

**Анкета учасника I туру
Всеукраїнської олімпіади НУБіП України 2018 року
з МАТЕМАТИКИ**

Прізвище

Ім'я

По-батькові

Адреса

проживання

**Назва та адреса
навчального
закладу**

Номер тел.

E-mail

Частина 1 (базовий рівень)

(15 завдань, одна правильна відповідь на завдання)

Завдання 1 – 15 мають чотири варіанти відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді. (Оцінка за правильно виконане завдання – 2 бали)

1. Обчисліть $\left(1 - \frac{1}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{99}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{98}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{50}\right)$.

А	Б	В	Г
1	0,5	0,49	1,49

Відповідь: _____

2. За перший день триденної велогонки велосипедисти проїхали $\frac{7}{15}$ всього маршруту, за другий – $\frac{2}{5}$ всього маршруту, а за третій – 40 км, які залишились. Знайдіть довжину всього маршруту (у км).

А	Б	В	Г
300	350	320	290

Відповідь: _____

3. Знайдіть значення виразу $\log_{\frac{a^3}{b^2}}\left(\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{b}}\right)$, якщо $\log_a b = 2$.

А	Б	В	Г
$\frac{7}{12}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$

Відповідь: _____

4. Знайдіть найбільше значення параметра b , при якому графік функції $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, де $x \in [-5; 2]$, перетинає графік функції $y = b$.

А	Б	В	Г
64	16	4	32

Відповідь: _____

5. Розв'яжіть нерівність $\log_2(x^2 - 2|x| - 7) \geq 0$

А	Б	В	Г
$(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$	$[0; 6]$	$(-9; -5) \cup (5; 9)$	$(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

Відповідь: _____

6. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^4}{(x+2)^2} - \frac{7x^2}{x+2} + 10 = 0$. У відповідь запишіть добуток усіх коренів цього рівняння.

А	Б	В	Г
0	10	40	20

Відповідь: _____

7. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $\sin(2x) + \cos x = 0$.

А	Б	В	Г
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	π

Відповідь: _____

8. Знайдіть кількість цілих розв'язків нерівності $(|x| - 9)(x + 10)^2 \leq 0$.

А	Б	В	Г
4	20	10	8

Відповідь: _____

9. На скільки метрів збільшиться довжина екватора земної кулі, якщо її радіус збільшити на 5 м? При підрахунках вважайте, що $\pi \approx 3,14$.

А	Б	В	Г
32,6	31,4	28,4	29,6

Відповідь: _____

10. Графіком рівняння $|x - 2| + \sqrt{y - 21} = 0$ є одна точка. Знайдіть суму координат цієї точки.

А	Б	В	Г
21	16	23	14

Відповідь: _____

11. Дві сторони трикутника дорівнюють 15 см і 25 см, а медіана, проведена до третьої сторони, – 16 см. Знайдіть третю сторону трикутника.

А	Б	В	Г
22	26	17	16

Відповідь: _____

12. Висота конуса дорівнює 9 см, а його об'єм – 6π см³. Чому дорвнює площа основи конуса?

А	Б	В	Г
2π см ²	2 см ²	3π см ²	6 см ²

Відповідь: _____

13. Є два сплави міді та цинку. Перший сплав містить 20% цинку, а другий – 10% цинку. Їх сплавили разом і отримали новий сплав масою 400 г, який містить 13% цинку. Скільки грамів першого сплаву було взято?

А	Б	В	Г
160	130	140	120

Відповідь: _____

14. У n -кутника кількість діагоналей у 2,5 рази більша кількості його сторін. Якою фігурою є цей n -кутник?

А	Б	В	Г
10-кутник	9-кутник	8-кутник	6-кутник

Відповідь: _____

15. Набір із трьох тенісних м'ячів запакований у циліндричний чохол найменшого об'єму. Яку частину цього чохла займають м'ячі?

А	Б	В	Г
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$

Відповідь: _____

Частина 2 (середній рівень)

(10 завдань, кілька правильних відповідей на завдання)

У завданнях 16 – 25 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. (Завдання на встановлення відповідності оцінюється в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 4 бали)

16. Встановіть відповідність між виразами (1 – 4) та відповідними їм значеннями параметра a (А – Г).

