

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ І  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ**

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

**Ректор НУБіП України**

**С. Ніколаєнко**

**«15» грудня 2018 р.**

**ЗАВДАННЯ**

**для I туру Всеукраїнської олімпіади НУБіП України 2019 року з  
МАТЕМАТИКИ**

**Голова предметно-методичної комісії**

**\_\_\_\_\_ /Л. В. Кліх/**

**Київ – 2018**

**Анкета учасника I туру  
Всеукраїнської олімпіади НУБіП України 2019 року  
з МАТЕМАТИКИ**

Прізвище \_\_\_\_\_  
Ім'я \_\_\_\_\_  
По батькові \_\_\_\_\_  
Адреса \_\_\_\_\_  
проживання \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Назва та адреса \_\_\_\_\_  
навчального \_\_\_\_\_  
закладу \_\_\_\_\_

Номер тел. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

E-mail \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Частина 1 (базовий рівень)**

**(15 завдань, одна правильна відповідь на завдання)**

**Завдання 1–15 мають чотири варіанти відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді. (оцінка за правильно виконане завдання – 2 бали)**

1. Дійсні числа  $x$  та  $y$  задовольняють умову:  $\frac{x+2}{y} + \frac{5}{xy} = \frac{4-y}{x}$ . Яких значень може набувати добуток  $xy$  ?

А	Б	В	Г
2	-2	-4	4

Відповідь: \_\_\_\_\_

2. Першу третину шляху автомобіль їхав зі швидкістю 40 км/год, решту шляху – зі швидкістю 70 км/год. Знайдіть середню швидкість автомобіля на всьому шляху слідування.

А	Б	В	Г
60 км/год	55 км/год	56 км/год	50 км/год

Відповідь: \_\_\_\_\_

3. Обчисліть:  $\log_{(2+\sqrt{3})}(2-\sqrt{3})$ .

А	Б	В	Г
-1	$\sqrt{3}-2$	1	$2-\sqrt{3}$

Відповідь: \_\_\_\_\_

4. Область визначення функції  $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+5}$  є відрізком. Знайдіть довжину цього відрізка.

А	Б	В	Г
7	6	8	9

Відповідь: \_\_\_\_\_

5. Знайдіть найбільше значення параметра  $a$ , при якому система  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ x + |y| = a \end{cases}$  має два розв'язки.

А	Б	В	Г
-2	1	-1	2

Відповідь: \_\_\_\_\_

6. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x-1}\sqrt{x+2}\sqrt{x-3} = 0$ .

А	Б	В	Г
1; -2	1	1; -2; 3	3

Відповідь: \_\_\_\_\_

7. Вкажіть корінь рівняння  $3 \cos 2x + 16 \cos x - 3 = 0$ , який належить відрізку  $[0; \pi]$ .

А	Б	В	Г
$\frac{\pi}{2}$	0	$\arccos \frac{1}{3}$	$\frac{\pi}{3}$

Відповідь: \_\_\_\_\_

8. Знайдіть суму всіх цілих розв'язків нерівності  $|10 - 3x - x^2| \leq 10 - 3x - x^2$ .

А	Б	В	Г
12	-12	10	-10

Відповідь: \_\_\_\_\_

9. У ромбі, периметр якого  $16\sqrt{3}$ , тупий кут дорівнює  $120^\circ$ . Знайдіть меншу діагональ ромба.

А	Б	В	Г
$4\sqrt{3}$	12	8	$8\sqrt{3}$

Відповідь: \_\_\_\_\_

10. До графіка функції  $y = 2x^2 + 3x + 1$  проведено дотичну в точці з абсцисою  $x_0 = -1$ . Обчисліть тангенс кута нахилу цієї дотичної до додатного напрямку осі абсцис.

А	Б	В	Г
2	-7	1	-1

Відповідь: \_\_\_\_\_

11. Довжина кола дорівнює  $20\pi$  см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.

А	Б	В	Г
$100\pi$ см <sup>2</sup>	$20\pi$ см <sup>2</sup>	$400\pi$ см <sup>2</sup>	$10\pi$ см <sup>2</sup>

Відповідь: \_\_\_\_\_

12. Твірна конуса у два рази більша від його радіуса. Знайдіть кут нахилу твірної конуса до площини його основи.

А	Б	В	Г
$90^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$30^\circ$

Відповідь: \_\_\_\_\_

13. У сплаві міді та олова масою 12 кг міститься 45 % міді. Скільки олова (у кг) потрібно додати до цього сплаву, щоб у ньому було 40% міді?

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
1,5 кг	1,8 кг	2,5 кг	2 кг

Відповідь: \_\_\_\_\_

14. Знайдіть внутрішній кут правильного десятикутника.

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
124°	144°	72°	152°

Відповідь: \_\_\_\_\_

15. Діаметр першого кавуна вдвічі більший від діаметра другого. У скільки разів перший кавун важчий за другий, якщо їх густини однакові?

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
8	4	3	2

Відповідь: \_\_\_\_\_

### Частина 2 (середній рівень)

(10 завдань, кілька правильних відповідей на завдання)

(Завдання 16-25 на встановлення відповідності оцінюється в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 4 бали)

16. Встановіть відповідність між виразами (1 – 4) та їх числовими значеннями (А – Г).

