельні)?

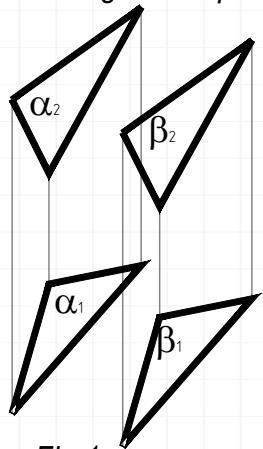


Fig.1

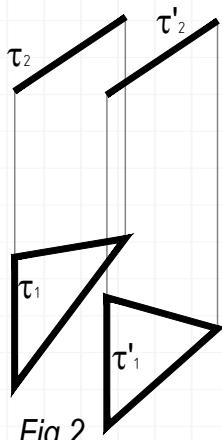


Fig.2

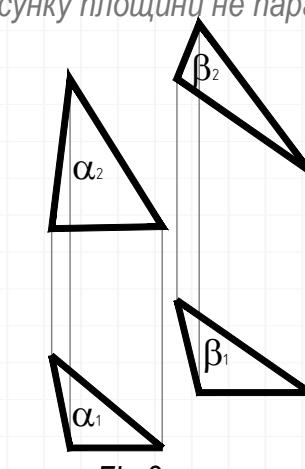


Fig.3

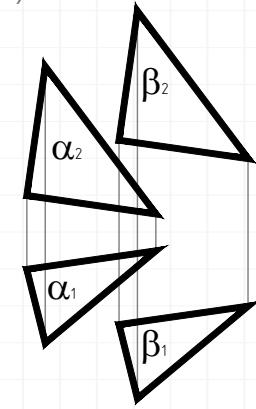


Fig.4

Answer: \_\_\_\_\_

6. On what figure is the mistake to draw intersection the line with the plane (на якому рисунку неправильно побудована точка перетину прямої із площею загального положення)?

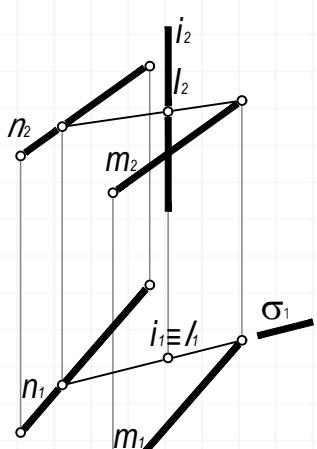


Fig.1

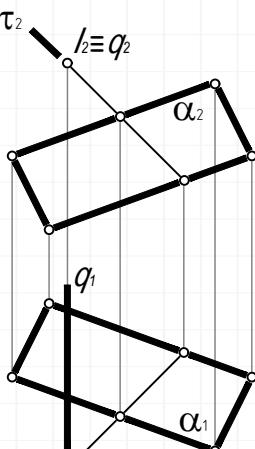


Fig.2

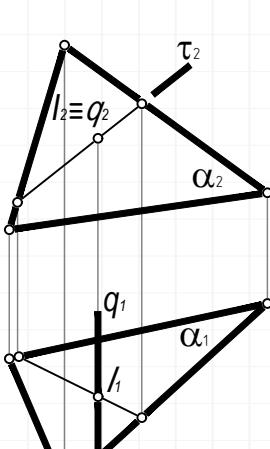


Fig.3

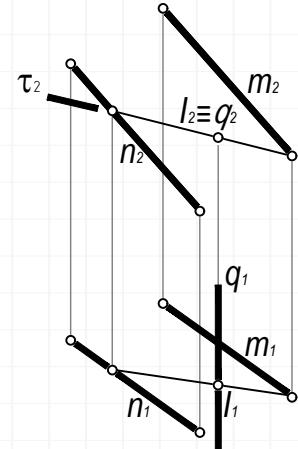
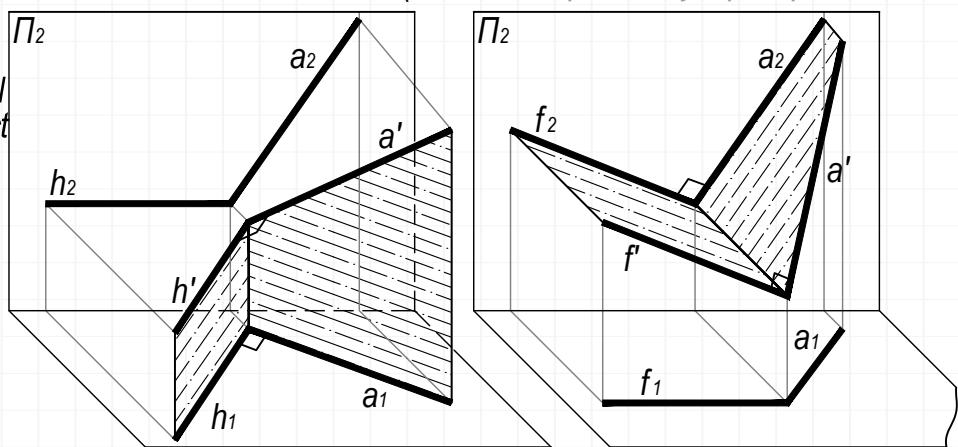


Fig.4

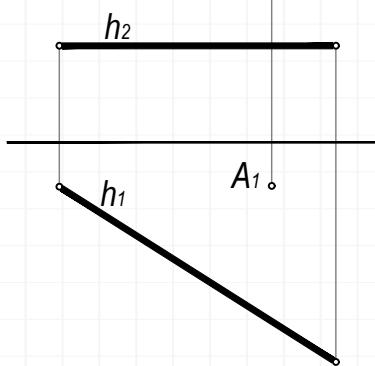
Answer: \_\_\_\_\_

1. Mutually perpendicular lines, one of which is the line of level (взаємно перпендикулярні прямі, одна із яких пряма рівня)

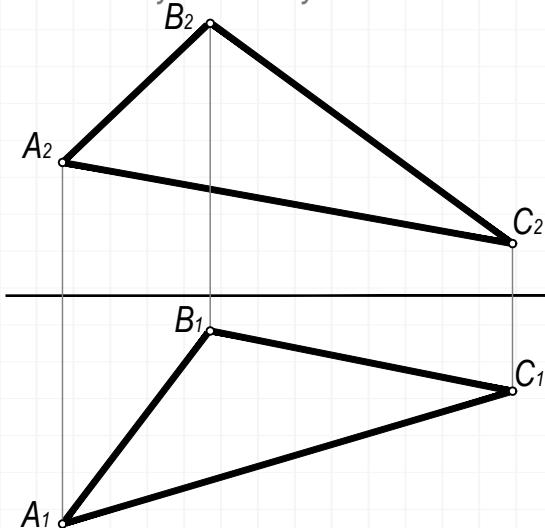
If one of mutually perpendicular lines is parallel to the plane of projections, a direct corner between its projects to this plane in a natural size (якщо одна із взаємно перпендикулярних прямих паралельна площині проекцій, то прямий кут між їх проекціями теж буде в натуральну величину)



2. To define the natural size of the distance from a point **A** to the horizontal line **h** (визначити натуральну величину відстані від точки **A** до горизонталі **h**)

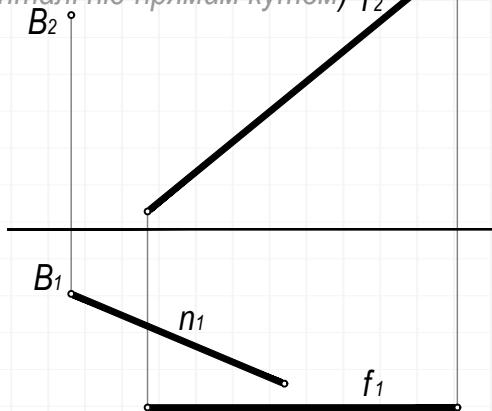
 $A_2 \circ$ 

4. To define corners  $\alpha$  and  $\beta$  inclination a plane **ABC** to the planes of projections **P<sub>1</sub>** and **P<sub>2</sub>** (визначити кути нахилу пл. **ABC** до **P<sub>1</sub>** і **P<sub>2</sub>**)

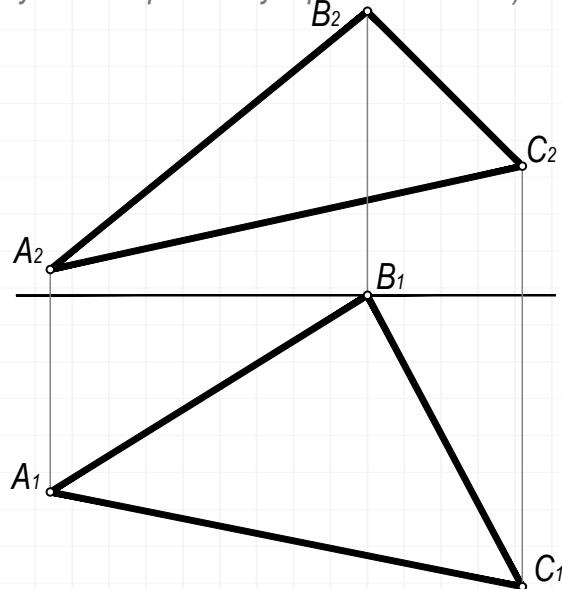


The lines of greatest slope to the plane of the projections **P<sub>1</sub>** and **P<sub>2</sub>** are straight lines which are perpendicular respectively to the horizontal and frontal in the plane (лініями найбільшого нахилу до площин проекцій **P<sub>1</sub>** і **P<sub>2</sub>** є прямі, які перпендикулярні відповідно до горизонталі та фронталі в площині). Under the action of gravity, the particle moves in the plane in a straight line perpendicular to the horizontal (під дією сили тяжіння частинка рухається в площині по прямій перпендикулярно до горизонталі).

3. To draw the frontal projection of line **n**, which passes through a point **B**, passing to frontal **f** and makes a direct corner with it ( побудувати фронтальну проекцію прямої **n** мимісбіжну до фронталі під прямим кутом) **f<sub>2</sub>**

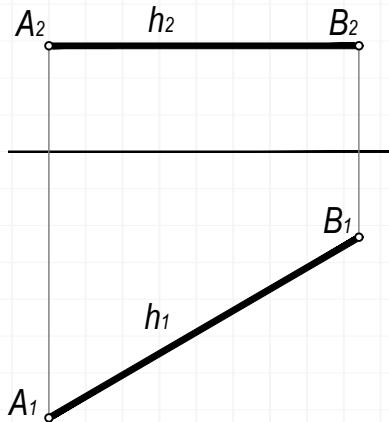
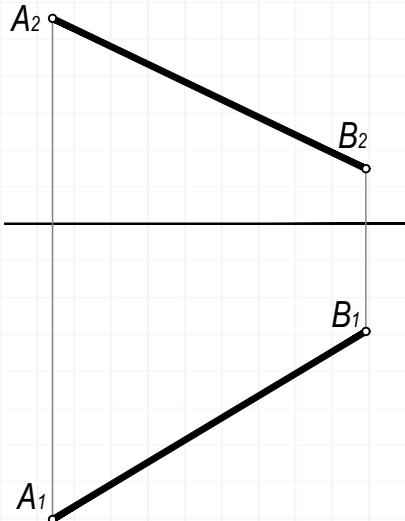


5. To draw perpendicular to the plane of **ABC** (long 20) from the point **D=h∩f** (з точки **D=h∩f** побудувати перпендикуляр довжиною 20)



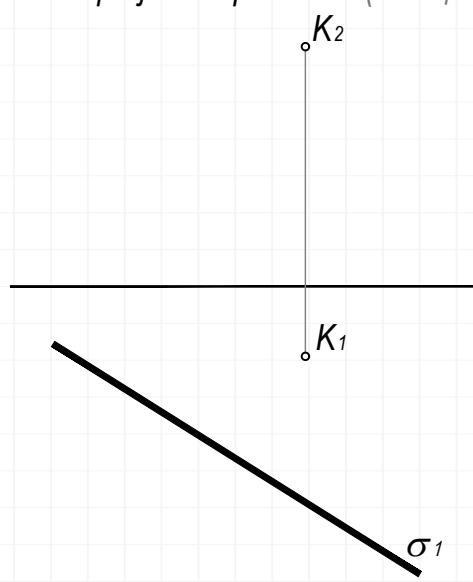
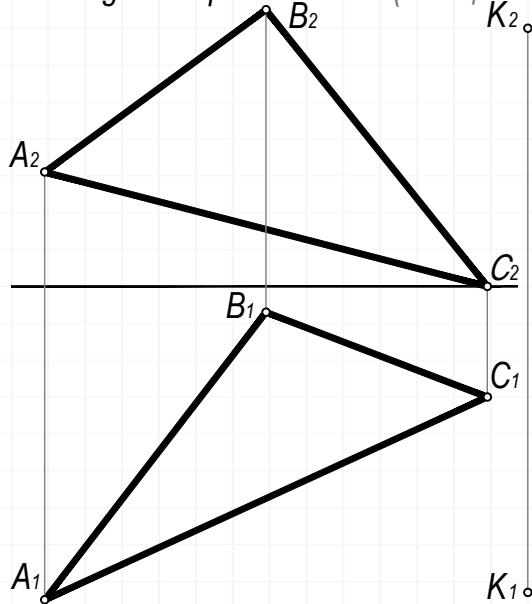
Direct perpendicular to the plane if it is perpendicular to two distinct lines in the plane ( пряма перпендикулярна площині, якщо вона перпендикулярна до двох різних прямих в площині)

6. Through the point **B** of the segment **AB** to draw a plane  $\alpha(h \cap f)$ , which is perpendicular to the **AB** (через точку **B** відрізка **AB** побудувати площину  $\alpha(h \cap f)$ , яка перпендикулярна до прямої **AB**):  
 a) general position (загального положення);      b) horizontal line **h(AB)** (горизонталі **h**)

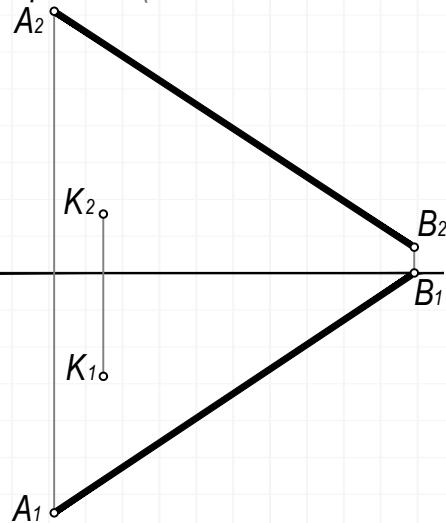
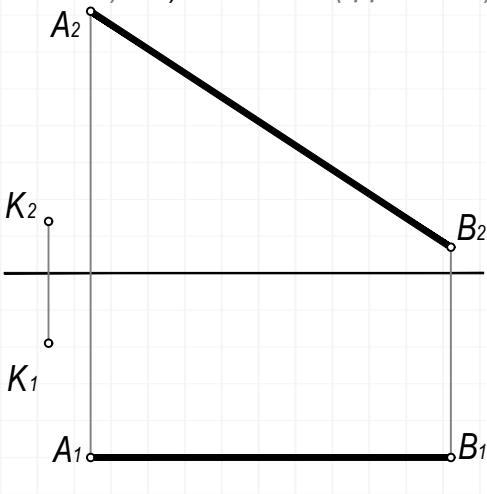


7. Through the point **K** to draw a plane, which is perpendicular to (через точку **K** побудувати площину перпендикулярно до):

a) plane of general position **ABC** (площині **ABC**);      b) horizontal-projection plane  $\sigma$  (площині  $\sigma$ )



8. Through the point **K** to draw the perpendicular to the line **AB** (через т. **K** побудувати перпендикуляр до прямої **AB**): a) frontal line (фронталі);      b) general position (загального положення)



1. Through the point **A** to draw the lines **AB** and **AC**

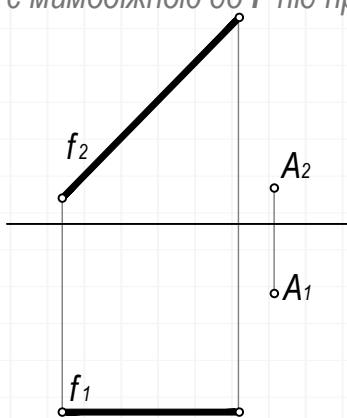
(через точку **A** побудувати прямі **AB** і **AC**):

\* **AB** crossed frontal **f** at right angles (**AB**

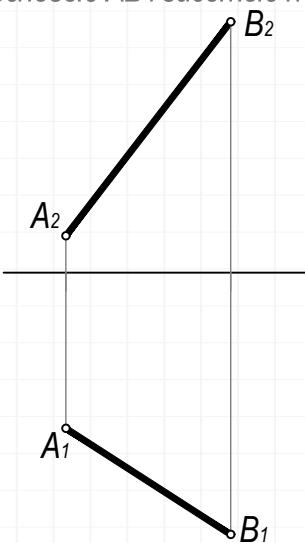
перетинає фронталь **f** під прямим кутом);

\* **AC** is passing to **f** and made a right angle with it

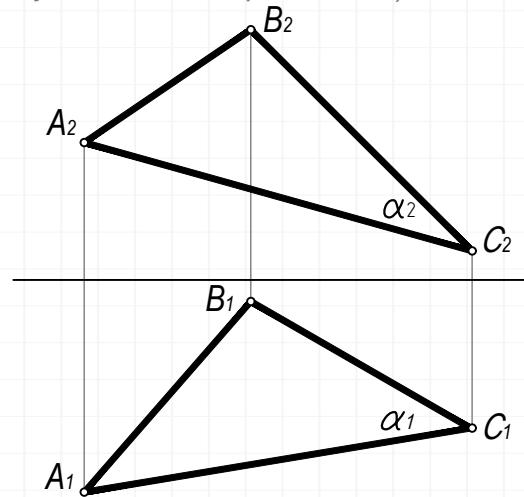
(**AC** є мимобіжною до **f** під прямим кутом)



3. To draw the isosceles triangle **ABC** with basis **AB** and high **h=25** (побудувати рівнянобедрений трикутник **ABC** з основою **AB** і висотою **h=25**)



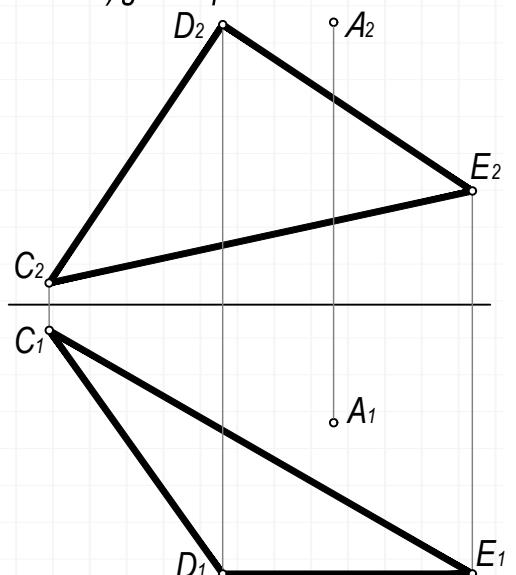
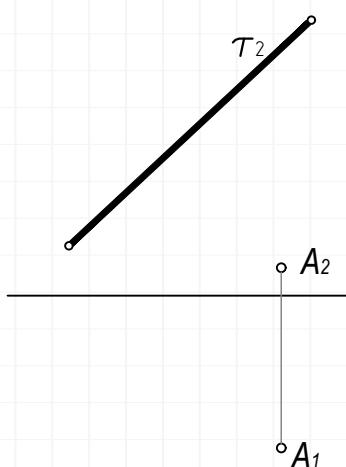
2. In the plane **ABC** to draw the line of most inclination to the frontal plane of projection (в площині **ABC** провести пряму найбільшого наклону до площини проекцій **П2**)



4. To draw the point **B**, symmetric the point **A** in relation to the plane (побудувати точку **B** симетрично точці **A** відносно площини):

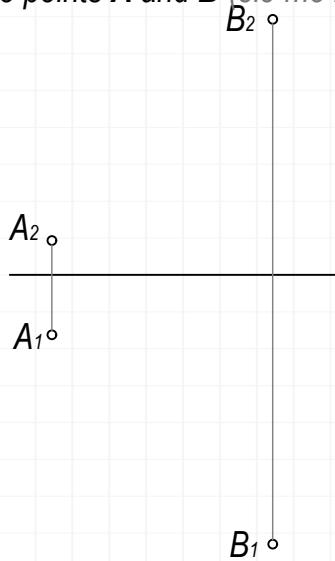
a) frontal-projection **T**;

b) general position **CDE**

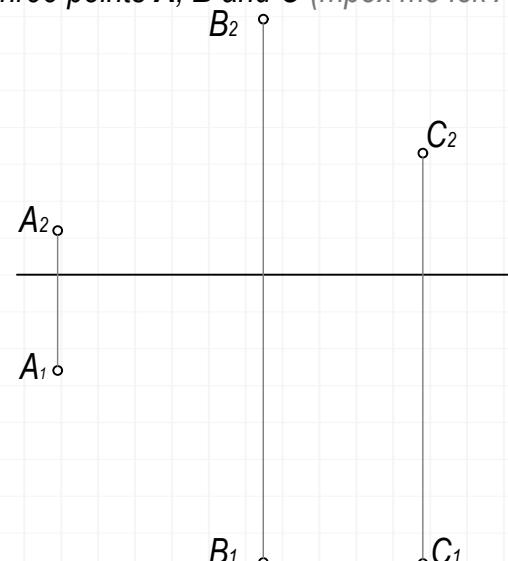


5. To draw the geometrical place of points, equidistant from (побудувати геометричне місце точок рівновіддалених від):

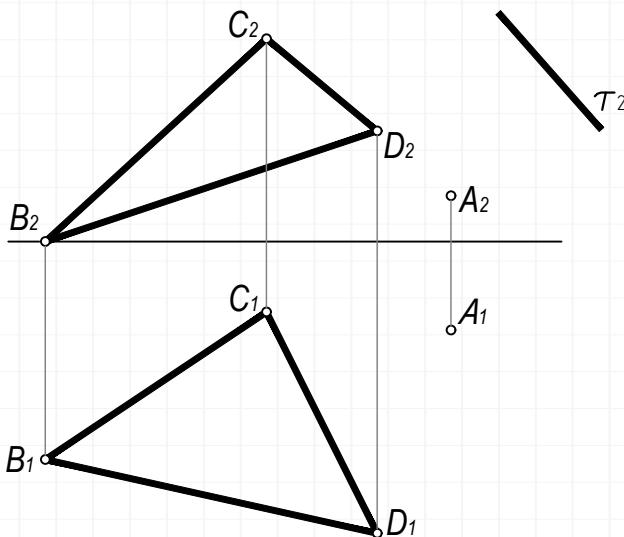
a) two points **A** and **B** (від точок **A** і **B**);



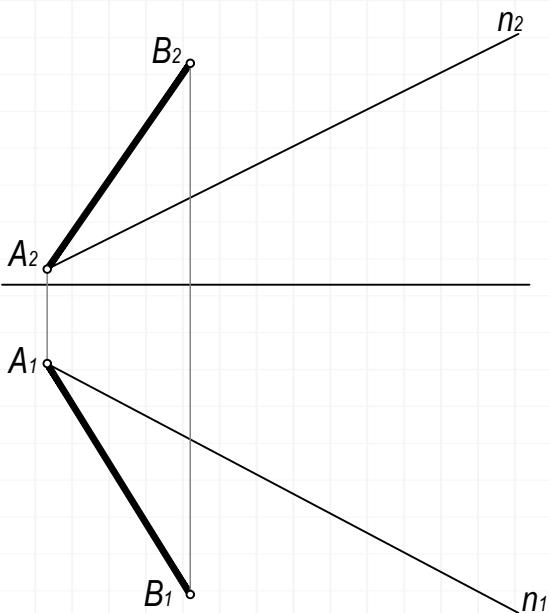
b) three points **A**, **B** and **C** (трох точок **A**, **B** і **C**)



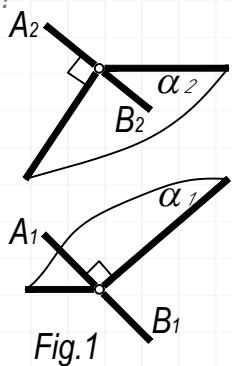
6. Through the point **A** to draw a plane perpendicular to the two planes **BCD** and  $\tau$  (через точку **A** провести плоскость перпендикулярно **ABC** и  $\tau$ )



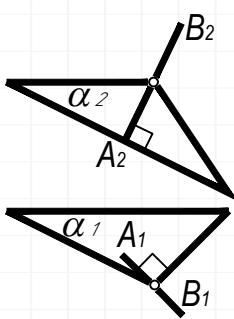
8. To draw the orthographic triangle **ABC** with basis of **AB** and direction of hypotenuse **n** (побудувати прямокутний трикутник **ABC** за основою **AB** і напрямом гіпотенузи **n**)



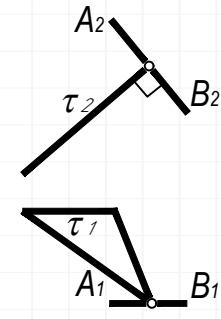
10. Where is wrong the plane through the middle of segment of  $AB$  and the perpendicular to it (на якому рисунку неправильно побудована площаина через середину відрізка  $AB$  та перпендикулярна до нього)?