- | | | | |
|---|---|---|----------------|
| 1 | $\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}}} = 5^a$ | А | $\frac{1}{18}$ |
| 2 | $\sqrt[4]{\sqrt{\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{7}} = 7^a$ | Б | $\frac{3}{4}$ |
| 3 | $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{3}}} = 3^a$ | В | $\frac{1}{12}$ |
| 4 | $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = 2^a$ | Г | $\frac{5}{24}$ |

1	
2	
3	
4	

17. Встановіть відповідність між завданнями (1 – 4) та числами (А – Г), які є відповідями до цих завдань.

- | | | | |
|---|--|---|-------|
| 1 | Знайдіть $\sin \alpha$, якщо $\cos(2\alpha) = -0,62$ і $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ | А | -3 |
| 2 | Знайдіть $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\cos(2\alpha) = -0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ | Б | -0,8 |
| 3 | Знайдіть $\cos(4\alpha)$, якщо $\operatorname{tg}(2\alpha) = 7$ | В | -0,9 |
| 4 | Знайдіть $\sin(6\alpha)$, якщо $\operatorname{ctg}(3\alpha) = -\frac{1}{2}$ | Г | -0,96 |

1	
2	
3	
4	

18. Встановіть відповідність між задачами (1 – 4) і їх розв'язками (А – Г).

- 1 У прямокутному трикутнику сума радіусів вписаного і описаного кіл дорівнює 12. Знайдіть суму катетів трикутника. А 8
- 2 Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника, сторона якого дорівнює $4\sqrt{2}$, а протилежний кут – 45° . Б 24
- 3 Радіус кола, описаного навколо прямокутного трикутника, дорівнює 5. Знайдіть катет цього трикутника, якщо другий його катет дорівнює 6. В 14
- 4 У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC $\angle B = 120^\circ$, а бічна сторона BC дорівнює 14. Знайдіть радіус кола, описаного навколо цього трикутника. Г 4

1	
2	
3	
4	

19. Встановіть відповідність між властивостями (1 – 4) послідовностей та рекурентними формулами (А – Г), якими задані ці послідовності.

- 1 Спадна і необмежена А $a_1 = -2, a_{n+1} = a_n + 3$
- 2 Зростаюча і необмежена Б $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{3}$
- 3 Спадна і обмежена В $a_1 = -2, a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{3}$
- 4 Зростаюча і обмежена Г $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n - 3$

1	
2	
3	
4	

20. Встановіть відповідність між функціями (1 – 4) та проміжками (А – Г), які є областями визначення цих функцій, якщо область визначення функції $y = f(x)$ $D(f) = [-1; 3]$.

- 1 $y = f(|x|)$ А $[-1; 3]$
- 2 $y = |f(x)|$ Б $[-2; 2]$
- 3 $y = f(x + 1)$ В $[-3; 3]$
- 4 $y = f(x - 1)$ Г $[0; 4]$

1	
2	
3	
4	

21. Встановіть відповідність між задачами (1 – 4) та їх розв'язками (А – Г).

- 1 Ринкова ціна картоплі спочатку збільшилась на 20%, а потім зменшилась на 20% від нової ціни. На скільки відсотків зменшилась ціна картоплі у порівнянні з початковою? **А** на 50%
- 2 Для додатних чисел a і b виконується рівність $b = 2a$. На скільки відсотків потрібно збільшити число a , щоб в результаті отримати число b ? **Б** на 25%
- 3 Вартість деякого товару зросла від 400 грн до 500 грн. На скільки відсотків від початкової ціни зросла ціна цього товару? **В** на 4%
- 4 Чисельник звичайного дробу збільшили на 50%. На скільки відсотків збільшився увесь дріб? **Г** на 100%

1	
2	
3	
4	

22. Встановіть відповідність між рівняннями (1 – 4) та їхніми розв'язками (А – Г).

- 1 $2(x-3) = 5(x-6)$ **А** 8
- 2 $\log_3(x-1) = 2$ **Б** 9
- 3 $\sqrt[4]{x+4} = 2$ **В** 10
- 4 $2^x = 8^3$ **Г** 12

1	
2	
3	
4	

23. Встановіть відповідність між системами рівнянь (1 – 4) та твердженнями про кількість їх розв'язків (А – Г).