- |   |   |   |                       |
|---|---|---|-----------------------|
| 1 | $\frac{\sqrt{10} - 5}{\sqrt{5}}$        | А | 100                   |
| 2 | $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20}$          | Б | 3                     |
| 3 | $\frac{0,001}{10^{-5}}$                 | В | 6                     |
| 4 | $\sqrt{(\sqrt{10} - 1)(\sqrt{10} + 1)}$ | Г | $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ |

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

17. Встановіть відповідність між заданими рівняннями (1 – 4) і множинами їх розв'язків (А – Г).

- |   |                     |   |   |
|---|---------------------|---|---|
| 1 | $\sin 2x = 1$       | А | $\frac{\pi k}{4}$ , де $k \in \mathbb{Z}$       |
| 2 | $\cos x = 0$        | Б | $\frac{\pi}{2} + \pi k$ , де $k \in \mathbb{Z}$ |
| 3 | $\text{tg } 4x = 0$ | В | $\pi k$ , де $k \in \mathbb{Z}$                 |
| 4 | $\cos^2 x = 1$      | Г | $\frac{\pi}{4} + \pi k$ , де $k \in \mathbb{Z}$ |

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

18. Встановіть відповідність між тригонометричними функціями гострих кутів прямокутного трикутника (1 – 4) і числовими значеннями цих функцій (А – Г), якщо катет прямокутного трикутника дорівнює 6, а його гіпотенуза дорівнює  $3\sqrt{5}$ .

- |   |                                |   |                      |
|---|--------------------------------|---|----------------------|
| 1 | Тангенс меншого гострого кута  | А | $\frac{1}{2}$        |
| 2 | Тангенс більшого гострого кута | Б | $\frac{1}{\sqrt{5}}$ |
| 3 | Косинус меншого гострого кута  | В | $\frac{2}{\sqrt{5}}$ |
| 4 | Косинус більшого гострого кута | Г | 2                    |

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

19. Встановіть відповідність між твердженнями про елементи прогресій (1 – 4) і наборами чисел (А – Г), які можуть бути цими елементами.

- |   |   |   |                                  |
|---|---|---|----------------------------------|
| 1 | Послідовні 4 елементи геометричної прогресії зі знаменником $q = n$ | А | $3^n, 3^{n+1}, 3^{n+2}, 3^{n+3}$ |
| 2 | Послідовні 4 елементи геометричної прогресії зі знаменником $q = 3$ | Б | $n, n^2, n^3, n^4$               |
| 3 | Послідовні 4 елементи арифметичної прогресії з різницею $d = 1$     | В | $n, 2n, 3n, 4n$                  |
| 4 | Послідовні 4 елементи арифметичної прогресії з різницею $d = n$     | Г | $n, n + 1, n + 2, n + 3$         |

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

20. Встановіть відповідність між геометричними перетвореннями графіка функції  $y = \operatorname{tg} x$  (1 – 4) і функціями (А – Г), графіки яких отримані в результаті цих перетворень

- |   |   |   |                               |
|---|---|---|-------------------------------|
| 1 | Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ стиснули до осі $Oy$ у два рази  | А | $y = \operatorname{tg} 2x$    |
| 2 | Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ на тих проміжках, на яких $y \geq 0$ , залишили без зміни, а на тих проміжках, де $y < 0$ , відобразили симетрично відносно осі $Ox$ | Б | $y = \operatorname{tg} x - 2$ |
| 3 | Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ паралельно перенесли вздовж осі $Oy$ на дві одиниці вниз   | В | $y =  \operatorname{tg} x $   |
| 4 | Графік функції $y = \operatorname{tg} x$ симетрично відобразили відносно осі $Oy$   | Г | $y = -\operatorname{tg} x$    |

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				



25. Встановіть відповідність між функціями  $f(x)$  (1 – 4) та їх первісними  $F(x)$  (А – Г)

1  $f(x) = 3\sqrt{x}$

А  $F(x) = -\frac{1}{x}$

2  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Б  $F(x) = 2\sqrt{x^3}$

3  $f(x) = \frac{1}{x}$

В  $F(x) = \ln x$

4  $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Г  $F(x) = 2\sqrt{x}$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

### Частина 3 (високий рівень)

(5 завдань, завдання відкритої форми)

(Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 6 балів)

26. Спростіть вираз:

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}.$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

27. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{8}{2^{3\sqrt{x}}} + 2 \cdot 2^{1-\sqrt{x}} - 3 = 0.$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

28. Два вантажних автомобілі мають перевезти деякий вантаж за 6 год. Другий автомобіль затримався у гаражі, і коли він прибув на місце завантаження, то перший автомобіль перевіз вже  $\frac{3}{5}$  всього вантажу. Частина вантажу, що залишилась, перевіз другий автомобіль, і увесь вантаж був перевезений таким чином за 12 год. За який час перевезе весь вантаж кожен автомобіль окремо?

Відповідь: \_\_\_\_\_

29. Паралельно осі циліндра, радіус основи якого дорівнює  $R$ , проведено площину, яка перетинає основу циліндра по хорді, що стягує дугу  $120^\circ$ . Кут між діагоналлю отриманого перерізу і площиною основи дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть об'єм циліндра.

Відповідь: \_\_\_\_\_

30. Розв'яжіть нерівність:  $(a^2 - 1)x - a < 0$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_