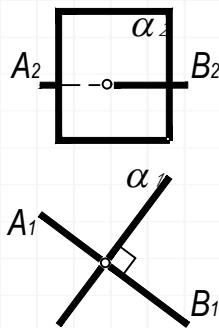
*Fig. 1*



*Fig.2*

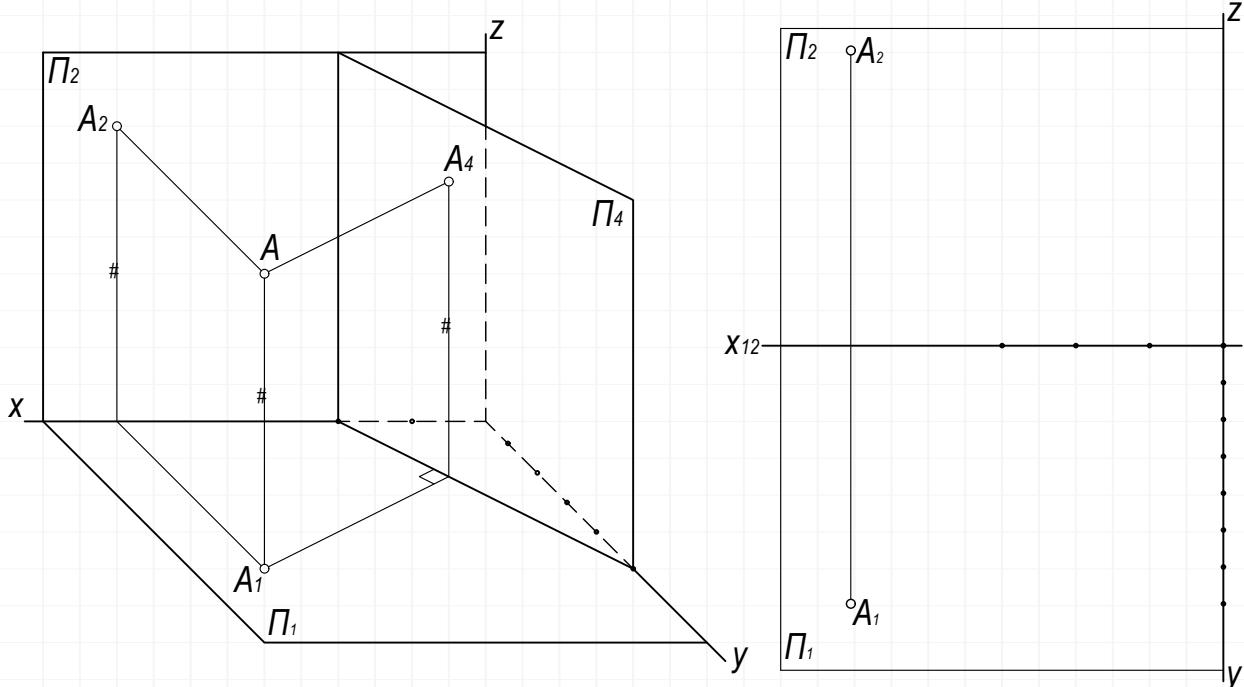


*Fig. 3*

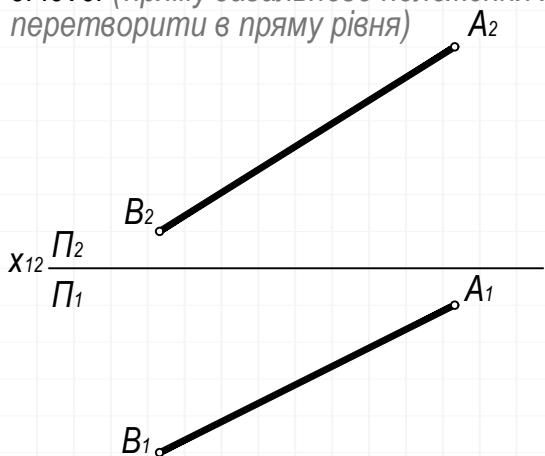


*Fig.4*

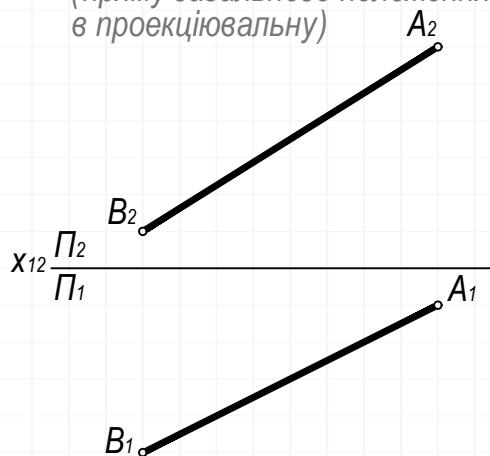
- 1. The essence of the method (суть методу):
- new (additional) plane of projections is perpendicular to one of basic planes projections  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  or  $\Pi_3$
- at substituting of frontal plane of projections  $\Pi_2$  by any horizontal-projection, for example  $\Pi_4$ ;
- co-ordinate to the point A will be the same in this plane, as well as in plane  $\Pi_2$ ; .
- analogically, at substituting of horizontal plane of projections  $\Pi_1$  by any frontal-projection plane, coordinates  $y$  are constant; .
- it is possible and successive replacement planes of projections, for example,  $\Pi_1$  to  $\Pi_4$ , and  $\Pi_4$  to  $\Pi_5$  and so on



2. To make the general position line **AB** to the line of level (пряму загального положення АВ перетворити в пряму рівня)



3. To make the line **AB** general position to projection (пряму загального положення АВ перетворити в проекціюальну)



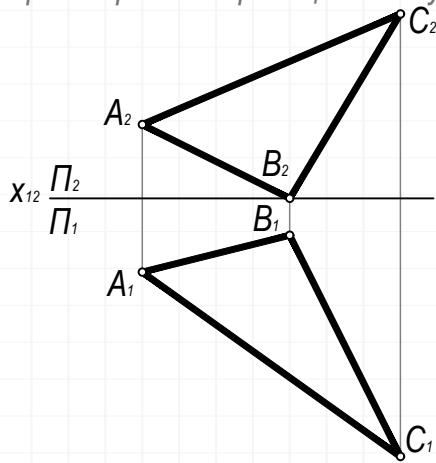
The decision of this task is used for: .

- determination of corners inclination of segment of line of general to the planes of projections of  $\Pi_1$  and  $\Pi_2$ ;
- determination of natural size of segment line of general position

The decision of this task is used for a distance-finding: .

- from the point to general position line;
- between two parallel lines;
- between two passing lines

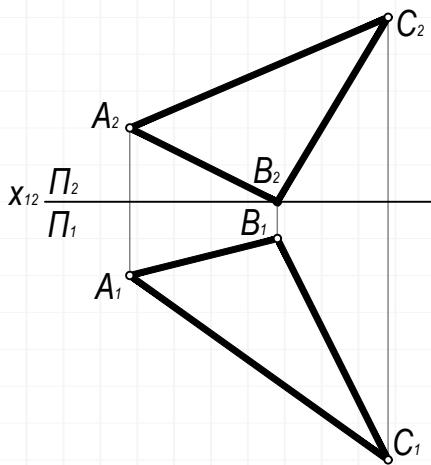
4. To make the general position plane ABC to projection (площину загального положення ABC перетворити в проекціюальну)



The decision of this task is used for determination (рішення цієї задачі використовується при знаходженні):

- corners inclination of plane of general position to planes of projections  $\Pi_1$  and  $\Pi_2$  (кутів нахилу площини загального положення до площин проекцій);
- distances from a point to the plane (відстані від точки до площини);
- distances between parallel a line and plane (відстані між прямою і площиною);
- distances between two parallel planes (відстані між двома паралельними двома прямими і двома площинами)

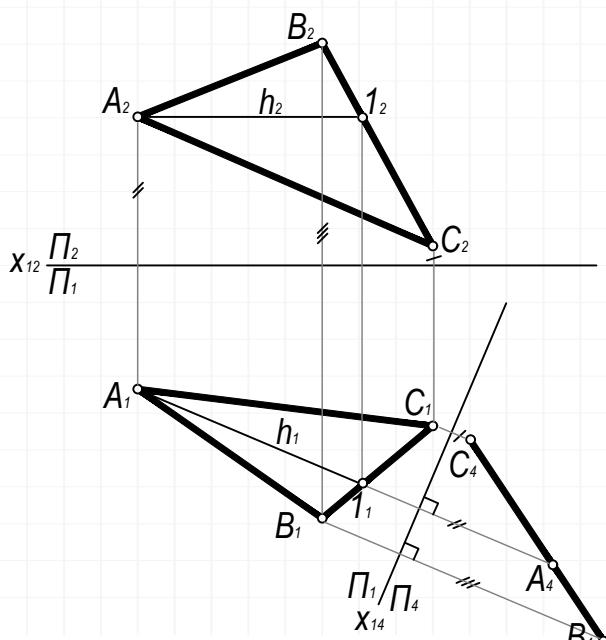
5. To make the general position plane ABC to the plane of level (площину ABC загального положення перетворити в площину рівня)



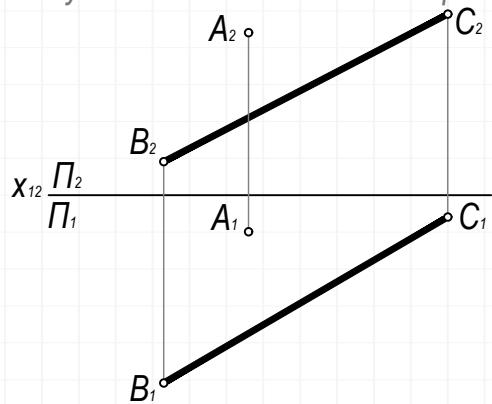
The decision of this task is used for (рішення цієї задачі використовується при знаходженні):

- determination of natural sizes of any flat compartment, corner of crossing or erasing of lines (натуальної величини плоского відсіку);
- distances between geometrical elements in plane (відстані між геометричними елементами в площині);
- to the construction in plane any with birth-certificate (square, circle et cetera)

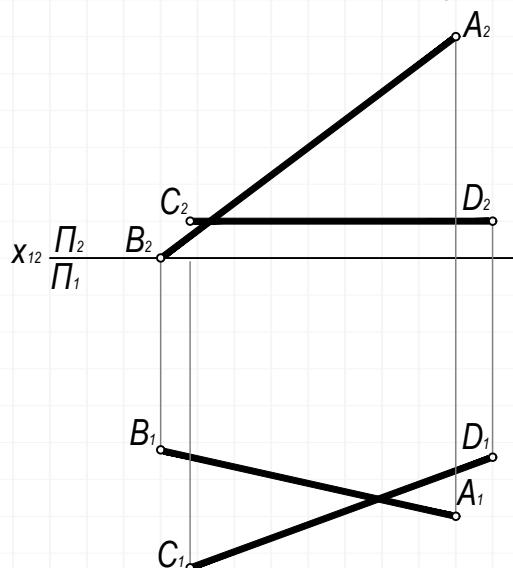
6. To draw a trihedral prism high 20 mm ( побудувати тригранну призму висотою 20 мм)



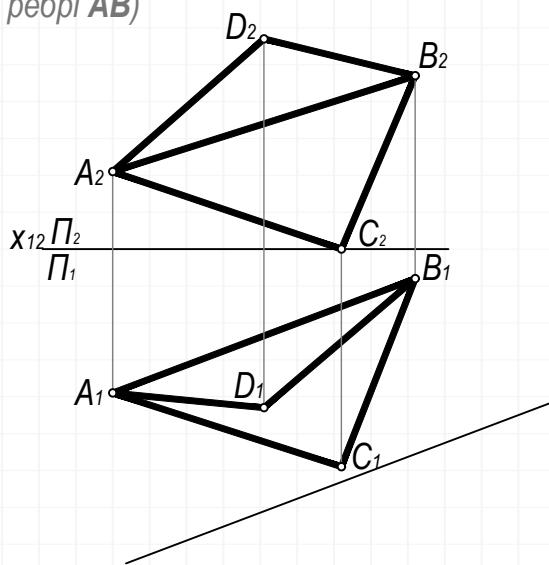
1. To draw the natural size of distance from the point **A** to the line **BC** (побудувати натуруальну величину відстані від точки **A** до прямої **BC**)



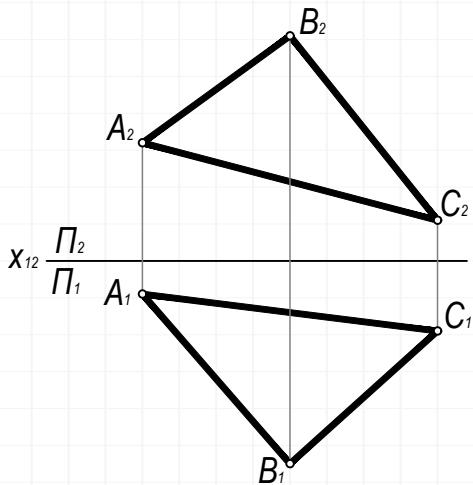
2. To draw the distance between two passing lines **AB** and **CD** (побудувати натуруальну величину відстані між двома мимобіжними прямими **AB** і **CD**)



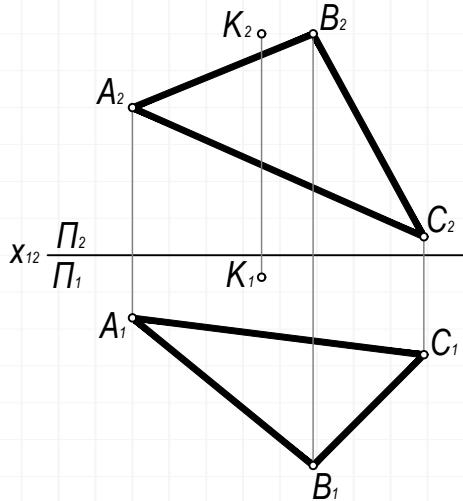
3. To draw the natural size of dihedral angle at the edge **AB** (побудувати натуруальну величину кута при ребрі **AB**)



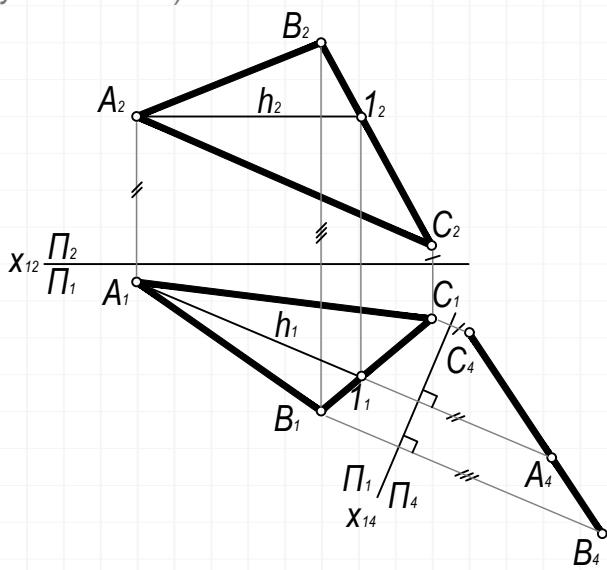
4. To draw the angles of inclination of the plane **ABC** to the planes of projections  $\Pi_1$  and  $\Pi_2$  (побудувати кут нахилу площини до площин проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ )



5. To draw the distance from the point **K** to the plane **ABC** (побудувати відстань від точки **K** до площини **ABC**)



6. To draw the center **O** circles described round a triangle **ABC** (побудувати центр **O** кола описаного навколо трикутника **ABC**)



1. Properties of plane-parallel moving (властивості плоскопаралельного переміщення)

If any figure, for example, pyramid is clutch of between two planes, which are parallel to the frontal plane of projections, and into this layer to move a figure on an arbitrary trajectory, such moving is called plane-parallel in relation to the frontal plane of projections. In such case a new frontal projection after moving changes position only. Its kind and sizes remain without changes. A new horizontal projection changes the kind. Every its point, for example,  $S$  moves in plane, parallel  $\Pi_2$ . In the projection on  $\Pi_1$  every point will move on a line, to parallel axis  $Ox$  (fig. from above).

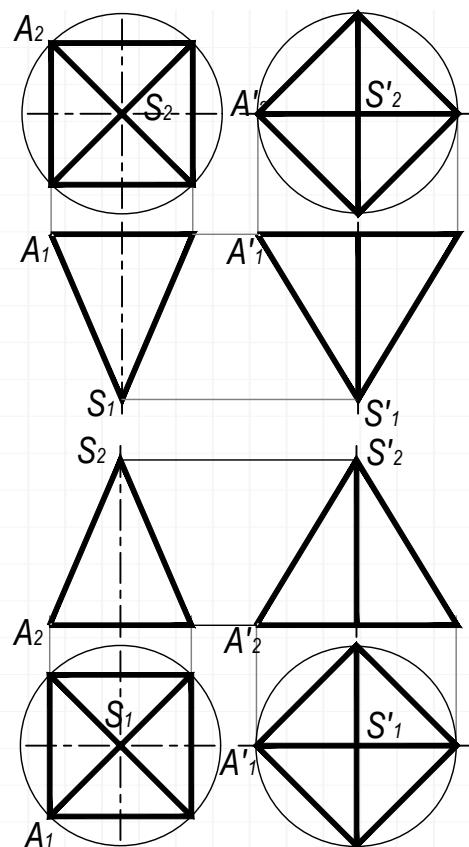
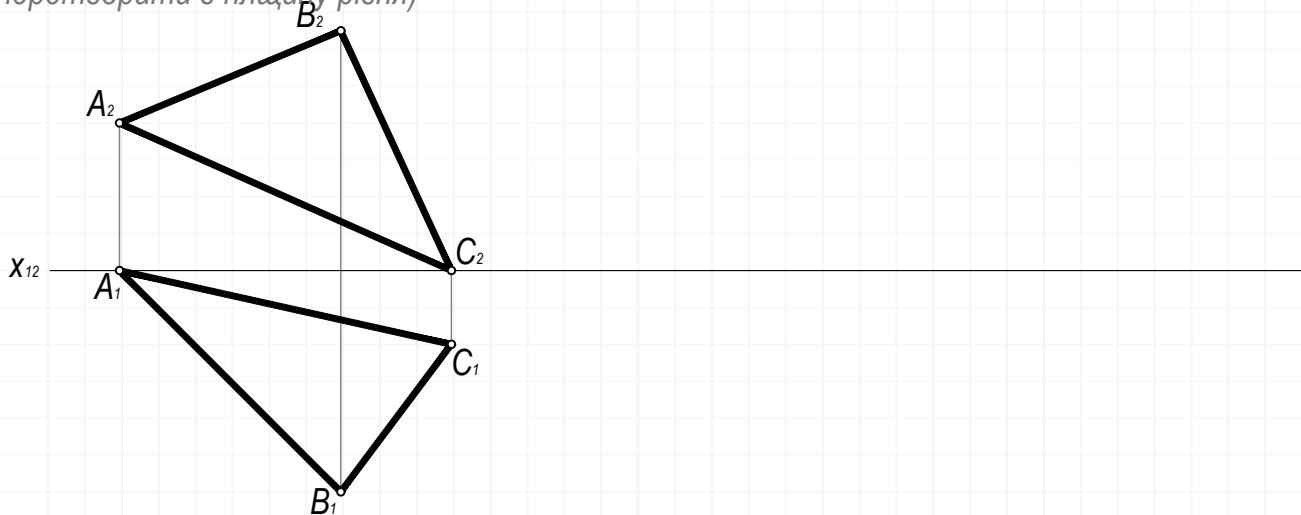
Analogical, plane-parallel moving of figure in relation to the horizontal plane of projections (fig. from below).

By the method of the plane-parallel moving is solved those metrical tasks, like and by the method of replacement of planes of projections. A difference is in translation of weekend information in partial position is carried out not due to replacement of planes of projections at unchanging position of figure, but due to moving of figure at the unchanging system of planes of projections.

2. To make the general position line  $AB$  to projection (пряму  $AB$  перетворити в проекціюальну)



3. To make the general position plane  $ABC$  to level (площину  $ABC$  загального положення перетворити в площину рівня)



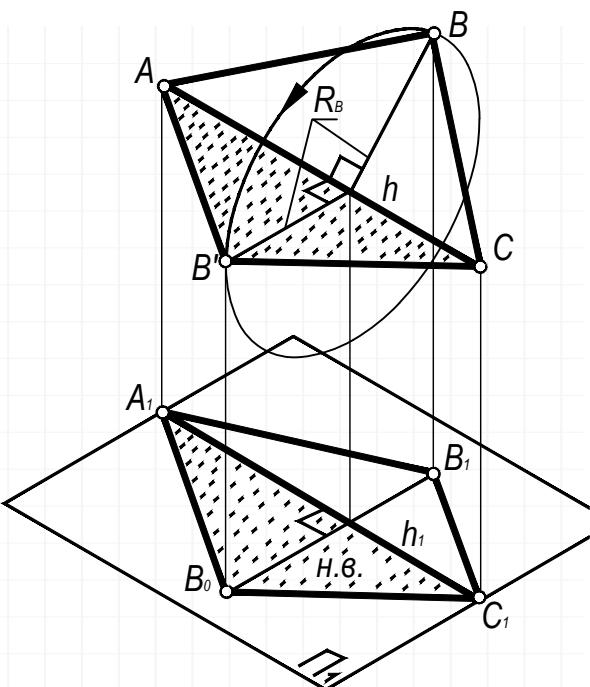
4. Method of rotation round the lines of level (метод обертання навколо прямих часткового положення)

General position plane **ABC** is revolved round the line of level (on figure - round the horizontal line of  $h(AC)$ ) until it will not become parallel to  $P1$ . As plane after a turn becomes parallel to this plane of projections, then it projecting on it in a natural size.

At application of method of rotation on projections it follows to mean the following:

- \* top **B** describes the circle of radius **RB**, plane of what is perpendicular to the horizontal line **h**; ·
- \* new position of top **B** is in the distance **RB** from a horizontal line which is the axis of rotation; ·
- \* natural size of the radius of rotation **RB** is found by the method of orthographic triangle.

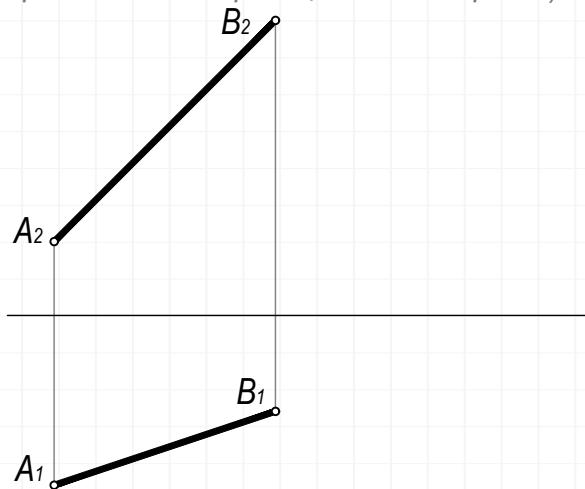
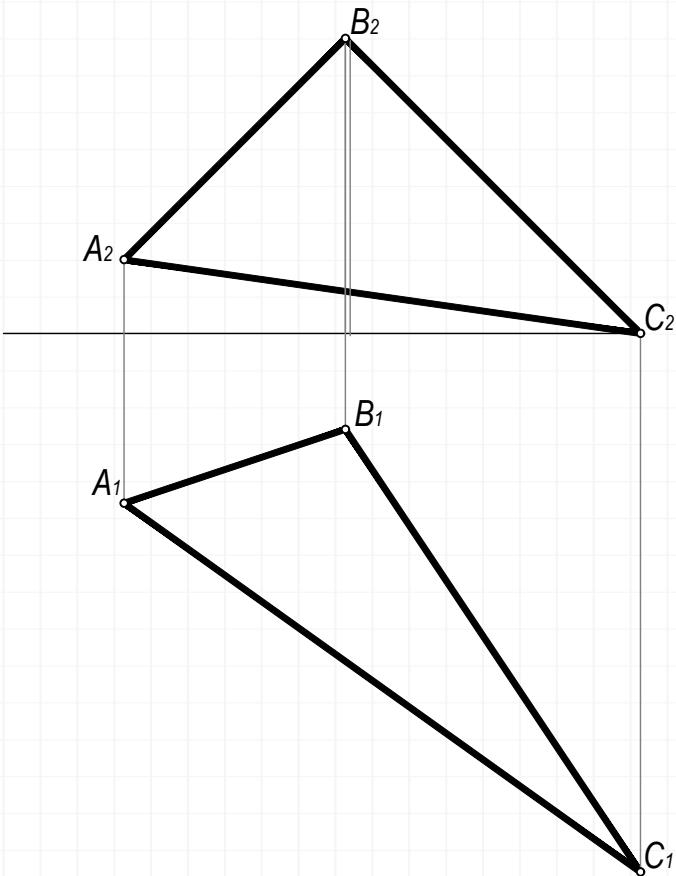
Triangle **ABC** and its projection after rotation is marked by the stroke