- 1 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ x + y = 3 \end{cases}$ **А** Система рівнянь не має розв'язків
- 2 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ x + y = 0 \end{cases}$ **Б** Система рівнянь має лише один розв'язок
- 3 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 3, \\ x + y = 0 \end{cases}$ **В** Система рівнянь має лише два розв'язки
- 4 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 0, \\ x + y = 3 \end{cases}$ **Г** Система рівнянь має безліч розв'язків

1	
2	
3	
4	

24. Встановіть відповідність між задачами (1 – 4) та їх розв'язками (А – Г).

- 1 Прямокутний паралелепіпед склеєний із трьох однакових кубиків. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда, якщо ребро кожного кубика дорівнює 2. **А** 16

2. Металевий конус, радіус основи якого дорівнює висоті і становить 4, переплавили у кульки радіуса 1. Скільки кульок вийшло (втратами при переплавці знехтуйте)? **Б 6**
3. Свинцеву кулю радіуса 4 переплавили у маленькі кульки однакового розміру, радіус кожної з яких дорівнює 1. Скільки маленьких кульок отримали (втратами при переплавці знехтуйте)? **В 64**
4. Три свинцеві кульки, радіуси яких 3, 4 і 5, сплавляли разом і отримали нову велику кулю. Знайдіть радіус великої кулі (втратами при переплавці знехтуйте). **Г 56**

1	
2	
3	
4	

25. Встановіть відповідність між заданими перетвореннями функції $y = \cos(4x - \frac{\pi}{4})$ (1 – 4) і функціями (А – Г), отриманими в результаті цих перетворень.

1. Первісна для функції $y = \cos(4x - \frac{\pi}{4})$, що проходить через точку $(\frac{\pi}{16}; 0)$ **А $-4\sin(4x - \frac{\pi}{4})$**
2. Похідна функції $y = \cos(4x - \frac{\pi}{4})$ **Б $\cos(8x - \frac{\pi}{4})$**
3. Графік функції $y = \cos(4x - \frac{\pi}{4})$ стиснули до осі Ox в чотири рази **В $\frac{1}{4}\cos(4x - \frac{\pi}{4})$**
4. Графік функції $y = \cos(4x - \frac{\pi}{4})$ стиснули до осі Oy в два рази **Г $\frac{1}{4}\sin(4x - \frac{\pi}{4})$**

1	
2	
3	
4	

Частина 3 (високий рівень)

(5 завдань, завдання відкритої форми)

Розв'яжіть завдання 26 – 30. У відповідь запишіть одержані числові значення у вигляді десяткового дробу або цілого числа. (Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 6 балів)

26. Обчисліть: $\left(\frac{15}{\sqrt{75} + \sqrt{60}} + \frac{48}{\sqrt{60} + \sqrt{12}}\right)^2$.

Відповідь: _____

27. Розв'яжіть рівняння: $\log_x 9x^2 \cdot \log_3^2 x = 4$. У відповідь записати потрібний добуток коренів.

Відповідь: _____

28. З міста **A** до міста **B** виїхав вантажний автомобіль, а за годину з **A** до **B** виїхав легковий автомобіль. До міста **B** автомобілі приїхали одночасно. Якщо б з міст **A** і **B** автомобілі виїхали одночасно назустріч один одному, то зустріч відбулася б за 1

годину 12 хвилин після їх виїзду. Знайдіть час, за який проїде шлях від **A** до **B** вантажний автомобіль.

Відповідь: _____

29. Опуклий чотирикутник поділяється діагоналями на чотири трикутники; площі трьох з них відповідно дорівнюють 10 см^2 , 20 см^2 і 30 см^2 , та кожна з цих площ менше площі четвертого трикутника. Знайдіть площу заданого чотирикутника (у см^2).

Відповідь: _____

30. При яких значеннях параметра **a** система рівнянь

$$\begin{cases} 3x + (a - 1)y = a + 1, \\ (a + 1)x + y = 3 \end{cases}$$

не має розв'язків? Якщо таких значень кілька, у відповідь запишіть їх суму.

Відповідь: _____

Підпис учасника _____