5. To draw a natural size (побудувати натуруальну величину):

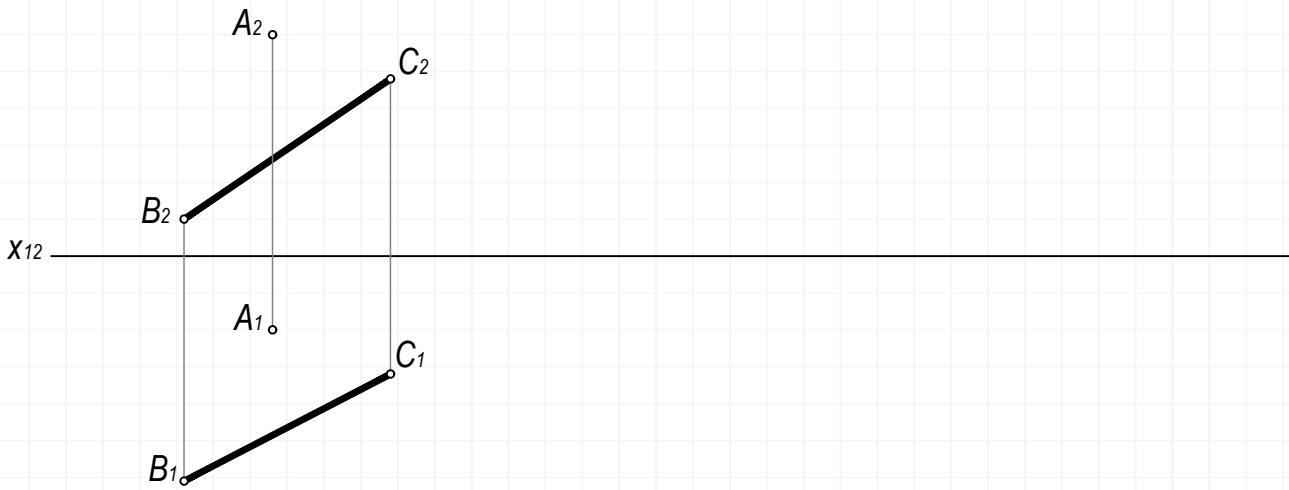
a) planes **ABC** by rotations around a horizontal line (площини **ABC** обертанням навколо горизонталі)

b) line **AB** by rotations around horizontal - projection line (прямої **AB** навколо горизонтально-проекціюальної прямої)

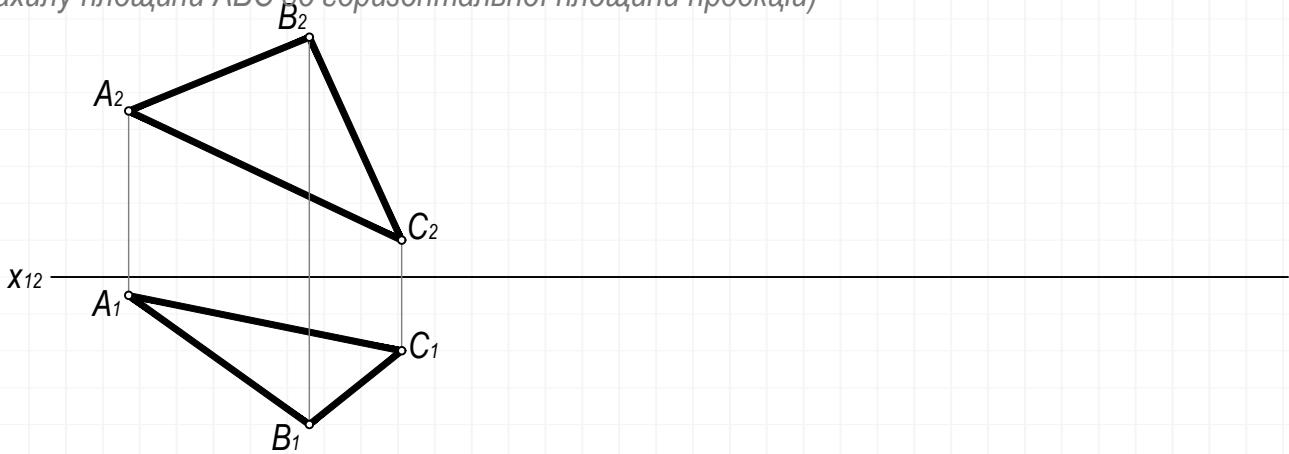


6. Requirements for making the task on the methods of moving

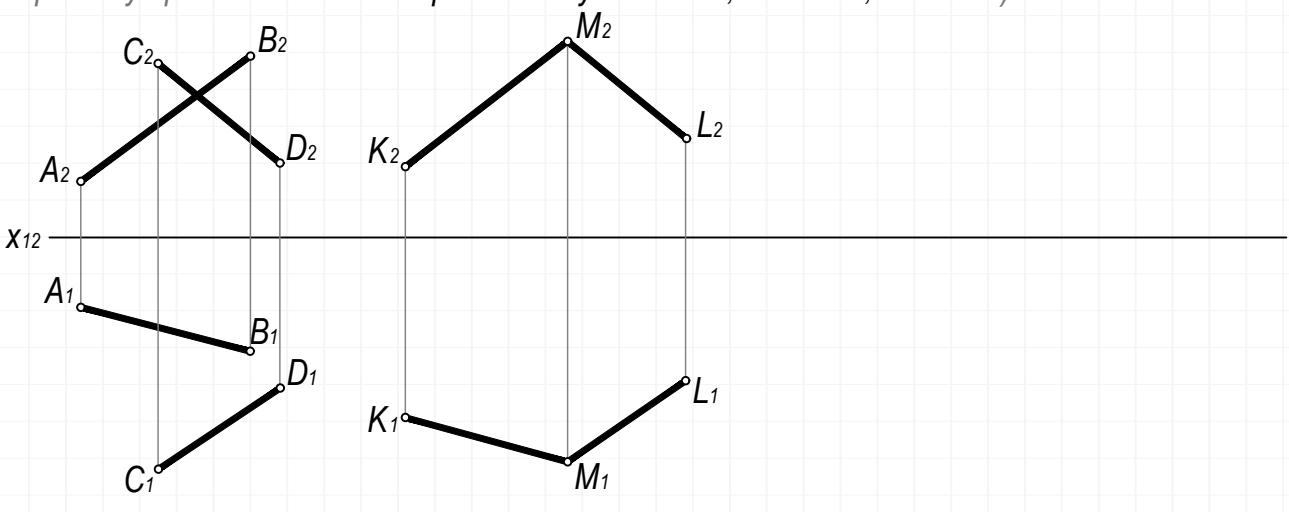
1. To draw the natural size of the distance from a point **A** to the line **BC** (побудувати натуруальну величину відстані від точки **A** до прямої **BC**)



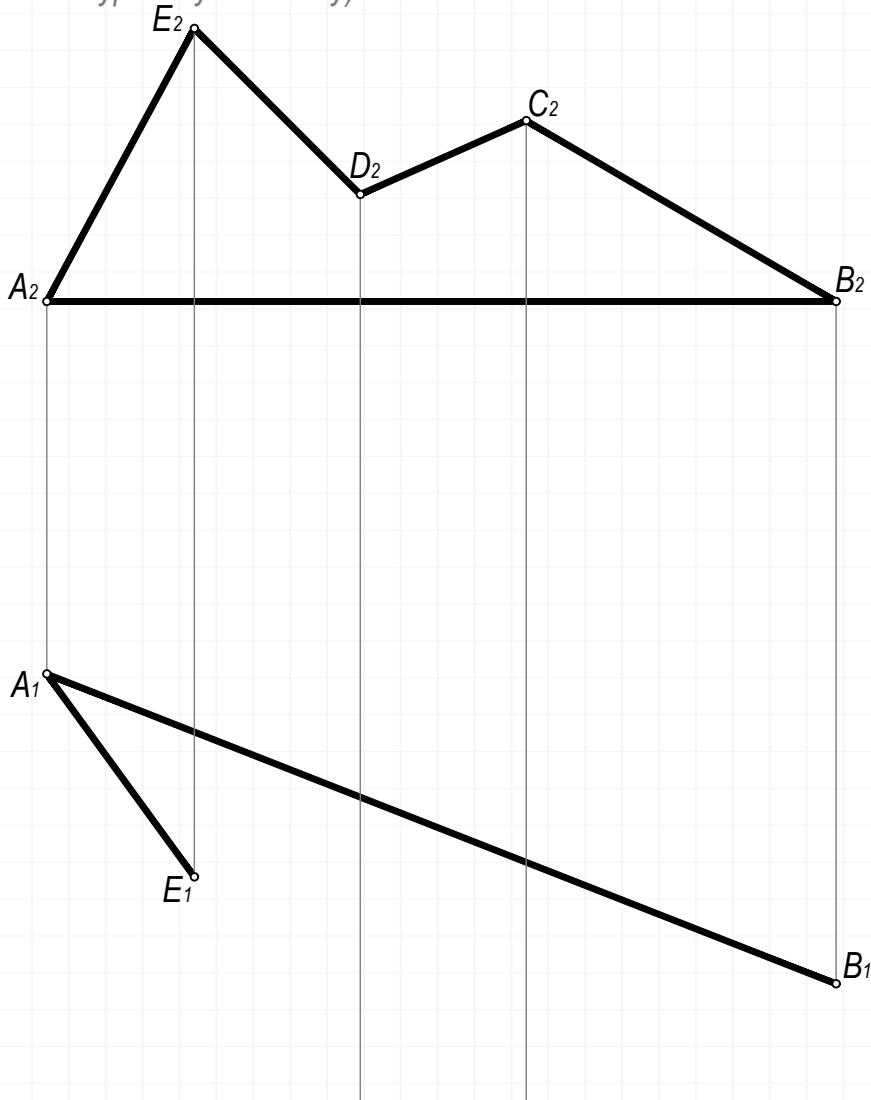
2. To draw the angle of slope the plane **ABC** to the horizontal plane and its natural size (побудувати кут нахилу площини **ABC** до горизонтальної площини проекцій)



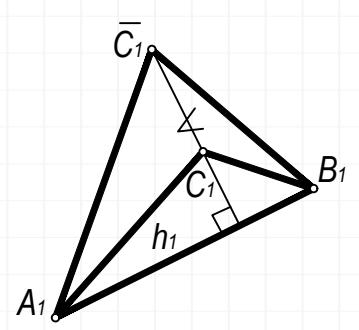
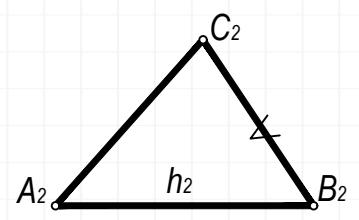
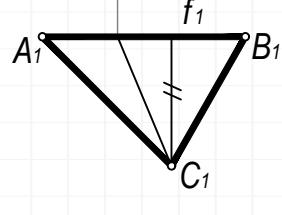
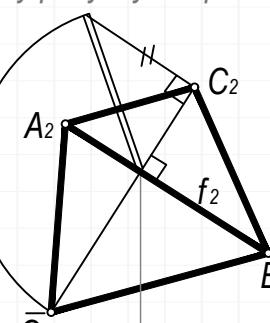
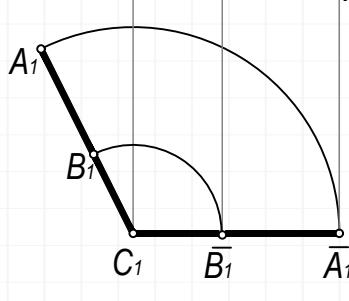
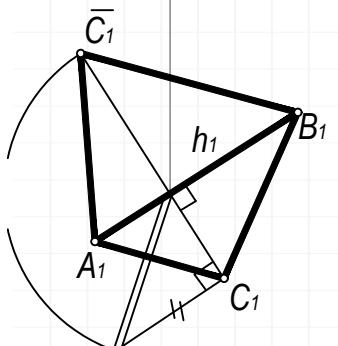
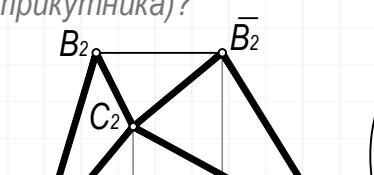
3. To draw the natural size of the corner of crossing lines **AB** and **CD** (побудувати натуруальну величину кута мимобіжності прямих **AB** і **CD**). The corner of crossing lines **AB** and **CD** is measured the corner **KML**, the sides of which are in pairs parallel a initial lines: **KM** || **AB**, **CD** || **LM** (кут перетину прямих **AB** і **CD** вимірюється кутом **KML**, **KM** || **AB**, **CD** || **LM**)



4. To finish building the horizontal-projection polygon **ABCDE** and define its natural size by the method of rotation round the line of level (добу́дувати горизонтальну проекцію багатокутника **ABCDE** та визначити його натуральну величину)



5. Where is there natural size of triangle wrong (на якому рисунку неправильно побудована натуральна величина трикутника)?



Answer: \_\_\_\_\_

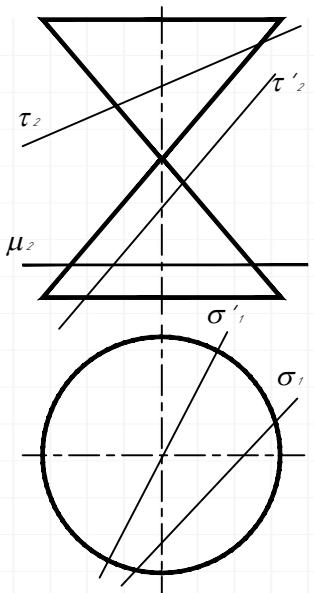
1. The holes of geometrical bodies of projections planes (перерізи геометричних тіл проекціювальними площинами)

The projection of a hole coincides with the linear projection of projection plane which serves as basis for the construction of other projections. For its construction the method of auxiliary secant planes used which give simple holes is.

Depending on position of secant plane in relation to a geometrical body, it is possible to get characteristic holes.

By lines the hole of cone there are all curves of 2th order, and also case of disintegration of curve, on two lines:

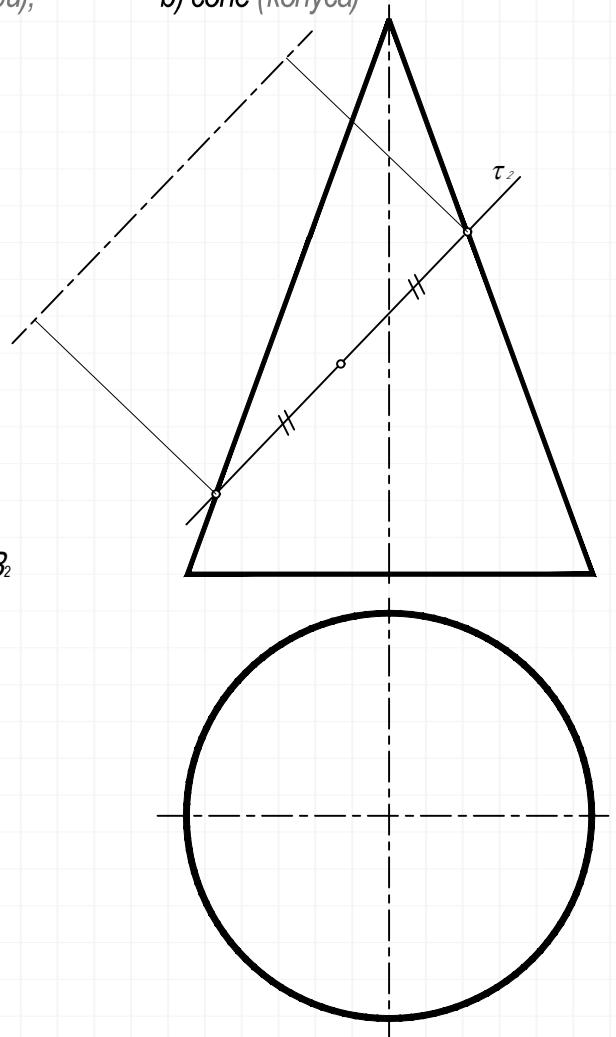
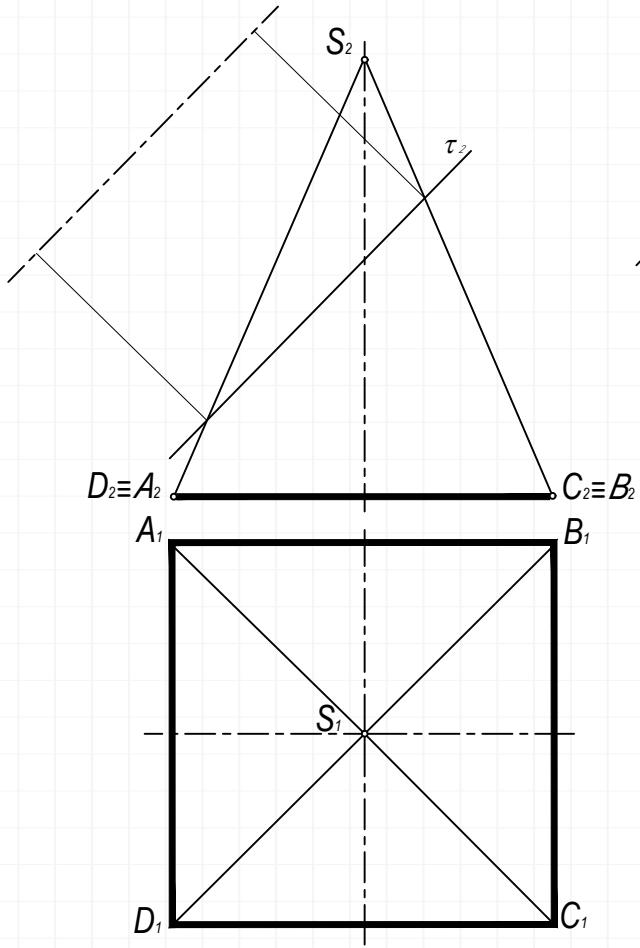
- ellipse - secant plane crosses all formative of cone;
- parabola - secant plane of parallel to one formative of cone (unseals one cavity of cone);
- hyperbola - secant plane of parallel to two to formative of cone (unseals two cavities of cone);
- circle - secant plane of perpendicular of axis of cone;
- two lines which intersect - secant plane passes through the top of cone



2. To draw the projections of the hole frontal projection plane and its natural size (побудувати проекції перерізу фронтально-проекціювальною площею та його натуральну величину):

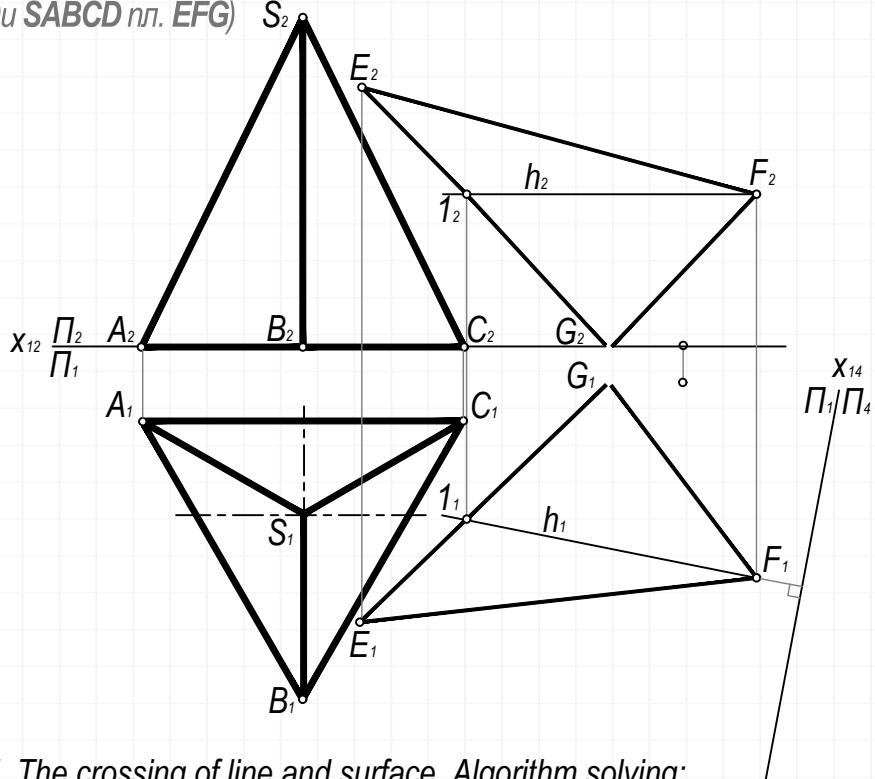
a) correct tetrahedral pyramid (правильної 4-х гранної піраміди);

b) cone (конуса)



In the case when secant plane is the plane of general position, expediently by the method of replacement of planes or plane-parallel moving to pass to such system of projections, in which secant plane will be projection (коли січна площа є площею загального положення, тоді необхідно методом заміни площин проекцій або плоско-паралельного переміщення прийти до системи проекцій, в яких січна площа буде проекціювальною)

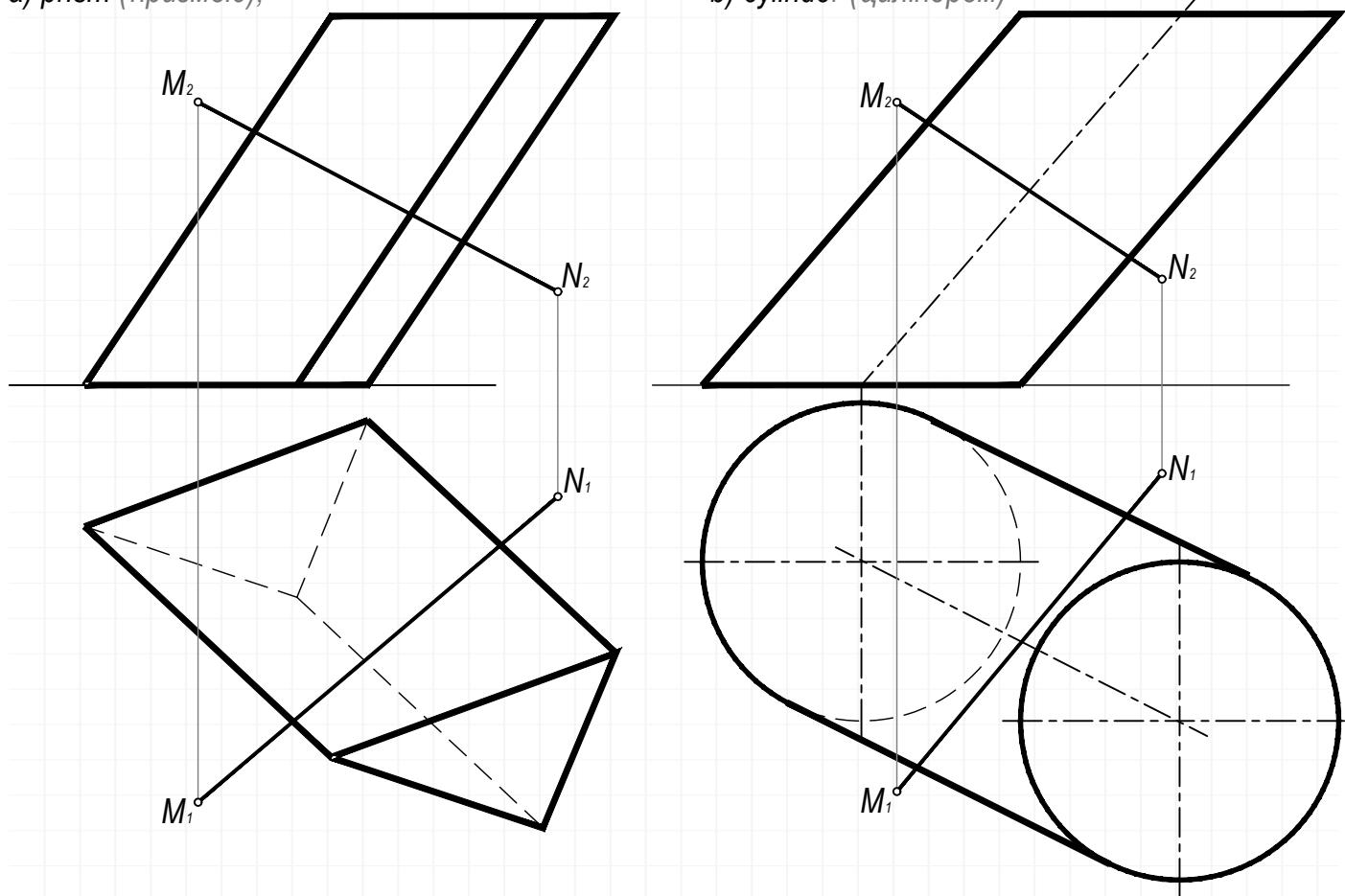
4. To draw the section of trihedral pyramid **SABCD** by the general position plane **EFG** (нобудувати переріз піраміди **SABCD** пл. **EFG**)



5. The crossing of line and surface. Algorithm solving:

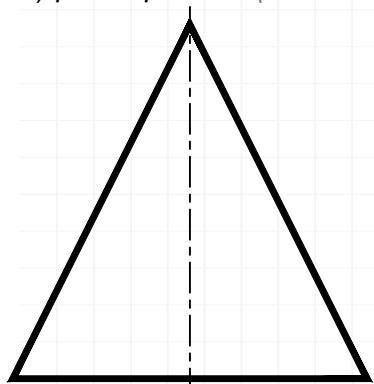
1. through the line **MN** to draw a secant plane so that it gave a simple hole a surface;
2. to draw a holeting curve of surface with a secant plane;
3. to draw the sought after points, as intersections line **MN** and lines a hole;
4. to found visibility of line **MN**

To draw intersections line **MN** with the inclined (нобудувати перетин прямої **MN** з нахиленою):  
a) prism (призмою); b) cylinder (циліндром)

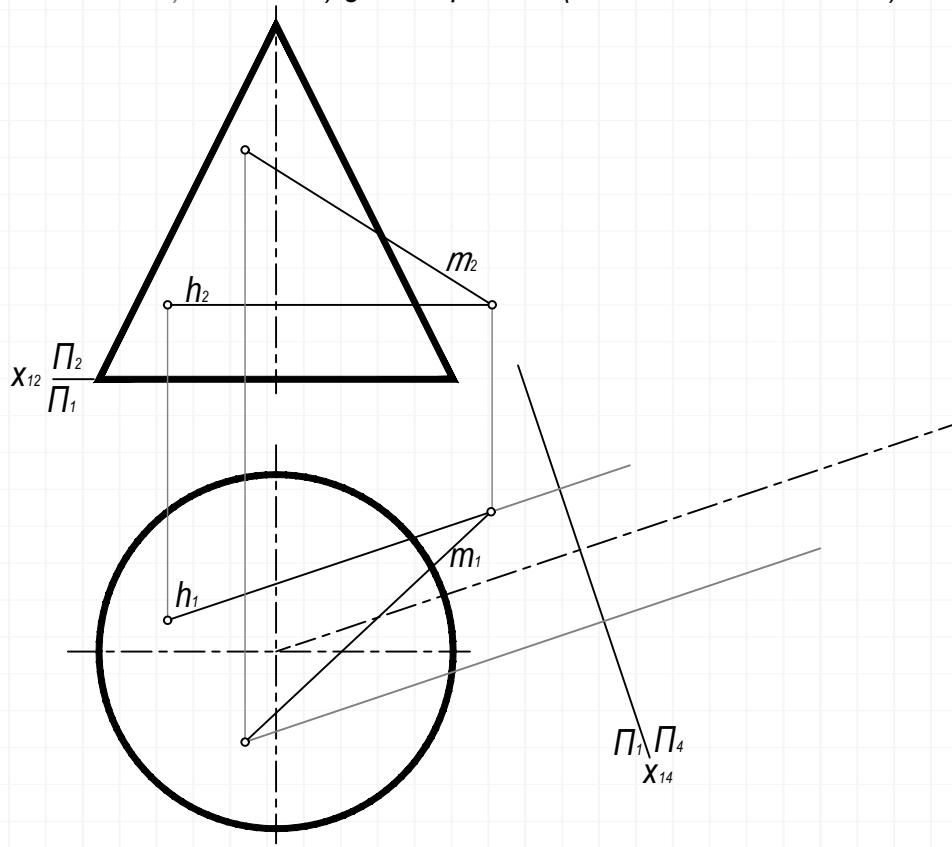


1. To draw the projections and natural size the section of cone by the plane (побудувати проекції та натуральну величину перерізу конуса площиною):

a) partial position (часткового положення);

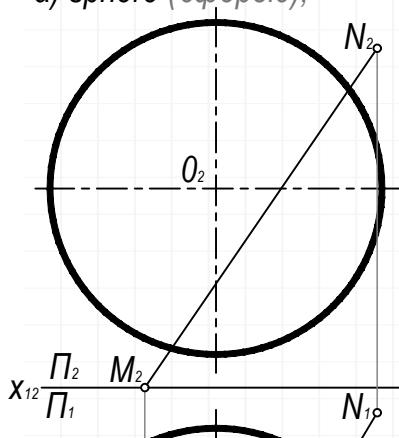


b) general position (загального положення)

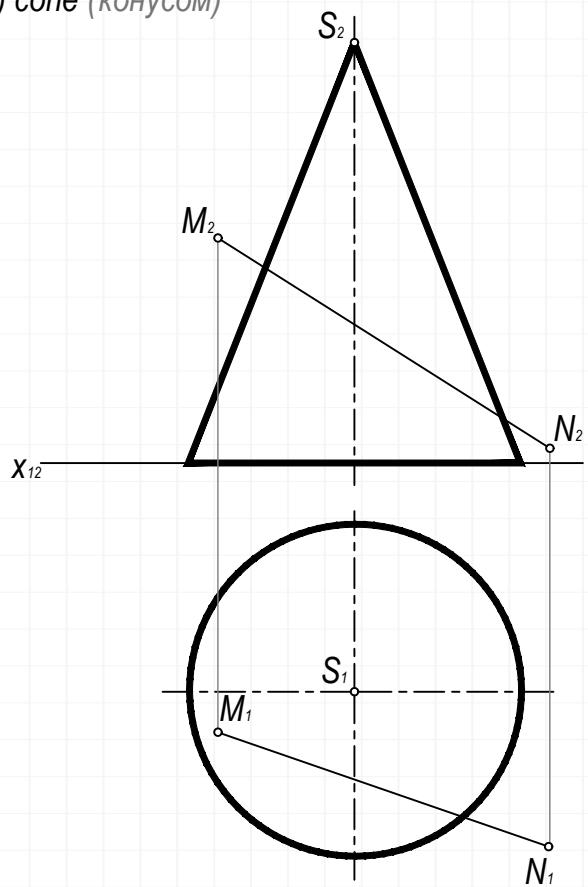
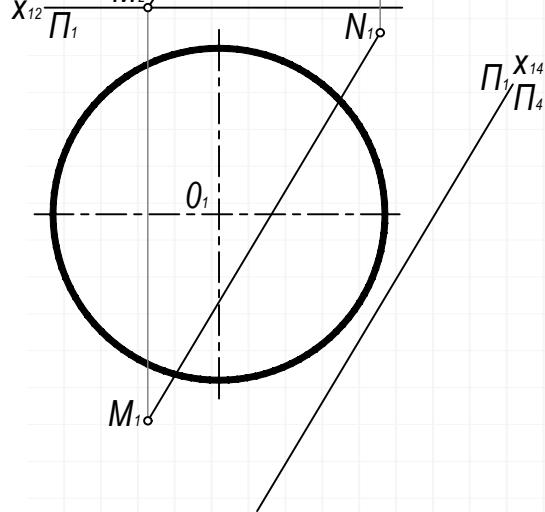


2. To draw intersections line of MN (побудувати точки перетину прямої MN з):

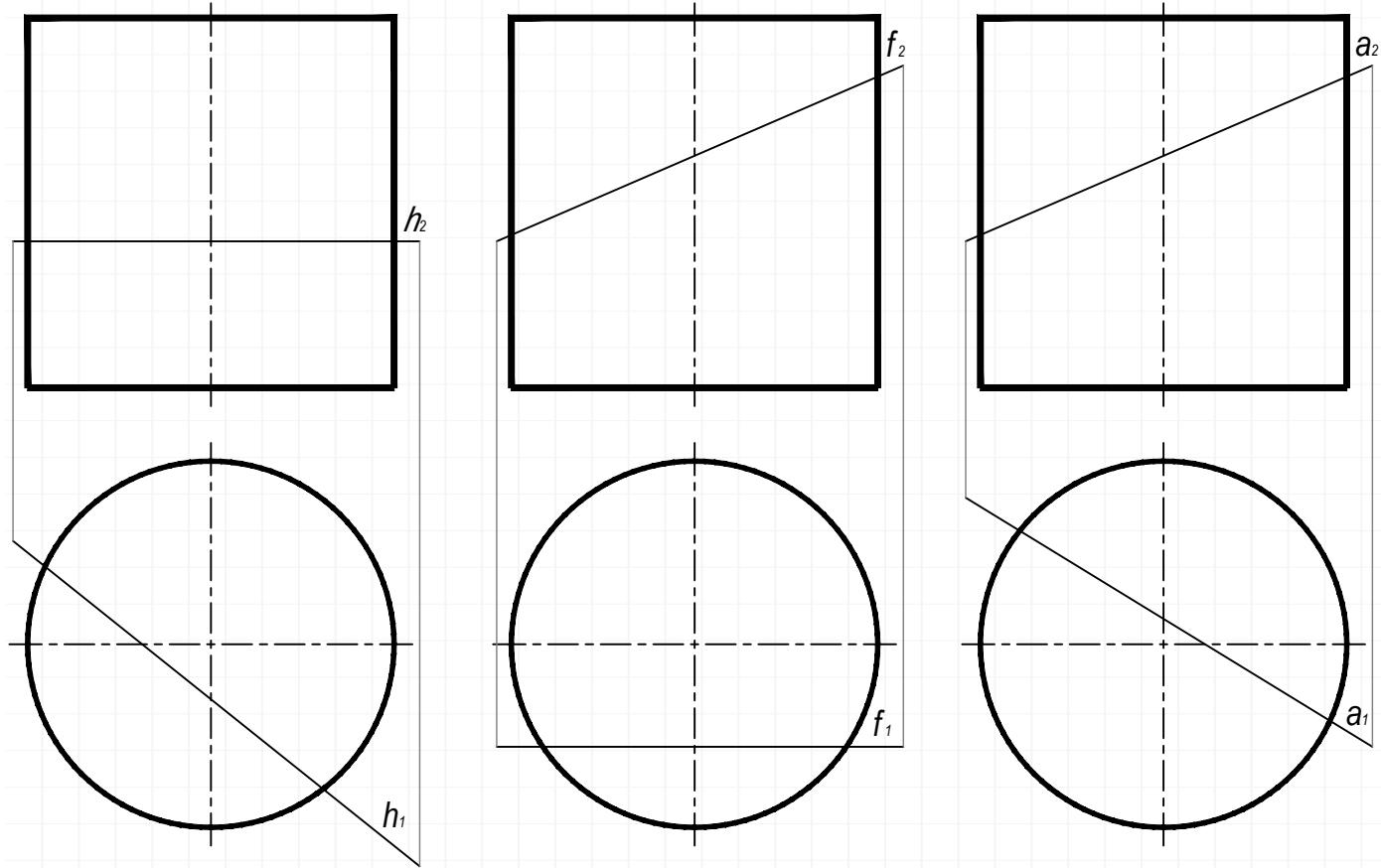
a) sphere (сфeroю);



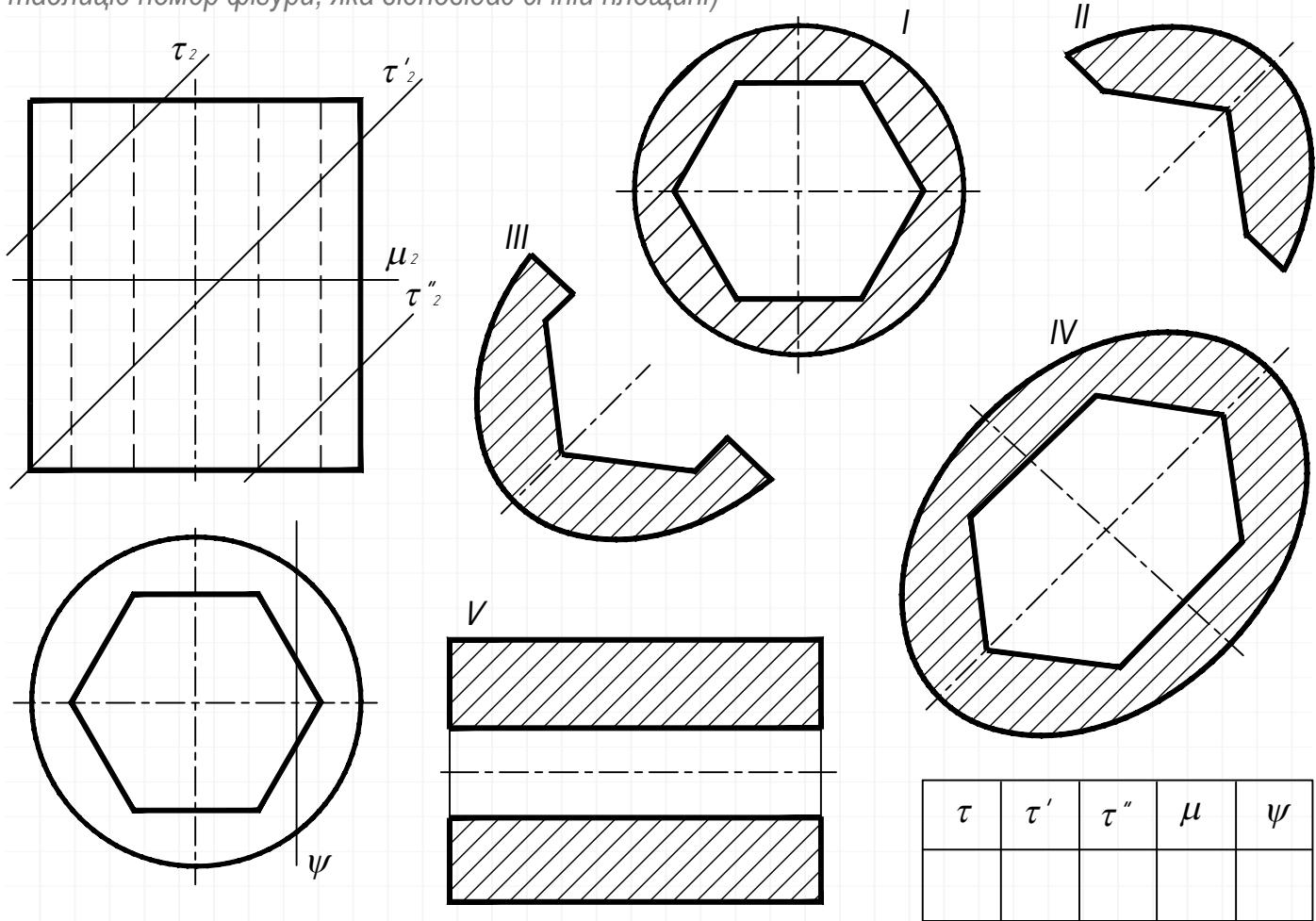
b) cone (конусом)



3. To draw intersections lines with a cylinder (побудувати точки перетину прямих з циліндром)



4. To write down the number of figure a section in a table, which answers the set plane (запишіть в таблицю номер фігури, яка відповідає січній площині)



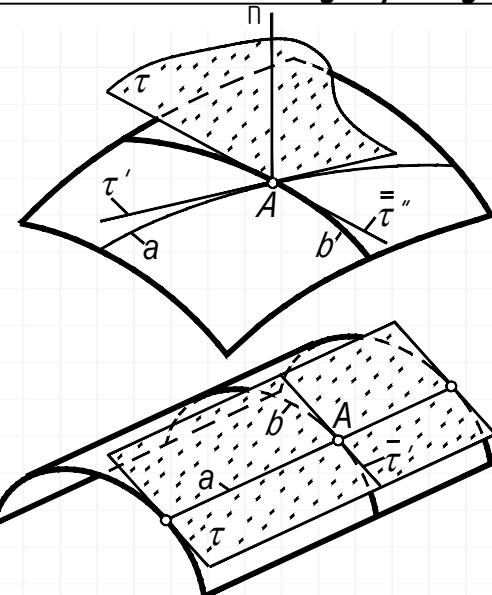
1. Planes which are tangent to the surfaces.

Tangent planes are maximum position of secant planes.

In general case of plane touches to the curvilinear surface in a point. To set in a point **A** surfaces tangent to it, it is enough to build two tangents lines to any lines but also **b** surfaces which pass a plane through a point **A** line  $n$ , which is perpendicular to the tangent plane in a point **A**, named a normal to the surface.

In the case when surface of horizontal, plane touches to it along formative and. Then for determination of tangent plane it is enough to set only one tangent to any line **b**.

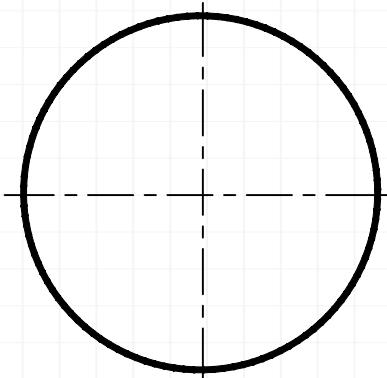
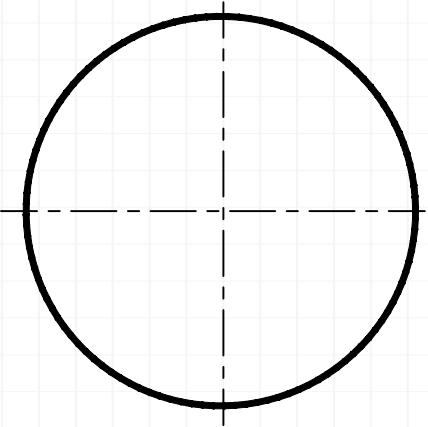
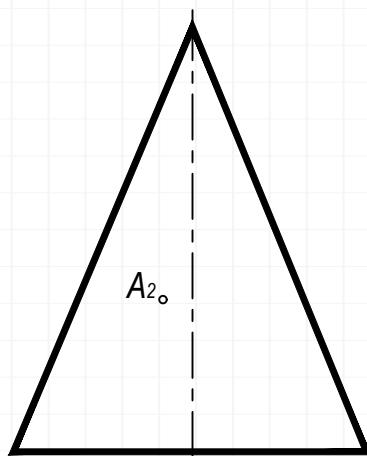
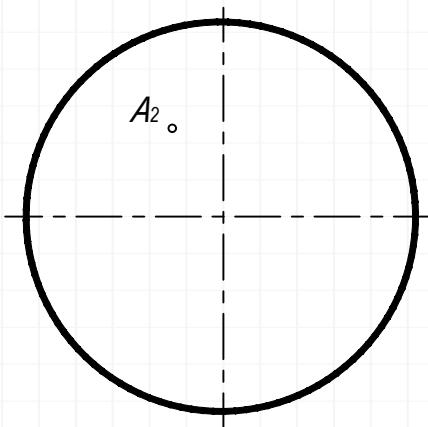
Tangent planes on figure are shaded



2. To draw tangent plane in a point **A** до поверхні (побудувати дотичні площини в точці):

a) sphere (сфери);

b) cone (конуса)

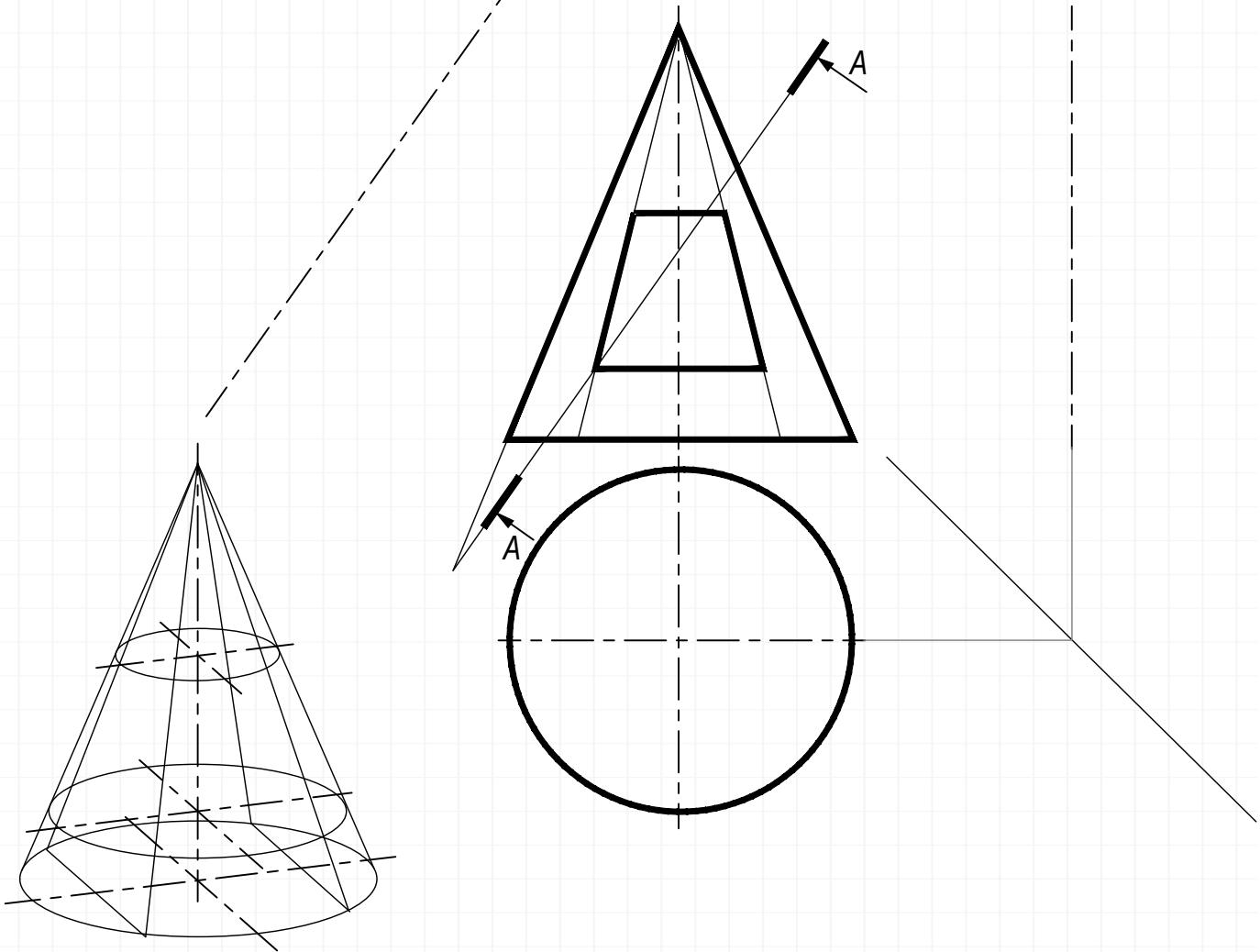


3. Method of complete sections of construction of the through prismatic openings of geometrical bodies (метод повних перерізів побудови насірізних отворів геометричних тіл)

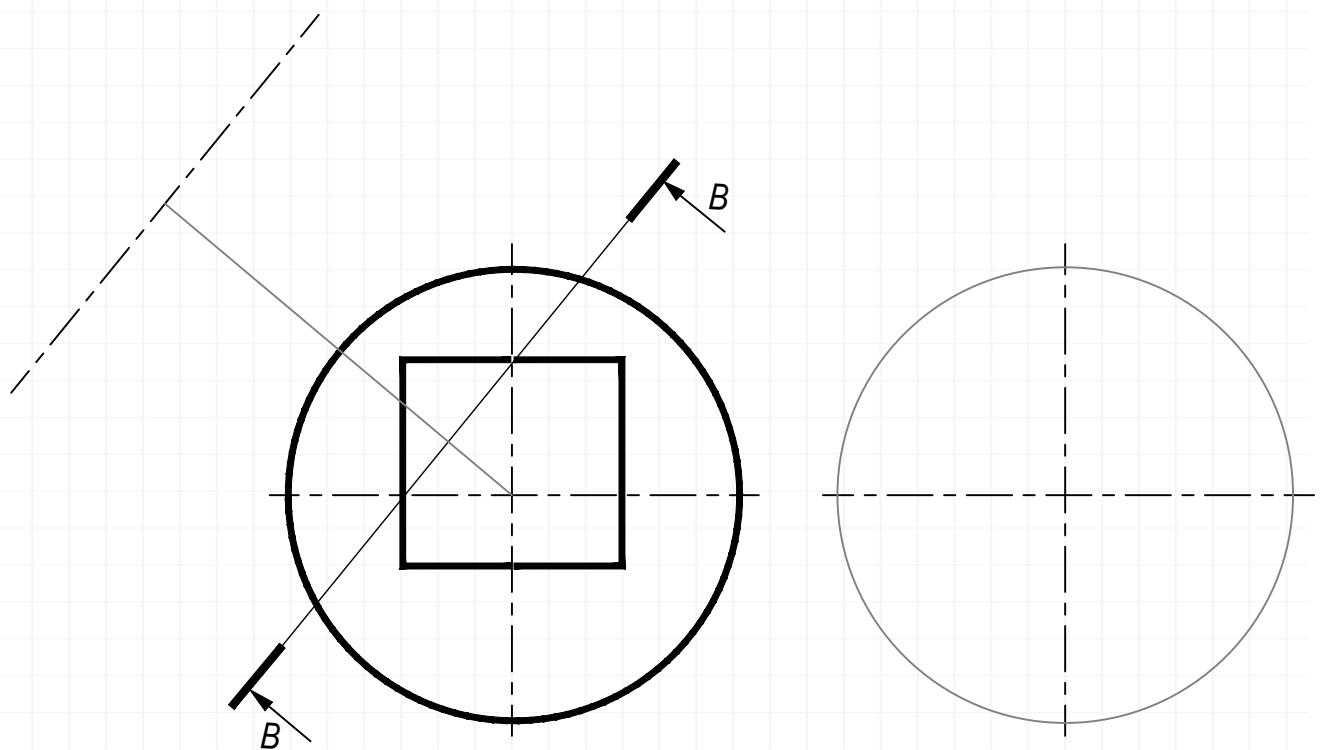
Algorithm: 1) to continue the verges of the prismatic opening or hole to complete the hole; 2) to present, what lines in space appear at the complete section of body every verge; 3) to build the projections of figures (lines) complete a hole; 4) to select those areas of holes, which behave to the through opening; 5) to rotin visibility, select superfluous lines

The construction of the through opening (to the hole) in an axonometry at first needs to be built all lines of complete sections, and then to point opening contours recognition visibility.

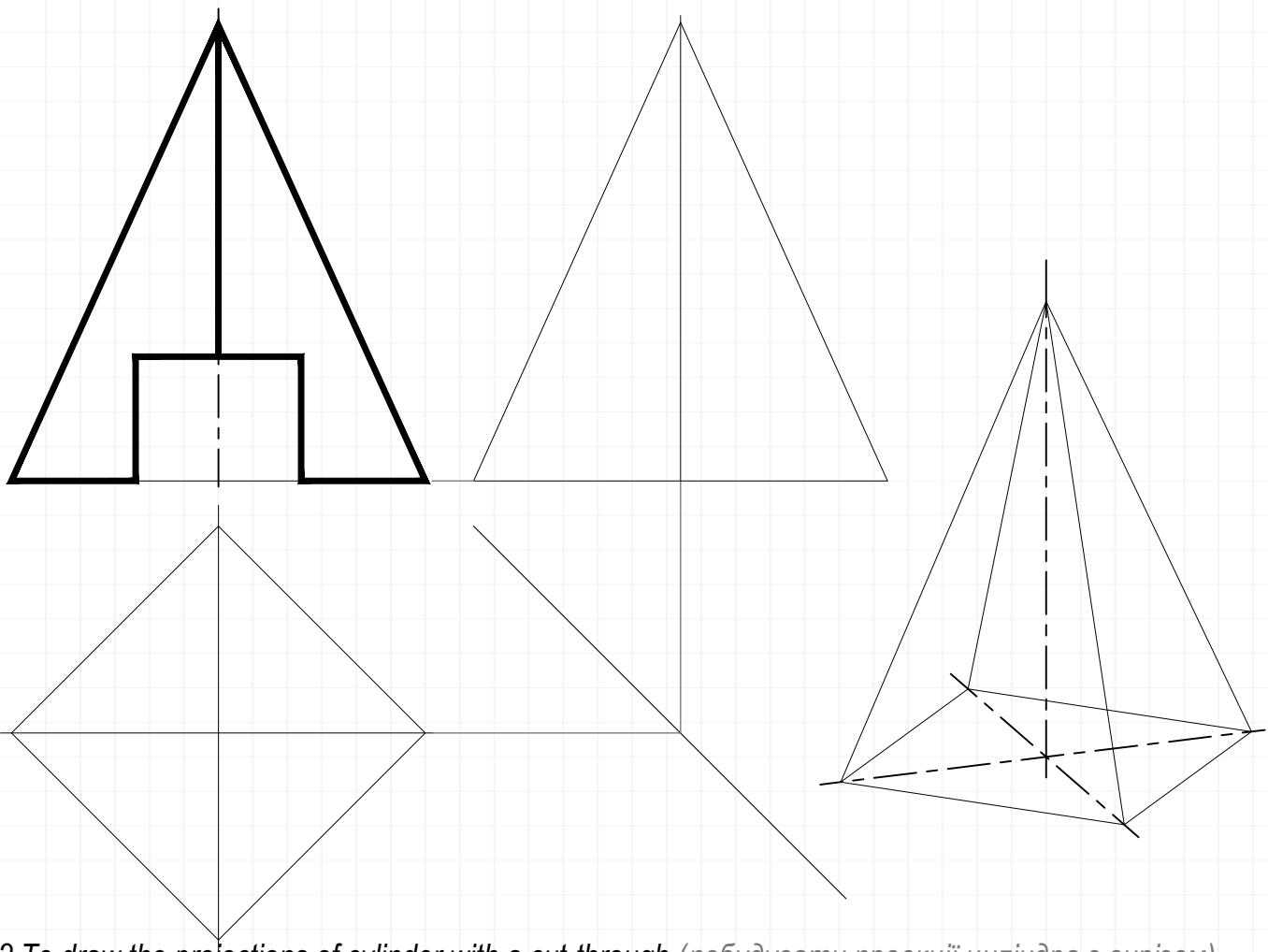
4. To draw projections and natural size section of the cone with hole (побудувати проекції та натуральну величину перерізу конуса)



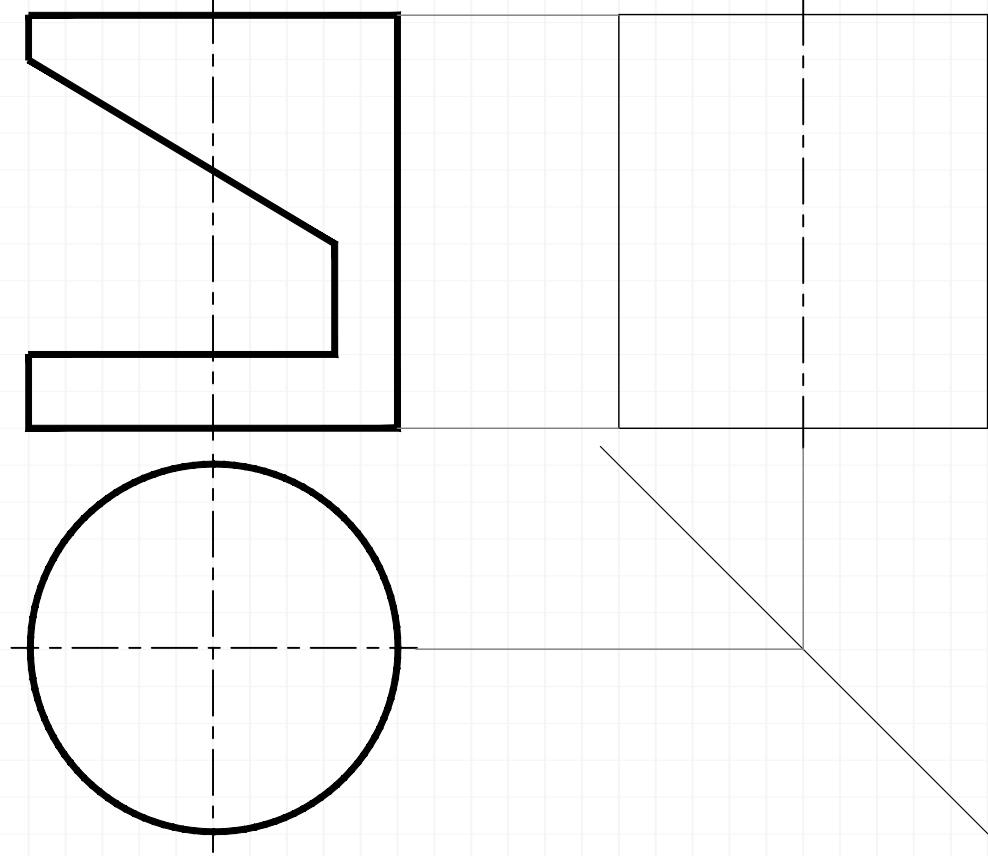
5. To draw the profile projection of bullet with the through prismatic which and natural size of the hole B-B (побудувати профільну проекцію кулі з наскрізним призматичним отвором та натуральну величину перерізу В-В)



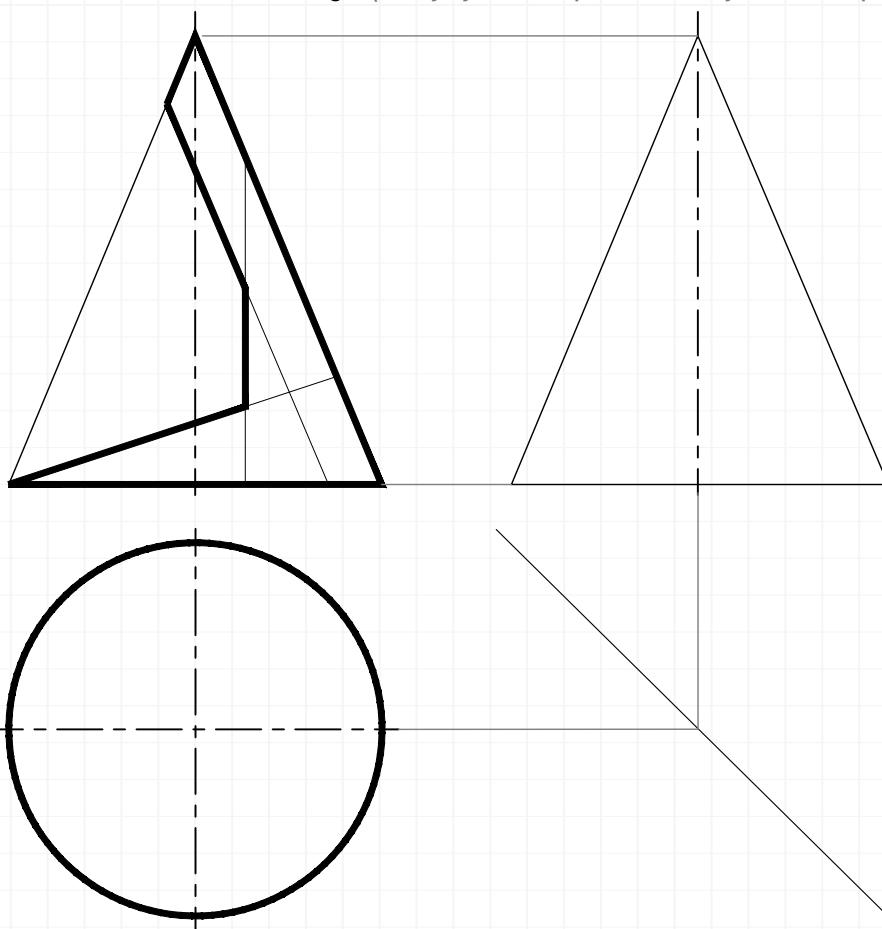
1. To draw the projections and orthographic dimetric of the pyramid with a cut-through (н побудувати проекції та прямокутну диметрію параміді з отвором)



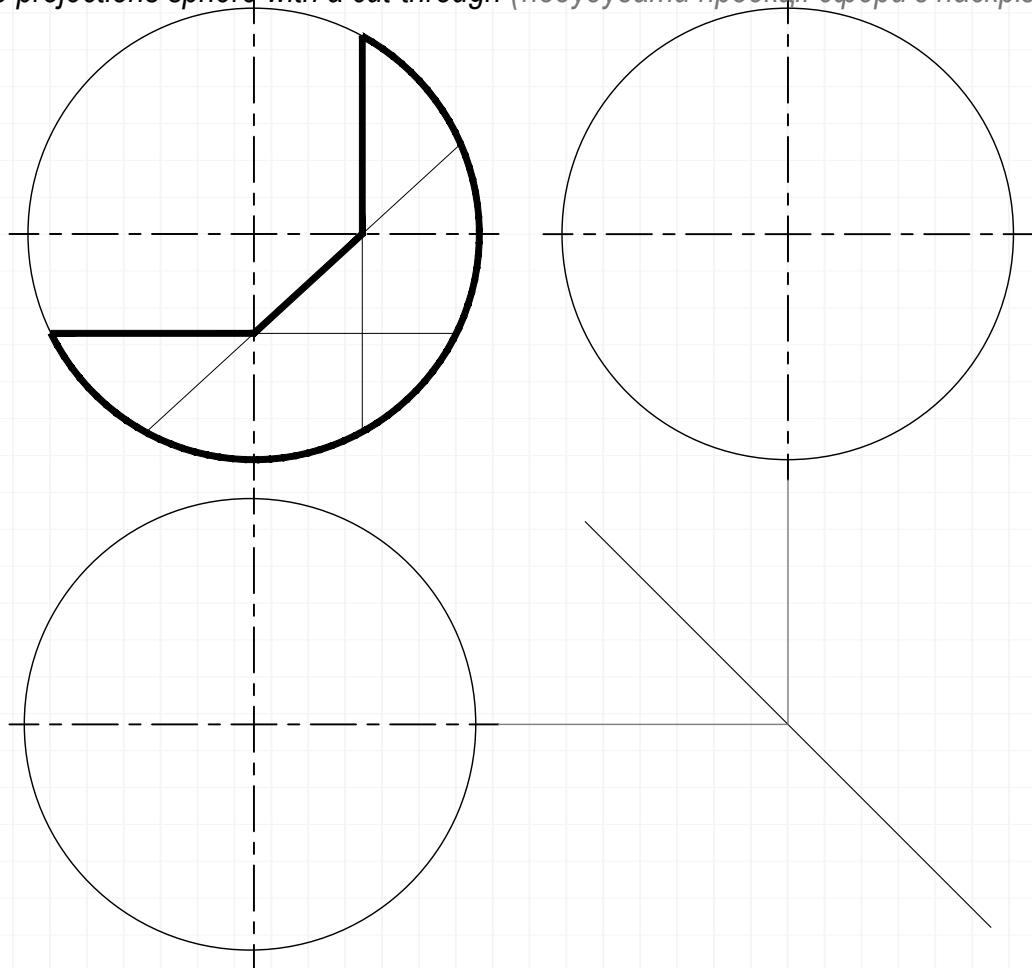
2. To draw the projections of cylinder with a cut-through (н побудувати проекції циліндра з вирізом)



**3. To draw the projections cone with a cut-through (побудувати проекції конуса з наскрізним вирізом)**



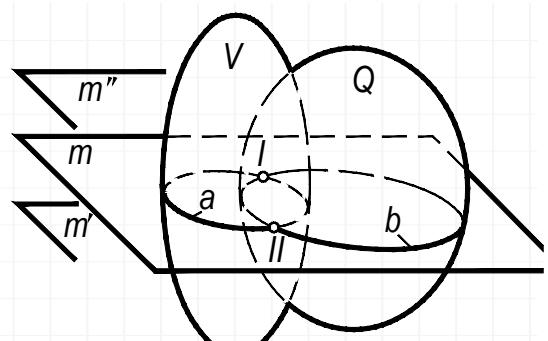
**4. To draw the projections sphere with a cut-through (побудувати проекції сфери з наскрізним вирізом)**



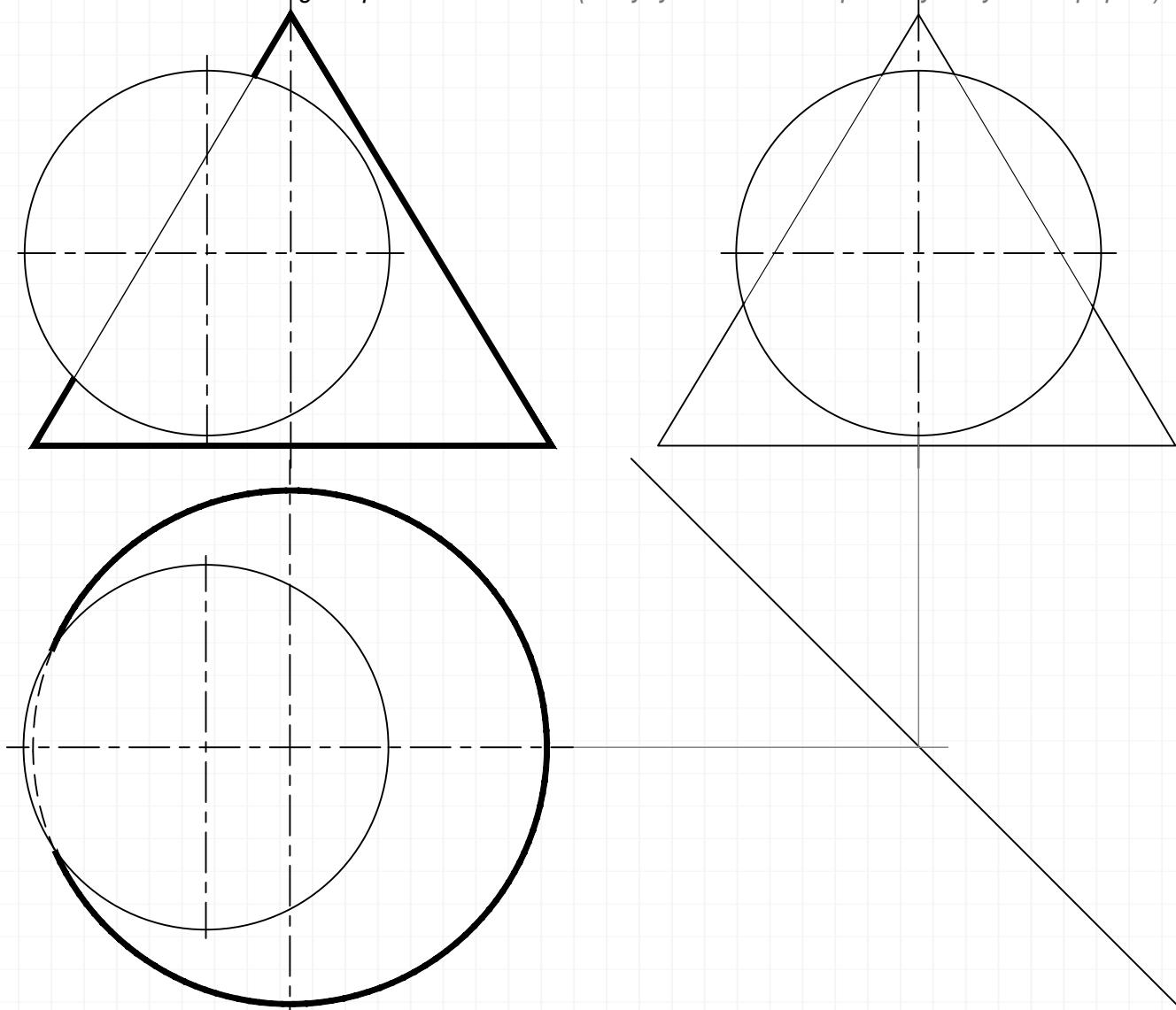
1. Method of secant auxiliary planes (метод допоміжних січних площин)

Algorithm of construction:

- to enter the auxiliary plane of  $m$ , which gives simple section with the surfaces;
  - find lines a section;
  - to find points crossing of lines.
- Other points of line of crossing are like.



2. To draw the line of crossing of sphere with a cone (побудувати лінію перетину конуса із сферою)

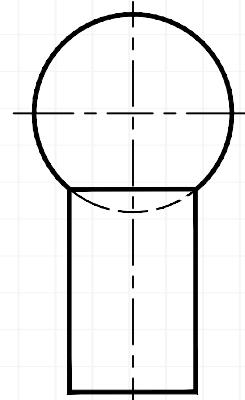


3. Method of auxiliary secant concentric spheres (метод допоміжних січних сфер)

If an axis of body of rotation passes through the center of bullet, the body of rotation intersects with a bullet on a circle. If an axis of body of rotation is parallelly to one of planes of projections, a circle is projected on this plane of the segment of straight line. This property is used for the construction of lines of crossing of two surfaces of rotation. In quality mediators it is expedient to use spheres with a center in an intersection axes of bodies of rotation.

The method of auxiliary secant concentric spheres is used of next three terms:

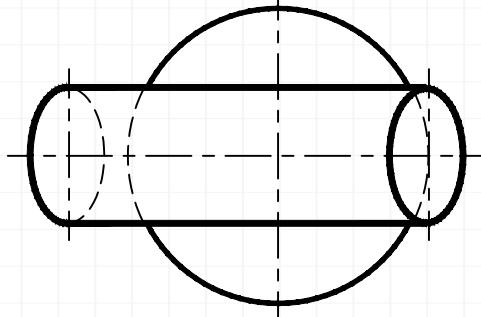
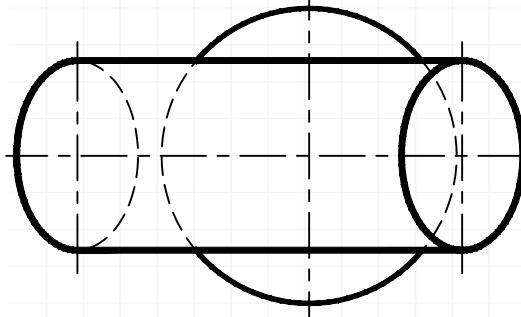
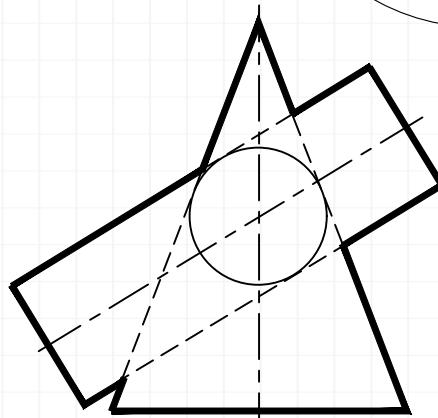
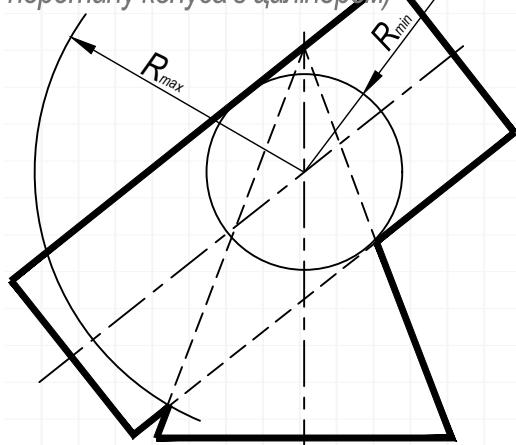
1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_



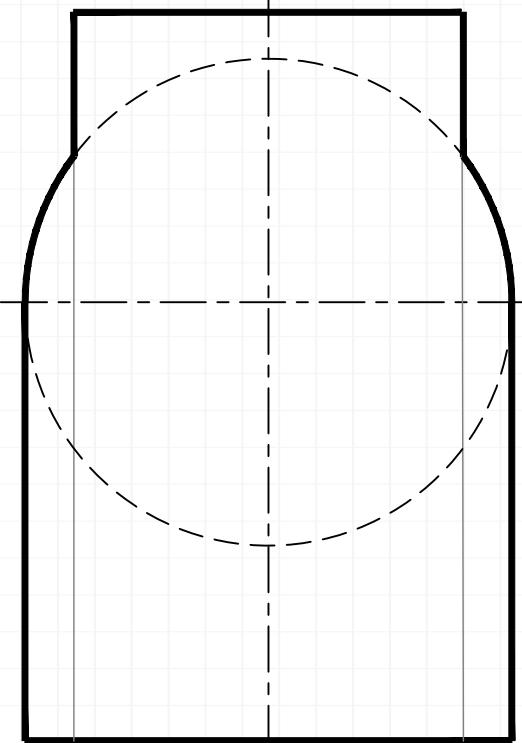
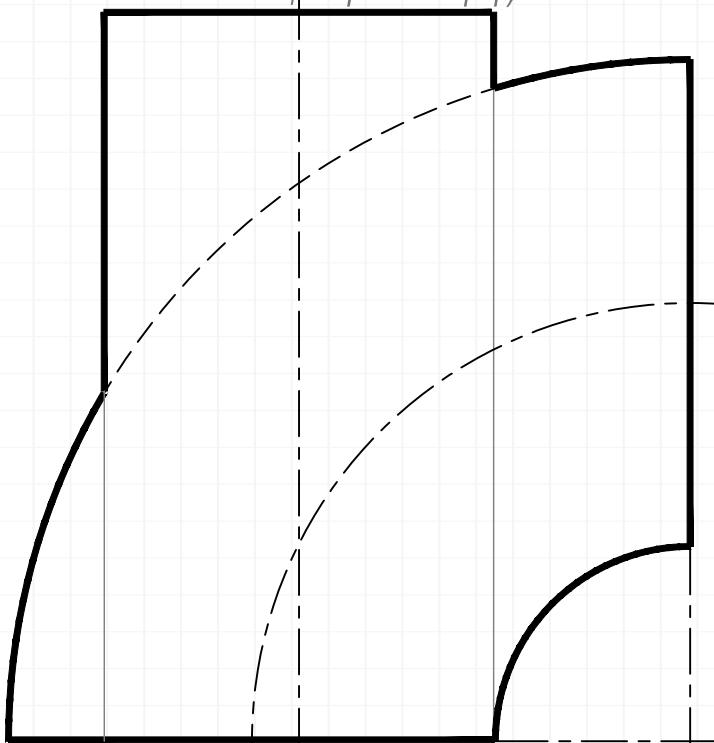
4. The construction of line of crossing of sphere and a cone (побудова лінії перетину сфери з конусом)

The line of crossing of two surfaces of the second order is a curve of fourth order, which can disintegrate on four lines, line and curve of the third order, or two curves of the second order. If two surfaces of the second order are described round the third surface of the second order, the line of their crossing disintegrates on two flat curves of the second order

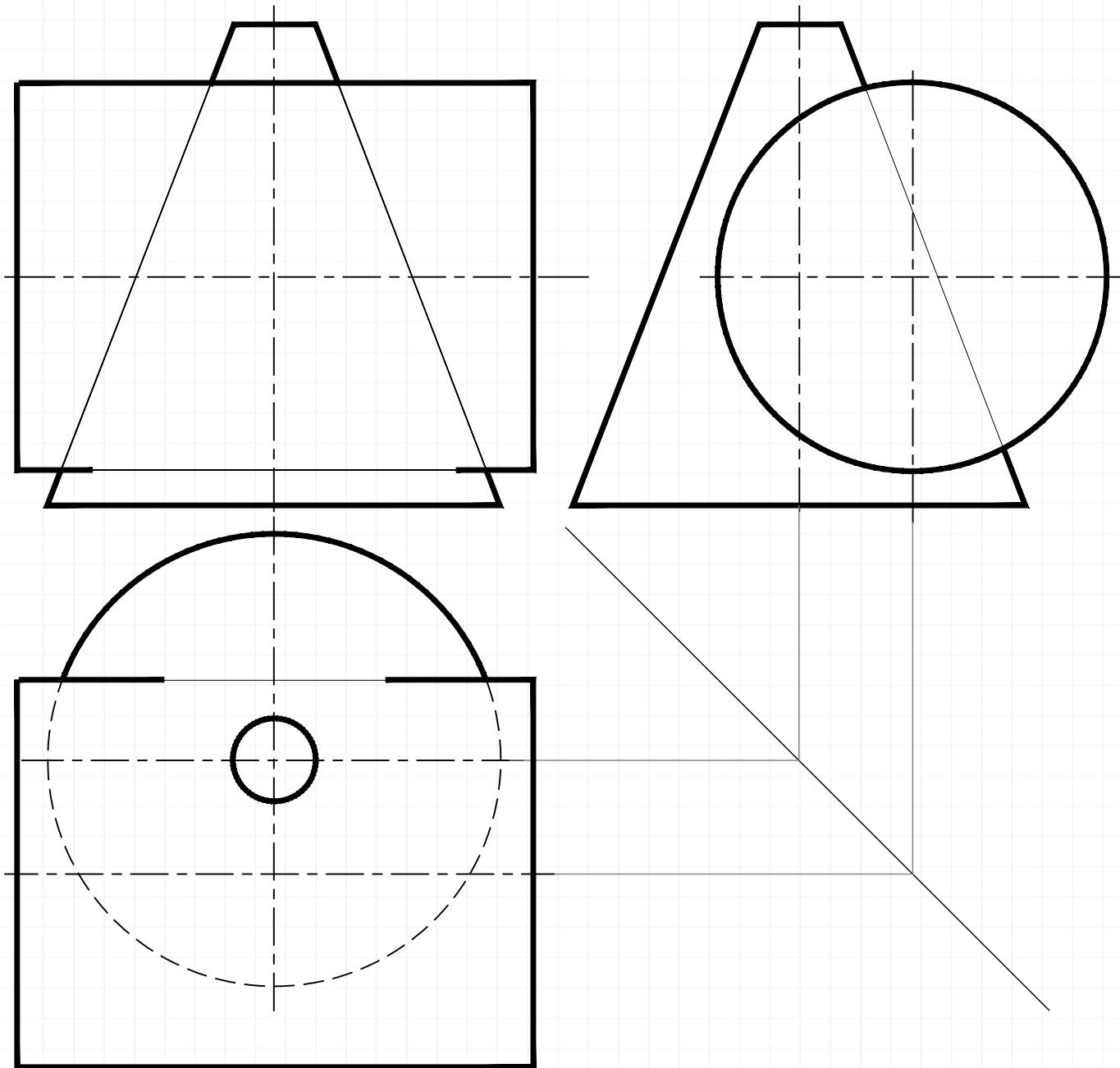
5. To draw the line of crossing of cone and the cylinder (побудувати лінію перетину конуса з циліндром)



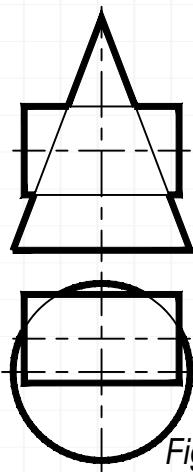
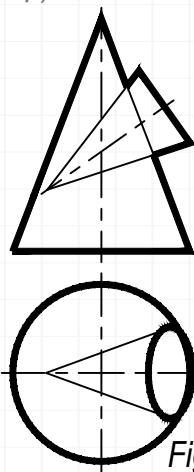
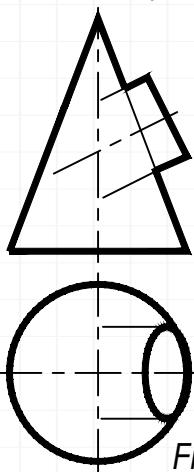
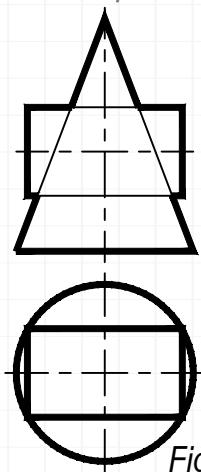
6. Method of auxiliary secant eccentric spheres of construction of line of crossing of surfaces of rotation (метод допоміжних січних ексцентртичних сфер)



1. To draw the line of crossing of cylinder and cone (нобудувати лінію перетину циліндра з конусом)



2. What example does not allow to apply the method of secant concentric spheres (на якому рисунку не можна використати метод січних концентрических сфер)?

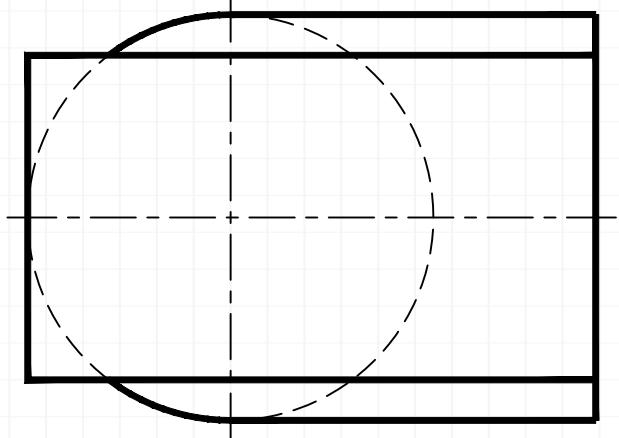
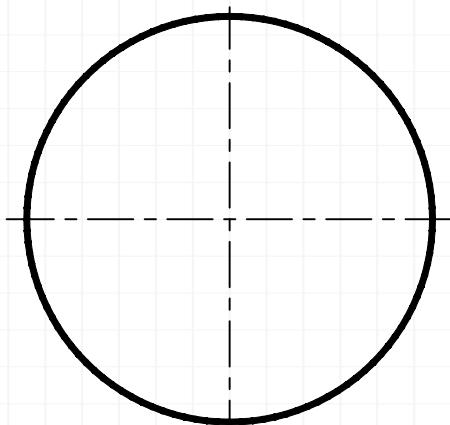
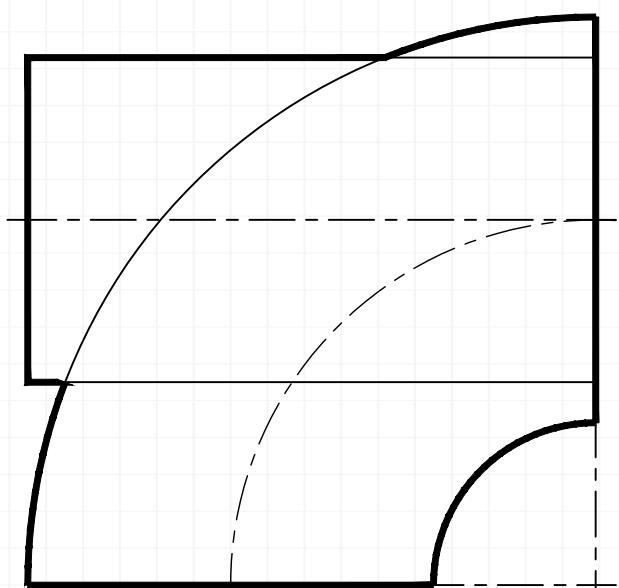
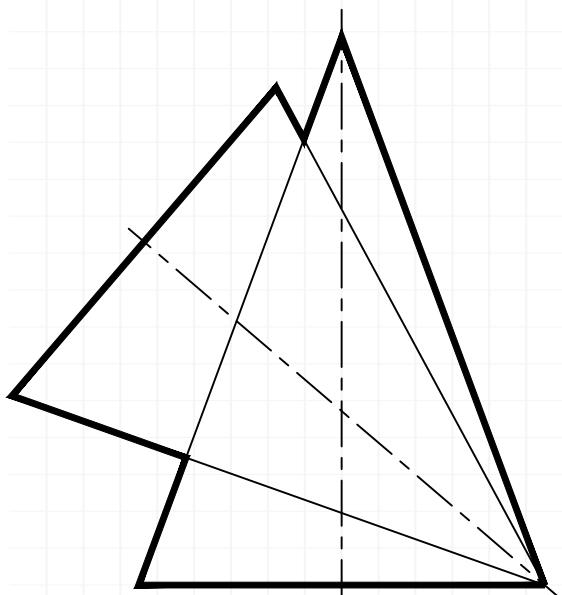


Answer: \_\_\_\_\_

3. To draw the line of crossing (побудувати лінію перетину):

a) two cones (двох конусів);

b) cylinder with a torus (циліндра з тором)



4. To draw the line of crossing of two cylinders (побудувати лінію перетину двох циліндрів). On what figure the theorem of Monge is executed on (на якому рисунку виконується теорема Монжа)?

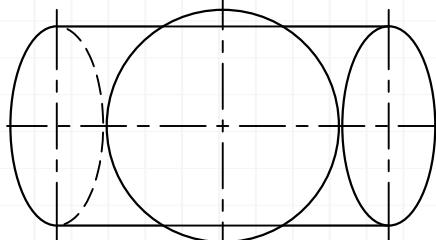
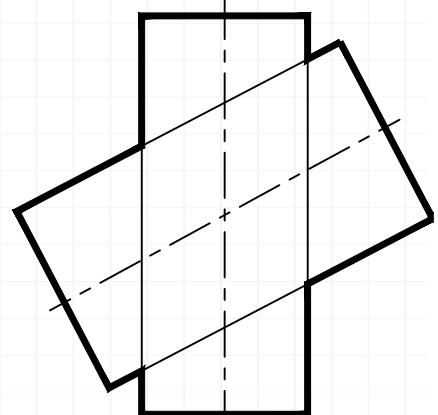
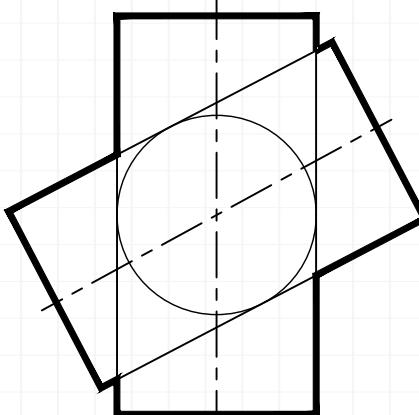
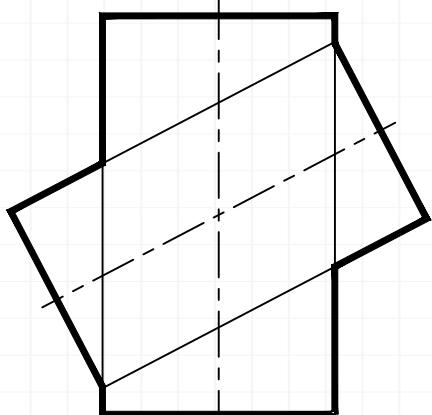


Fig.1

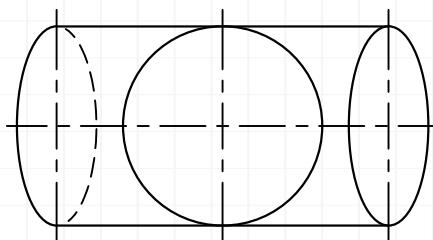


Fig.2

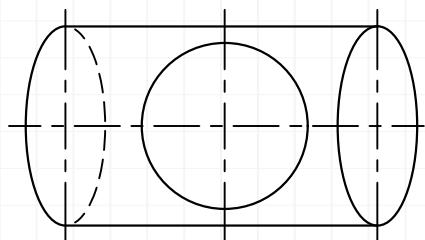


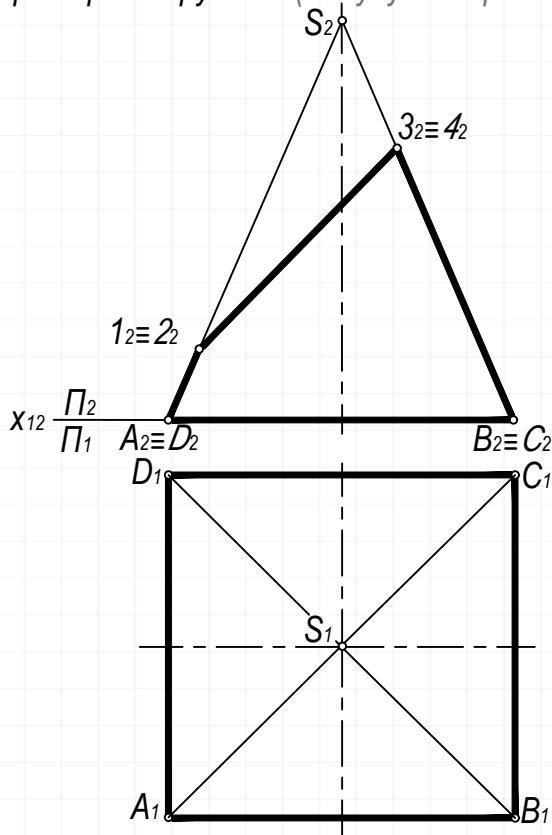
Fig.3

Answer: \_\_\_\_\_

## 1. Substantive provisions (основні положення)

Developed of surfaces can be bended combine with a plane without breaks and folds (розгорнуті поверхні можуть бути суміщені на площину без розривів і складок). All polyhedrons are developed (всі багатогранники є розгорнутими)

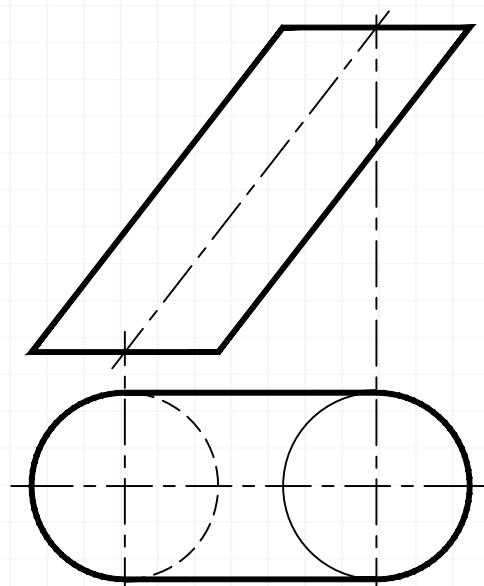
## 2. To draw envelop the part of pyramid ( побудувати розгортку частини піраміди)



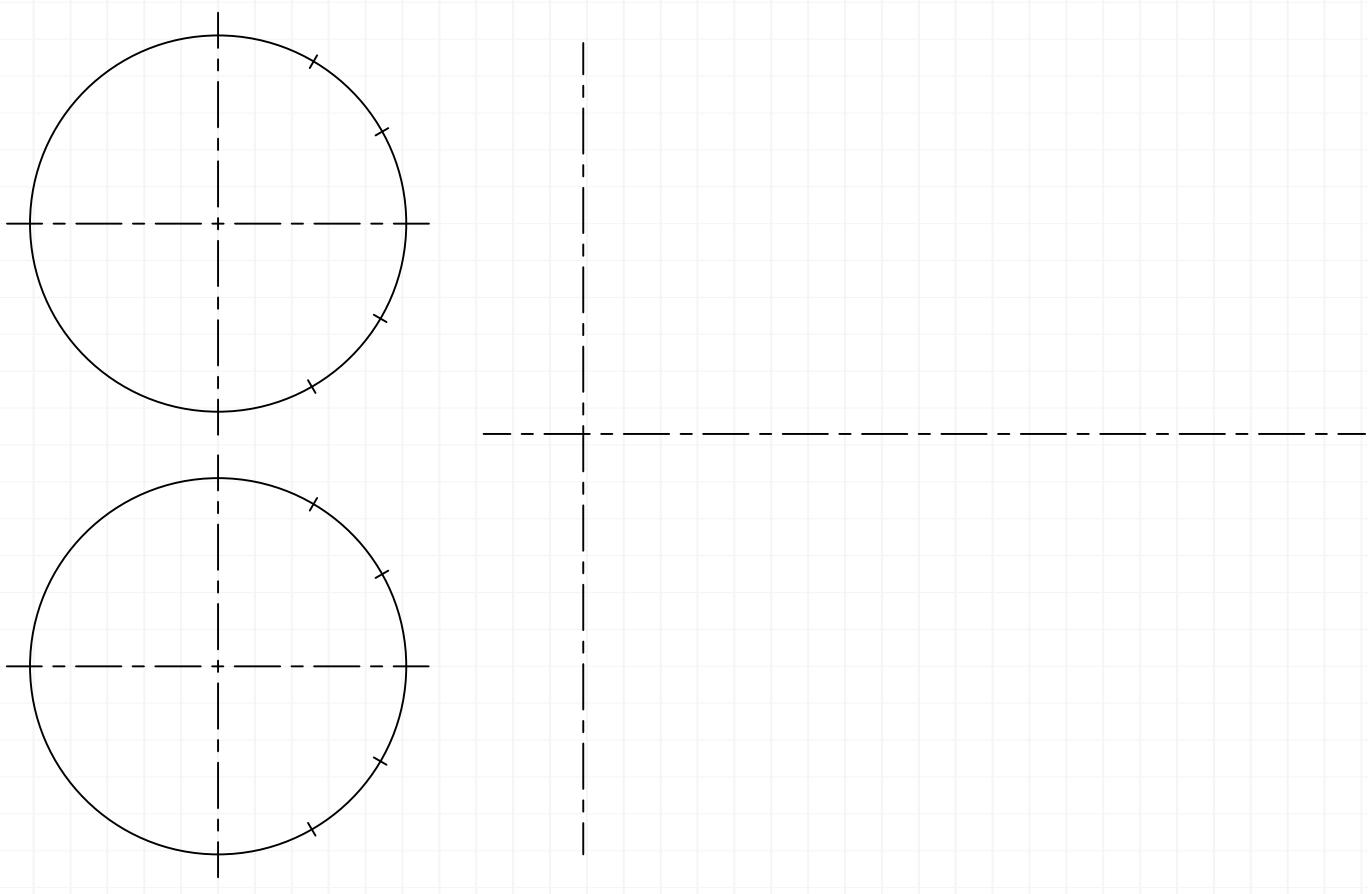
$D_o$   $C_o$

$A_o$   $B_o$

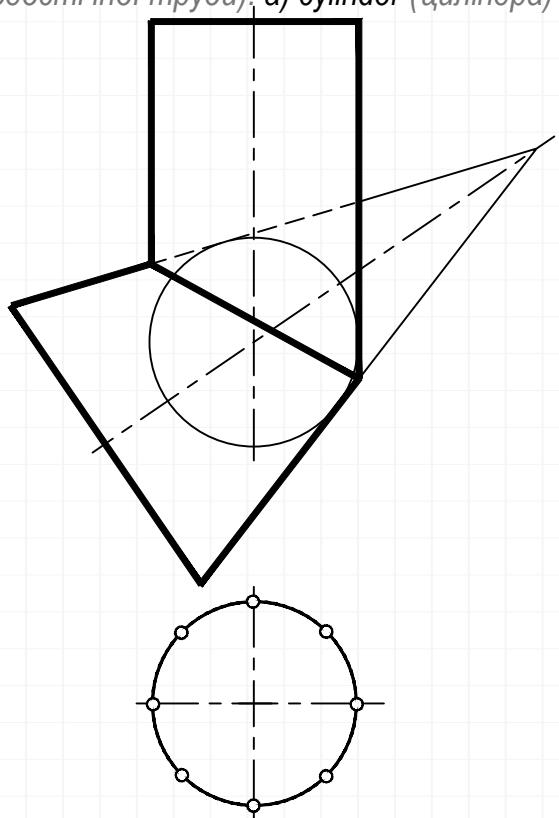
3. To draw the involute of the inclined cylinder (побудувати розгортку нахиленого циліндра)



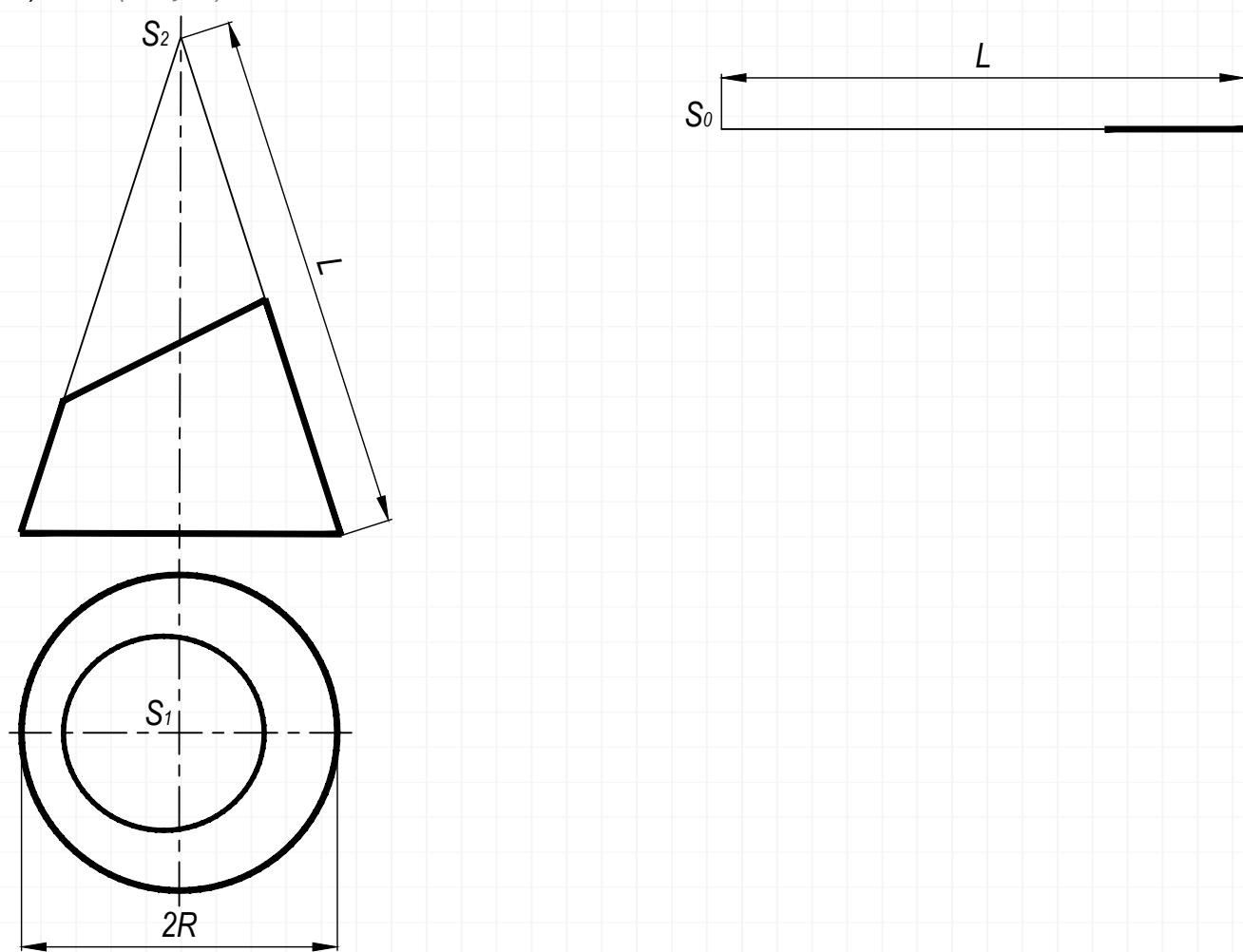
4. To draw the approximately of the sphere (побудувати наближену розгортку сфери)



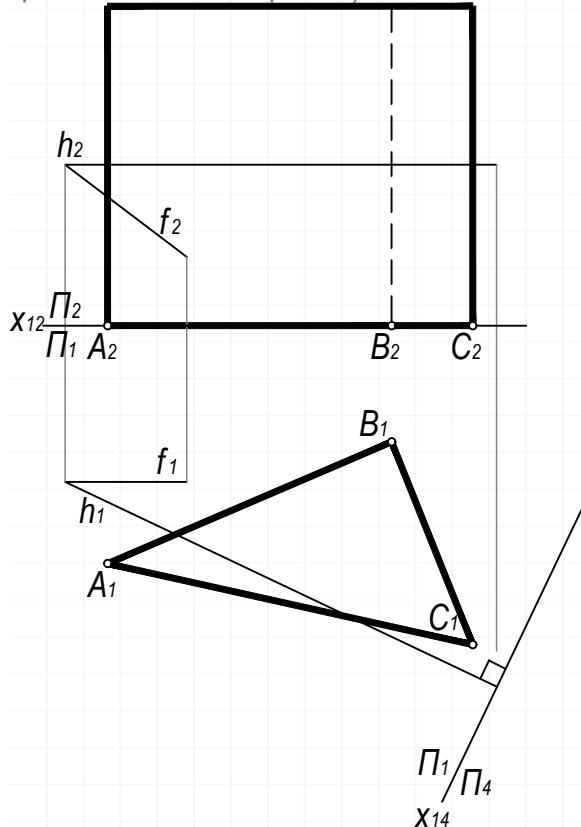
1. To draw the develop of the shaped parts of water-shoot (побудувати розгортки фасонних частин водостічної труби): a) cylinder (циліндра)



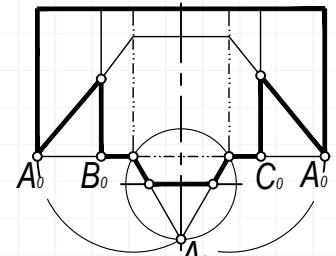
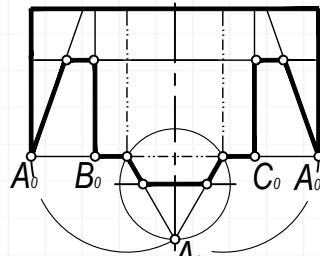
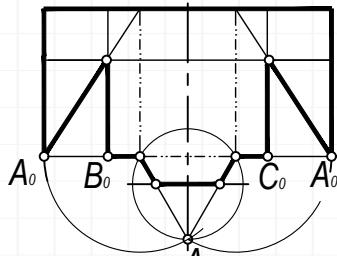
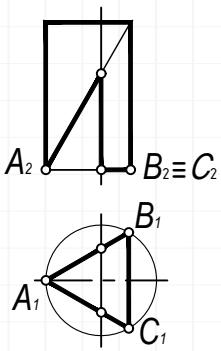
b) cone (конуса)



2. To draw the projections of the cut prism by the plane and natural size of section (побудувати проекції зрізаної призми та н.в. перерізу). To draw the develop of the part of prism (побудувати розгортку зрізаної частини призми)

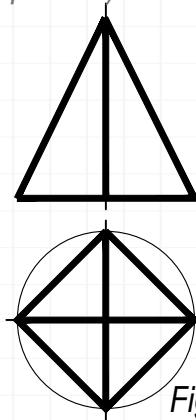
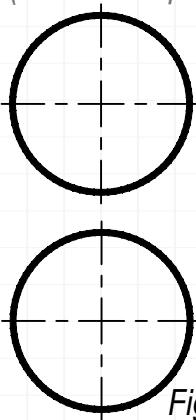
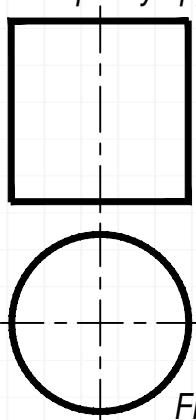
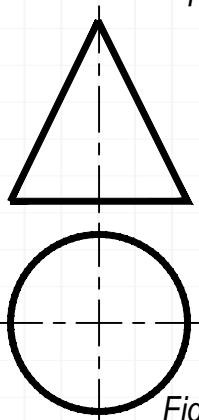


3. Where is develop of prism with cut-through is correct (де правильно побудована розгортка призми)?  
It is given (дано):



Answer: \_\_\_\_\_

4. What surface is possible to develop only approximately (яка із поверхонь є розгортною)?



Answer: \_\_\_\_\_

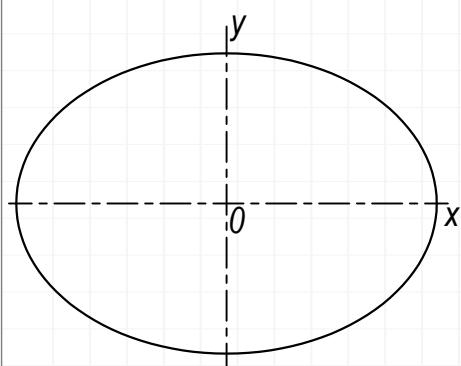
## **1. Basic determinations, properties, classification (основні визначення, властивості, класифікація)**

*Lines can be flat and space (криві поділяються на плоскі та просторові).*

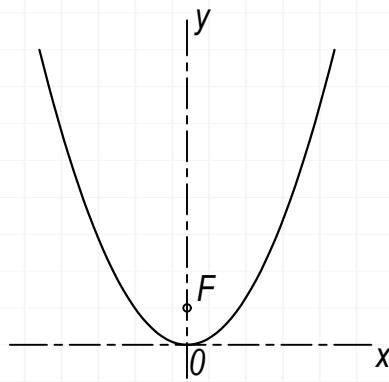
*Basket curve is a line, which consists the arcs and circles (коробова крива складається із дуг, які мають спільну дотичну в точках їх стику)*

The examples of curves 2th order and transcendent curves (приклади кривих 2-го порядку, трансцендентних)

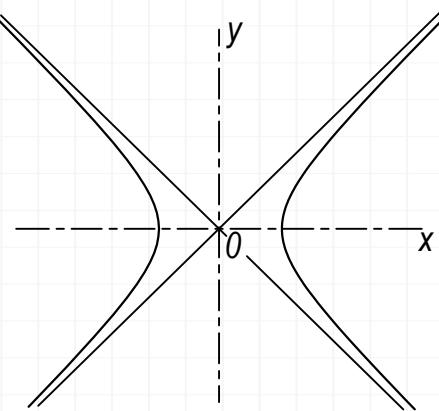
$$\text{Ellipse: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



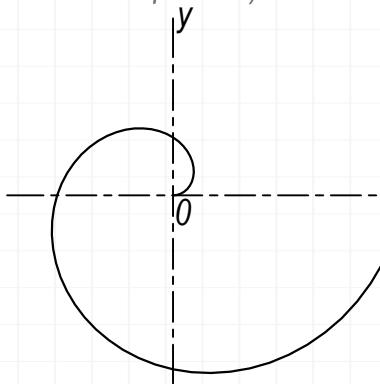
*Parabola:  $y=ax^2$*



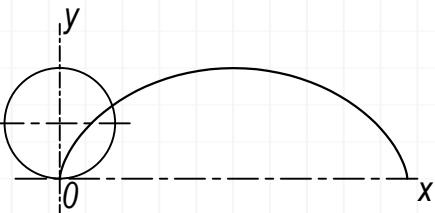
$$\text{Hyperbola: } x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$$



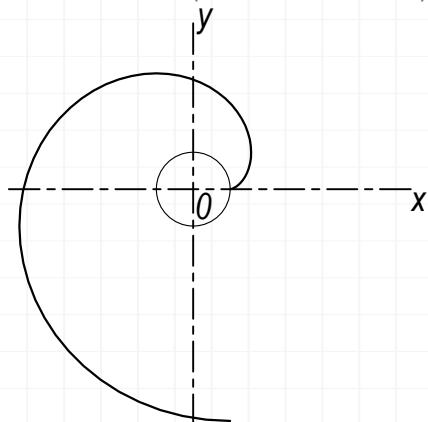
## Spiral of Archimedes (спіраль Архімеда)



*Cycloid* (циклоїда)



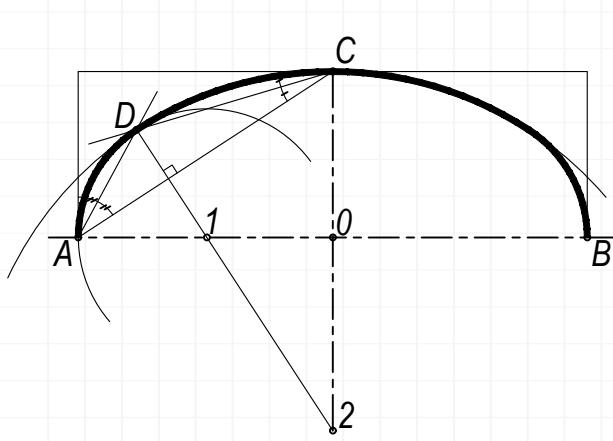
### *Evolvent of circle (евольвента кола)*



2. To draw the basket curve (побудувати коробову криву):

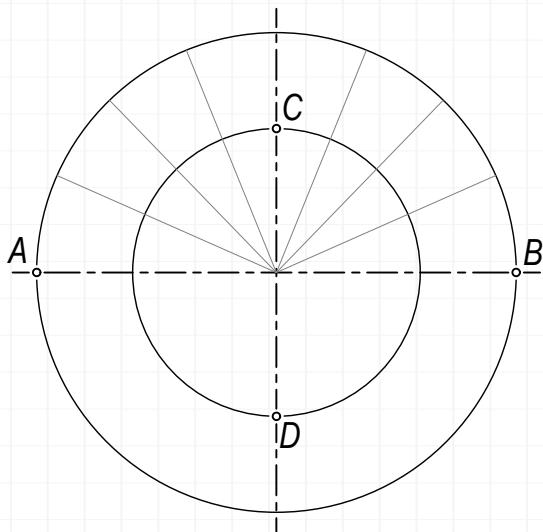
a) arch (очерк своды);

b) fist whit the diameter of **AB** (кулачок за діаметром **AB**)

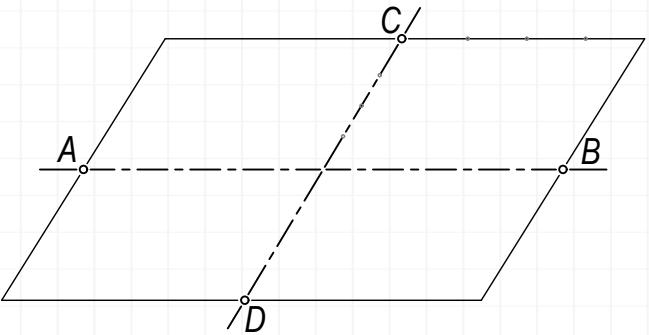


3. To draw an ellipse (побудувати еліпс):

a) by the large **AB** and small **CD** axes



b) by its conjugating diameters **AB** and **CD**

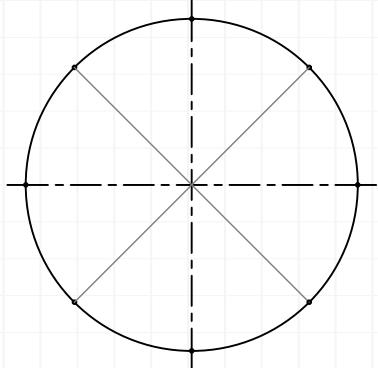
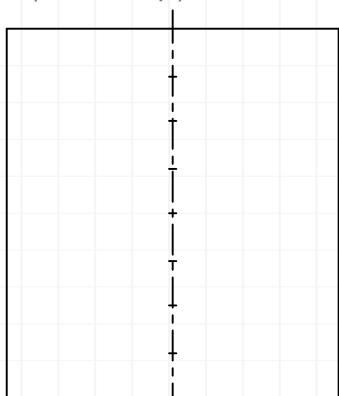


4. To draw a cycloid - trajectory of point of circle which rolls by the line without sliding (побудувати циклоїду - траєкторію точки на колі, яка котиться по прямій без ковзання)

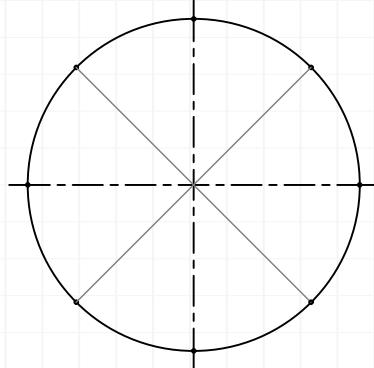
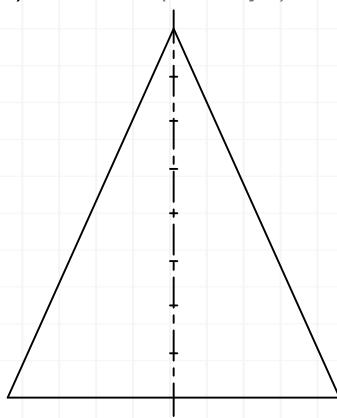


5. To draw a helix curve (побудувати гвинтову лінію):

a) on a cylinder (на циліндрі)



b) on a cone (на конусі)

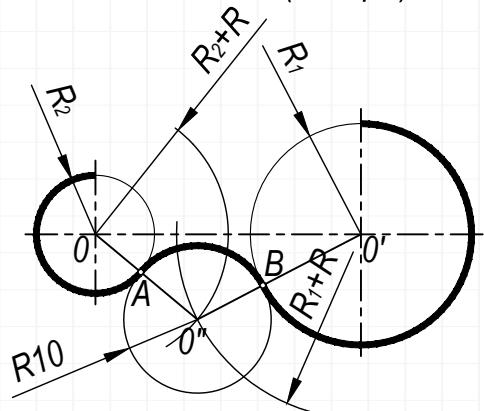
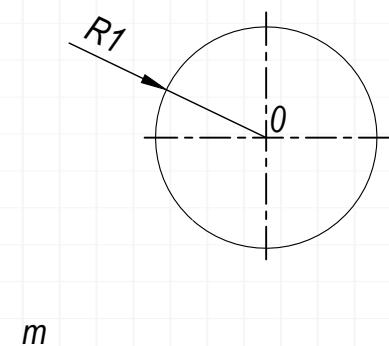
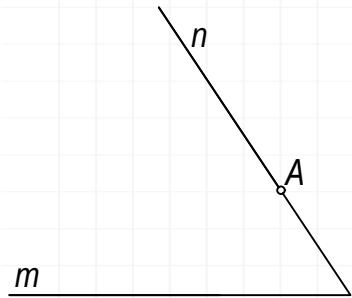


1. To draw an mates (побудувати спряження):

a) two lines  $m$  and  $n$  after the point  $A$  (an interface is on the line  $m$ )

b) external interface of line  $m$  and circle of radius  $R_1$  by the arc of circle of radius  $r=10$

c) external interface of two circles of radiuses  $R_1$  and  $R_2$  by the arc of circle of radius  $R=10$  (example)



2. To draw the basket curve through the set points  $A, B, C, D, E$  and  $F$  (побудувати коробову криву через задані точки  $A, B, C, D, E$  і  $F$ )

$\circ A$

$\circ B$

$\circ E$

$\circ C$

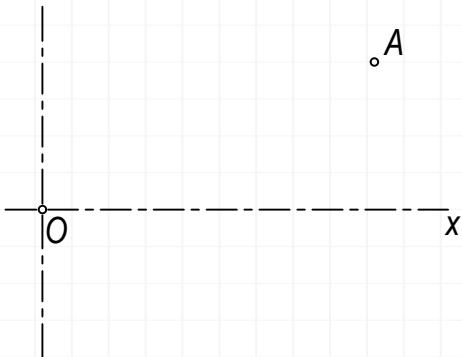
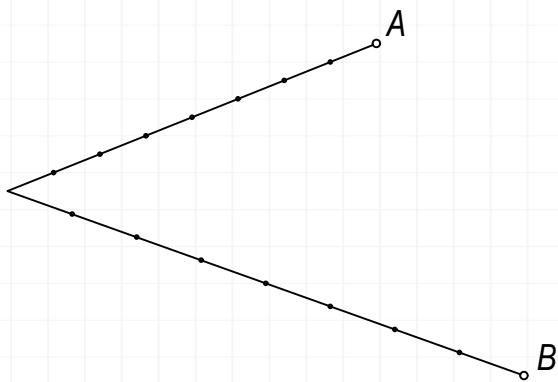
$\circ D$

$\circ A$

3. To draw (побудувати):

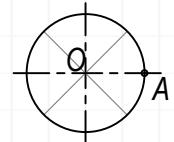
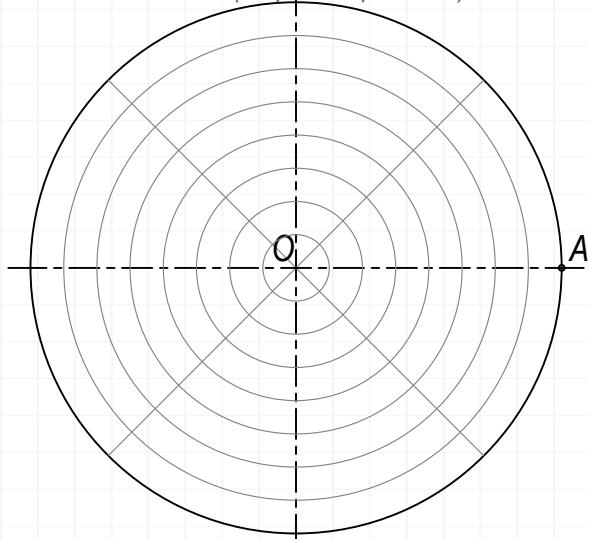
a) the parabola by its tangents in points  $A$  and  $B$  (параболу за двома дотичними з точок  $A$  і  $B$ )

b) the hyperbola by its axis  $Ox$ , top  $O$  and point  $A$  (гіперболу за її віссю  $Ox$ , вершиною  $O$  і т.  $A$ )



4. To draw (побудувати):

- a) the spiral Archimedes - trajectory of point, that moves on a line and revolved (спіраль Архімеда)  
 b) the evolvent of circle radius  $r=8$  (евольвенту кола)



6. To draw the conchoidal transformation of line  $AB$  by the initial center  $S$  and parameter  $d=25$   
 (побудувати конхоїдальнє перетворення прямої  $AB$  за центром  $S$  і величиною  $d=25$ )



$\circ S$

7. Named the curves of 2th order, which is the section of cone by a secant plane  $\tau$  (назвіть криві 2-го порядку, які відповідають перерізам конуса січною площинами  $\tau$ )?

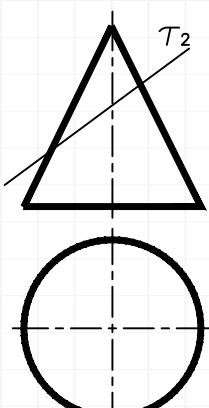


Fig.1

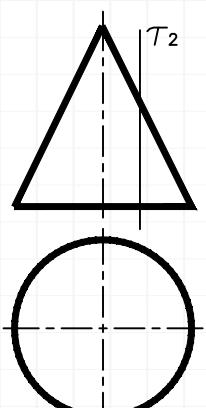


Fig.2

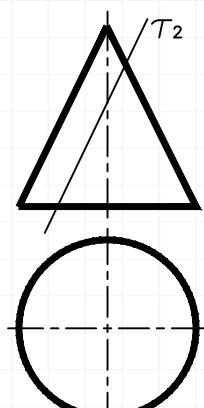


Fig.3

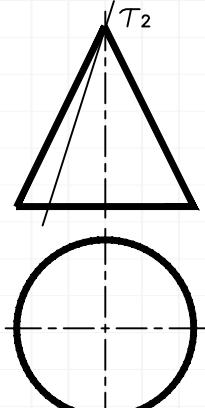
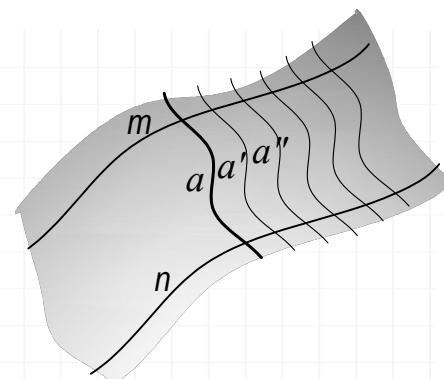


Fig.4

Answer: 1-\_\_\_\_\_ ; 2-\_\_\_\_\_ ; 3-\_\_\_\_\_ ; 4-\_\_\_\_\_

### 1. General information (загальні відомості)

In descriptive geometry surface are examine as an aggregate of successive positions of some mobile in spacious lines and, which moves by the some law, in particular to other lines. A mobile line is named formative, and immobile - sending surface. Such method of formation of surface is named a kinematics.



### 2. The examples of kinematics surfaces (приклади кінематичних поверхонь)

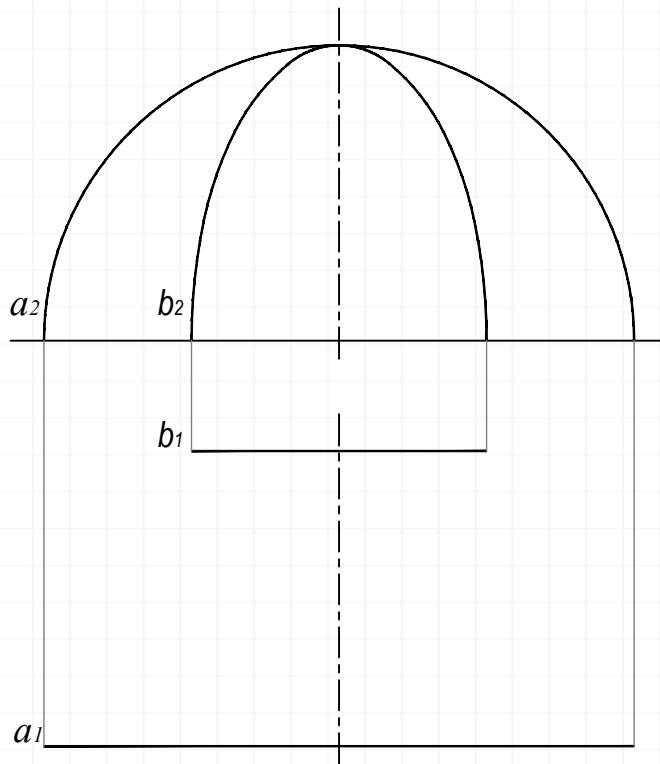
|   |   |                                     |   |
|---|---|-------------------------------------|---|
| <i>The half of sphere</i><br>(півсфера) | <i>Elliptical torus</i><br>(еліптичний тор) | <i>Hyperboloid</i><br>(гіперболоїд) | <i>Hypar</i> (гінап)                        |
|   |   |                                     |   |
| <i>Pseudosphere</i><br>(псевдокуля)     | <i>Cycle surface</i> (циклічна поверхня)    |                                     | <i>Screw surface</i><br>(гвинтова поверхня) |
|   |   |                                     |   |

### 3. Determinants divided (sloping) linear surfaces

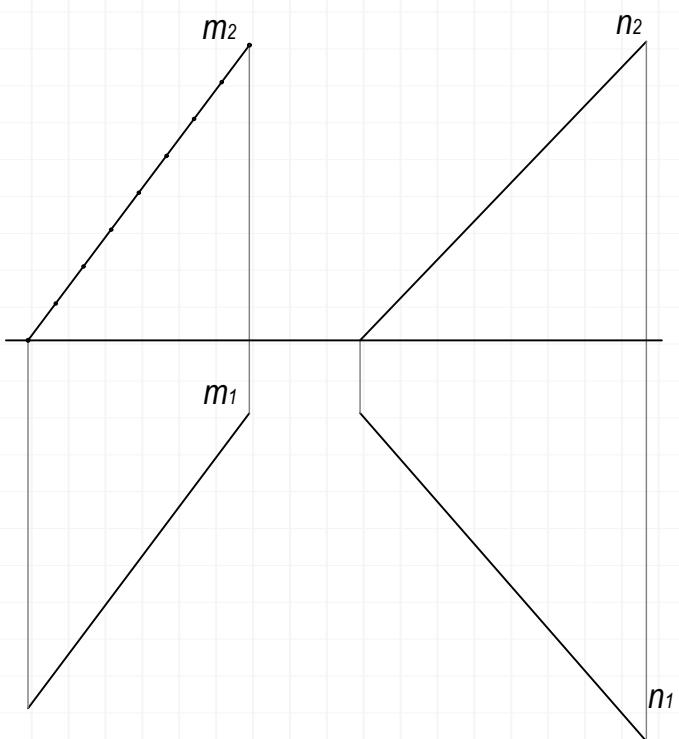
|                    |               |                     |
|--------------------|---------------|---------------------|
| 1. General surface | 2. Cylindroid | 3. Conoid           |
|                    |               |                     |
| 4. Hyperboloid     | 5. Hypar      | 6. Sloping helicoid |
|                    |               |                     |

4. To draw the surfaces (побудувати поверхні):

a) cylindroid (циліндроїд)

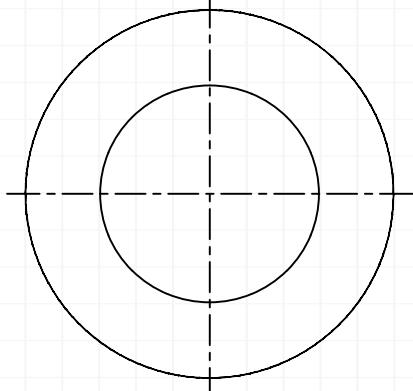
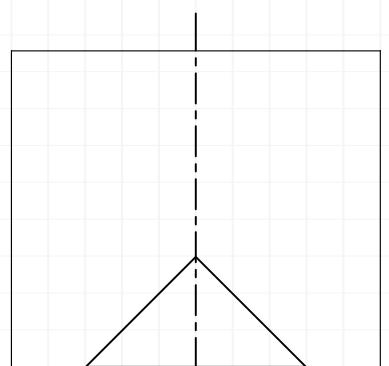
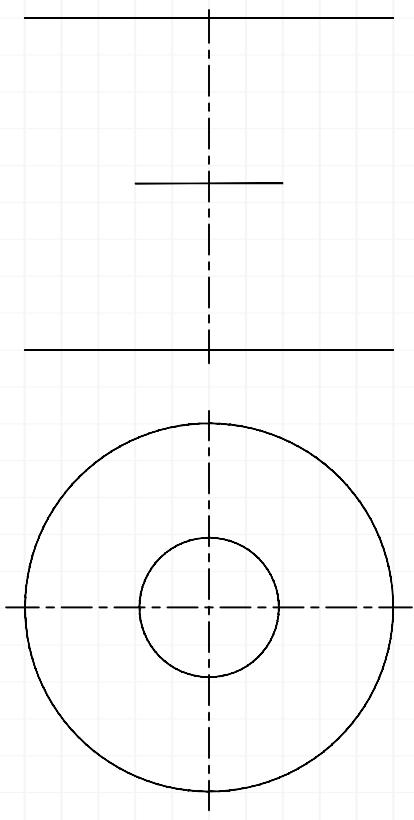


b) slanting plane - gipar (косу площину - гіпар)



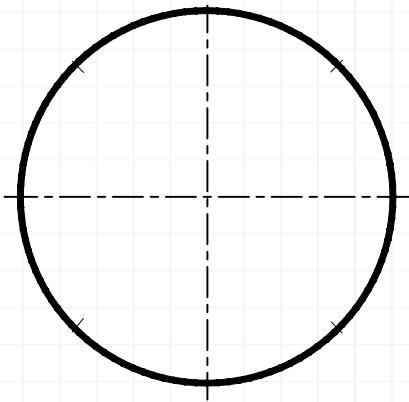
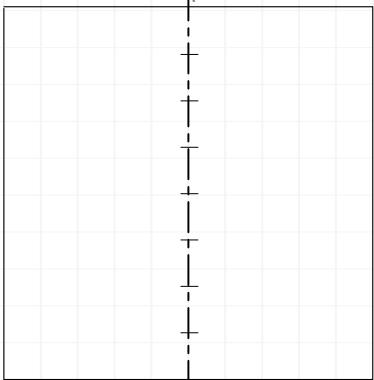
c) a monocular hyperboloid of rotation  
(однопорожнинний гіперболоїд обертання)

d) the slanting closed helicoid (косий закритий гелікоїд)

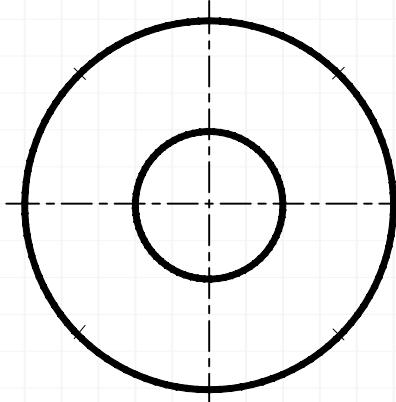
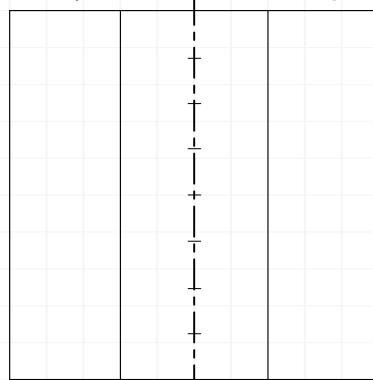


1. To draw surfaces (побудувати поверхні):

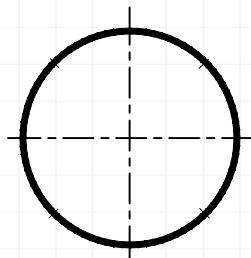
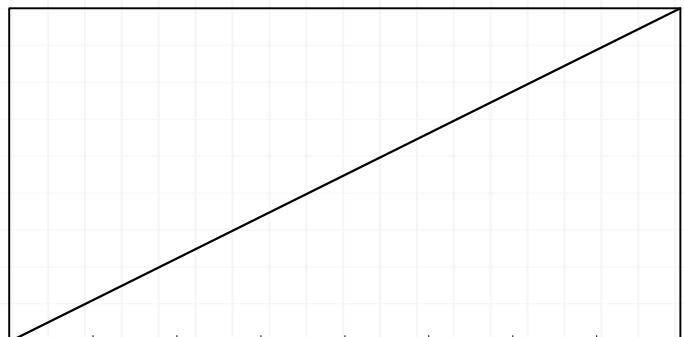
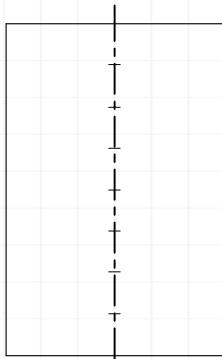
a) spiral conoid (direct closed helicoid), which is set by cylinder spirally, by the axis of cylinder and plane of parallelism  $\Pi_1$  (гвинтовий коноїд)



b) spiral cidindroid (direct opened helicoid) which is set by two cylinder spiral lines and plane of parallelism  $\Pi_1$  (гвинтовий циліндроїд)



c) developed helicoid, which is set by the spiral line - surface of tangents lines to the space curve (розвгортий гелікоїд - поверхня дотичних до гвинтової лінії)



2. Where is built on slanting closed helicoid (де побудований косий закритий гелікоїд)?

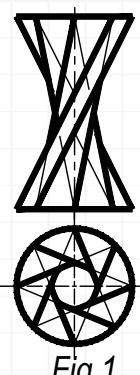


Fig.1

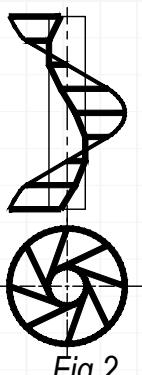


Fig.2

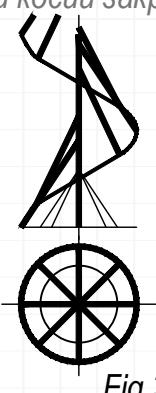


Fig.3

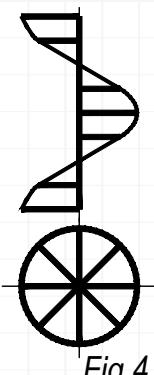


Fig.4

Answer: \_\_\_\_\_

3. What surface is divided out on the plane without folds and breaks (яка із поверхонь є розгортною):

direct closed helicoid  
(conoid)

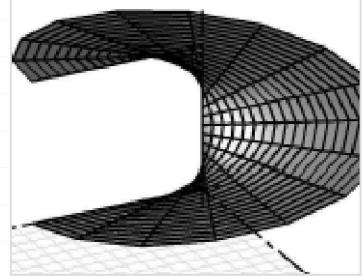


Fig.1

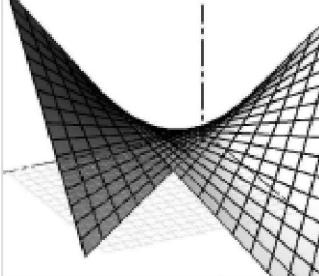


Fig.2

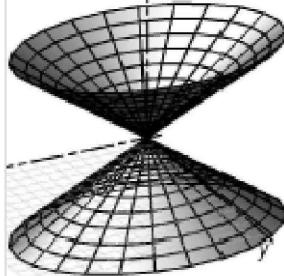


Fig.3

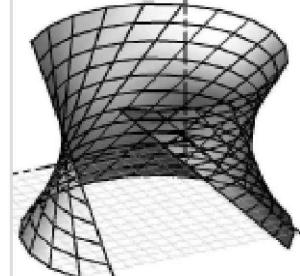


Fig.4

Answer: \_\_\_\_\_

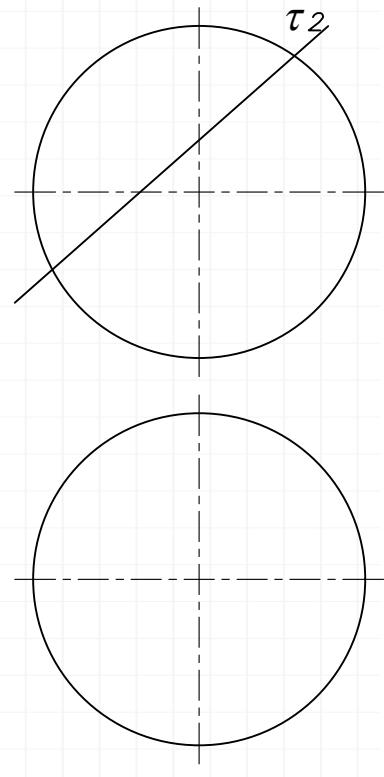
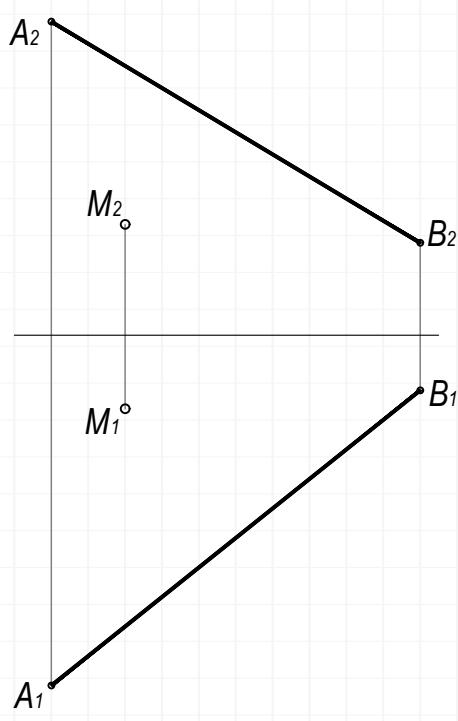
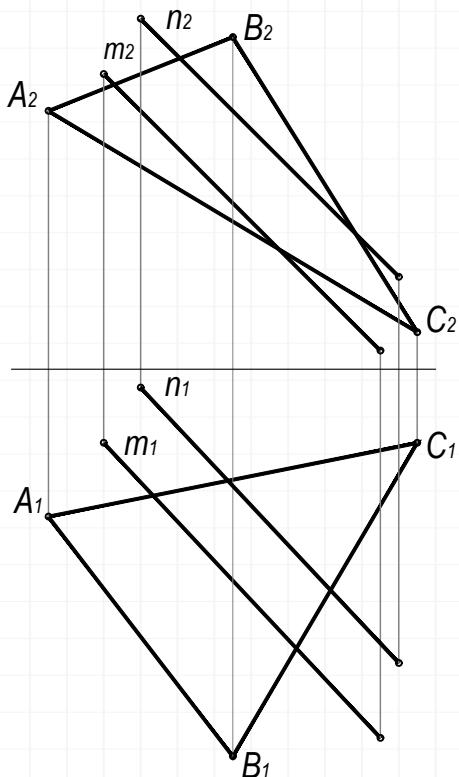
4. The example of examination ticket (приклад екзаменаційного білету)

1. Суть методу заміни площин проекцій (на прикладі задачі 3)

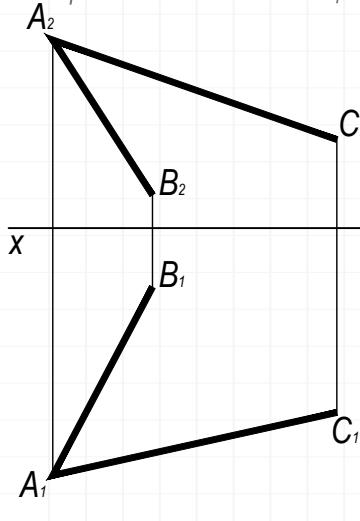
2. Побудувати лінію перетину двох площин ABC і (mn)

3. Визначити натуральну величину відстані від точки M до прямої AB методом заміни площин

4. Побудувати проекції лінії перетину площини  $\tau$  з кулею

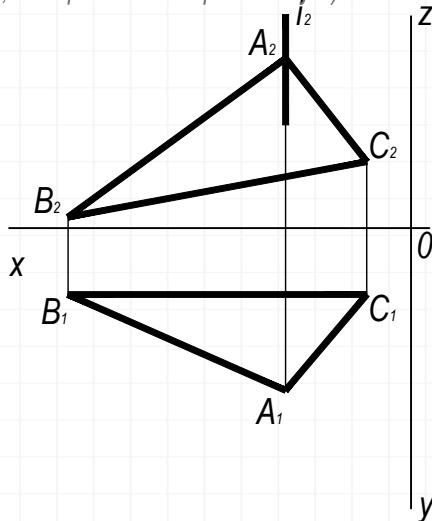


**Task 1.** In the plane, which is set by the two crossing lines, to build the geometrical place of the point which are of equidistant from planes projections  $P_1$  and  $P_2$  (в площині, яка задана двома перетинаючими прямыми, побудувати геометричне місце точок рівновіддалених від площин проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ )



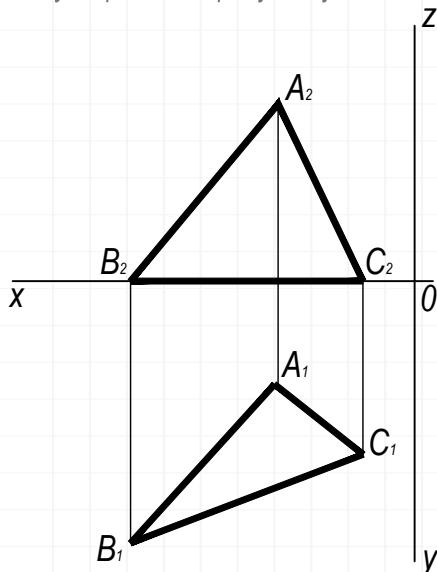
|   | x  | y  | z  |
|---|----|----|----|
| A | 95 | 50 | 40 |
| B | 70 | 10 | 10 |
| C | 30 | 30 | 20 |

**Task 2.** In the plane of triangle  $ABC$  through the point  $A$  to draw a line under the corner  $30^\circ$  to horizontal-projection line which passes through the point  $A$  (в площині  $ABC$  через точку  $A$  провести пряму під кутом  $30^\circ$  до горизонтально-проекціювальної прямої  $i$ , яка проходить через точку  $A$ )



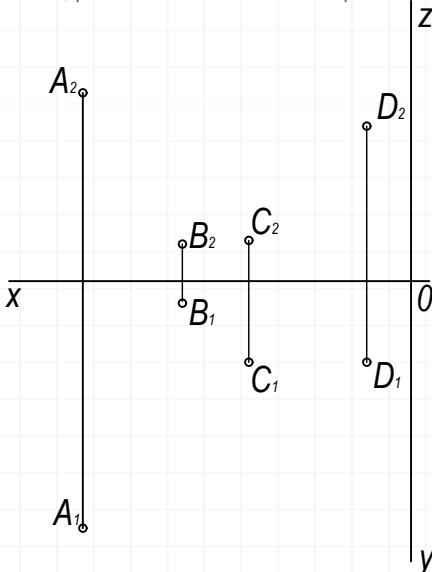
|   | x  | y  | z  |
|---|----|----|----|
| A | 60 | 35 | 45 |
| B | 95 | 30 | 10 |
| C | 30 | 20 | 20 |

**Task 3.** In the plane  $ABC$  through the point  $A$  to draw a line under the corner  $60^\circ$  to the plane  $P_1$  (в площині трикутника  $ABC$  через точку  $A$  провести пряму під кутом  $60^\circ$  до площини  $\Pi_1$ )



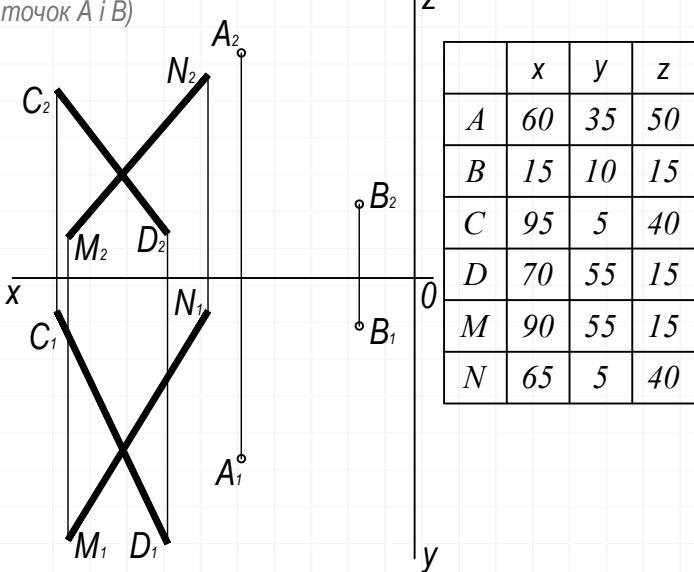
|   | x  | y  | z  |
|---|----|----|----|
| A | 40 | 35 | 30 |
| B | 70 | 60 | 0  |
| C | 15 | 40 | 0  |

**Task 4.** To draw the geometrical place of points which are equidistant from four points  $A, B, C$  and  $D$  (побудувати геометричне місце точок, рівновіддалених від чотирьох точок  $A, B, C$  і  $D$ )



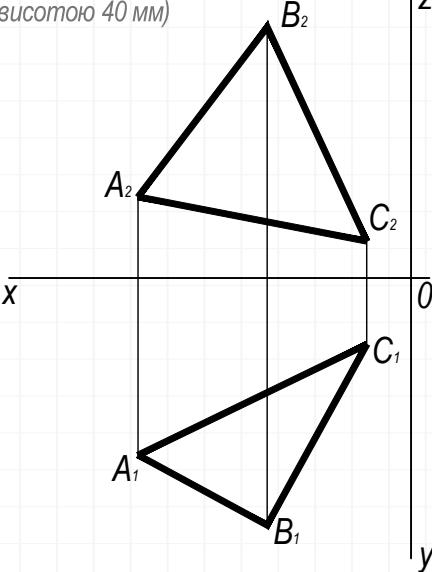
|   | x  | y  | z  |
|---|----|----|----|
| A | 90 | 35 | 30 |
| B | 60 | 5  | 10 |
| C | 30 | 15 | 10 |
| D | 10 | 15 | 35 |

**Task 5.** In the plane  $CDZMN$  to build the geometrical place of points which are equidistant from points  $A$  and  $B$  (в площині  $\alpha$  ( $CD \cap MN$ ) побудувати геометричне місце точок рівновіддалених від точок  $A$  і  $B$ )



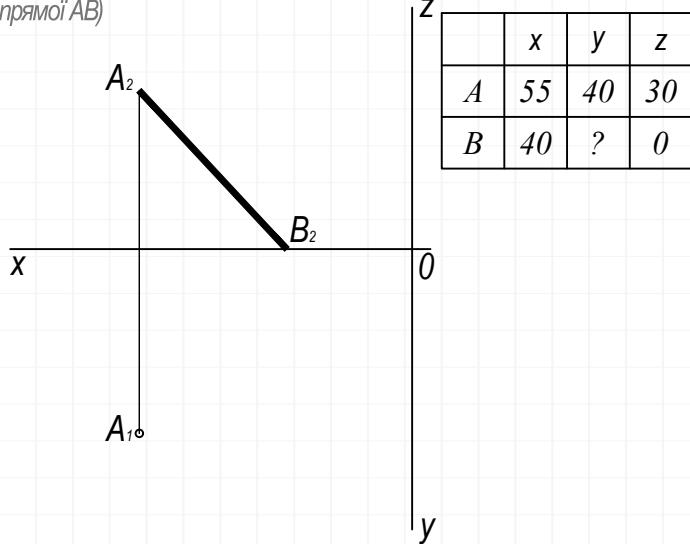
|   | x  | y  | z  |
|---|----|----|----|
| A | 60 | 35 | 50 |
| B | 15 | 10 | 15 |
| C | 95 | 5  | 40 |
| D | 70 | 55 | 15 |
| M | 90 | 55 | 15 |
| N | 65 | 5  | 40 |

**Task 6.** In the triangle  $ABC$  to enter a circle. On the entered circle, as on the basis, to build a direct cone high 40 mm (в трикутник  $ABC$  вписати коло, на основі якого побудувати прямий конус висотою 40 мм)

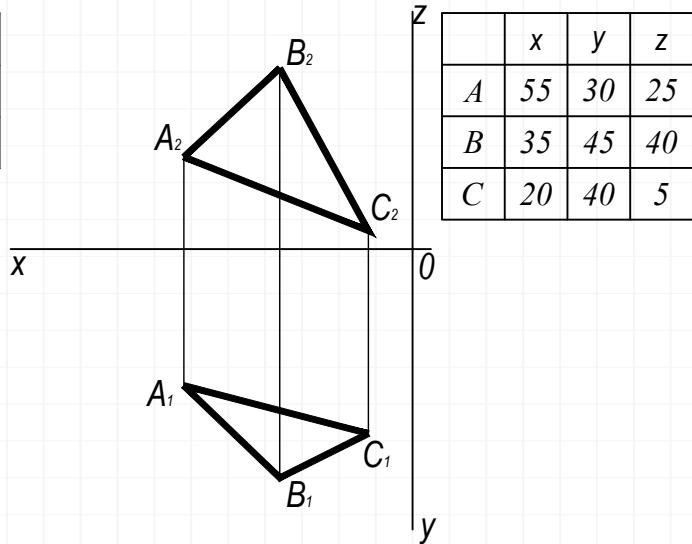


|   | x  | y  | z  |
|---|----|----|----|
| A | 69 | 45 | 20 |
| B | 40 | 65 | 55 |
| C | 18 | 15 | 8  |

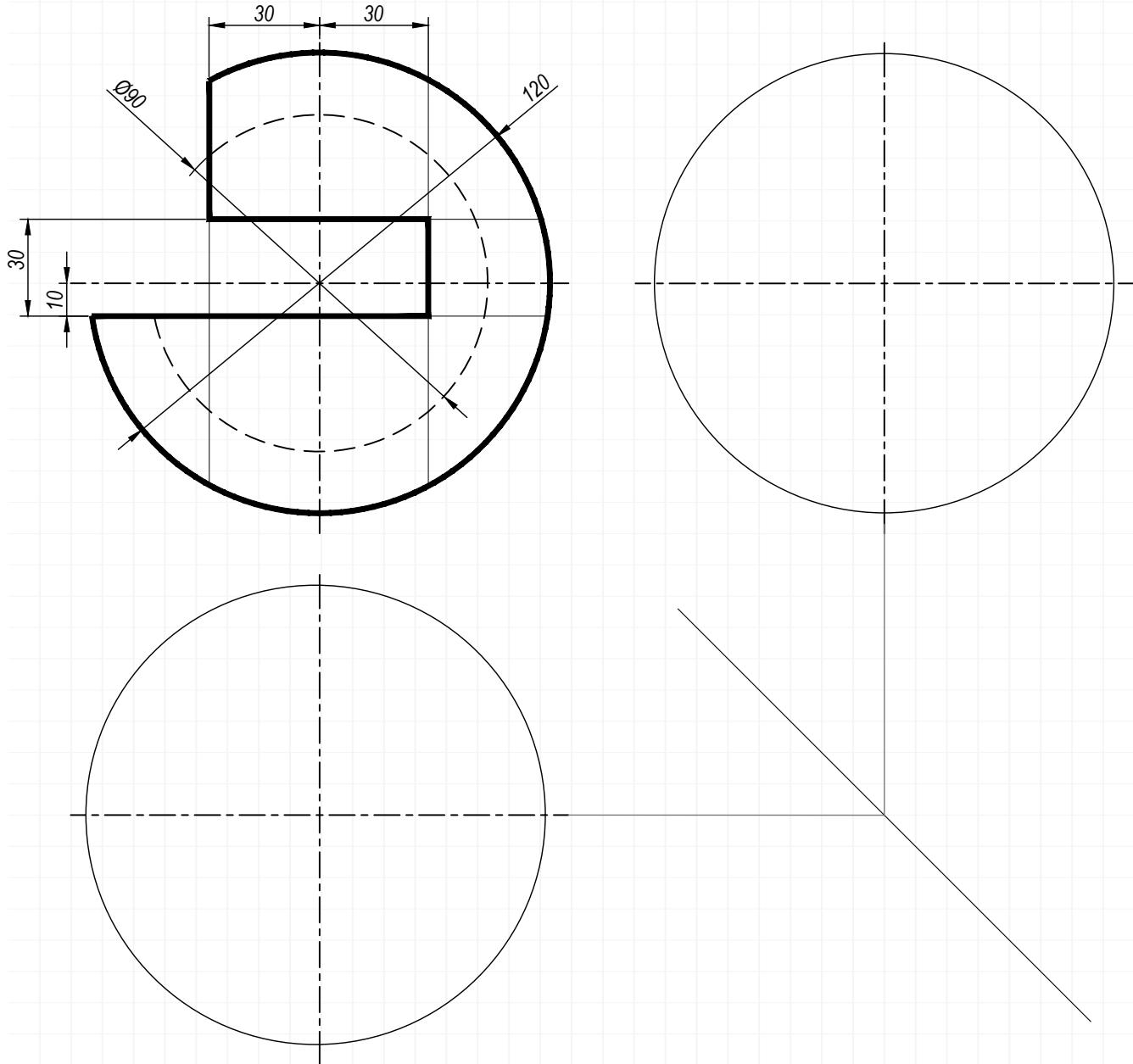
**Task 7.** The frontal projection of  $A_2B_2$  of line of  $AB$  to form the corner of  $45^\circ$  with the plane of  $P_1$ . To draw the horizontal projection of  $A_1B_1$  of line of  $AB$  (задана фронтальна проекція  $A_2B_2$  прямої  $AB$ . Пряма  $AB$  утворює з площину  $\Pi_1$  кут  $45^\circ$ . Побудувати горизонтальну проекцію  $A_1B_1$  прямої  $AB$ )



**Task 8.** In the plane  $ABC$  to build the point  $M$ , which are equidistant from the planes of projections  $P_1$  and  $P_2$  on the size  $l=25$  mm (в площині трикутника  $ABC$  побудувати точку  $M$ , яка рівновіддалена від площин проекцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  на величину  $l=25$  мм)

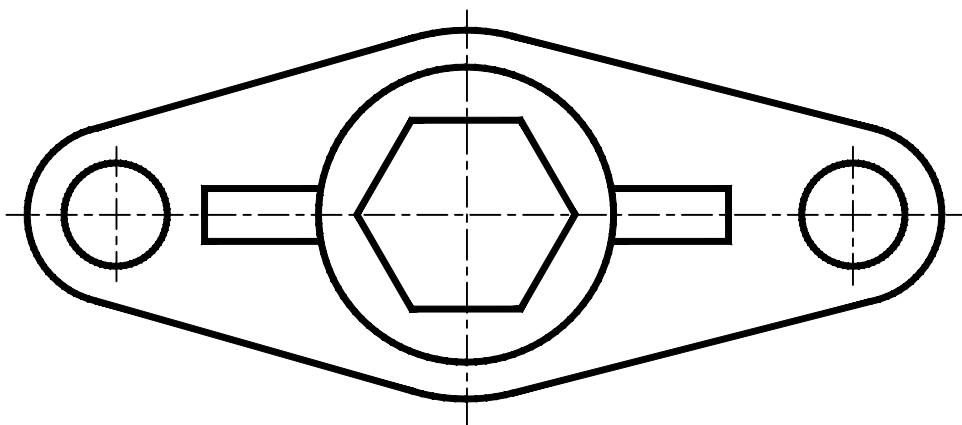
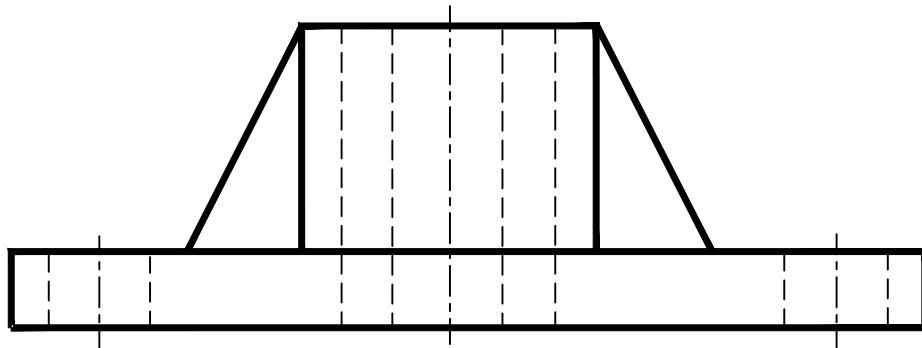


**Task 9.** To draw the horizontal and profile projections of hollow bullet with a prismatic cut-through (побудувати горизонтальну і профільну проекції порожнистої кулі з призматичним вирізом)



*To draw (побудувати):*

- \* *to write by the font 7 last name, name, patronymic and number of the ticket (написати шрифтом 7 прізвище, ім'я, по батькові та номер свого білета);*
- \* *to draw from a ticket a model and to execute necessary sections (перекреслити із білета модель і виконати необхідні розрізи);*
- \* *to build a model axonometry with the hole of one fourth part (побудувати аксонометрію моделі із вирізом однієї четвертої частини)*



*Pointing is to implementation (вказівки до виконання):*

- *if a model is symmetric, it is necessary to combine the half of section with the half of view (якщо модель симетрична, то необхідно поєднувати половину розрізу із половиною виду);*
- *a view and section is divided the dash-dotted axis of symmetry (вид і розріз розділяють штрихпунктирною віссю симетрії).*

Самураєнко Самурай Самураєвич  
Білет №31

